

# 복수 평판으로 이루어진 접수 탱크 구조물의 진동 특성에 관한 연구 A Study on Vibration Characteristics in Water Tank with Multi-panels

배성용  
S. Y. Bae

(접수일 : 2010년 11월 5일, 수정일 : 2010년 11월 10일, 채택확정 : 2010년 11월 16일)

**Key Words** : Fluid-Structure Interaction(유체-구조 연성), Added Mass (부가질량), Natural Frequency(고유 진동수), Natural Mode(고유 모드), Finite Element method(유한요소법), Boundary Element method(경계요소법)

**Abstract** : Many tanks are installed in ship and marine structures. They are often in contact with inner or outer fluid, like ballast, fuel and cargo tanks. Fatigue damages are sometimes observed in these tanks which seem to be caused by resonance with exciting force of engine and propeller. Vibration characteristics of these thin walled tanks in contact with fluid near engine and propeller are strongly affected by added mass of containing fluid. Therefore it is essentially important to estimate the added mass effect to predict vibration of the tanks. Many authors have studied vibration of cylindrical and rectangular tanks containing fluid. Few research on dynamic interaction among tank walls through fluid are reported in the vibration of rectangular tanks recently. In case of rectangular tanks, structural coupling between adjacent panels and effect of vibration modes of multiple panels on added mass have to be considered. In the previous report, A numerical tool of vibration analysis of a 3-dimensional tank is developed by using finite element method for plates and boundary element method for fluid region. In this paper, the coupling effect between panels of a tank on added mass of containing fluid, the effect of structural constraint between panels on each vibration mode for fluid region and mode characteristics in accordance with changing breadth of the plates are investigated numerically and discussed.

## 1. 서론

선박이나 해양구조물 등 많은 분야에 있어서 액체저장용 혹은 다른 용도를 위해 다양한 형상을 가진 탱크구조물이 이용되고 있다. 특히 선체구조에는 선미 탱크, 밸러스트 탱크, 오일 탱크 등과 같이 내부 혹은 외부가 유체에 접하고 있는 탱크구조물들이 많이 존재한다. 이들 유체에 접하는 탱크 구조물들에는 피로손상이 발생하여 큰 사고를 일으키는 경우가 종종 일어나고 있는 것이 현실인데, 이들 피로손상의 대부분은 진동현상이 원인으로 많은 전문가들이 지목하고 있다. 특히 선미부근의 탱크는 기관실과 근접해 있기 때문에 엔진이나 프로펠러 등

으로부터 전달되는 기진력에 의한 공진이 발생할 가능성이 있다. 따라서 이러한 접수탱크 구조물의 진동특성을 정확하게 예측하는 것이 요구되고 있다. 원통형이나 사각형 탱크의 접수진동에 대해서는 많은 연구자들에 의해 연구되어져 왔다. Mazuch 등<sup>1)</sup>은 원통형 탱크의 진동에 대해서 유체와 구조부분을 유한요소법을 이용하여 해석하였고, Chiba<sup>2)</sup>는 원통형 탱크의 측면은 강체로 취급하고, 밑면은 탄성체, 윗면을 자유표면으로 간주하여 진동해석을 하였다. 또한 Cho 등<sup>3)</sup>은 원통형 탱크의 슬로싱 모드와 밀집 모드에 관해서 연구를 행하였다.

한편, 사각형 접수탱크 구조물에 대한 연구는 Kito<sup>4)</sup>가 탄성성체로서의 박판이 접수되어 있을 때 비 접수 진동수에 부가 질량 효과를 고려하였고, 최근까지 주로 이용되어 왔다. Nishino 등<sup>5)</sup>은 급수전개법을 이용하여 연결하는 두 평판사이의 부가 질

배성용(교신저자) :부경대학교 조선해양시스템공학과  
E-mail :sybae@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6616

량 효과를 규명하였고, Bartlett 등<sup>6)</sup>은 사각형 탱크의 밑면의 고유진동수를 평가하기 위하여 유한요소법을 이용하여 부가질량을 계산하였다. 또한 탱크를 구성하는 복수의 탄성판 연성을 고려한 진동특성 연구나 마주보는 탄성판으로 인한 유체의 부가질량 효과 등이 연구되어왔다.<sup>7),8)</sup> 그러나 탄성판 사이의 경계조건, 폭의 변화에 따른 경계조건의 변화, 탄성판의 두께에 따른 부가질량 효과 등에 대한 연구는 찾아보기 힘들다. 이에 본 연구에서는 접수탱크구조물의 진동특성을, 탱크를 구성하고 있는 탄성평판의 중첩비, 경계조건, 두께, 수위의 변화 등을 통해서 종합적으로 검토하여 보았다.

