

# 승용차용 클러치 다이아프램 스프링의 축방향 강성해석 Axial Stiffness Analysis of a Clutch Diaphragm Spring in Passenger Cars

김정윤 · 김진곤 · 윤현중

J. Y. Kim, J. G. Kim and H. J. Yoon

(접수일 : 2010년 7월 12일, 수정일 : 2010년 11월 1일, 채택확정 : 2010년 11월 1일)

**Key Words :** Manual Transmission(수동변속기), Clutch(클러치), Diaphragm Spring(다이아프램 스프링), Belleville Spring(접시스템), Release Load(릴리스하중), Clamping Load(클램핑하중)

**Abstract :** This article deals with the numerical analysis results of stiffness of diaphragm spring used in the clutch of a manual transmission. In order to investigate the relationship of the force and displacement in a diaphragm spring, we have established a numerical model of diaphragm spring using a well-known analytic model of Belleville spring and a cantilever beam model for the finger part of diaphragm spring. Using the stress and strain relations of Belleville spring and cantilever beam, we propose the analytic equation of motion of diaphragm spring for the use of a clutch automated actuator in an automated manual transmission. The proposed analytic model represents the typical dynamic characteristics of diaphragm spring along with the release bearing travel. And it is characterized in a closed-form equation, therefore it can be used for the further study of development of actuator and control law of clutch automating mechanism.

## 1. 서 론

매년 증가되는 교통체증으로 인하여 빈번한 클러치 및 변속조작이 필요한 수동변속기에 비해 자동변속기 장착차량의 판매 비율이 높아지고 있다. 그러나 토크 컨버터를 사용하는 자동변속기는 토크 전달 용량이 커질수록 큰 동력손실로 인해 연비 성능이 떨어지며 복잡한 구조로 인해 원가 상승의 요인이 되는 단점이 있다. 이에 비해 수동변속기는 전달 효율 및 연비 성능이 우수하며 가격이 저렴한 장점을 가지고 있어 수동변속기의 장점과 자동변속기의 장점을 결합한 자동화 수동 변속기 연구 개발이 국내외 자동차회사를 중심으로 진행되고 있다.

이와 관련하여 국내에서는 자동화 수동 변속기의 선행연구로 수동변속기의 동특성 해석과 변속제어 알고리즘인 변속시점의 결정을 위한 시뮬레이션 프로그램 등의 개발이 이루어졌다. 그러나 핵심 부품

인 액추에이터와 변속제어장치(TCU), 전자식 변속레버에 대한 연구는 다수 발표되고 있으나<sup>1)</sup> 기능구현 단계로 상용화한 예는 아직 없는 실정이다. 본 연구에서는 이러한 자동화 수동변속기의 핵심요소인 클러치 액추에이터 자동화를 위한 다이아프램 스프링의 축방향 강성에 대한 이론적 모델을 고찰한다.

수동 변속기 및 자동화 수동 변속기의 변속품질은 변속에 관여하는 클러치의 결합과 해제 시 발생하는 과도상태가 크게 좌우한다. 따라서 수동변속기에 장착되는 다이아프램 스프링의 동특성 해석과 변위, 힘 관계의 해석이 필요하며 이에 관련하여 많은 연구결과가 발표되어 있다.<sup>2~7)</sup> 기존의 연구는 다이아프램 스프링의 평거부를 단순 지렛대로 모델링하여 접시스템(belleville spring)의 하중 해석결과로 나타나는 클램핑 하중을 접시스템 반경방향 길이에 대한 평거부의 길이비 만큼 곱하여 계산하는 것이 일반적이나 본 연구에서는 평거부를 외팔보로 모델링하여 릴리스 베어링의 변위와 릴리스 하중, 클램핑 하중과의 관계를 이론적으로 해석하고 실험치와 비교하였다.

---

김정윤(교신저자) : 대구가톨릭대학교 기계자동차공학부  
E-mail : kjungyun@cu.ac.kr, Tel : 053-850-2714  
김진곤, 윤현중: 대구가톨릭대학교 기계자동차공학부

## 2. 클러치 다이아프램 스프링

자동차용 수동변속기의 클러치는 클러치 디스크, 클러치 커버, 압력판, 플라이 휠, 릴리즈 베어링 그리고 원추형 판스프링의 일종인 다이아프램 스프링으로 이루어져 있다. 다이아프램 스프링은 원추형 스프링의 한쪽에 홈을 낸 형태를 취하고 있으며 그 기하학적 형태를 변화시켜 여러 특성의 스프링이 제안되기도 하였다.

