

컴플라이언트 메커니즘의 신뢰성 기반 위상최적설계

임민규*, 박재용*, 한석영⁺

(논문접수일 2010. 07. 13, 심사완료일 2010. 12. 02)

Reliability Based Topology Optimization of Compliant Mechanisms

Mingyu Im*, Jae-Yong Park*, Seog-Young Han⁺

Abstract

Electric-thermal-structural actuated compliant mechanisms are mechanisms onto which electric voltage drop is applied as input instead of force. This mechanism is based on thermal expansion of material while being heated. Compliant mechanisms are designed subjected to electric charge input using BESO(bi-directional evolutionary structural optimization) method. Reliability-based topology optimization (RBTO) is applied to the topology design of actuators. Performance measure approach (PMA), which has probabilistic constraints that are formulated in terms of the reliability index, is adopted to evaluate the probabilistic constraints. In this study, BESO method is used to obtain optimal topology of compliant mechanisms from initial design domain. PMA approach is used to evaluate reliability index. The procedure has been tested in numerical applications and compared with the results obtained by other methods to validate these approaches.

Key Words : Bi-directional Evolutionary Structural Optimization(양방향 진화적 구조 최적화 기법), Multi-objective Design Optimization(다중목적 최적설계), Reliability-based Topology Optimization(신뢰성 기반 위상 최적설계), Compliant mechanisms(컴플라이언트 메커니즘)

1. 서론

컴플라이언트 메커니즘(compliant mechanism)⁽¹⁾은 구조

물의 유연성과 탄성변형을 이용하여 기계적인 운동이나 힘을 얻어내는 기구를 말하며, 입력단에 힘이나 열하중이 작용할 때 출력단에서는 설계자가 원하는 방향으로 힘 또는 변위

* 한양대학교 대학원 기계공학과

+ 교신저자, 한양대학교 기계공학부 (syhan@hanyang.ac.kr)

주소: 서울시 성동구 행당동 17 한양대학교 공업센터 M202-1

를 발생한다. 이러한 컴플라이언트 메커니즘의 장점은 기존의 기구구조가 강체와 조인트로 구성된 것과는 달리 마찰, 마모, 연결부위의 헐거움 및 소음이 발생하지 않아 내구성이 높고 구조의 유연성이 반영되어 일반적인 강체를 이용한 구조보다 에너지 손실이 적어 향상된 출력을 얻을 수 있을 뿐만 아니라, 조립과정이 없어 대량생산에 유리하다. 이러한 장점 때문에 특히 미세동작이 요구되는 분야에 적합하며, 응용분야로 MEMS, 자동차나 항공기, 마이크로 어셈블리, 마이크로 광학 시스템, 마이크로 기구 등에 광범위하게 사용되고 있다.

지금까지 대부분의 컴플라이언트 메커니즘의 설계는 밀도법⁽²⁾이나 균질화법⁽³⁾, 바닥 구조(ground structure) 기반의 설계기법⁽⁴⁾ 등으로 개발되었다. 예를 들면 Sigmund는 밀도법을 이용하여 전체 구조의 유연성을 고려하고, 원하는 체적을 목표로 하여 기구의 입출력비(mechanical advantage)를 최대화함으로써 설계하는 방법을 제안하였다. 또한 Nishiwaki⁽⁵⁾ 등은 Bendsóe와 Kikuchi⁽⁶⁾가 제안한 균질화설계법을 적용하고, 다기준모델(multi-criteria model)을 이용하여 상호평균컴플라이언스(mutual mean compliance)를 최대화하는 방법으로 기구전체의 유연성을 이용할 수 있는 컴플라이언트 메커니즘 설계방법을 제안하였다. 또한 Saxena⁽⁶⁾ 등은 상호위치에너지(mutual potential energy)를 최대화하는 목적으로 프레임 요소를 사용하는 방법을 제안하였고, Lau⁽⁷⁾ 등은 스프링 모델과 밀도법을 이용하여 기구의 성능을 나타내는 입출력비, 입출력변위비(geometrical advantage), 일 비율을 최대화하는 설계방법을 제안하였다.

