

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2010.34.5.611

터빈 블레이드 형상 최적설계를 위한 전산 직교배열 기반 피로수명 예측 모델 개발[§]

이 광 기* · 한 승 호**†

* 브이피코리아, ** 동아대학교 기계공학과

Development of Computational Orthogonal Array based Fatigue Life Prediction Model for Shape Optimization of Turbine Blade

Kwang Ki Lee* and Seung Ho Han**†

* Consulting Division, VP KOREA,

** Dept. of Mechanical Engineering, Dong-A Univ.

(Received December 29, 2009 ; Revised March 10, 2010 ; Accepted March 10, 2010)

Key Words: Fatigue Life(피로수명), Turbine Blade(터빈 블레이드), Orthogonal Array(직교배열), Kriging Model(크리깅 모델), Six Sigma Optimization(식스시그마 최적설계)

초록: 터빈 블레이드와 같은 시스템의 피로수명은 형상 설계변수의 변화에 따라 비선형적으로 복잡하게 나타난다. 방대한 계산시간이 요구되는 이러한 시스템의 CAE 기반 파라메트릭 설계최적화 문제에 근사기법인 크리깅 메타모델 방법이 활용되고 있다. 본 연구에서는 터빈 블레이드의 피로수명을 향상시키기 위하여, 설계변수 변화에 따른 피로수명의 비선형성을 고려함은 물론 직교성과 균형성을 모두 만족하는 다 수준 전산 실험계획법을 수행하여 크리깅 메타모델을 구축하였다. 크리깅 메타모델로부터 만족도 함수를 적용하여 피로수명을 최적화하였고, 몬테카를로 모의실험법을 적용한 식스시그마 최적설계를 수행하여 피로수명의 결함률을 향상시킨 최적해의 강건성을 확보하였다.

Abstract: A complex system involves a large number of design variables, and its operation is non-linear. To explore the characteristics in its design space, a Kriging meta-model can be utilized; this model has replaced expensive computational analysis that was performed in traditional parametric design optimization. In this study, a Kriging meta-model with a computational orthogonal array for the design of experiments was developed to optimize the fatigue life of a turbine blade whose behavior under cyclic rotational loads is significantly non-linear. The results not only show that the maximum fatigue life is improved but also indicate that the accuracy of computational analysis is achieved. In addition, the robustness of the results obtained by six-sigma optimization can be verified by comparison with the results obtained by performing Monte Carlo simulations.

1. 서 론

복잡한 기계시스템의 특성을 파악하기 위하여 설계자는 방대한 CAE 작업과 같은 컴퓨터 기반 해석·설계 기법을 적극 활용하고 있다. 그러나, 컴퓨터의 고성능화에도 불구하고, 효율적인 컴퓨팅 계산시간의 절감은 여전히 문제점으로 제기되고 있다.^(1,2)

근사기법은 방대한 계산시간이 요구되는 전통적인 CAE 기반 파라메트릭 설계최적화 문제에

효과적으로 적용되고 있다. 이 기법은 설계 대상체의 특성을 근사적으로 표현한 메타모델을 구축하여 CAE 계산시간을 대폭 단축하고, 해의 정확도를 고려하여 해석·설계에 소요되는 공수를 줄일 수 있다. 메타모델은 대상체의 복잡한 물리적 거동을 단순화시킨 것으로 일반적으로 반응표면기법을 활용하여 구축되고 있다. 반응표면기법은 간단하고 메타모델 구현이 쉽지만, 상대적으로 설계변수가 많아지고 피로수명과 같이 비선형성이 강한 특성을 보이는 경우, 정확도가 현저히 떨어지는 단점을 갖고 있다. 이에 대한 대안으로 신경망모델,⁽³⁾ 크리깅모델,⁽⁴⁻⁷⁾ 스플라인모델⁽⁸⁾ 등

