

모드 주파수를 이용한 모델 개선 과정에 대한 연구

A Study on the Model Updating Procedures Using Modal Frequencies

장인식^{1,✉}
Insik Jang^{1,✉}

¹ 홍익대학교 기계정보공학과 (Department of Mechanical and Design Engineering, Hongik Univ.)

✉ Corresponding author: isjang@hongik.ac.kr, Tel:041-860-2608

Manuscript received: 2009.8.13 / Revised: 2009.11.25 / Accepted: 2009.12.10

It is important to make a mechanical structure precisely and reasonably in predicting the dynamic characteristics, controlling the vibration, and designing the structure dynamics. In finite element analysis model updating is appropriate as the design parameter is used to analyze the dynamic system. The errors can be contained from the physical parameters and the element modeling. From the dynamic test, more precise dynamic characteristics can be obtained. In this paper, model updating algorithm is developed using frequency difference between experiment and calculation. Modal frequencies are obtained by experiment and finite element analysis for beams with various cross section and shapes which have added masses and holes in the middle. For plates with and without groove, experiment and analyses are carried out by applying free boundary conditions as well. Mass and stiffness matrices are updated by comparing test and analytical modal frequencies. The result shows that the updated frequencies become closer to the test frequencies in case that both matrices are updated. An improved analytical model is obtained by changing model parameters such that the discrepancy between test and finite element frequencies is minimized. For beam and plate models updating of mass and stiffness matrices can improve the dynamical behavior of the model by acting on the physical parameters such as masses and stiffness.

Key Words: Model Updating Procedure (모델개선과정), Finite Element Analysis (유한요소해석), Vibration Test (진동실험), Modal Frequency (모드주파수), Mass Matrix (질량행렬), Stiffness Matrix (강성행렬)

기호설명

\overline{E} : Young's modulus
 \overline{K}_e : element stiffness matrix
 \overline{K}_U : updated stiffness matrix
 \overline{K}_A : original stiffness matrix
 \overline{M}_e : element mass matrix
 \overline{M}_U : updated mass matrix
 \overline{M}_A : original mass matrix
 P_j : j-th parameter for updating

λ_T : natural frequency from experiment
 λ_A : natural frequency from finite element analysis
 ρ : mass density
 Φ_A : eigenvector

1. 서론

정확한 수학적인 구조모델은 물체의 거동을 예측하거나 진동제어 등에서 매우 중요하다. 유한요소법이 구조 해석에서 가장 널리 사용되는 방법

이지만 모델링을 하는 가운데 물리적인 파라미터나 경계조건에 근사치에서 부정확한 요소를 포함함으로써 해석과 실험결과에 커다란 차이를 나타낼 수도 있다. 복잡한 구조물의 동적 특성은 실험으로부터 얻을 수 있지만 측정의 부정확성이나 노이즈에 의한 데이터 왜곡으로 인하여 부정확한 결과를 초래할 수도 있다. 실험결과를 이용한 해석에서의 오차는 실제 물리적인 거동을 기술할 수 없는 구조물의 모델링 오차, 연속적인 구조물에 대한 이산화 과정에서 불충분한 자유도로부터 생기는 모델 차수 오차, 부정확한 파라미터로부터 생기는 모델 파라미터 오차가 있다. 모델 개선은 파라미터를 예측하고 개선하는 방법으로써 여러 분야에서 연구되어 왔는데 실제 실험 모델을 근거로 한 계산을 정당화시키기 위해서 필요한 작업이 되었다.^{1,2} 엄밀한 동적요소를 이용하여 균일하지 않은 단면형상을 가지는 연속보 구조물에 대한 엄밀해 모드해석을 수행하는 해법을 제시한 연구도 있으며,³ 이외에도 많은 방법이 연구되어 왔는데 고유해를 개선하기 위하여 고유 주파수와 고유 모드를 이용한 개선 방법이 제시되었고,⁴ 모델 개선을 위하여 이산화 오차를 다루거나,⁵ 감쇠된 회전변위를 측정함으로써 모델개선특성을 조사하기 위하여 주파수응답함수를 사용한 경우도 있다.⁶ 형상변화나 측정 오차를 가진 빔에서 파라미터 변화를 고려한 모델 개선법도 있었으며,⁷ 모델 개선에 질량과 강성행렬의 직접적인 변화를 적용한 경우에 대한 효용성을 다룬 연구 결과도 있다.⁸ 이들 방법에서 파라미터 모델 개선은 디자인 파라미터가 직접적으로 주어진다. 측면에서 유한요소법에서 매우 적합한 개선방법이다. 유한요소 해석에서 디자인 파라미터는 영률(Young's modulus)이나 질량과 같은 재료 특성, 관성모멘트와 같은 기하학적인 특성 등이 있다.