본 논문에서는 ESO기법을 이용한 컴플라이언트 메커니즘에 대해 발표된 논문이 거의 없으므로 이를 개선한 BESO 기법을 기반으로 전기-열-구조 연성계에 대한 컴플라이언트 메커니즘의 위상 최적화를 수행하고 신뢰성 해석 기법을 적용하여 재료의 불확실성을 고려한 최적 위상을 얻고자 한다.

2. 컴플라이언트 메커니즘

2.1 구조물의 유연성 요구조건

Fig. 1(a)는 입력단과 출력단에서 경계영역과 최적화 설계영역(Ω)을 보여준다. P_1 은 입력전압의 작용점이고 Δ_{out} 은 설계자가 출력포트에서 변위를 일으키고자 하는 방향이다. Fig. 1(b)는 구조물의 유연성을 알기 위하여 해석하는 조건을 보여주고 구조물의 강성을 알기 위하여 Fig. 1(c)와 같이 출력포트에 가상힘을 적용함으로써 강성정도를 알 수

있다.

유연성의 척도를 알기 위해서 가상일 원리가 상호 포텐셜 에너지(MPE ; mutual potential energy)를 계산하기 위해 사용된다. 가상 단위힘이 특정 포트에 작용할 때 출력단에 변위가 발생하고 이 값은 유연성의 척도로 사용된다. 출력단에서 변위를 최대화 하는 것은 MPE를 최대화하는 것과 같은 의미이므로 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$MPE = \Delta_{out} = \int_{\Omega} \epsilon \sigma^d d\Omega \quad (1)$$

여기서 ϵ 은 실제 전압이 적용되었을 때 변형률이고 σ^d 는 단위 가상힘이 작용했을 때 응력이다. 구조 문제의 정식화가 선형적이고 연속체라고 가정하면 유한요소식으로 위의 적분식을 표현할 수 있다.

2.2 구조물의 강성 요구조건

강성 역시 구조물이 가져야 할 특성이다. 구조물의 강성을 제어하는 것은 구조물에 대한 변형률 에너지(strain energy)를 제어하는 것과 같다. Fig. 1(c)에서 입력단에 대한 부분은 고정된 상태에서 출력단에 단위 가상힘을 적용할 때 변형률 에너지를 계산할 수 있고 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$SE = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \epsilon \sigma^d d\Omega \quad (2)$$

여기서 ϵ 와 σ 는 가상 단위힘이 적용되었을 때 변형률과 스트레스이다. 구조물의 강성을 최대화하는 것은 변형률 에너지를 최소화하는 것과 같은 의미이고 위의 적분식은 유한요

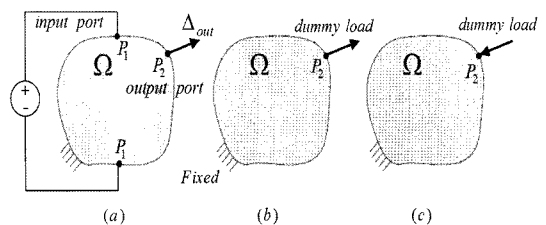


Fig. 1 (a) Design domain Ω with input and desired output direction Δ_{out} (b) set of loading for measure of flexibility, MPE and (c) set of loading for measure of stiffness, SE

소식과 같은 대수식으로 정의할 수 있다.

2.3 다목적 목적 함수

다목적 목적 함수를 구성하는 방법은 현재까지 몇 가지의 방법이 소개되었다. 그 중 가중치를 이용하는 방법은 가중치 파라미터가 추가되는 단점을 가지고 있으므로 MPE와 SE의 비를 이용하는 방법을 사용하였다.

$$\text{Maximize } \frac{MPE}{SE} \quad (3)$$

이 방법의 장점은 새로운 파라미터를 정의하지 않아도 되는데 있다. 위의 방법 이외에 에너지 기반 다목적 함수 방법도 제안되었지만 본 논문에서는 위의 MPE와 SE의 비례식으로 목적함수를 구성하고 BESO기법을 이용하여 컴플라이언트 메커니즘에 대한 위상 최적화를 수행하였다.