§ 이 논문은 대한기계학회 2009년도 추계학술대회 (2009. 11. 4.-6., 용평리조트) 발표논문임

† Corresponding Author, shhan85@dau.ac.kr

과 같은 여러 가지 메타모델링 기법들이 적용될 수 있다. 본 연구에서는 그 중에서 크리깅 메타모델 기법을 활용하였다. 이는 크리깅 메타모델이 응답함수를 전체 설계영역에 대하여 다항함수로 표현되는 전역모델과 응답모델의 불확실성을 나타내는 편차모델로 구분하여 설계 대상체의 특성을 잘 묘사할 수 있기 때문이다.^(5,6)

본 연구에서는 터빈 블레이드의 피로수명을 향상시키기 위하여, 먼저 근사모델이 피로수명의 비선형성을 효과적으로 고려할 수 있고, 설계 영역의 정보를 자세히 얻을 수 있는 다수준 전산 실험계획법을 수행하였다. 실험계획의 필요조건인 직교성과 균형성을 만족하는 7 수준 직교배열 $L_{49}(7^3)$ 을 구성하여, 터빈 블레이드의 3 가지 설계변수인 접선 경사각, 축방향 경사각 및 필렛 반경에 의한 피로수명 특성치를 크리깅 모델로 근사화 하였다. 얻어진 크리깅 근사모델로부터 만족도 함수를 적용하여 피로수명을 최적화 하였다. 아울러, 식스시그마 최적설계를 수행하여 각 설계변수의 변동성을 고려한 최적해의 강건성까지 검토하였다.

2. 터빈 블레이드

발전설비에 사용되는 터빈 블레이드는 회전 중 고온, 고압의 스팀에 의하여 높은 피로하중을 받게 된다. 블레이드 리딩에지 루트부는 균열 발생 및 전파가 용이하여, 피로파손의 발생빈도가 가장 높다고 알려져 있다.^(9,10) 블레이드의 강성, 피로수명 및 내구신뢰성 확보를 위하여 블레이드 형상 중 주요한 설계변수인 축방향 경사각(xtilt), 접선 경사각(ytilt) 및 필렛 반경(filletrad)에 대한 최적화가 요구된다. 터빈 블레이드의 형상과 각 설계변수는 Fig. 1과 같다.

본 연구에서 사용된 터빈 블레이드의 소재는 티타늄 합금이다. 터빈 블레이드 응력해석을 위한 하중 조건은 Fig. 2와 같이 Z축 좌표에서 381mm 위치를 축으로 하여 733.04rad/s의 각속도를 적용하였으며, 피로수명은 ANSYS Fatigue Tool을 이용하여 계산하였다. 이때 작용하중은 완전양진하중(R=-1) 조건을 적용하였고, 노치계수 K_f 를 고려한 S-N선도가 활용되었다.

초기 설계단계에서 세 설계변수 xtilt, ytilt 및 filletrad는 각각 1.5°, 1° 및 6.35mm으로 주어졌다. 각 설계변수와 하중 및 경계조건으로부터 피

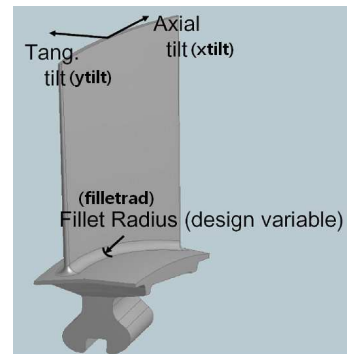


Fig. 1 Configuration of turbine blade and its design variables

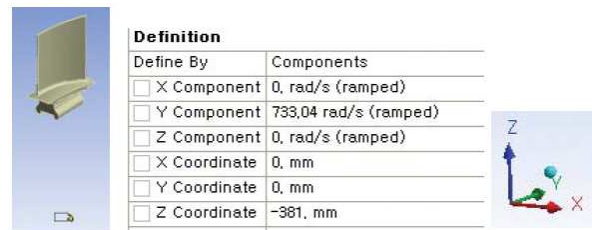


Fig. 2 Load condition of turbine blade

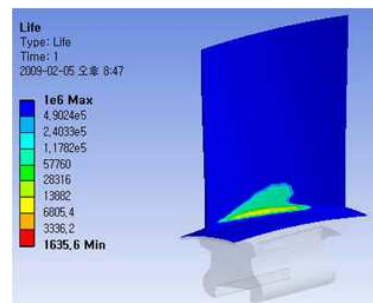


Fig. 3 Fatigue life distribution at initial design stage

로수명은 Fig. 3과 같이 1,635cycles로 짧게 얻어진다. 피로수명의 증대를 위하여 세 설계변수의 최적화가 필요하다. 이때, xtilt, ytilt 및 filletrad의 변화 범위는 가공성을 고려하여 각각 1.35°~1.65°, 0.75°~1.05° 및 5.59~7.11mm로 하였다.