본 연구에서는 다양한 형태의 빔과 평판을 대한 고유주파수를 실험으로 측정하고 유한요소해석으로 계산할 값을 비교하여 질량, 강성행렬을 변경함으로써 해석모델을 개선하는 알고리즘을 개발하고 그 효용성을 검증하고자 한다.

2. 모델개선 과정

2.1 유한요소모델링

디자인 파라미터 개선은 유한요소 모델링에 있어서 가장 적합한 방법인데 개선 가능한 디자인 파라미터는 유한요소모델에서 어떠한 입력 파라미

터도 될 수 있다. 본 연구에서는 빔과 평판을 이용하여 모델 파라미터 개선법의 정확성을 검증한다. 유한요소해석을 위한 빔과 평판의 요소 질량행렬 및 강성행렬을 다음과 같이 나타내었다.

$$\bar{M}_e = \rho a m \bar{m} \quad (1)$$

$$\bar{K}_e = E \beta \bar{k} \quad (2)$$

여기서 \bar{M}_e 와 \bar{K}_e 는 각각 요소 질량 및 강성행렬을 나타낸다. E 는 영률 ρ 는 밀도, α 와 β 는 질량과 강성행렬을 구성하는 보조적인 계수를 나타낸다. \bar{m} 과 \bar{k} 는 질량과 강성행렬에서 추출된 일종의 행렬이다. E 와 ρ 는 모델 개선의 파라미터로 이용될 것이다.

2.2 파라미터 변경 방정식의 유도

해석 및 실험 결과를 근거로 한 모델개선을 수행하는데, 합성된 질량과 강성행렬에 대한 개선모델과 초기 해석 모델과의 관계를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\bar{M}_U = \bar{M}_A + \Delta \bar{M} = \bar{M}_A + \sum \frac{\partial \bar{M}}{\partial P_j} \Delta P_j \quad (3)$$

$$\bar{K}_U = \bar{K}_A + \Delta \bar{K} = \bar{K}_A + \sum \frac{\partial \bar{K}}{\partial P_j} \Delta P_j \quad (4)$$

여기서 \bar{M} 과 \bar{K} 는 합성된 질량과 강성행렬을 각각 나타낸다. U 는 개선된 모델을 나타내는 첨자이며 A 는 원래 해석 모델을 나타내기 위한 첨자이다. 파라미터의 변화는 다음 식(5)로 나타낼 수 있다.

$$\Delta P_j = P_{Uj} - P_{Aj}, \quad j=1,2,\dots,N_p \quad (5)$$

개선된 해석 모델과 측정 모델로부터 계산되는 동적인 변수의 차이는 다음의 유수(residue)로 나타낼 수 있다.

$$R(\Delta P) = y_U(\Delta P) - y_T \quad (6)$$

개선된 모델로부터 계산된 동적인 변수는 테일러 급수 전개를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_U(\Delta P) \approx y_A + \sum \frac{\partial y}{\partial P_j} \Delta P_j \quad (7)$$

식(6)과 식(7)을 조합하여 유수를 정리하면,

$$R(\Delta P) \approx y_A + \sum \frac{\partial y}{\partial P_j} \Delta P_j - y_T \quad (8)$$

디자인 파라미터 수정치 ΔP 를 계산하기 위하여 최소 자승법을 이용 하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\sum \frac{\partial y}{\partial P_j} \Delta P_j \approx y_T - y_A \quad (9)$$

일반적으로 고유치와 고유벡터가 파라미터 개선을 유도하기 위한 동적인 변수로 선택된다. 식(9)에서 동적인 변수로 고유치를 선택하면 고유치의 차이는 파라미터의 변화로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} \Delta P_j \approx \lambda_T - \lambda_A = \Delta \lambda \quad (10)$$