## 2. 이론 해석

### 2.1 유체-구조 연성문제

유한요소를 사용하여 이산화하면, 일반적으로 임의의 구조물의 진동에 대한 지배방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M_s]\ddot{u} + [C_s]\dot{u} + [K_s]u = f_0 + f_f \quad (1)$$

$$f_f = -\{[M_f]\ddot{u} + [C_f]\dot{u} + [K_f]u\} \quad (2)$$

여기서,  $u(x, y, z; t)$ 는 절점변위 벡터이고,  $M_s$ ,  $C_s$ ,  $K_s$ 는 각각 구조물의 질량, 감쇠, 강성 행렬이다.  $f_0$ 는 일반 기진력으로 생각할 수 있고,  $f_f$ 는 구조물과 접하는 유체의 압력에 의해 발생하는 등가 외력 벡터이다. 또한,  $M_f$ ,  $C_f$ ,  $K_f$ 는 유체의 운동에 의한 등가 부가질량, 부가 감쇠, 부가 강성 행렬이다.

유체-구조 연성문제의 진동에 대한 고유치 문제는 다음 식(3)을 이용하여 고유진동수와 고유모드를 구할 수 있다.

$$(-\omega^2([M_s] + [M_f]) + [K_s])u_0 = 0 \quad (3)$$

여기서,  $u(x, y, z; t) = u_0 \exp(i\omega t)$ 이고,  $\omega$ 는 고유 각진동수이다.

### 2.2 탄성판의 정식화와 지배방정식

본 연구에서는 탄성판을 유한 요소법으로 이산화하였고, 연구에 사용된 탄성판은 얇은 평판이라고 가정하며, 유한요소해석을 하기 위해 Fig. 1과 같이 면내 변위를 고려한 막 요소와 면외 변위를 고려한 굽힘 요소를 조합한 각 절점에 6자유도를 가지는 쉘 요소를 고려한다.

조화진동이라고 가정하면, 탄성판의 지배방정식은 식(1)과 같은 형태로서 다음과 같다.

$$-\omega^2 [M_s]u_0 + [K_s]u_0 = f_{f0} \quad (4)$$

여기서,  $f_{f0}$ 는 동압력에 의한 등가외력벡터 이고,  $p = p_0 \exp(i\omega t)$ 를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_{f0} = \int_{\Gamma} N_w^T p_0 d\Gamma \quad (5)$$

여기서,  $p_0$ 는 동압력이고, 탄성평판의 변위  $w$ 와 같은 방향이다.

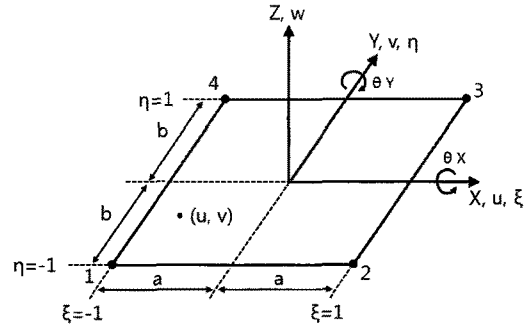


Fig. 1 Geometry of a rectangular element

### 2.3 유체의 정식화와 지배방정식

탱크내부의 유체는 비압축성이고, 비점성, 유체의 운동은 비회전성이라고 가정하면 속도 포텐셜이 존재하고, 식으로 나타내면 다음과 같고,

$$\Delta^2 \Phi = 0 \text{ in } \Omega \quad (6)$$

여기서,  $\Phi(x, y, z; t)$ 는 다음방정식으로 정의되는 속도 포텐셜이다.

$$v_i(x, y, z; t) = \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \quad (7)$$

여기서,  $v_i$ 는  $x_i$ 방향의 유체절점속도이다. 베르누이의 원리에 의해 동압력과 속도 포텐셜은 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$p = -i\omega \rho_f \phi \quad (8)$$

라플라스 방정식을 이용한 경계적분방정식에 대하여 경계요소를 이용하여 이산화 하고 식(8)을 적용시키면 다음과 같은 관계식이 얻어진다.

$$H\phi = G \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad (9)$$

여기서,  $\phi$ 는 절점 속도 포텐셜 벡터이고,  $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ 는 절점 구배벡터이며, H와 G는 각각 계수 행렬이다.