3. 전산 실험계획법

일반적으로 Taguchi가 제안한 2수준 직교배열도 실험계획법의 관점에서 살펴보면 통계학에서 언급하는 선별(screening)의 한 방법인 일부실험법(fractional factorial design)으로 볼 수 있다. Fig. 1과 같이 설계 인자가 3개인 경우에는 Taguchi가 제안한

여러 배열 중에서 $L_9(3^4)$, $L_{18}(2^13^7)$ 등과 같은 3수준 직교배열을 사용할 수 있다. 하지만 유한요소해석과 같은 확정론적 해석과 피로 수명 예측과 같은 비선형 해석에는 Taguchi가 제시한 2수준 보다는 오히려 5수준 이상의 다 수준 직교배열을 적용하는 것이 관심이 있는 설계 영역 전반에 걸친 정확한 정보를 설계자에게 줄 수가 있다. 따라서 Owen⁽¹¹⁾은 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 다 수준 직교배열을 생성하는 전산직교배열 방법을 제안하였으며, 본 연구에서도 Owen의 방법을 적용하여 총 49회의 7수준 3 인자 직교배열인 $L_{49}(7^3)$ 을 생성하였다. 7수준을 가진 설계 인자가 3개인 경우 실제로는 343회라는 많은 횟수의 해석을 수행해야 하지만 전산직교배열을 적용하면 직교성과 균형을 만족하는 49회의 실험점을 생성할 수 있다. 생성된 49회의 7수준 3인자 직교배열은 Table 1과 같다.

Table 1 Orthogonal array with 3 factors, 7 levels and 49 rows

No	xtilt (°)	ytilt (°)	filletrad (mm)	No	xtilt (°)	ytilt (°)	filletrad (mm)
1	1.35	0.8	5.84	26	1.4	0.75	6.86
2	1.35	0.95	5.59	27	1.45	0.8	6.10
3	1.35	1	6.86	28	1.45	0.95	6.35
4	1.35	0.9	6.60	29	1.45	1	7.11
5	1.35	0.85	6.35	30	1.45	0.9	5.84
6	1.35	0.75	7.11	31	1.45	1.05	5.59
7	1.65	0.8	5.59	32	1.45	0.85	6.86
8	1.65	0.95	6.86	33	1.45	0.75	6.60
9	1.65	1	6.60	34	1.5	0.8	6.35
10	1.65	0.9	6.10	35	1.5	0.95	7.11
11	1.65	1.05	6.35	36	1.5	1	5.84
12	1.65	0.85	7.11	37	1.5	0.9	5.59
13	1.65	0.75	5.84	38	1.5	1.05	6.86
14	1.55	0.8	6.86	39	1.5	0.85	6.60
15	1.55	0.95	6.60	40	1.5	0.75	6.10
16	1.55	1	6.10	41	1.6	0.8	7.11
17	1.55	0.9	6.35	42	1.6	0.95	5.84
18	1.55	1.05	7.11	43	1.6	1	5.59
19	1.55	0.85	5.84	44	1.6	0.9	6.86
20	1.55	0.75	5.59	45	1.6	1.05	6.60
21	1.4	0.8	6.60	46	1.6	0.85	6.10
22	1.4	0.95	6.10	47	1.6	0.75	6.35
23	1.4	1	6.35	48	1.65	1.05	5.84
24	1.4	0.9	7.11	49	1.45	1.05	6.10
25	1.4	0.85	5.59				