고유치의 미분값은 다음의 고유치 문제를 디자인 파라미터 P_j 에 대하여 미분함으로써 나타낼 수 있다.

$$(\bar{K}_A - \lambda_A \bar{M}_A) \Phi_A = 0 \quad (11)$$

$$(\bar{K}_A - \lambda_A \bar{M}_A) \frac{\partial \Phi_A}{\partial P_j} = \frac{\partial \lambda_A}{\partial P_j} \bar{M}_A \Phi_A - \left(\frac{\partial \bar{K}_A}{\partial P_j} - \lambda_A \frac{\partial \bar{M}_A}{\partial P_j} \right) \Phi_A \quad (12)$$

식(12)에 Φ_A^T 를 곱하고 정리하면

$$\sum \frac{\Phi_A^T \left(\frac{\partial \bar{K}_A}{\partial P_j} - \lambda_A \frac{\partial \bar{M}_A}{\partial P_j} \right) \Phi_A}{\Phi_A^T \bar{M}_A \Phi_A} \Delta P_j \approx \Delta \lambda \quad (13)$$

영률을 디자인 파라미터로 취하면 개선된 강성 행렬은 식(2)와 식(4)를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{K}_U = \bar{K}_A + \frac{\bar{K}_A}{E} \Delta E = E \beta \bar{k} + \beta \bar{k} \Delta E = \beta (E + \Delta E) \bar{k} \quad (14)$$

마찬가지로 질량행렬은 밀도를 디자인 파라미터로 취하고 식(1)과 식(3)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{M}_U = \alpha (\rho + \Delta \rho) \bar{m} \quad (15)$$

식(14)와 식(15)에서 개선된 행렬은 ΔE 와 $\Delta \rho$ 를 계산함으로써 얻을 수 있다.

$$\frac{\Phi_j^T \beta \bar{k} \Phi_j}{\Phi_j^T \bar{M}_A \Phi_j} \Delta E - \frac{\Phi_j^T \lambda_{iA} \alpha \bar{m} \Phi_j}{\Phi_j^T \bar{M}_A \Phi_j} \Delta \rho = \lambda_{iT} - \lambda_{iA} \quad (16)$$

$$\frac{1}{E} \frac{\Phi_j^T \beta E \bar{k} \Phi_j}{\Phi_j^T \bar{M}_A \Phi_j} \Delta E - \frac{\lambda_{iA}}{\rho} \frac{\Phi_j^T \rho \alpha \bar{m} \Phi_j}{\Phi_j^T \bar{M}_A \Phi_j} \Delta \rho = \lambda_{iT} - \lambda_{iA} \quad (17)$$

식(17)로부터 $\lambda_i = \frac{\Phi_i^T \bar{K}_A \Phi_i}{\Phi_i^T \bar{M}_A \Phi_i}$ 를 추출하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\lambda_{iA}}{E} \Delta E - \frac{\lambda_{iA}}{\rho} \Delta \rho = \lambda_{iT} - \lambda_{iA} \quad (18)$$

식(18)을 λ_{iA} 로 나누면 식(19)가 되는데 이를 이용하여 질량행렬과 강성행렬을 동시에 개선하는 파라미터 변경 값을 계산할 수 있다.

$$\frac{\Delta E}{E} - \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\lambda_{iT} - \lambda_{iA}}{\lambda_{iA}} \quad (19)$$

파라미터 변경 값 ΔE 와 $\Delta \rho$ 는 하나의 방정식에서 결정할 수 없으므로 식(19)의 우측 항의 계산 값을 좌측항의 파라미터 변화율에 각각 동일하게 분포하는 것으로 한다. \bar{K}_A 만을 개선하고자 할 때에는 ΔE 는 다음 식으로 나타내며

$$\Delta E = \frac{E}{\lambda_{iA}} (\lambda_{iT} - \lambda_{iA}) \quad (20)$$

\bar{M}_A 만을 개선하고자 할 때 $\Delta \rho$ 는 다음 식으로 나타낸다.

$$\Delta\rho = \frac{\rho}{\lambda_{iA}}(\lambda_{iT} - \lambda_{iA}) \quad (21)$$

3. 진동실험

3.1 실험모델의 구성

Fig. 1 에 나타난 충격 실험장치는 가속도계, 충격해머, 데이터 획득 장치로 구성되어 있으며 가속도계는 특정 위치에 부착되어 있고 충격해머로 특정한 절점에 충격을 가한다. 주파수 해석을 위하여 실시간 FFT 해석기를 사용하였다. 자유 경계 조건을 구현하기 위하여 실에 매단 빔의 임팩트 실험에 대한 실험장치 구성을 나타내었다.