### 2.3 연성문제의 정식화

우선, 압력과 속도벡터, 유체밀도를 이용하고 체적력을 무시하면 선형화된 유체의 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$\rho_f \frac{\partial V}{\partial t} = -\nabla P \quad (10)$$

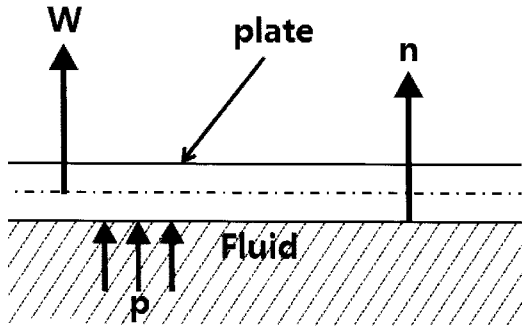


Fig. 2 Interface model

그리고 속도와 속도 포텐셜의 관계를 이용하고, 식 (8)을 적용하고 Fig. 2와 같이 구조와 유체사이의 연성조건 즉, 운동학적 관계와 역학적 관계를 이용하면, 다음과 같이 압력과 압력구배의 관계로 나타낼 수 있다.

$$Hp = G \left\{ \frac{\partial p}{\partial n} \right\} \quad (11)$$

(11)식에 경계조건을 대입하고, 구조부의 면의 방향변위 성분을  $w$ 로 하여 조화진동을 가정하면 연성에서의 운동학적조건에 의해  $w$ 와 압력구배의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial p_1}{\partial n} = -i\omega \rho_f \frac{\partial \phi_1}{\partial n} = -\rho_f \omega^2 w \quad (12)$$

그러므로, 식(5)에 (11), (12)식을 대입하면 등가외력벡터  $f_{f0}$ 는 다음과 같이 기술된다.

$$\begin{aligned} f_{f0} &= - \int_s N_w^T p_1 ds = \int_s N_w^T Z \frac{\partial p_1}{\partial n} ds \\ &= - \int_s N_w^T Z (-\rho_f \omega^2 w_0) ds = \rho_f \omega^2 \int_s N_w^T Z ds \cdot w \\ &= \omega^2 M^* u \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $M^*$ 는 부가질량 행렬이다. 절점변위  $u$ 를 조화진동이라고 가정하면 (13)식을 식(4)에 대입하여 다음과 같은 자유진동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\{K - \omega^2(M + M^*)\}u_0 = 0 \quad (14)$$

### 3. 수치계산 및 고찰

접수 탱크구조의 진동특성을 파악하기 위해서 탄성판 개수의 변화, 유체가 들어 있지 않은 경우의 탄성판 사이의 폭, 경계조건, 그에 따른 각각의 접수 수위를 달리하면서 계산을 실행하였다. 계산에 이용된 모델은 Fig. 3에 나타내고, 그 모델의 제원과 재료특성은 Table 1에 나타내고 있다. 이하 전 모델에서 윗면은 자유 표면으로, 밑면은 강체로 가정하였다.

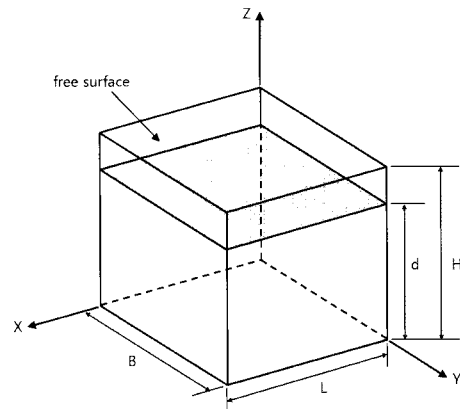


Fig. 3 Model for the present analysis

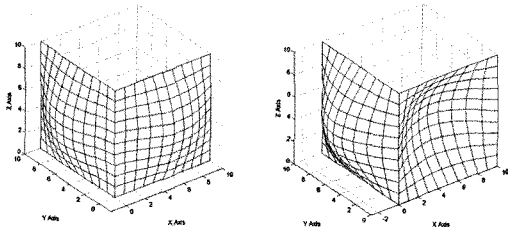
Table 1 Principal dimensions and material properties of the model