3. 다물리 해석영역

Fig. 2는 다목적 경계조건(multidisciplinary boundary conditions)을 갖는 일반적인 설계영역을 보여준다. Γ 는 설계영역(Ω)의 경계를 의미하고 아래첨자 E, T, M 은 각각 전기, 열, 기계적 경계조건을 의미한다. 설계영역은 선형적인 전기-열-탄성 재료로 이루어져 있고 재료 물성치는 일정하다고 가정한다. V, T, d 를 설계영역에서 각 전압, 온도, 변위 장이라고 하면 이 세 가지는 독립적이므로 균일한 등방성 재료에 대해서 에너지 방정식을 세울 수 있으며 전기 에너지 영역에서 경계값 문제는 다음과 같은 식으로 정의된다⁽⁸⁾.

$$\begin{aligned} k_E \nabla V + i_E &= 0 \text{ in } \Omega \\ V &= V_0 \text{ on } \Gamma_E \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 k_E 는 재료의 전기전도도, i_E 는 내부 전류원이다. 경계영역에 부과된 전압은 V_0 이다. 열 경계치 문제에 대한 물리적 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} k_T \nabla T + q_j &= 0 \text{ in } \Omega \\ q_j &= k_E \nabla V \cdot \nabla V \text{ in } \Omega \\ h(T_\infty - T) &= q_h \text{ on } \Gamma_T \end{aligned} \quad (5)$$

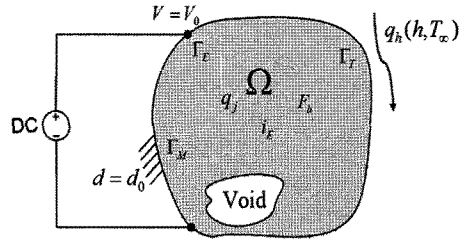


Fig. 2 Schematic diagram of a general design domain Ω with mixed boundary conditions

여기서 k_T 는 재료의 열전도도이고 q_j 는 단위 체적당 열원이며 h 와 T_∞ 는 각각 대류 계수와 외부 온도이다. 선형 탄성 재료에 대한 경제치 문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla \sigma + F_b &= 0 \text{ in } \Omega \\ \sigma &= C(\varepsilon - \alpha T) \text{ in } \Omega \\ d &= d_0 \text{ on } \Gamma_M \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 F_b 는 중력(the body force), σ 와 ε 은 응력과 변형률 텐서이고, C 는 탄성 텐서(the elasticity tensor)이다. α 는 열팽창 계수, d_0 는 경계 Γ_M 에 부과되는 변위이다. 위의 식 (4) ~ 식 (6)는 수치적인 계산을 위해 유한요소식으로 변환하여야 한다.

4. 양방향 진화적 구조 최적화

4.1 민감도 수(Sensitivity numbers)

BESO⁽⁹⁾ 방법에서는 구조물에 요소를 동시에 더하고 제거함으로써 구조물의 강성을 최대화한다. 그러므로 체적 구속조건을 가진 강성을 최대화하는 위상 최적화 문제와 같이 컴플라이언스(compliance)를 최소화 하는 문제로 정식화 될 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } C &= \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \\ \text{Subject to : } V^* - \sum_{i=1}^N V_i x_i &= 0 \\ x_i &\in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 f 와 u 는 적용하중과 변위 벡터이다. C 는 평균 컴플라이언스(mean compliance)를 의미한다. V^* 는 미리 정의된 목표 체적을 의미하고 N 은 구조물의 총 요소수이다. 그리고 이진수는 요소의 있고(1) 없음(0)을 결정하는 수이다.

i 번째 요소가 구조물에서 제거될 때 탄성변형 에너지 변화량은 다음과 같다.

$$\alpha_i^e = \Delta C_i = \frac{1}{2} \{u_i\}^T [K_i] \{u_i\} \quad (8)$$

여기서 $\{u_i\}$ 는 노드 i 번째 요소의 변위 벡터이고 $[K_i]$ 는 요소의 강성 행렬이다. $\alpha_i^e = 0$ 는 빈(void) 요소이기 때문에 유한요소 해석에서 제외된다.

유한요소로 나뉘어진 연속체 구조물에서 위의 민감도 수는 체커보드패턴(checkerboard pattern)을 갖는 구조물을 만들 수 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위해서 유한요소 해석에서는 쓰이지 않는 각 노드의 민감도 수를 노드와 연결된 요소의 민감도 수를 평균함으로써 구한다.

$$\alpha_j^n = \frac{\sum_{i=1}^M V_i \alpha_i^e}{\sum_{i=1}^M V_i} \quad (9)$$

여기서 M 은 j 번째 노드와 연결된 총 요소수를 의미한다.