4. 피로수명 예측모형

총 49회의 전산 직교배열에 기반한 ANSYS Fatigue Tool 시뮬레이션 결과를 바탕으로 각 설계변수에 따른 피로수명의 비선형성을 크리깅 메타모형을 적용하여 표현하고자 한다. 크리깅 메타모형은 기존의 시뮬레이션 결과 값들의 가중 선형조합을 통하여 시뮬레이션 값 주위에 있는 결과 값을 예측하는 기법이다.⁽⁴⁾

전역적 근사화 모델인 크리깅 모델은 다음 식 (1)과 같이 구성된다.

$$y(x) = f(x) + Z(x) \tag{1}$$

여기서, $f(x)$ 는 주어진 시뮬레이션 값을 이용하여 구할 수 있는 전역 모델을 의미하며, 계산의 편리성을 위하여 상수항으로 처리한다. $Z(x)$ 는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르며, 크리깅 모델이 주어진 시뮬레이션 값들을 보

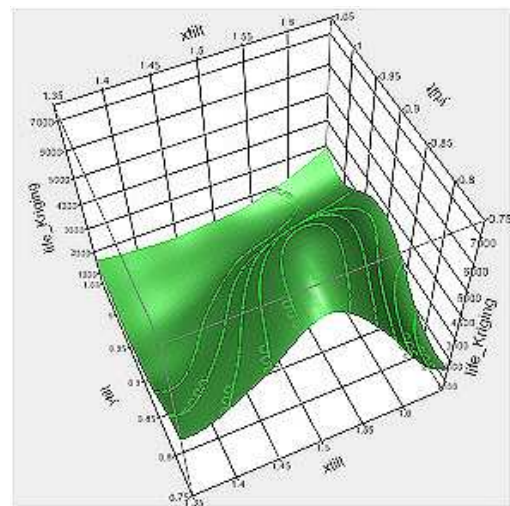


Fig. 4 Kriging's meta model at filletrad=6.35mm

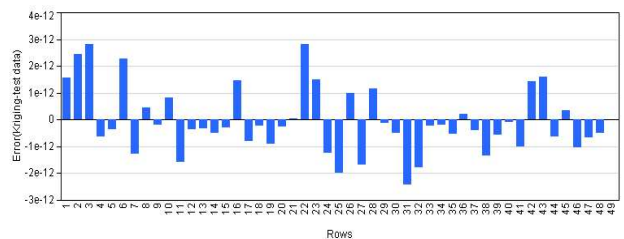


Fig. 5 Difference between simulation and fitted data via Kriging's meta model

간할 수 있도록 국소적인 변동을 만들어내는 부분으로 응답 모델의 불확실성을 나타낸다. $Z(x)$ 의 공분산은 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$Cov[Z(x^i), Z(x^j)] = \sigma^2 \underline{R} = [R(x^i, x^j)] \quad (2)$$

여기서 \underline{R} 는 상관행렬을 의미한다. $R(x^i, x^j)$ 는 임의의 두 점 사이의 상관함수를 나타내며 본 연구에서는 상관함수로 가장 많이 사용되는 식 (3)의 지수함수를 적용한다.

$$R(x^i, x^j) = \exp \left[- \sum_{k=1}^n \theta_k (x_k^i - x_k^j)^2 \right] \quad (3)$$

상관함수가 정의되면 크리깅 모델의 예측값은 식 (4)와 같이 표현된다.

$$\hat{y} = \hat{\beta} + r^T(x) \underline{R}^{-1} (y - \underline{f} \hat{\beta}) \quad (4)$$

여기서, y 는 응답을 나타내는 열벡터이고, $r^T, \hat{\beta}$ 는 다음 식 (5)로 표현된다.

$$r^T(x) = [R(x, x^1), R(x, x^2), \dots, R(x, x^n)]^T \quad (5)$$

$$\hat{\beta} = (\underline{f}^T \underline{R}^{-1} \underline{f})^{-1} \underline{f}^T \underline{R}^{-1} y$$

식 (4)를 통해 filletrad의 값을 6.35mm로 고정된 경우에 피로수명 $y(x)$ 를 설계변수 xtilt와 ytilt 변화에 대해 메타모델로 표현하면 Fig. 4와 같다. 서론에서 언급하였듯이, 설계영역에서 피로수명 $y(x)$ 는 기존의 이차 다항식으로 표현되는 반응표면모델로는 표현이 불가능한 고차항의 비선형 특성을 보이고 있다.