Length	L=1.0(m)
Breadth	B=1.0(m)
Height	H=1.0(m)
Young's modulus	E=2.06E+11(Pa)
Poisson's ratio	$\nu=0.3$
Density of elastic panel	$\rho_s = 7.85E+03(kg/m^3)$
Density of Fluid	$\rho_f = 1.00E+03(kg/m^3)$

#### 3.1 비접수시의 두께와 경계조건 변화

탱크를 구성하는 4개의 측면 중, 1면만이 탄성판인 경우, 연결하는 두면만이 탄성판인 경우로 각각 나누어 계산하였다. 계산은 탄성판의 높이는 일정하

계 유지하면서 폭의 변화와 두께, 경계조건을 바꾸어가면서 실행하였다. Fig. 4와 같이 연접탄성판이 같은 방향으로 변형 할 때와 반대방향으로 변형 할 때의 모드를 각각 동상모드, 역상모드라고 정의하기로 한다.



(In-phase Mode) (Opposite-phase Mode)

Fig. 4 In-phase mode and opposite-phase mode in adjacent plates

먼저, 한 면이 탄성판인 경우를 계산하여 보면, 폭이 작을수록, 두께가 두꺼울수록 모든 경계조건에서 고유진동수가 높아지는 것을 확인 할 수 있다. 이것은 이전 논문에서 고찰하였다.<sup>7),8)</sup> Table 2에서는 계산결과의 일부로서 연접두면의 폭이 같을 때, 두께와 경계조건에 따른 최저차 고유진동수를 나타낸다. 경계조건 중 fixed-simply supported는 두면이 접하는 부분은 단순지지로 나머지 3변은 고정으로 계산한 것이다. 이하 fixed-s.s로 칭한다. 결과로부터 두께가 두꺼울수록 경계조건은 단순지지에서 고정으로 갈수록 고유진동수는 높아지고 있다는 것을 알 수 있다.

Fig. 5는 연접하는 두 탄성판 중, 하나의 탄성판의 폭을 변화시켜 계산한 결과로서 최저차 고유진동수를 경계조건에 따라 나타낸 것이다. 탄성판의 두께는 0.002(m)로 계산 하였다. Fig. 6은 그 모드를 나타내고 있다.

Table 2 The lowest natural frequencies of a adjacent elastic plates in air(unit: Hz)

Thickness \ B.C	fix	simply supported	fixed-simply supported
0.001(m)	8.79	4.84	7.78
0.002(m)	17.58	9.69	15.56
0.003(m)	26.37	14.53	23.35
0.005(m)	43.95	24.22	38.91
0.01(m)	87.90	48.44	77.81

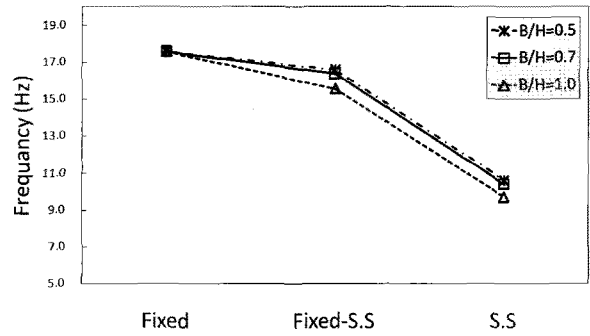


Fig. 5 The lowest natural frequencies of a adjacent elastic plates

Fig. 5와 Fig. 6에서 알 수 있는 것과 같이 연접하는 두 평판의 고유진동수는 폭의 변화와 더불어 4변 고정지지, 3변 고정-연접변 단순지지, 4변 단순지지 순으로 낮아지고 있다. 특히, 고정경계조건에서는 탄성판 하나의 고정경계조건과 같은 모드와 같은 고유진동수를 가지고 있다. 이것은 고정경계조건으로 인하여 한판이 연접판의 마운트 역할을 서로서로 하는 것으로 생각되어지며, 고유진동수가 낮은 폭 H/B=1.0의 판의 진동수가 최저차 고유진동수로서 나타나고 있는 것으로 생각할 수 있다. 고정경계조건 이외의 경계조건에서의 모드는 1차가 동상모드로, 2차는 역상모드로서 나타난다. 이것은 연접하는 두면이 역상모드일 때 서로의 회전변위를 구속하고 있기 때문에 고유진동수가 높아지기 때문이다.