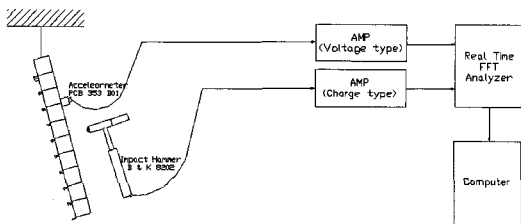


Fig. 1 Vibration experiment set up

3.1.1 빔 모델

모델개선 방법을 적용한 정확한 해석모델을 찾기 위하여 강(steel)으로 만들어진 빔을 실험에 사용하였다. 실험에서는 Fig. 2 과 같은 세가지 종류

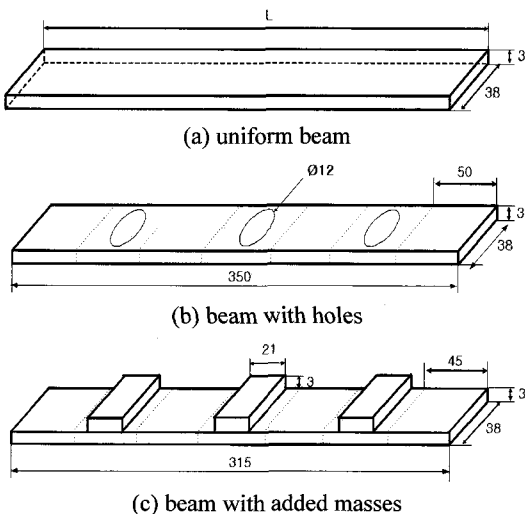


Fig. 2 The shape of steel beam with free boundary condition

의 빔이 사용되었다. 첫 번째는 균일한 단면적을 가진 단순 빔이며 두 번째는 가운데 세 개의 구멍을 가진 빔이며 마지막은 세 지점에 질량이 추가되어있는 빔이다. 구멍과 추가된 질량이 있는 부분은 하나의 요소로 구성되어 있어서 유한요소해석 시 요소질량 및 강성행렬에서 밀도와 관성 질량의 변화를 초래하게 된다.

3.1.2 평판모델

두 가지 형태의 직사각형 평판이 사용되었는데 하나의 모델은 Fig. 3 과 같은 크기의 균일한 단면의 단순 평판이고 다른 하나는 Fig. 3 에서 나타나는 것과 같이 단면적의 변화에 대한 효과를 조사하기 위한 홈이 있는 평판이다. 유한요소해석을 위한 평판 요소의 숫자는 150 개 이다.

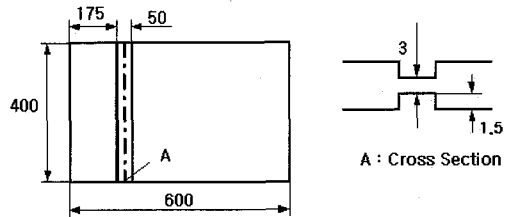


Fig. 3 Shape of rectangular plate with groove

3.2 실험결과

3.2.1 빔 모델

진동측정은 6CH FFT 시스템을 이용하여 수행되었는데 자유경계조건을 가진 단순 빔의 주파수 응답 함수의 한 예가 Fig. 4 에 나타나 있다. 빔의 길이 방향으로 총 6 개의 가속도계 부착한 후 빔의 한 곳을 impact hammer 로 가격하여 각 채널에

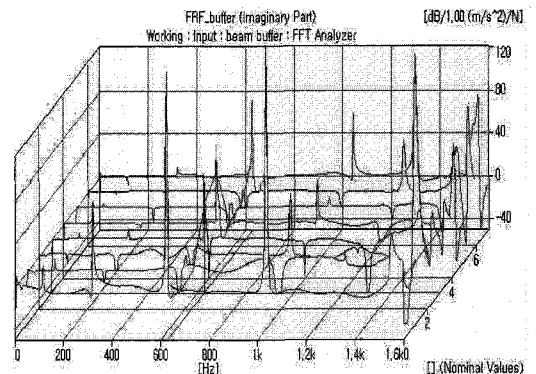


Fig. 4 Frequency response function of a simple beam (free-free boundary condition)

서 측정된 가속도를 나타내었다. 각 채널에 나타난 응답함수에서 공통적인 피크치를 고유주파수로 결정하였다.