크리깅 메타모델의 정확도를 검토하기 위하여, ANSYS Fatigue Tool 시뮬레이션으로 얻어진 수명 값과 크리깅 메타모델에 의한 예측 값과의 차이를 비교하였다. Fig. 5는 이의 결과로서 최대 오차가 2.8234×10^{-12} 으로 크리깅 메타모델이 계산된 피로수명 값들을 비교적 정확하게 예측해준다는 것을 알 수 있다.

5. 피로수명 최적화

도출된 크리깅 근사모델로부터 피로수명을 최대

화하기 위한 최적설계를 위하여, 식 (6)과 같이 망대특성이 고려된 만족도함수(desirability function)⁽¹²⁾를 적용하여 최적설계를 수행하였다. 만족도함수는 피로수명의 최대값과 최소값의 차이를 정규화하기 때문에, 0과 1사이의 값을 가지며, 이를 최대화하면 피로수명의 최대값을 얻게 된다.

$$Maximize \frac{y - y_{min}}{y_{max} - y_{min}} \quad (6)$$

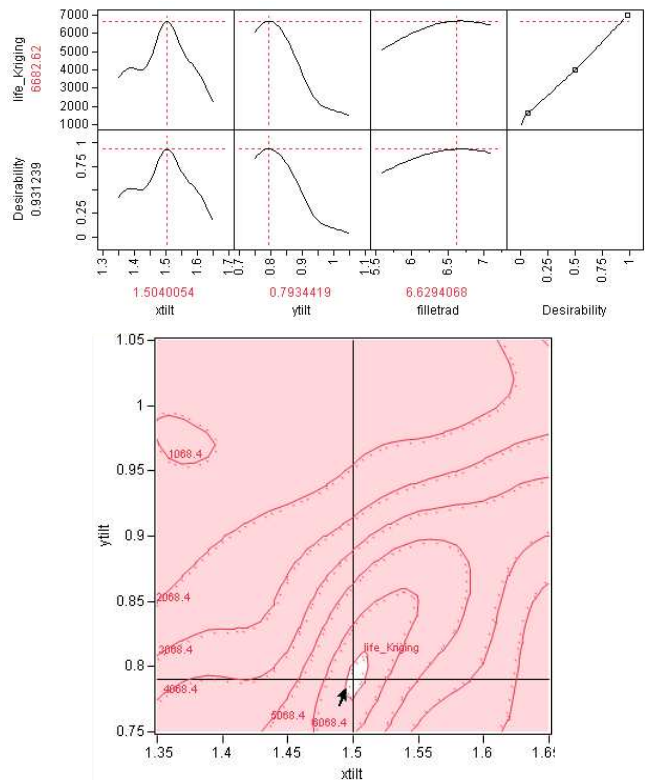


Fig. 6 Results of optimal solution of design variables

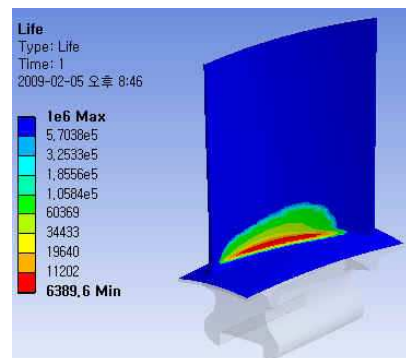


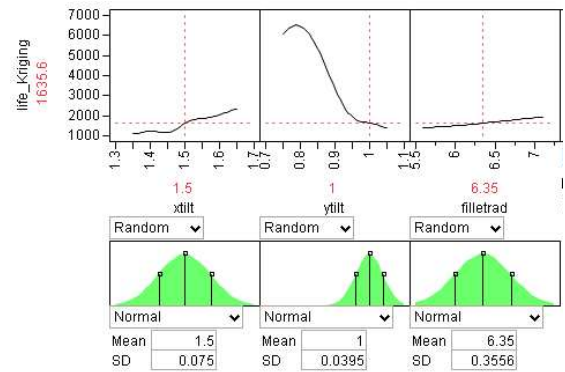
Fig. 7 Fatigue life via optimized design variables