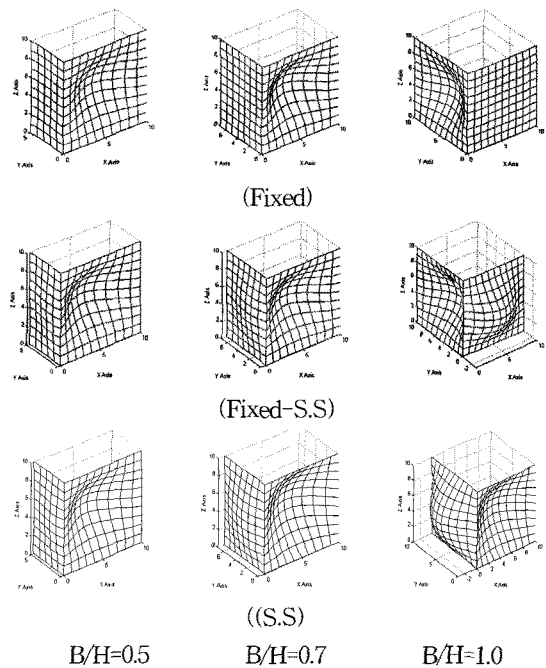


Fig. 6 The lowest natural modes of a adjacent elastic plates

3.2 접수시의 두께와 경계조건의 변화

먼저, 한 면만이 탄성판인 경우를 계산하여, Fig. 7과 Fig. 8에 고정경계조건과 단순지지경계조건일 때 최저차 고유진동수에 대한 부가질량효과를 식 (15) 를 이용하여 나타내어 보았다.

$$(f_{water})_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_i}{m_i + m_i^*}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon_i}} (f_{air})_i \quad (15)$$

여기서,  $k_i$ 는  $i$ 차의 모드 강성,  $m_i$ 는  $i$ 차의 모드 질량,  $m_i^*$ 는  $m_i$ 에 대한 모드 부가질량이고,  $\epsilon_i$ 는 부가질량 파라메타이다.

그래프에서 알 수 있는 것과 같이 낮은 수위에서는 폭이 작은 쪽이 부가질량 효과가 크지만, 수위가 높아질수록 다른 경향을 보이고 있다. 이것은 경계

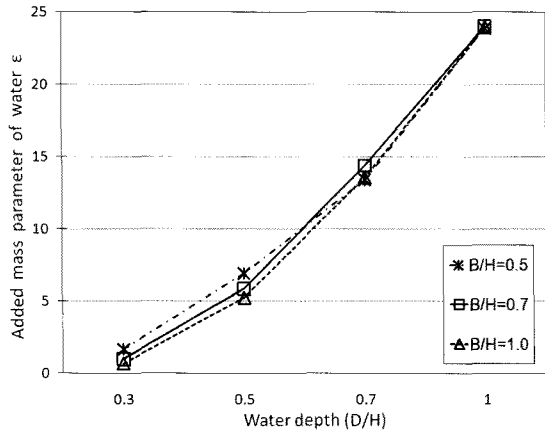


Fig. 7 Added mass parameter of water  $\epsilon$  in one plate (fixed boundary condition)

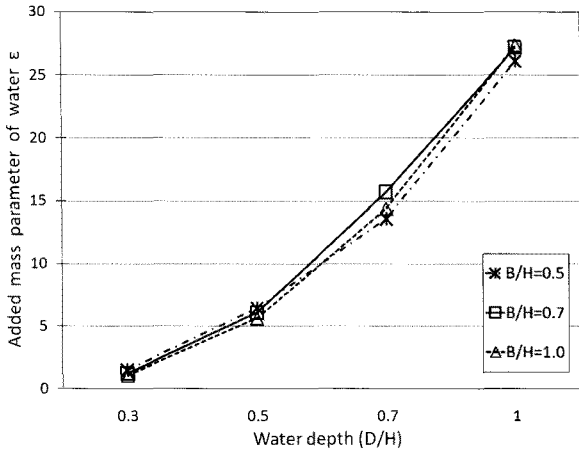


Fig. 8 Added mass parameter of water  $\epsilon$  in one plate (s.s boundary condition)