수동변속기 클러치에 부착되어 있는 다이아프램 스프링은 클러치의 압력판이 접촉하고 있는 접시 스프링과 릴리스 베어링이 접촉하는 부분인 평거부분으로 구분할 수 있다(Fig. 1). 본 연구에서 평거부는 외팔보 형태의 빔 모델로 구성하여 다이아프램 스프링의 전체 자유물체도를 나타내면 Fig. 2와 같다. 수동변속기용 클러치에 사용되는 다이아프램 스프링에는 지지점(pivot)이 있는데 다이아프램 스프링은 지지점이 접시스프링 부위의 한쪽 부근에 있고, 릴리스 하중은 평거의 끝 부근에, 그리고 클램핑 하중은 원추 부분의 바깥쪽 가장자리 부근에 있다.

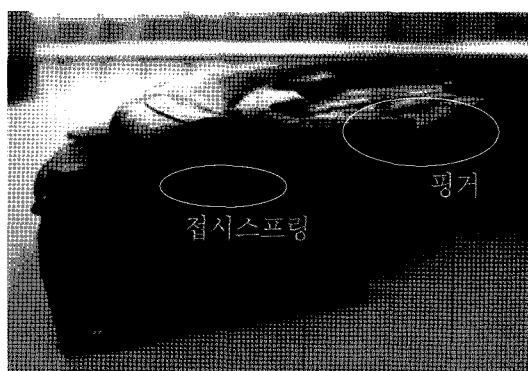


Fig. 1 Cross section view of a clutch diaphragm spring

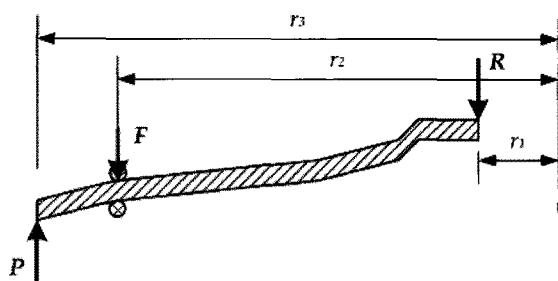


Fig. 2 Free body diagram of a diaphragm spring

Fig. 2에서 다이아프램 스프링과 릴리스 베어링이 접촉하는 부분에 작용하는 하중(release load)을

$R$ 이라 하고, 클러치 하우징과 다이아프램 스프링이 접촉하고 있는 피봇부위에 작용하는 반력을  $F$ , 클러치의 압력판에서 작용하는 하중(Clamping load)을  $P$ 로 하였다. 또한 각 부위의 변속기 입력축을 기준으로 한 기하학적 반경을  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ 로 표시하였다.

Fig. 2의 자유 물체도를 이용하여 다이아프램 스프링을 접시스프링과 릴리스베어링이 접촉하는 평거부를 외팔보로 각각 분리하여 외력을 표시하면 다음 그림 Fig. 3과 같다. 여기서, 분리된 자유 물체도에서 피봇부의 내우력(internal moment)을  $M$ , 릴리스베어링의 축방향 변위(release travel)를  $v$ , 클러치 압력판의 축방향 변위를  $d$ 로 하였다.