Fig. 6은 만족도함수를 통하여 구한 설계변수의 최적화 결과와 설계변수 x_{tilt} 와 y_{tilt} 에 따른 최적해를 등고선도로 나타낸 결과이다. 피로수명을 최대화하는 최적해는 만족도함수를 망대특성으로 정의하여 수행하였으며 만족도함수의 최대 값은 0.93으로 기대 최대값의 93%를 만족시킨다. 만족도함수를 통한 최적설계의 결과로 피로수명이 최대가 되는 설계변수의 값은 x_{tilt} , y_{tilt} 및 $filletrad$ 가 각각 1.5°, 0.79° 및 6.60mm인 최적해를 얻었으며 이때 피로수명은 6,682cycles로 예상된다. 크리깅 메타모델로 얻어진 설계변수의 최적해로 피로수명을 ANSYS Fatigue Tool로 계산하면 Fig. 7과 같이 6,389cycles로서, 초기 설계치에 대한 피로수명 1,635cycles 보다 4배 가까이 증가하였다. $filletrad$ (필렛 반경)가 6.60mm인 경우, Fig. 6의 등고선으로부터 x_{tilt} 와 y_{tilt} 의 변화에 따른 피로수명의 민감도와 피로수명 예측 값의 전역적인 변화에 대한 시각적인 분석이 가능하다.

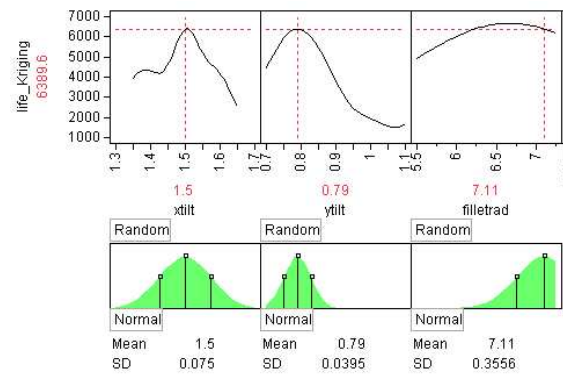
한편, 구해진 최적해는 설계변수인 x_{tilt} , y_{tilt} 및 $filletrad$ 의 평균값에 대한 최적해일 뿐이며, 제작 공정시 발생 할 수 있는 변동(공차)을 고려한 최적해는 아니다. 실제 현장에서는 설계변수의 공차와 같은 변동을 고려한 식스시그마 최적설계 기법의 적용을 통한 강건설계의 수행을 요구하고 있다.

6. 식스시그마 최적설계

식스시그마 최적설계를 실행하기 위해서는 목적 함수 및 제한조건의 표준편차를 계산해야만 가능하다. 하지만 피로수명의 메커니즘을 정확히 알 수가 없는 상황에서는 표준편차를 구할 수 없기 때문에, 샘플링 기법인 몬테카를로 모의실험법을 적용하여 표준편차를 추정하는 기법이 일반적으로 활용된다. 몬테카를로 모의실험법은 근사모델에 대하여 가장 정확하게 표준편차를 계산할 수 있지만, 10,000회 이상의 많은 해석을 실행해야 하는 단점을 가지고 있기 때문에, 본 연구에서는 ANSYS 모델에 몬테카를로 모의실험을 바로 적용하는 방법보다는 크리깅 기법으로 구한 피로수명 예측모델에 몬테카를로 모의실험법을 적용하는 방법을 사용하였다. 이때 사용된 피로수명의 하한값(LSL)은 초기 피로수명인 1,635cycles로 하였으며, 피로수명의 분산을 예측하기 위하여 설계변수 x_{tilt} , y_{tilt} 및 $filletrad$ 의 표준편차를 설계스펙에서 제시한 공차를