4.2 알고리즘

BESO방법의 절차는 다음과 같다.

- (1) 주어진 경계 조건과 하중 조건에 대해서 설계 영역을 유한요소 메쉬를 사용하여 분해한다. 초기 디자인 영역에 초기값(0 혹은 1)을 부여한다.
- (2) 요소와 노드의 민감도 수를 얻기 위해 유한요소 해석을 수행한다.
- (3) 위의 식 (3),(4),(5)을 사용하여 필터 알고리즘을 거친 민감도 수를 구한다.
- (4) 식 (6)을 사용하여 전 해석 정보를 포함하는 요소의 민감도 수를 구한다.
- (5) 다음 위상을 위한 목표 체적을 결정한다.
- (6) 지울 요소와 더할 요소를 결정하고 더할 요소에는 1, 지울 요소에는 0의 값을 부여한다.
- (7) 1값을 가진 요소로 다음 유한요소 해석을 위한 새로운

위상을 만든다.

- (8) 새로운 설계영역에 대한 경계 조건과 하중 조건을 체크하고 유한요소 해석을 위한 준비를 마친다.
- (9) 최종 위상이 목표 체적에 도달하고 수렴 조건이 만족할 때까지 2-8 단계를 반복한다.

5. 민감도수

전기- 열- 구조 연성문제에 대한 유한요소식은 다음과 같다.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} K_E & 0 & 0 \\ 0 & K_T & 0 \\ 0 & 0 & K_S \end{bmatrix}}_K \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ T \\ D \end{bmatrix}}_D = \underbrace{\begin{bmatrix} I \\ F \\ F \end{bmatrix}}_F \quad (10)$$

여기서 K_E, K_T, K_S 는 각각 전기전도 행렬, 열전도 행렬, 구조물의 강성행렬이다.

K 는 전역 강성 행렬(the generalized stiffness matrix), D 는 전역 변위 벡터이고 F 는 전역 하중 벡터이다. 민감도 수 계산은 Ansole 등⁽⁸⁾이 제안한 계산방법을 사용하였다. MPE 를 유한요소식으로 표현하면 다음과 같다.

$$MPE = \Delta_{out} = \{D_2\}^T [K] \{D_1\} \quad (11)$$

여기서 D_2 는 전압이 가해졌을 때 발생하는 변위, D_1 은 출력단에 단위 가상힘이 가해졌을 때 변위이다. Fig. 1(c)에서 변형률 에너지를 식 (2)를 유한요소식으로 표현하면 다음 식과 같다.

$$SE = \frac{1}{2} \{D_2\}^T [K] \{D_2\} \quad (12)$$

여기서 K 는 구조물 전체의 강성행렬이고 D_2 는 단위 가상힘이 가해졌을 때 발생하는 변위이다. 그리고 e 번째 요소가 구조물에 더해지면 MPE 의 변화는 다음과 같은 식으로 계산된다.

$$\Delta MPE = -\{D_1\}^T [\Delta K] \{D_2\} \quad (13)$$

비슷한 방법으로 변형률에너지의 변화도 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta SE = -\frac{1}{2} \{D_2\}^T [\Delta K] \{D_2\} \quad (14)$$

각각의 요소 추가는 유한요수의 강성행렬에 영향을 미치므로 요소 추가로 인한 강성의 변화는 다음과 같다.

$$[\Delta K] = [K'] - [K] = [K]_e \quad (15)$$

여기서 $[K']$ 는 요소가 추가된 후의 강성행렬, $[K]$ 는 요소가 추가되기 전의 강성행렬, $[K]_e$ 는 추가된 요소의 강성행렬이다.

식 (13), (14), 그리고 (15)로부터 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta MPE &= -\{D_1\}_e^T [K]_e \{D_2\}_e \\ \Delta SE &= -\frac{1}{2} \{D_2\}_e^T [K]_e \{D_2\}_e \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 D_e 는 요소 추가 때문에 발생하는 변위벡터이다. 최종적으로 목적함수를 미분하여 다음과 같은 요소의 민감도 수를 얻을 수 있다.⁽⁹⁾

$$\alpha_e = \frac{\Delta MPE(SE) - MPE(\Delta SE)}{SE^2} \quad (17)$$

이러한 과정은 변위 제한조건이나 체적 제한조건과 같은 제한조건과 같은 수렴조건을 만족시킬 때까지 반복 진행된다.