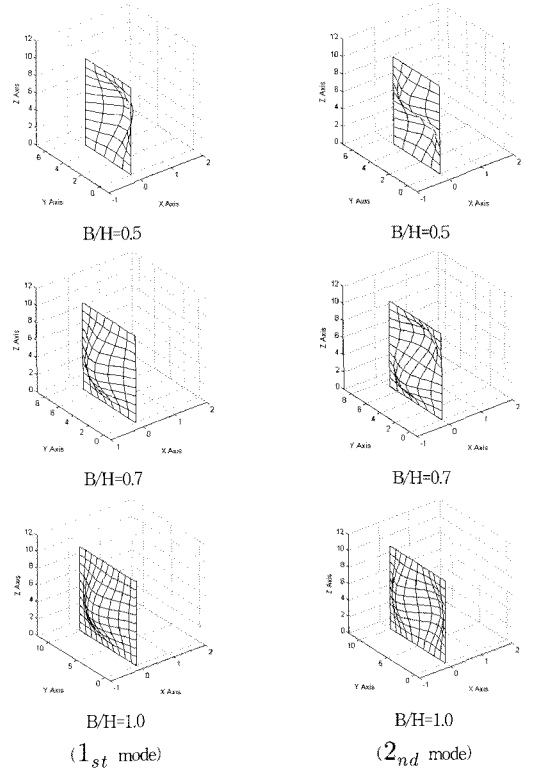


Fig. 9 Natural modes of a one elastic plates for changing breadth

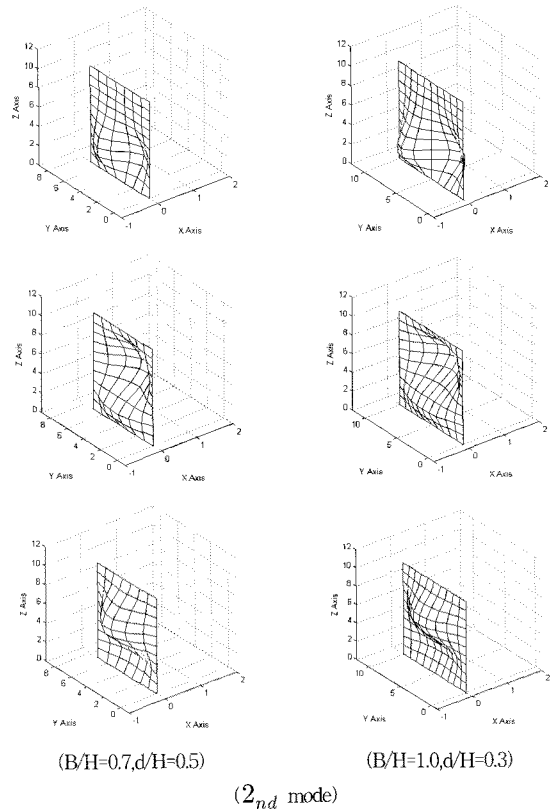


Fig. 10 Natural modes of a one elastic plates for changing breadth

조건에 관계없이 나타나고 있는데, 상대적으로 단순 지지 조건 일 때가 뚜렷한 현상을 보이고 있다. 그 이유는 유체의 체적과 탄성판의 면적, 그리고 경계 조건 때문인 것으로 생각할 수 있다. 즉, 탄성판의 면적이 작을수록 고유진동수는 높으며, 유체의 체적이 적기 때문에 부가질량 효과는 낮지만, 수위가 낮을수록 상대적으로 폭이 작은 쪽이 유체의 체적이 덜 줄어들기 때문에 부가질량효과는 높게 나타나고 있다고 생각할 수 있다.

Fig. 9는 비접수시의 폭에 따른 1차, 2차 고유 모드를 나타내고 있고, Fig. 10은 접수시의 2차 고유 모드를 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 접수시의 1차 모드는 모든 두께와 경계조건에서 비접수시의 1차 모드와 같은 변위를 보이고 있지만, 2차 모드의 경우는 비접수 일 때는  $B/H=0.5$ ,  $B/H=0.7$ 인 경우, 상하 1파장 모드,  $B/H=1.0$ 인 경우, 좌우 1파장 모드가 모든 두께에서 나타나고 있지만, 접수 일 때는 폭, 수위, 두께에 의해 상하 1파장 모드와 좌우 1파장 모드가 결정됨을 알 수 있다. 같은 폭, 같은 수위일 때 두께가 얇을수록 좌우 모드가 나타나고, 두께가 두꺼울수록 상하모드가 나타나고 있다는 것을 알 수 있다. 특히, 이러한 현상은 수위가 낮은 경우에 주로 나타나고 있는데, 이것은 수위가 낮을수록 유체의 움직임이 상하보다 좌우로 움직인다는 것으로 생각할 수 있다.