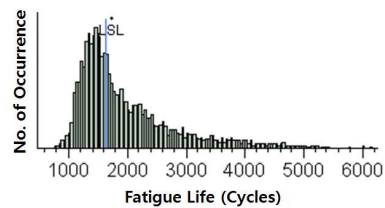


(a) Initial design stage

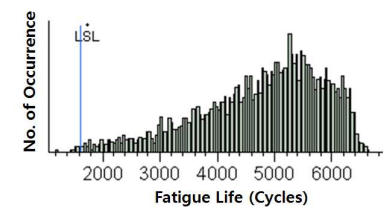


(b) Six sigma optimization stage

Fig. 8 Design variables at initial design stage and six sigma optimization stage



(a) Initial design stage



(b) Six sigma optimization stage

Fig. 9 Fatigue life distribution obtained by Monte Carlo simulation at initial design stage and six sigma optimization stage

고려하여 각각 0.075, 0.0395 및 0.3556으로 정의하였다.

본 연구에서는 주어진 x_{tilt} , y_{tilt} 및 $filletrad$ 의 표

준편차에 따른 피로수명의 평균과 표준편차의 최적해를 구하기 위한 식스시그마 최적설계를 다음 식 (7)과 같이 제안하였다. 여기서, x 는 설계변수를 의미하며, μ_{y_i} 와 σ_{y_i} 는 각각 목적함수 $y_i(x)$ 의 평균과 표준편차를, 그리고 μ_{g_j} 와 σ_{g_j} 는 각각 제약조건 $g_j(x)$ 의 평균과 표준편차이다. $\mu_{g_j} + k\sigma_{g_j} \leq 0$ 은 피로수명의 확률 값이 k 시그마보다 크다는 것을 의미한다. 본 연구에서는 터빈 블레이드의 생산 공정에서 발생하는 1시그마 변동을 3시그마 피로수명 설계에 반영하여 $k=4$ 인 4시그마를 적용하였다.

$$\begin{aligned} & \text{Given } x_i(x), \sigma_{x_i}(x), \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & \text{Objective functions } y_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, l \\ & \text{Find } x \quad (7) \\ & \text{to minimize } (\mu_{y_i}, \sigma_{y_i}), \quad i = 1, 2, \dots, l \\ & \text{Subject to constraints } \mu_{g_j} + k\sigma_{g_j} \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ & \quad \text{where } x_i^L + \Delta x_i \leq x_i \leq x_i^U - \Delta x_i \end{aligned}$$

Fig. 8은 10,000회 몬테카를로 모의실험법으로 구한 각 변수의 표준편차로부터 초기 설계값에 대한 수명변화의 변동성 분석과 식스시그마 최적설계를 수행한 결과이다. 식스시그마 최적설계로 얻어진 강건해는 초기 설계값인 x_{tilt} , y_{tilt} 및 $x_{\text{filletrad}}$ 의 1.5° , 1° 및 6.35mm 에서 1.5° , 0.79° 및 7.11mm 로 변화하였다. 5절에서 전산실험계획법과 만족도 함수로 얻어진 최적해와 비교해 보면, x_{tilt} 와 y_{tilt} 의 식스시그마 최적해는 변화가 없지만, $x_{\text{filletrad}}$ 경우만 7.11mm 로 차이를 보이고 있다. 이는 $x_{\text{filletrad}}$ 의 변동이 피로수명의 변동에 가장 큰 영향을 주는 설계변수라는 의미이며, $x_{\text{filletrad}}$ 을 잘 조정하면 피로수명의 변동을 최소화할 수 있다는 것을 의미한다. Fig. 9는 초기설계 조건과 식스시그마 최적설계로 얻어진 강건해의 변동성에 따른 수명분포를 나타낸 결과이다. 초기설계 대비 강건해에서 나타나는 피로수명의 분포가 장수명 쪽으로 치우치는 현상이 뚜렷하게 나타난다. 최고수명이 피로수명의 하한값(LSL)에서 벗어나는 경향을 나타내는 결함률(defect ratio)은 초기 설계값의 경우 43.8%이며, 강건 최적해의 경우 0.002%로 향상되었다. 시그마 수준으로 환산해보면, 초기 0.156 시그마에서 4.107 시그마로 향상되었음을 의미한다. 이는 얻어진 해가 식스시그마 최적설계에서 주어진 4시그마 제약조건

을 만족하면서 설계변수의 변동에 대해서도 강건하다는 것을 의미한다.