6. 신뢰성 기반 최적설계

구조물의 물성치나 작용 하중의 임의성을 체계적이며 논리적인 확률, 통계 이론을 적용하여 구조물의 안전성을 확률적으로 평가하는 것을 신뢰성 해석(reliability analysis)이라고 한다. 신뢰성 해석을 통하여 구조물의 신뢰도를 만족하는

과피확률이 작은 구조물을 얻는 것을 신뢰성 기반 최적설계(RBDO : reliability-based design optimization)라 한다. 본 논문에서는 신뢰성 해석 기법으로 수렴능력이 다른 기법보다 우수한 목표 성능치 접근법(PMA; performance measure approach)을 적용하였다.

이 기법은 Choi 등⁽¹⁰⁾이 제안하였고, Park 등⁽¹¹⁾이 BESO에 적용하였다. PMA의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && f(X) \\ & \text{Subject to} && G^*(X) \leq 0 \\ & && X^L \leq X \leq X^U \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 목표 성능값 G^* 을 찾아야 한다. 이는 최대 파괴가능점(Most Probable Point)의 확률변수 X 를 구하여 G^* 를 구할 수 있다. X^L 과 X^U 는 변수의 상한값과 하한값이다. MPP를 찾는 내부 최적화 문제는 다음과 같이 정식화 된다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && G_U(u) \\ & \text{Subject to} && \sqrt{U^T U} = \beta_i \end{aligned} \quad (19)$$

이 정식화의 의미는 각 확률변수를 표준 정규분포 공간상에 투영한 후 표준 정규공간의 원점에서 거리가 β_i 인 점들 중 $G(u)$ 를 최소화 하는 점을 찾는다는 것이고 식 (15)과 (16)에서 알 수 있듯이 최적화 과정 내부에 부 최적화 과정을 포함한 이중루프 구조의 문제가 된다.

7. 적용예제

7.1 신뢰성 해석을 위한 예제설정

열전달 해석 시 대류가 일어나는 경계면을 최적화 반복수행 과정의 위상마다 재정의한 후 전도와 대류를 해석하여 각 절점에서 힘과 변위를 구한다. 변위 발생기에서 일반적으로 사용하는 재료의 물성치는 Table 1과 같다.

신뢰성 해석을 위한 한계상태 방정식은 $G = \delta - \delta_{allowable}$ 로 정의하였다. 변위발생기(actuator)는 출력단의 변위를 최대로 발생시키는 구조물이다. 그런 이유로 한계상태 방정식을 구성할 때 신뢰성 지수의 증가와 함께 변위 역시 증가하는 방정식으로 구성하는 것이 구조물의 목적에 부합한다.

위와 같이 한계상태 방정식을 구성하면 신뢰성 지수 값이

증가함에 따라 구조물의 체적과 출력단의 변위, 목적함수가 동시에 증가하는 결과를 얻는다. 신뢰성 해석 시 하나의 불확실성을 고려한 경우에는 재료의 열팽창률을 고려하였고, 불확실성 세 가지를 고려한 경우에는 재료의 열전도도, 열팽창률, 전기전항을 고려한 위상 최적화를 진행하였다. 재료

Table 1 Material/physical properties used in the numerical examples

Property	Silicon	Silicon dioxide
Electrical resistivity	$100(\Omega m)^{-1}$	<i>Insulator</i>
Thermal conductivity	$157 W / (mK)$	$1.4 W / (mK)$
Young's modulus	$190 GPa$	$73 GPa$
Thermal expansion coefficient	$2.33e-6$	$0.55e-6$
Heat transfer coefficient (arbitrary)	$200 W / (m^2 K)$	$200 W / (m^2 K)$

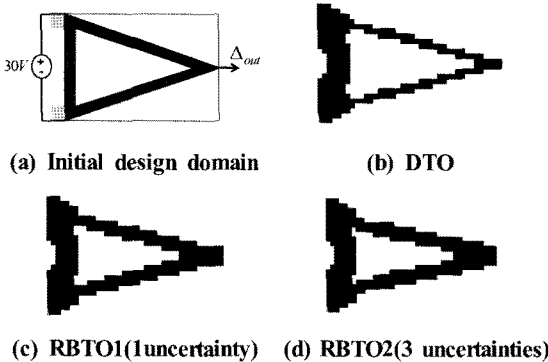


Fig. 3 Optimal topology of example 1 consisted of one material

Table 2 Result data of example 1 consisted of one material

	Vol. (%)	Disp.(μm)	Reliability index (β)
DTO	27.6	30.3	0.01
RBTO1	32.3	37.7	3.00
RBTO2	34.8	39.5	3.01

물성치의 평균값은 입력값, 분산은 10%로 정의하였고 신뢰성 기법으로는 PMA를 사용하였다.

7.2 변위발생기 1

첫 번째 예제는 설계영역의 가로가 $400\mu m$, 세로가 $240\mu m$ 인 외팔보에 대해서 위상 최적화를 수행하였다. 제거선 1%, 추가선 1%, $r_{min} = 20\mu m$ 로 설정하였다.

출력단의 변위가 증가함에 따라 위상의 체적 역시 증가하는 방향으로 진행되는 것이 킴플라이언트 메커니즘에 적합하므로 Fig. 3(a)와 같이 구속조건과 출력단을 연결하여 최소 체적에서 요소를 추가해 나가는 위상 최적화를 수행하였다. 목표 신뢰도 지수는 실패확률 $P_f = 0.125\%$ 를 가지는 $\beta_t = 3$ 으로 정의하였다. 이는 99.875%로 신뢰성을 만족해야 한다는 의미이다.

한계상태 방정식은 $G = \delta - \delta_{ult}$ 로 결정하였다. 이렇게 정의하는 목적은 신뢰성 지수가 증가하면서 구조물의 체적과 변위가 증가하는 위상을 얻기 위함이다.

Fig. 3(b)는 BESO기법을 이용한 킴플라이언트 메커니즘

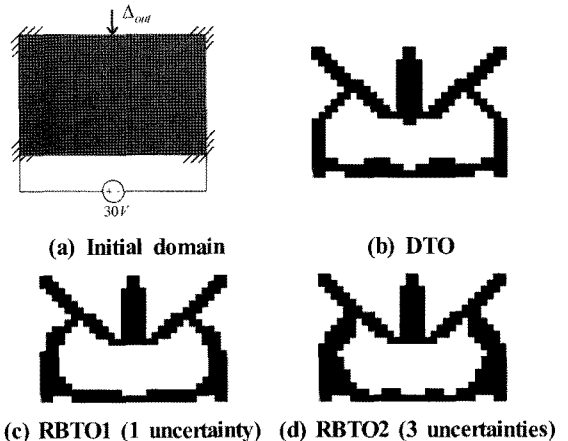


Fig. 4 Optimal topology of example 2 consisted of one material

Table 3 Result data of example 2 consisted of one material

	Vol. (%)	Disp.(μm)	Reliability index (β)
DTO	32.4	-11.4	0.02
RBTO1	36.7	-14.0	3.00
RBTO2	40.8	-17.5	3.02

의 결정론적 위상 최적화의 결과, Fig. 3(c)는 불확실성을 열팽창률로만 정의하였을 때, Fig. 3(d)는 세 가지 불확실성에 대해 고려하였을 때 결과 위상이다. Table 2를 보면 결과 위상에 따른 출력값을 볼 수 있다.

언어진 위상에서 결정론적 위상 최적화에 대해서 밀도법⁽²⁾의 결과와 유사한 위상을 얻을 수 있었고 Fig. 3(c)와 Fig. 3(d)를 비교한 결과 체적 차이에 비해 변위의 차이가 작은 것으로 보아 재료의 열팽창률의 효과가 출력단의 변위에 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

7.3 변위발생기 2

두 번째 위상 최적화의 예로 출력단의 변위감소를 목적으로 하는 위상 최적화를 수행하였다. 설계 영역은 가로는 300 μm , 세로는 200 μm 으로 구성하였다. 제거선 1%, 추가선 1%, $r_{\min} = 20\mu\text{m}$ 로 설정하였다. BESO의 특성상 요소가 제거되면서 변위가 줄어드는 것이 일반적이므로 전체 영역을 초기 설계 영역으로 설정하고 위상 최적화를 수행하였다.

초기 설계 영역과 밀도법의 결과는 Fig. 4와 같다. 변위가 줄어들어야 하는 위상 최적화를 수행한 경우 Table 3의 결과 데이터를 보면 변위가 늘어나는 위상 최적화에 비해 결과 값이 작은 것을 알 수 있다. 이는 변위 증폭의 원리가 열팽창에 기인하는 것이므로 출력단의 변위가 줄어드는 위상 최적화에 대해서는 변위를 증폭시키는 위상 최적화보다 효율이 떨어지는 것을 의미한다.

8. 결론

본 연구에서는 BESO기법을 이용하여 전기-열-구조 해석을 통한 변위 발생기에 대한 위상 최적화와 신뢰성 해석을 수행하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- (1) BESO기법을 이용하여 변위 발생기에 대한 위상 최적화를 수행할 시에는 출력단의 변위가 줄어드는 위상 최적화를 수행할 경우에는 설계 영역 전체를 초기 영역으로 결정하고 변위가 늘어나는 위상 최적화의 경우, 하중점과 출력포트를 연결한 최소의 유한요소로 초기 영역을 결정하여야 효율적인 위상 최적화가 수행된다.
- (2) 신뢰성 해석 시 결정론적 위상 최적화의 결과보다 변위가 늘어나는 위상을 얻기 위해서는 강성 위상 최적화와 반대로 한계상태식을 구성하여야 체적이 늘어나면서 변위까지 늘어나는 위상을 얻을 수 있다.

참고 문헌

- (1) Howell, L., 2001, *Compliant Mechanisms*, Wiley, NewYork.
- (2) Sigmund, O., 1997, "On the Design of Compliant Mechanisms Using Topology Optimization," *Mech. Struct. and Mach.*, Vol. 25, No. 4, pp. 493~524.
- (3) Nishiwaki, S., Frecker, M. I., Min, S., and Kikuchi, N., 1998, "Topology Optimization of Compliant Mechanisms Using the Homogenization Method," *Computer Int. J. Numer. Mech. Engng.*, Vol. 42, pp. 535~559.
- (4) Lu, K. J., and Kota, S., 2006, "Topology and Dimensional Synthesis of Compliant Mechanisms Using Discrete Optimization," *Trans. of ASME*, Vol. 128, pp. 1080~1091.
- (5) Bendsøe, M. P., and Kikuchi, N., 1988, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," *Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp. 197~224.
- (6) Saxena, A., and Ananthasuresh, G.K., 2000, "On an Optimal Property of Compliant Topologies," *Struct. Multidisc. Optim.*, Vol. 19, pp. 36~49.
- (7) Lau, G. K., Du, H., and Lim, M. K., 2001, "Use of Functional Specifications as Objective Functions in Topological Optimization of Compliant Mechanism," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, pp. 4421~4433.
- (8) Ansola, R., Vegueria, E., Canales, J., and Tarrago, J., 2007, "A simple evolutionary topology optimization procedure for compliant mechanism design," *Finite Elem. Anal. Des.*, Vol. 44, pp. 53~62.
- (9) Li, Q., Steven, G. P., Querin Q. M., and Xie, Y. M., 1999, "Evolutionary Shape Optimization for Stress Minimization," *Mechanics Research Communication*, Vol. 2, No. 6, pp 657-664.
- (10) Yoon, G. H., Kim, Y. Y., 2005, "Element connectivity parameterization for topology optimization of geometrically nonlinear structures," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, pp. 1983~2009.

- (11) Park, J. Y., Lim, M. K., Oh, Y. K., Park, J. Y. and Han, S. Y., 2010, "Structural Optimization using Reliability Analysis," *Journal of KSMTE*, Vol. 19, No. 2, pp. 224~229.
- (12) Yin, L., and Ananthasuresh, G. K., 2002, "A novel topology design scheme for the multi-physics problems of electro-thermally actuated compliant micromechanisms," *Sensors and Actuators A*, Vol. 97~98, pp. 599~609.