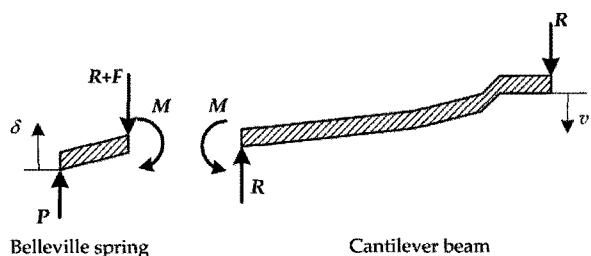


Fig. 3 Separated free body diagrams

## 3. 다이아프램 스프링의 하중-변위 해석

### 3.1 접시스프링의 하중과 변형관계

접시스프링(belleville spring)의 변위-하중관계에 대해서는 많은 이론적 해석결과가 보고되었지만 Almen과 Laszlo의 연구결과<sup>2)</sup>가 가장 일반적으로 사용되고 있다. 하지만 이와 비슷한 많은 연구결과는 접시스프링의 원추형 부분의 변형은 없다는 Timoshenko의 가설에 바탕을 두고 있으며 실제로 접시스프링의 원뿔모양이 변형을 일으켜 뒤집어지는 대변형 문제를 보완하기 위하여 유한요소법을 이용하거나 마찰모델을 사용한 연구결과도 발표되고 있다<sup>3~5)</sup>. 본 연구에서는 수동변속기에 사용되는 다이아프램 스프링의 수학적 모델을 수립하기 위하여 접시스프링의 하중과 변위관계는 피봇부위의 마찰을 고려하지 않고 다음과 같이 모델링 하였다.

접시스프링에 작용하는 외력(클램핑 하중:  $P$ )은 Fig. 3의 분리된 자유 물체도에서 나타난 바와 같이 피봇부에서 나타나는 외력( $F$ )과 모멘트( $M$ )으로 표시할 수 있다(Fig. 4). 이를 릴리스 하중( $R$ )과 클램핑 하중( $P$ )의 관계로 표시하면 다음 식과 같다.

$$P = R + F = \frac{r_2 - r_1}{r_3 - r_2} R \quad (1)$$

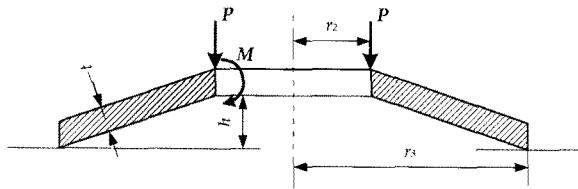
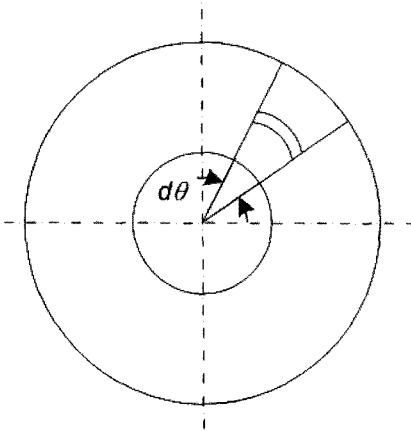
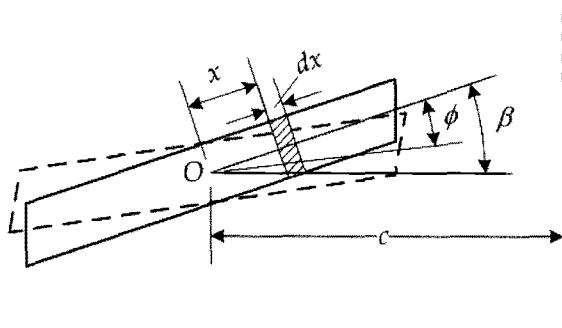


Fig. 4 Free body diagram of a Belleville spring

접시스프링의 응력과 변형률관계를 구하기 위해 사용한 접시스프링의 좌표계와 변형률 관계는 Fig. 5와 같다.



(a) Axial view of a Belleville spring



(b) Deformation of a Belleville spring

Fig. 5 Deformation diagram of a Belleville spring

마찰을 고려하지 않고 접시스프링의 변형은 없다는 Timoshenko의 가정을 이용하여 접시스프링의 응력과 변형률을 표시하면 다음과 같다(2)~(3). 접시스프링은 피봇부를 중심으로 회전 운동하며 단면은 변화가 없다고 가정하였다. 또한 반경 방향 응력이 접선 방향 응력과 비교하여 적으므로 무시하였다.

$$\varepsilon = -\frac{x\phi(\beta - \frac{\phi}{2})}{c-x} \quad (2)$$

$$\sigma = \frac{E}{1-\mu^2} \varepsilon = -\frac{Ex\phi(\beta - \frac{\phi}{2})}{(1-\mu^2)(c-x)} \quad (3)$$

위의 응력과 변형률 관계를 이용하여 O점에서의 모멘트를 구하면 다음 식(4)~(5)와 같다.