3.2.2 평판모델

자유경계조건을 가진 홈이 있는 직사각형 평판의 한 절점에서의 주파수 응답 함수의 한 예가 Fig. 5 에 나타나 있다. 평판의 한 점에 가속도계를 부착하고 평판을 impact hammer 로 가격하여 얻은 가속도인데 피크를 나타내는 부분을 고유주파수로 결정하였다.

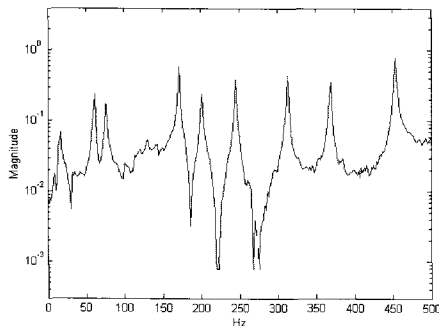


Fig. 5 Frequency response function measured at the 70th mode for rectangular plate with groove

4. 고유진동수를 이용한 개선결과

4.1 빔 모델

균일한 빔은 유한요소해석을 위하여 10 개의 요소로 이산화 되어있으며 Bernoulli-Euler 빔에서 각 절점에 대하여 변위와 회전각을 자유도로 고려하면 총 22 개의 자유도가 존재한다. 2 장에서 유도된 것과 같이 영률과 밀도가 개선모델 파라미터로 선택되었다. 측정된 주파수와 초기에 계산된 주파수간의 차이에 따라서 디자인 파라미터의 변화를 기초로 개선된 행렬이 얻어졌다. Table 1 에 균일 빔에 대하여 실험과 유한요소 해석에서 얻어진 주파수가 4 번째 모드까지 비교되어 있다.

Table 1 Comparison of frequencies for the uniform beam(L=350mm)

classification	mode			
	1st	2nd	3rd	4th
experiment	121.2	334.6	684.7	1090
finite element analysis	127.1	350.5	688.6	1143.5

Fig. 2(a)에 나타난 빔의 자유 경계조건에서의 개선된 주파수가 Table 2 에 나타나 있다. \overline{M}_A 와 \overline{K}_A 는 각각 초기의 해석 질량 및 강성행렬을 나타내며 \overline{M}_U 와 \overline{K}_U 는 개선된 행렬이다. 첫번째 행의 주파수는 개선된 강성행렬을 이용한 유한요소해석에 의한 것이며 두 개의 행렬을 모두 개선한 경우는 마지막 행에 나타나 있다. 강성행렬만 개선한 경우 측정된 주파수와 정확하게 일치하는데 이 경우에 대한 이론적인 유도과정이 부록에 수록되어 있다. 두 가지의 행렬을 개선한 결과가 질량행렬만 개선한 결과보다 측정치에 더 근접해 있음을 알 수 있다.

Table 2 Updated frequencies for the uniform beam (L=350mm)

Matrices	mode			
	1st	2nd	3rd	4th
M_A, K_U	121.2	334.6	684.7	1090
M_U, K_A	121.7	335.9	684.73	1088.2
M_U, K_U	121.4	335.3	684.71	1092.3

일반적으로 빔에 존재하는 구멍의 효과는 빔 요소의 강성을 감소시키는데 Fig. 2(b)에 나타나 있는 모델을 이용하여 그 효과를 조사하고자 한다. Table 3 에 나타난 측정 주파수는 Table 1 에 나타난 주파수보다 작으며 구멍의 효과로 생각된다. Table 4 에는 구멍이 있는 빔의 파라미터 개선과정에 의하여 주파수의 변화에 있어서 좋은 성능을 나타내고 있다.