7. 결 론

터빈 블레이드에 대하여 7 수준 전산 직교배열 기반 피로수명 예측 모델을 구현하고, 설계변수인 축방향 경사각, 접선 경사각 및 필렛 반경에 대한 피로수명의 최적설계가 수행되었다. 또한, 각 설계변수의 변동성을 고려한 식스시그마 최적설계를 수행하여 최적해의 강건성을 검토하였다.

(1) 축방향 경사각, 접선 경사각 및 필렛 반경에 대한 피로수명 특성치의 영향을 검토하기 위하여 직교성과 균형성을 만족하는 7 수준 직교배열 $L_{49}(7^3)$ 을 구성하여, 피로수명을 예측하기 위한 크리깅 예측모델을 도출하였다.

(2) 전산 직교배열 기반 크리깅 예측모델에 만족도 함수를 적용한 최적설계를 수행하여 축방향 경사각, 접선 경사각 및 필렛 반경의 최적해가 각각 1.5° , 0.79° 및 6.6mm 로 얻어졌다.

(3) 몬테카를로 모의실험법을 적용한 식스시그마 설계의 해는 다른 두 설계변수의 값과 동일하나, 필렛 반경은 7.11mm 로 변화되었다. 이는 필렛 반경이 피로수명의 변동에 가장 큰 영향을 주는 설계변수임을 의미한다.

(4) 몬테카를로 모의실험법을 적용한 식스시그마 강건설계를 통하여 피로수명 결함률이 43.8%에서 0.002%로 크게 향상되어 최적해의 강건성이 확보되었음을 입증하였다.

후 기

본 논문은 동아대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었으며, 연구수행에 지원을 주신 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Guo, Y., 2009, "The General Balance Metric for Mixed-Level Fractional Factorial Design," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 25, pp. 335~344.
- (2) Kuo, H. C., 2009, "A New Approach With Orthogonal Array for Global Optimization in Design of Experiments," *J. Glob. Optim.*, Vol. 44, pp. 563~578

- (3) Shin, K. H. and Lee, J. S., 2009, "Global Function Approximations Using Wavelet Neural Networks," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 33, No. 8, pp. 753~759
- (4) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~423
- (5) Lee, K. K., Lee, T. H., Koo, J. K. and Lee, K. S., 2000, "Robust Optimization of Automotive Seat by Using Constraint Response Surface Model," Computational Structural Engineering Institute of Korea, Spring Conference.
- (6) Rijpkema, J. J. M., 2001, "Use of Design Sensitivity Information in Response Surface and Kriging Metamodels," *Optimization and Engineering*, Vol. 2, pp. 469~484
- (7) Park, G. J., Lee, K. H., 2005, "A Global Robust Optimization Using the Kriging Based Approximation Model," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 29, No. 9, pp. 1243~1252
- (8) Lim, Y. B., 1991, "D-optimal Design in Polynomial Spline Regression," *Korean Journal of Applied Statistics*, Vol. 4, No. 2, pp. 171~178
- (9) Azevedo, C. R. F., 2009, "Erosion-Fatigue of Steam Turbine Blades," *Engineering Failure Analysis*, No. 16, pp. 2290~2303
- (10) Morita, A., 2006, "Evaluation of Corrosion Fatigue Crack Propagation Life at Low-Pressure Steam Turbine Rotor Groove," *Engineering Fracture Mechanics*, No. 73, pp. 1615~1628
- (11) Owen, A., 1992, "Orthogonal Arrays For Computer Experiments, Integration, and Visualization," *Statistica Sinica*, Vol. 2, pp. 439~452
- (12) Myers, Montgomery, 1995, *Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons