한국 CAD/CAM학회 논문집
제 15권 제 1호 2010년 2월 pp. 33-42

셀 형상의 3차원 폐곡면상에서 추출된 점데이터군으로부터 중립곡면 계산에 관한 연구

우 혁 제*

A Study on Medial Surface Extraction from Point Samples on 3D Closed Surfaces in Shell Shapes

Hyuckje Woo*

ABSTRACT

In this study, new medial surface calculation methods using Voronoi diagrams are investigated for the point samples extracted on closed surface models. The medial surface is defined by the closure of all points having more than one closest point on the shape boundary. It is a one of essential geometric information in 3D and can be used in many areas such as 3D shape analysis, dimension reduction, free-form shape deformation, image processing, computer vision, FEM analysis, etc. In industrial parts, the idealized solid parts and shell shapes including sharp edges and vertices are frequently used. Other medial surface extraction methods using Voronoi diagram have inherent separation and branch problems, so that they are not appropriate to the sharp edged objects and have difficulties to be applied to industrial parts. In addition, the branched surfaces on sharp edges in shell shapes should be eliminated to obtain representative medial shapes. In order to avoid separation and branch problems, the new approach by analyzing the shapes and specially sampling on surfaces has been developed.

Key words : Medial surface, Point sampling, Mesh generation, Voronoi diagram, Skeleton Representation

1. 서 론

중립곡면(Medial surface) 또는 중립축(Medial axis)은 Fig. 1에서 보여주는 바와 같이 3차원 또는 2차원 형상에 있어서 일종의 뼈대와 같은 형상의 중심을 의미한다. 일반적인 3차원 상에 존재하는 위상학적 폐곡면의 경우 중립축은 내부 및 외부에 존재하게 되는데 일반적으로 많은 응용분야에서는 3차원 형상 내부에 해당되는 중립축이 주요 관심 대상이라 할 수 있다. 이와 같은 중립곡면(Medial surface) 또는 중립축(Medial axis)의 경우 복잡한 형상을 간략화하여 위상학적 차원 감소를 통한 형상 분석의 도구로 응용할 수 있을 뿐만 아니라 공학적 용도로 형상 매칭, FEM 해석용 메쉬 생성, 곡면 모델의 변형, 이미지 분석 등 여러 분야에 응용할 수 있어 과거 많은 연구자들에 의해 중립곡면 추출을 위한 다양한 기법들이 연구되어 왔다[1-8].

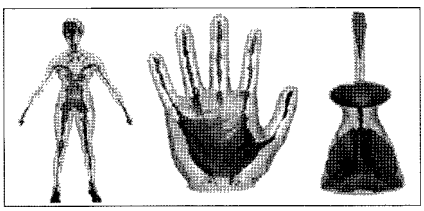


Fig. 1. Medial axis in 3D.

기존 중립곡면을 계산하기 위한 연구들을 살펴보면 크게 해석적 방법과 근사화 방법으로 나눌 수 있다. 과거 해석적 방법의 경우 고차원의 식이 필요할 뿐 아니라 조그만 형상변화에 대해 매우 민감하며 계산 가능한 형상이 제한되어 있고, 복잡한 형상의 경우 많은 계산 시간을 필요로 한다. 따라서 근사화된 중립곡면

*교신저자, 정회원, 경기공업대학 정밀기계과
- 논문투고일: 2009. 05. 23
- 논문수정일: 2009. 11. 07
- 심사완료일: 2009. 11. 12

을 계산하는 방법으로 최근 Voronoi 다이어그램(diagram)을 통한 중립 곡면 추출에 관한 연구가 많이 수행되어 왔는데 대표적 관련 연구를 간단히 정리하면 다음과 같다[3-8].