Table 3 Comparison of frequencies for the beam with holes (L=350mm)

classification	mode			
	1st	2nd	3rd	4th
experiment	116.1	323.2	659.9	1070
finite element analysis	120.7	332.8	663.6	1085.9

Table 4 Updated frequencies for the beam with holes (L=350mm)

matrices	mode			
	1st	2nd	3rd	4th
M_A, K_U	116.1	323.2	659.9	1070
M_U, K_A	117.7	326.7	662.1	1078.3
M_U, K_U	116.9	325.2	661.0	1074.4

Table 5 에는 보다 짧은 균일 빔에 대한 주파수가 나타나 있는데 요소의 길이가 짧기 때문에 Table 1 에서의 결과와 비교하면 측정된 주파수 보다 높게 나타남을 알 수 있으며 계산에 의한 값이 실험에 의한 값보다 낮다. Table 6 에는 자유 경계조건에서 개선된 주파수를 나타내는데 질량과 강성행렬을 모두 개선한 결과가 실험 치에 훨씬 근접함을 알 수 있다.

Table 5 Comparison of frequencies for the uniform beam (L=315mm)

classification	mode			
	1st	2nd	3rd	4th
experiment	161	445	876	1450
finite element analysis	156.86	432.66	849.99	1411.4

Table 6 Updated frequencies for the uniform beam (L=315mm)

matrices	mode			
	1st	2nd	3rd	4th
M_A, K_U	161	445	876	1450
M_U, K_A	161.23	445.74	877.70	1452.2
M_U, K_U	161.11	445.36	876.82	1451

Fig. 2(c)에서와 같이 빔의 세 곳에 추가적인 질량이 용접 되어있는 빔에서 변화된 진동 특성의 효과를 체크하였다. 빔에 추가된 질량에 의하여 강성이 증가하였으며 Table 7 에는 Table 5 에 나타난 주파수보다 높게 나타났다. Table 8 에 보여지는 바와 같이 이 경우에도 파라미터 개선과정이 주파수의 변화에 있어서 좋은 성능을 나타내고 있다.

Table 7 Comparison of frequencies for the beam with added masses (L=315mm)

classification	mode			
	1st	2nd	3rd	4th
experiment	166	459	870	1460
finite element analysis	160.01	440.64	867.34	1439.6

Table 8 Updated frequencies for the beam with added masses (L=315mm)

matrices	mode			
	1st	2nd	3rd	4th
M_A, K_U	166	459	870	1460
M_U, K_A	167.21	462.65	871	1463.3
M_U, K_U	166.57	460.71	870.48	1461.5

4.2 평판 모델

자유경계조건을 가진 홈이 없는 평판에 대한 실험과 해석의 결과가 Table 9 에 나타나 있다. (m,n)의 표시에서 m 은 x 축에 평행한 노드 선의 번호를 나타내며 n 은 y 축에 평행한 노드 선의 번호를 나타낸다. 유한요소 해석에 의한 결과가 실험에 의한 결과보다 높은 주파수를 나타내고 있다.

Table 9 Comparison of frequencies for rectangular plate without groove(FFFF)

classification	(m,n)			
	(2,2)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
experiment	78.75	85.00	182.50	200.00
finite element analysis	91.46	86.53	202.71	194.23

Table 10 에 균일 두께의 평판에 대한 개선된 주파수가 나타나 있는데 빔 모델의 경우와 마찬가지로 강성행렬만을 개선한 경우 계산된 주파수는 실험 치와 정확하게 일치함을 알 수 있다. 두 가지 행렬을 모두 개선한 경우 첫 번째와 세 번째의 개선된 주파수가 측정 치와 매우 근접한 값을 나타내는데 빔 모델과 유사한 경향을 보이고 있다.

Table 10 Updated frequencies for rectangular plate without groove(FFFF)

matrices	(m,n)			
	(2,2)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
M_A, K_U	78.75	85.00	182.50	200.00
M_U, K_A	81.52	85.06	185.87	200.37
M_U, K_U	80.33	84.99	185.73	200.15

Table 11 에는 Fig. 3 에 나타난 홈이 있는 직사각형 평판에 대한 실험과 해석결과가 나타나 있다. 일반적으로 홈이 있는 평판의 측정 주파수가 단순 평판의 주파수보다 낮아짐을 알 수 있는데 홈이 평판의 유연성에 영향을 미치는 것으로 생각한다. 특히 (3,1) 모드는 Table 9 에서 나타난 결과보다 훨씬 작는데 Fig. 3 의 홈의 방향에 의한 영향이라고 생각한다. Table 12 에 홈이 있는 자유 경계조건 직사각형 평판에 의한 개선된 주파수가 나타나 있는데 이 경우에도 두 종류의 행렬의 변화에 의한 개선된 주파수가 실험치에 매우 근접함을 알 수 있다.