$$M_O = \frac{E\phi}{1-\mu^2} \left[ \left( \frac{r_3^2 - r_2^2}{2} - \frac{(r_3 - r_2)^2}{\ln \frac{r_3}{r_2}} \right) (\beta - \phi) \left( \beta - \frac{\phi}{2} \right) t + \frac{t^3}{12} \ln \frac{r_3}{r_2} \right] d\theta \quad (4)$$

$$\beta \approx \frac{h}{r_3 - r_2}, \phi = \frac{\delta}{r_3 - r_2} \quad (5)$$

여기에서 앞서 구한 접시스프링에 작용하는 외력  $P$ 를 이용하여 O점에서의 외력 모멘트를 계산하면 식(6)과 같다.

$$M_O = \frac{P(r_3 - r_1)d\theta}{2\pi} + M = \frac{P(r_3 - r_2)d\theta}{2\pi} + \frac{R(r_2 - r_1)d\theta}{2\pi} = \frac{P(r_3 - r_2)d\theta}{\pi} \quad (6)$$

위 식(6)의 모멘트 평형을 이용하여 접시스프링의 끝단의 변위인 압력판 변위( $d$ )와 클램핑 하중(clamping load)  $P$  와의 관계를 정리하면 다음 식(7)과 같다.

$$P = C_1 \delta (h - \delta) (h - \frac{\delta}{2}) + C_2 \delta \quad (7)$$

여기서,

$$C_1 = \frac{\pi \cdot E \cdot t}{r_2^2 \cdot (\alpha - 1)^3 \cdot (1 - \mu^2)} \left( \frac{\alpha + 1}{2} - \frac{\alpha - 1}{\ln \alpha} \right),$$

$$C_2 = \frac{\pi \cdot E \cdot t^3 \cdot \ln \alpha}{12r_2^2 \cdot (\alpha - 1)^2 \cdot (1 - \mu^2)}, \frac{r_3}{r_2} = \alpha \text{ 이다.}$$

### 3.2 핑거부의 외팔보 모델을 이용한 변위-하중관계

본 연구에서 다이아프램 스프링의 핑거부는 앞서 언급한 바와 같이 외팔보모델을 사용하여 모델링하였으며, 일정한 두께를 가지고 반경방향으로 테이퍼진 단면부로 가정하였다(Fig. 6). 기존의 연구들은 대부분 다이아프램 스프링의 접시스프링에 대한 하중과 변형관계식을 유도하고, 핑거부분은 단순 지지보로 가정하여 얻은 처짐량과 접시스프링의 변위를 더하여 릴리스베어링의 변위를 계산하고 있다<sup>2~7)</sup>. 그러나 본 연구에서는 핑거부를 외팔보로 모델링하여 빔의 외력과 경계조건을 고려한 처짐량을 계산하고 이를 접시스프링의 하중-변형관계식에 적용하였다.

이러한 형상에 대해 외팔보 해석에 필요한 관성 모멘트와 외력  $R$ 에 대한 빔관계식, 경계조건을 정리하면 다음과 같다.

$$I(x) = \frac{h^3}{12} b(x) = \frac{2\pi \cdot h^3}{12N} (r_2 - x) \quad (8)$$

$$EI(x) \frac{d^2v}{dx^2} = M_b = R(r_2 - r_1 - x) \quad (9)$$

$$\frac{dv}{dx} \Big|_{x=0} = \phi = \frac{\delta}{r_3 - r_2}, v \Big|_{x=0} = 0 \quad (10)$$

여기서  $N$ 은 평거부의 개수이다.