Fig. 11과 Fig. 12는 연접면이 모두 단순지지경계 조건이고, 나머지 3변이 단순지지경계조건인 경우와 고정경계조건인 경우의 부가질량 효과를 식(15)를 이용하여 각 수위에 대하여 계산한 결과이다. 그래프로부터 알 수 있는 것과 같이 수위가 낮을수록 부가질량의 효과는 낮기 때문에 폭이나 경계조건에

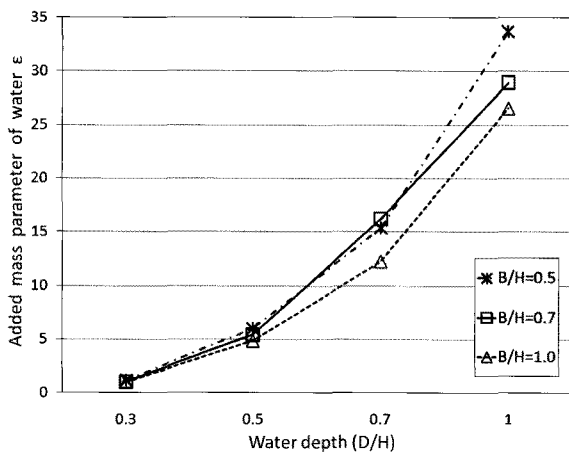


Fig. 11 Added mass parameter of water  $\epsilon$  in adjacent plate (s.s boundary condition)

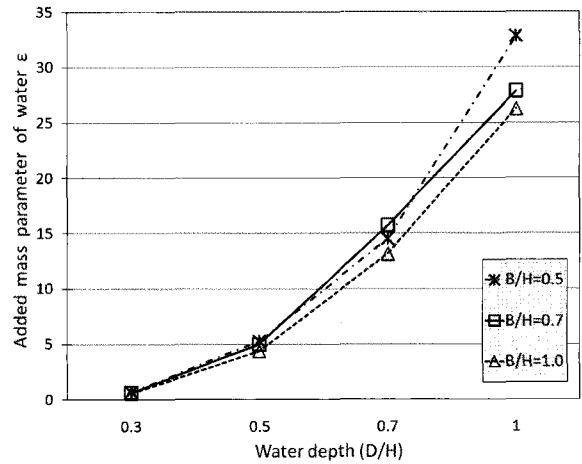


Fig. 12 Added mass parameter of water  $\epsilon$  in adjacent (fixed-s.s boundary condition)

관계없이 상대적으로 비슷한 값을 갖지만, 수위가 높아질수록 폭의 변화에 따른 부가질량의 효과가 차이가 나며, 그 크기는 일률적이지 않고 폭과 수위에 따라서 좌우된다.

Table 3, 4, 5에서는 각 폭에 대한 경계조건과 수위를 고려한 1차, 2차 모드를 정리 하였다. 표에 나타난 것과 같이 폭과 경계조건, 수위에 따라 1차, 2차 모드가 복잡하게 나타난다는 것을 알 수 있다. 부가질량 효과와 경계조건 영향의 대·소에 의해 동상모드가 먼저 나타나기도 하며, 역상모드가 먼저 나타나기도 한다. 표에서 반파장이라 함은 Fig. 4에서와 같이 사인 곡선의 반주기를 의미하며, 좌우 모드는 좌우로 1파장, 상하모드는 상하로 1파장, 대각 모드는 대각으로 1 파장을 의미한다.

Table 3 Natural modes of a adjacent elastic plates at  $B/H=0.5$

B.C d/H	Fixed		Fixed-S.S		S.S	
	1차	역상	0.5 대각	1.0 반파장	동상	
1.0	2차	0.5 반파장	0.5 반파장	0.5 반파장	1.0 대각	
		1.0 대각	1.0 대각	1.0 대각	1.0 대각	
0.7	1차	역상	0.5 대각	1.0 1파장	동상	
		0.5 반파장	0.5 반파장	0.5 반파장	1.0 반파장	
2차	1.0 대각	1.0 좌우	1.0 상하	1.0 상하		
	0.5	0.5 대각	1.0 반파장	동상		
0.5	1차	역상	0.5 대각	1.0 반파장	동상	
		0.5 반파장	동상		0.5 대각	
2차	1.0 대각	동상		1.0 좌우		
	0.3	0.5 좌우	0.5 반파장	0.5 반파장	1.0 좌우	
1차	역상	동상		동상		
	0.5 상하	1.0 좌우	1.0 좌우	1.0 좌우		
2차	0.5 좌우	0.5 반파장	0.5 반파장	1.0 좌우		
	1.0 상하	1.0 좌우	1.0 좌우	1.0 좌우		