Table 11 Comparison of frequencies for rectangular plate with groove(FFFF)

classification	(m,n)			
	(3,1)	(2,2)	(3,2)	(4,1)
experiment	61.26	75.00	171.25	201.25
finite element analysis	57.47	83.88	195.82	234.00

Table 12 Updated frequencies for rectangular plate with groove(FFFF)

matrices	(m,n)			
	(3,1)	(2,2)	(3,2)	(4,1)
M_A, K_U	61.25	75.00	171.25	201.25
M_U, K_A	57.51	76.55	174.60	201.57
M_U, K_U	61.24	75.87	173.00	201.38

상관 해석의 결과로부터 실험 결과를 보다 더 잘 나타내기 위해서는 해석모델의 변경이 필요하다는 것을 알 수 있다. 해석모델 파라미터의 변경으로 얻어지는 개선된 해석모델은 실험과 유한요소해석 결과의 차이를 최소화한다. 빔과 평판의 형상의 변화에 대한 영향을 조사하였는데 질량과 강성행렬의 변화로 인하여 동적 거동이 향상됨을 알 수 있다. 유한요소모델에서 기하학적인 결함을 단순화 시킬 수 있으므로 이 결과는 매우 중요하다. 단순화된 모델의 파라미터가 확인되고 개선되는 한 이러한 결과의 경향은 좋은 접근법이라고 할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 주파수 관점에서 유한 요소 모델과 실험모델을 일치시키기 위하여 구조물의 동적 특성을 바꾸는 개선방법이 개발되었다. 구조물의 여러 가지 형상변화의 영향에 대해서도 조사되었다. 실험과 계산 결과를 비교함으로써 자유 경계조건을 가진 빔과 평판에 대한 모드 주파수가 유한요소 모델의 개선에 이용되었다. 강으로 만들어진 서로 다른 세 종류의 형상이 이용되었는데 단면적이 일정한 것, 가운데 세 개의 구멍이 있는 것, 세 부분에 추가된 질량이 있는 것이다. 자유 경계 조건에 대하여 각 빔의 주파수 응답을 얻기 위하여 충격실험을 수행하였으며 상용 프로그램을 이용하여 유한 요소 해석을 수행하였다. 실험과 유한 요소 해석의 모드 주파수를 비교함으로써 질량과 강성행렬을 변경하여 모델 개선을 수행하였다. 자유경계조건을 가지는 여러가지 형태의 빔에 대한 모델개선의 경우에는 다음 3 가지의 결론이 가능하였다.

- 1) 강성행렬만 개선한 경우에는 주파수가 측정치와 정확하게 일치하였는데 이에 대한 이론적인 해석이 부록에 수록되어 있다.
- 2) 질량과 강성 두 행렬이 모두 개선된 경우에 대한 결과는 질량 행렬만 개선한 결과보다는 측정치에 보다 근접함을 보였다.
- 3) 빔의 구멍에 의하여 강성이 감소하였는데 이 경우는 측정 주파수가 균일 빔의 그것보다 낮게 나타났다. 질량이 추가된 빔에서는 강성이 증가하게 되는데 균일 빔보다 높은 주파수를 나타내었다.

네 변이 모두 자유 경계조건을 가진 평판 구조물에 대해서도 실험과 해석이 수행되었는데 두 종류의 형상을 가진 평판이 고려되었다. 홈이 없는 단순 직사각형 평판과 홈이 있는 평판이 사용되었는데 다음 두 가지의 결론을 유도할 수 있었다.

- 4) 홈이 평판의 유연성의 영향을 주어 홈이 있는 평판의 측정 주파수가 단순 평판의 그것보다 낮게 나타났다. 두 가지 행렬을 개선한 경우에 있어서 개선된 주파수가 측정 주파수에 매우 근접하였으며 이는 빔 모델의 경우와 매우 유사한 경향을 보인다.