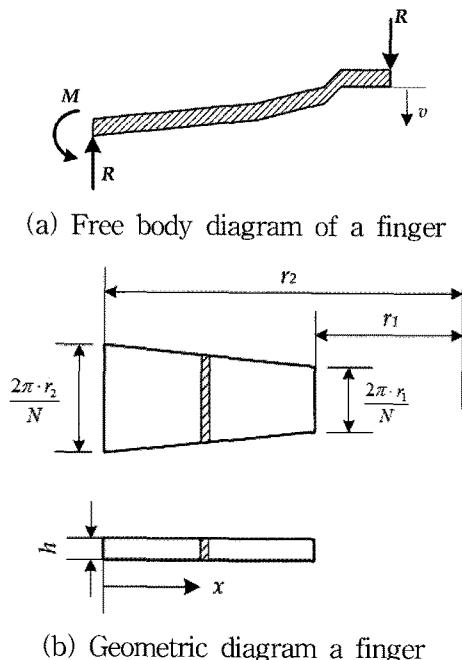


Fig. 6 Finger in a diaphragm spring

경계조건(10)과 빔모멘트 식(9)을 반경방향으로 적분하면 다음과 같이 릴리스 베어링 변위( $v$ )와 접시스프링 변위( $d$ ), 릴리스 하중( $R$ )의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v \Big|_{x=r_2-r_1} = \frac{6N \cdot R}{\pi \cdot E \cdot h^3} \left[ r_2^2 - 3r_1 \cdot r_2 + 2r_1^2 + r_1^2 \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \right] + \frac{\delta}{r_3 - r_2} (r_2 - r_1) \quad (11)$$

앞서 구한 클램핑 하중( $P$ )과 릴리스 하중( $R$ )의 관계를 나타내는 식(1)과 접시스프링의 하중과 변위 관계식 (7), 평거부의 하중과 변위관계식 (11)을 조합하면 릴리스 베어링 변위에 대한 접시스프링의 변위, 릴리스 하중을 계산할 수 있다.

#### 4. 강성 실험 및 수치해석 결과

##### 4.1 다이아프램 스프링의 축방향 강성 실험 해석결과의 타당성을 검증하기 위하여 수동변속

기 클러치 다이아프램 스프링의 축방향 강성 실험을 다음과 같이 수행하였다. 실험에 사용한 다이아프램 스프링의 제원은 Table 1과 같다.

Table 1. Specifications of the diaphragm spring

Finger tip distance from axial center( $r_1$ )	0.022 m
Pivot point distance from axial center( $r_2$ )	0.071 m
Clutch plate contact point distance from axial center( $r_3$ )	0.0893 m
Thickness of a finger( $h$ )	0.005 m
Thickness of a Belleville spring( $t$ )	0.00233 m
Young's modulus( $E$ )	200 GPa
Poisson's ratio( $\mu$ )	0.2
Number of fingers( $N$ )	18

다이아프램 스프링의 압축시험은 Instron 4467 장비를 이용하였으며, 헤드스피드를 분당 3 mm의 준정적(quasi-static) 조건으로 정하여 시험을 수행하였다. 기본적인 디스크 형상의 압축스프링의 3차 곡선 형상결과를 확인하기 위해 스프링의 한계치인 20 mm 수준으로 시험기를 세팅하였으며, 축방향 하중을 측정하기 위하여 스트레인 게이지를 부착하였다(Fig. 7).

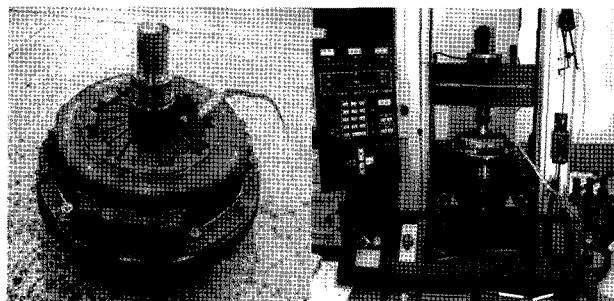


Fig. 7 Axial stiffness test

준정적 조건으로 압축시험을 실시한 결과, 다이아프램 스프링 안쪽 릴리스 베어링 선단부에 작용시킨 축 방향 하중(릴리스 하중)과 축 방향 변위(릴리스 베어링 변위)의 관계는 Fig. 8과 같이 3차 곡선 형태로 나타남을 확인할 수 있었다. 또한 최대 22 mm 수준까지 압축변형이 진행되었다가 압축량을 줄여가며 초기의 무부하 상태로 돌아오는 하중 조건에서 히스테리시스의 특성이 나타남을 확인할 수 있다. 여기서 두 곡선 사이의 폐곡선으로 둘러싸인 영역의 면적은 한주기의 클러치 작동이 일어날 때

마찰에 의해 소산되는 기계적 에너지이다.