Table 4 Natural modes of a adjacent elastic plates at B/H=0.7

B.C B/H	Fixed		Fixed-S.S		S.S	
1.0	1차	역상	역상		동상	
	2차	동상	동상		동상	
0.7	1차	역상	역상		동상	
	2차	동상	동상		동상	
0.5	1차	역상	역상		동상	
	2차	동상	동상		동상	
0.3	1차	역상	동상		동상	
	2차	동상	0.7	반파장	0.5	반파장
			1.0	1파장	1.0	대각

Table 3 Natural modes of a adjacent elastic plates at B/H=1.0

B.C B/H	Fixed		Fixed-S.S		S.S	
1.0	1차	역상	역상		역상	
	2차	동상	동상		동상	
0.7	1차	역상	역상		역상	
	2차	동상	동상		동상	
0.5	1차	역상	역상		동상	
	2차	동상	동상		역상	
0.3	1차	역상	동상		동상	
	2차	동상	역상		역상	

#### 4. 결 론

본 연구는 선박이나 해양구조물 등에 많이 배치되어 있는 여러 형태의 탱크구조물에서 진동이 원인으로 추정되는 피로손상이 자주 발생되고 있기 때문에, 탱크 구조물의 진동특성을 파악하는데 목적을 두었으며, 특히 선박의 탱크 구조물 중 많이 이용되고 있는 사각형 탱크 구조물의 진동 특성에 대한 기초 자료를 제공함을 목적으로 하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

1) 한 면만이 탄성판인 경우, 비접수에서 계산하여 보면, 폭이 작을수록, 두께가 두꺼울수록 모든 경계조건에서 고유진동수가 높아지는 것을 확인 할 수 있다. 그러나, 접수시에는 폭의 변화에 따라 최저차 고유진동수가 동일한 경향을 보이지 않고, 폭 변화와 더불어 경계조건, 두께에 따라 달라지므로 종합적으로 고려하여야 한다.

2) 탄성판이 연접하여 있는 경우, 비접수시에는 모든 경계조건에서 폭이 작을수록 최저차 고유진동수가 높게 나타나지만, 접수시에는 고정경계조건의 경우가 단순지지경계조건의 경우 보다 부가질량 효과가 낮아서 일반적으로 고유진동수를 높이는 경향이 있으나 수위와 폭의 관계에 따라 두 경계조건 모두 부가질량 효과가 항상 동일한 경향을 보이지 않기 때문에 설계시 고려되어야 한다.

이상으로 접수 탱크구조물의 진동특성을 경계조건과 두께의 변화를 통해서 결과를 도출해 내었으며, 기초 설계 단계에서 중요한 자료로 활용될 것으로 사료된다.

#### 후 기

본 연구는 2004년도 부경대학교 기성희 학술연구비 지원으로 수행된 연구결과임.

#### 참고문헌

1. T. Mazuch, J. Horacek, J. Trnka and J. Vesely, 1996, "Natural modes and frequencies of a thin clamped-free steel cylindrical storage tank partially filled with water: FEM and measurement", Journal of Sound and Vibration, Vol. 193(3), pp. 669-690.
2. M. Chiba, 1994, "Axisymmetric free hydroelastic vibration of a flexural bottom plate in a cylindrical tank supported on an elastic foundation", Journal of Sound and Vibration, Vol. 169(3), pp. 387-394.
3. J. R. Cho and J. M. Song, 2001, "Assessment of classical numerical models for the separate fluid-structure modal analysis", Journal of Sound and Vibration, Vol. 239(5), pp. 995-1012.
4. F. Kito, 1960, "On vibration of a rectangular tank filled with water", J. Soc. Naval Arch. of Japan, Vol. 106, pp. 75-82.
5. 西野 宏 外, 1995, "級數展開法による接水防撓板の振動特性に関する研究", 日本造船學會論文集, 第178号, pp. 371-379.
6. S. Bartlett, M. Winton and P. D. Clausen, 2001, "An added mass theory for the base

partially filled rectangular tank for use with FEA”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 246(2), pp. 211-223.

7. 배성용, 2005, “접수탱크구조 진동해석”, 한국동력기계공학회지, 제9권, 제4호, pp. 65-70.
8. 배성용, 2005, “부가질량 효과와 호흡모드를 고려한 구조-유체 연성진동해석”, 한국동력기계공학회지, 제9권, 제4호, pp. 71-76.