- 5) 해석모델 파라미터의 변경으로 얻어지는 개선된 해석모델은 실험과 유한요소해석 결과의 차이를 최소화한다. 빔과 평판 형상의 변화에 대한

영향을 조사하였는데 질량과 강성행렬의 변화로 인하여 동적 거동이 향상됨을 알 수 있다.

후 기

이 논문은 2006 학년도 홍익대학교 학술연구 진흥비에 의하여 지원되었음.

참고문헌

1. Mottershead, J. E. and Friswell, M. I., "Model Updating in Structural Dynamics: A Survey," Journal of Sound and Vibration, Vol. 167, No. 2, pp. 347-375, 1993.
2. Mottershead, J. E. and Friswell, M. I., "Finite Element Model Updating in Structural Dynamics," Kluwer, pp. 98-123, 1995.
3. Hong, S. W., Kim, J. W. and Park, J. H., "A Method for Determining Exact Modal Parameters of Non-Uniform, Continuous Beam Structures with Damping Elements," Journal of Korean Society of Precision Engineering, Vol. 15, No. 12, pp. 202-211, 1998.
4. Wieberg, N., Bausys, R. and Hager, P., "Improved eigenfrequencies and eigenmodes in free vibration," Computers and Structures, Vol. 73, No. 1-5, pp. 79-89, 1999.
5. Chen, G. and Ewins, D. J., "A perspective on model updating performance," Proc. of SPIE (Proc. IMAC XVIII: A Conference on Structural Dynamics), Vol. 4062, pp. 999-1005, 2000.
6. Lee, H. S., Lee, H. H. and Lee, K. M., "Updating of Finite Element Model with a Damping Effect Using Frequency Response Functions," Trans. of KSME(A), Vol. 26, No. 5, pp. 872-880, 2002.
7. Yoon, B. O., Choi, Y. G. and Jang, I. S., "Model Updating of Beams with Shape Change and Measurement Error Using Parameter Modification," Proc. of KSNVE Autumn Conference II, pp. 1260-1265, 2001.
8. Kim, G. H. and Park, Y. S., "An improved updating parameter selection method and finite element model update using multi-objective optimization technique," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 18, No. 1, pp. 59-78, 2004.

부 록

From Equation (13)

$$\frac{\Phi_i^T \left(\frac{\partial \bar{K}}{\partial P_1} - \lambda_i \frac{\partial \bar{M}}{\partial P_1} \right) \Phi_i}{\Phi_i^T \bar{M} \Phi_i} = \Delta \lambda_i = \lambda_{iT} - \lambda_{iA}$$

Let $P_1 = E$ where E is Young's modulus

$$\frac{\partial \bar{K}}{\partial P_1} = \frac{\bar{K}}{E}, \quad \frac{\partial \bar{M}}{\partial P_1} = 0$$

Procedure for updating stiffness matrix

$$\begin{aligned} \bar{K}_U &= \bar{K}_A + \Delta \bar{K} \\ &= \bar{K}_A + \frac{\partial \bar{K}}{\partial P_1} \Delta P_1 \\ &= \bar{K}_A + \frac{\bar{K}}{E} \Delta E \end{aligned}$$

$$\frac{\Phi_i^T \Delta E \frac{\bar{K}}{E} \Phi_i}{\Phi_i^T \bar{M} \Phi_i} = \lambda_{iT} - \lambda_{iA}$$

$$\Phi_i^T \Delta E \frac{\bar{K}}{E} \Phi_i = \Phi_i^T \bar{M} \Phi_i (\lambda_{iT} - \lambda_{iA})$$

$$\Phi_i^T (\bar{K}_U - \bar{K}_A) \Phi_i = \Phi_i^T \bar{M} \Phi_i (\lambda_{iT} - \lambda_{iA})$$

$$\Phi_i^T \bar{K}_U \Phi_i - \lambda_{iT} \Phi_i^T \bar{M} \Phi_i = \Phi_i^T (\bar{K}_A - \lambda_{iA} \bar{M}) \Phi_i = 0$$

$$\Phi_i^T (\bar{K}_U - \lambda_{iT} \bar{M}) \Phi_i = 0$$

The frequency calculated from updated stiffness matrix is the same as measured one, λ_{iT} .