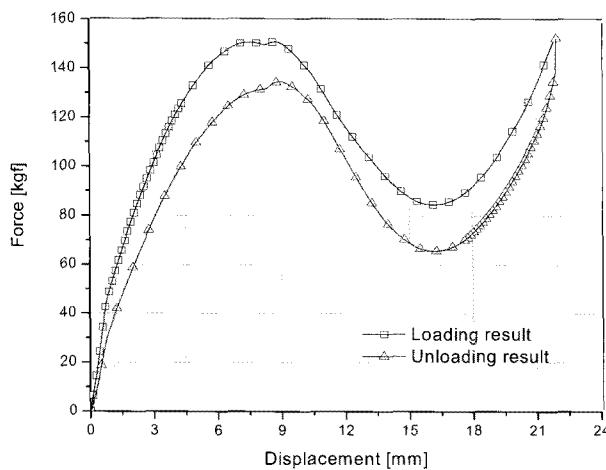


Fig. 8 Test result of axial stiffness

#### 4.2 수치해석 결과

3장에서 구한 식을 이용하여 릴리스 베어링 변위에 대해 릴리스 하중을 실험결과와 비교하여 표시하면 Fig. 9와 같다. 그림에서 보는 바와 같이 해석결과는 다이아프램 스프링의 고유 강성특성인 3차 곡선 형태를 나타내고 있으며, 실험결과와 그 값이 잘 일치함을 확인할 수 있다.

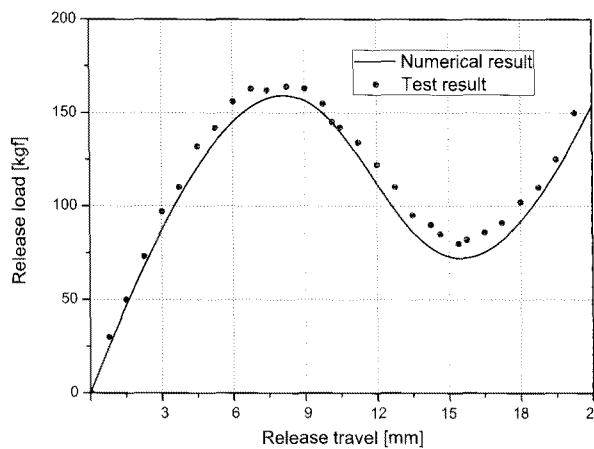


Fig. 9 Numerical result of release load

릴리스 베어링 변위에 대해 릴리스 하중과 클램핑 하중을 구해보면 Fig. 10 과 같다. 클램핑 하중은 클러치 면이 결합하는 압력판에 작용하는 하중으로, 본 연구에서는 평거부를 외팔보로 모델링하였기 때문에 그림에서 나타난 바와 같이 릴리스 베어링의 변위와 압력판의 축방향 변위는 단순한 직선 형태가 아닌 곡선으로 표시된다(Fig. 11).

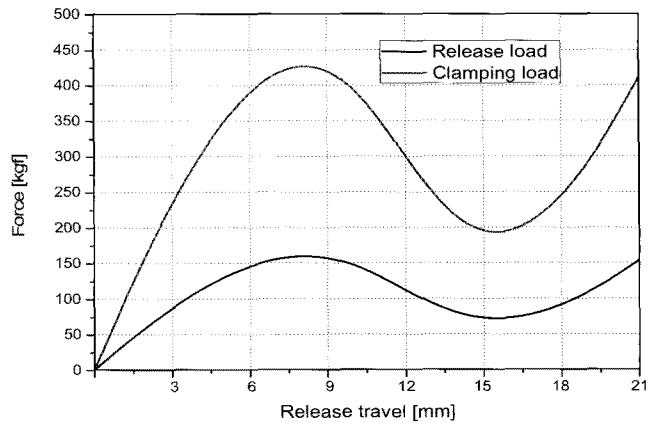


Fig. 10 Release load and clamping load

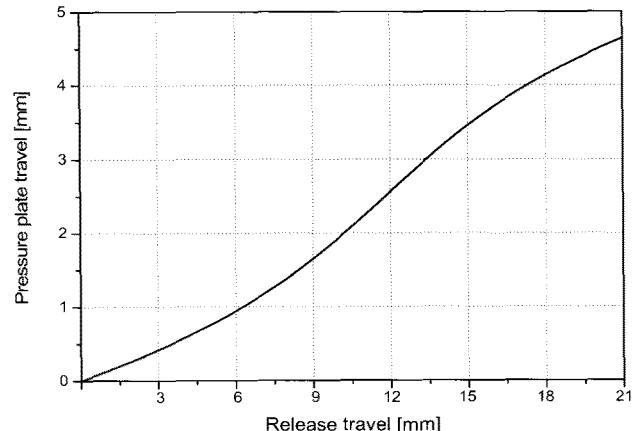


Fig. 11 Release travel and pressure plate travel

#### 4. 결론

기존의 수동변속기용 클러치의 다이아프램 스프링의 축방향 강성해석은 다이아프램 스프링의 평거부를 단순 지렛대로 모델링하여 접시스프링의 하중해석결과로 나타나는 클램핑 하중을 접시스프링 반경방향 길이에 대한 평거부의 길이비 만큼 곱하여 계산하는 것이 일반적이었다. 하지만 본 연구에서는 기존의 연구와는 달리 다이아프램 스프링의 평거부를 외팔보로 모델링하여 릴리스 베어링의 변위와 릴리스 하중, 클램핑 하중과의 관계를 이론적으로 해석하고 실험치와 비교하였다. 본 연구에서 수행한 주요 연구결과를 정리하면 다음과 같다.

- 1) 수동변속기에 사용되는 클러치의 주요구성부품인 다이아프램 스프링의 축방향 강성특성을 해석하기 위해 belleville spring과 cantilever beam으로 구성된 수학적 모델을 개발하였다.
- 2) 기존의 연구는 다이아프램 스프링의 평거부를

단순 지렛대로 모델링하여 클램핑 하중을 접시스프링 반경방향 길이에 대한 평거부의 길이비 만큼 곱하여 계산하는 것이 일반적이나 본 연구에서는 평거부를 외팔보로 모델링하여 릴리스 베어링의 변위와 릴리스 하중, 클램핑 하중과의 관계를 분석하였다.

3) 새로 개발한 다이아프램 스프링의 강성해석모델을 이용하여 수치적 해석결과를 제시하였으며, 이를 실험결과를 이용하여 검증하였다. 본 해석결과는 다이아프램 스프링의 설계에 이용할 수 있으며, 향후 수동변속기 장착 차량의 Shift-By-Wire 기술 등에 이용할 수 있다.

## 후 기

본 연구는 2010년도 대구가톨릭대학교 교내연구비 지원에 의한 것입니다.

## 참고문헌

1. J. Y. Kim, et. al., 2007, "Development of Shift-By-Wire System for an Automatic Transmission Equipped Vehicle," Transactions of the KSAE, Vol. 15, No. 4, pp. 41~46.
2. J. O. Almen and A. Laszlo, 1936, "The Uniform-Section Disk Spring," Transactions of the ASME, Vol.58, pp. 305~315.
3. G. Curti and R. Montanini, 1999, "On the Influence of Friction in the Calculation of Conical Disk Springs," Journal of Mechanical Design, Vol. 121, pp. 622~627.
4. C.-Y. Lee, et. al., 2000, "Finite Element Analysis and Optimal Design of Automotive Clutch Diaphragm Spring," Transactions of the KSME, Vol. 24, No.6, pp. 1616~1623.
5. Y. Doman, T. Fujii, K. Okubo and H. He, 2003, "Influence of Residual Stress on the Load-Deflection Curve of Diaphragm Springs for Automotive Clutches," JSAE Review, Vol. 24, pp. 197~203.
6. B. Lee, 2006, "Load Characteristics and Sensitivity Analysis for an Automotive Clutch Diaphragm Spring," Transactions of KSAE, Vol. 14, No. 1, pp. 54~59.
7. B. Lee, 2008, "Automotive Manual Transmission Clutch System Modeling for Foot Effort Hysteresis Characteristics Prediction," Transactions of KSAE, Vol. 16, No. 5, pp. 164~170.
8. S. J. Lee and J. H. Kim, 2003, "A Study on the Stiffness of Frustum-shaped Coil Spring," Journal of the Korea Society For Power System Engineering, Vol. 7, No. 4, pp. 49~54.