Brandt와 Algazi[3]는 형상의 경계곡선으로부터 추출된 점데이터가 무한대로 증가된다면 이러한 점들로부터 계산된 Voronoi 꼭지점(vertex)들이 중립곡면에 근사됨을 보였다. Amenta *et al.*[4,5]은 이러한 성질이 3차원에서는 적용되지 않음을 보이며 폴(pole)의 개념을 소개하였고 두 번의 Voronoi 계산을 통한 중립곡면 추출 방법을 제안하였다. 하지만 이러한 경우 계산량이 두배로 늘어나며, 잘못된 중립곡면 추출도 발생하게 된다. 또 다른 연구로 Attali와 Montanvert[6]는 곡면 내부에 존재하는 Voronoi 면(facet), 모서리(edge) 및 꼭지점(vertex)을 계산하고, 각도 및 길이 조건을 기본으로 하여 해당 요소만을 추출하는 중립곡면 근사화 방법을 제안하였다. 대부분의 형상에 대해 올바른 결과를 보이지만 모델 크기에 따라 결과가 바뀌며 점데이터의 밀도에 매우 민감한 단점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 Dey와 Zhao[7]는 각도 및 길이 비율 조건을 통한 모델 크기에 독립적인 방법을 제안하였다. 하지만 이 모든 방법들은 Voronoi 계산법을 통한 근사화 방법으로 날카로운 볼록(convex) 모서리 또는 비오목(non-concave) 꼭지점 등이 존재한 경우, 그 부분에 대한 완벽한 중립곡면의 계산은 불가능하며, 이를 보완하기 위해 Dey *et al.*[8]은 특정 샘플링 패턴을 통해 날카로운 에지를 연결할 수 있는 중립곡면을 추출할 수 있는 알고리즘을 개발하였으나 이 역시 셸과 같이 얇은 두께로 이루어진 형상을 대표적하는 중립면을 추출할 경우에는 적합하지 못하다.

2. 주요용어 고찰 및 문제점

2.1 중립 곡면(Medial surface) 및 중립 축(Medial axis)의 정의

바운더리(boundary)가 모두 연결된 루프(loop), 즉 경계가 없는 폐곡면으로 이루어진 곡면 $S \subset R^3$가 존재하고 이로부터 추출된 무한의 점데이터들의 집합을 P라 할 때 적어도 두 점 이상을 접하게 되는 볼(ball) B_M을 생각할 수 있다. 이때 볼 B_M을 미디얼(medial)이라고 정의하며, 이러한 모든 미디얼 볼(medial ball)의 중심 C_M들의 집합을 S의 중립 곡면 또는 중립축 M이라고 정의한다. 위상학적으로 D 차원인 경우 C_M의 집합은 (D-1) 차원의 최소 요소(simplex)들로 연결되어 위상학적 차원의 감소가 이루어지게 되는데 2차원의 경우 1차원 위상 형태로 간략화된 중립축(Medial axis)으로, 3차원의 경우 2차원 곡면에 해당되는 중립 곡면(Medial surface)으로 얻어지게 된다. 또한 폐곡면으로 이루어진 형상이 존재할 때 폐곡면 S 상의 각 점 P에 대해서는 외부와 내부의 두 경계에 대한 미디얼 볼이 생성될 수 있다. 본 연구에서는 곡면 S 외부에 존재하는 중립곡면을 배제하고 내부에 존재하는 중립곡면만을 고려하였고 일반적인 형상과 셸 형상에 대한 중립곡면 추출 방법을 개발하였으며 이를 위하여 Voronoi 다이어그램 계산 방법을 이용하였다.

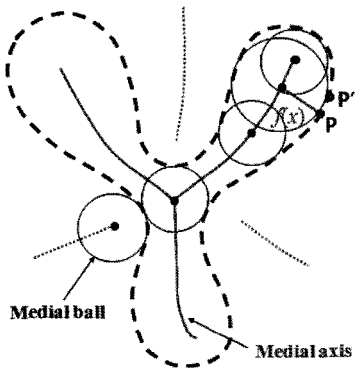


Fig. 2. Medial axis in 2D.

2.2 국부 형상 크기와 ε-샘플링(ε-sampling)

앞서 설명한 미디얼 볼의 센터 C_M과 p 간의 거리를 국부 형상 크기(local feature size) $f(x)$라 정의하고 닫힌 곡면, 즉 폐곡면에서의 경우 형상변화가 적은 곳에서는 $f(x)$ 값이 크게 되고, 형상 변화가 큰 경우에서는 $f(x)$ 값이 작게 되어 형상에 대한 변화를 반영한다 할 수 있다. 따라서 곡면으로부터 형상을 대표할 수 있는 점들을 추출할 경우 형상 변화에 맞추어 형상변화가 완만한 곳에서는 점의 밀도가 작게, 형상변화가 큰 곳에서는 점의 밀도를 크게 추출해야 한다. 이를 점데이터 샘플링 조건이라 할 수 있는데 점데이터 샘플링을 위해서는 형상 변화에 대한 정보를 반영하기 위해서 국부형상크기 $f(x)$를 고려할 수 있다. 일반적으로 점 p와 이웃하는 임의 점 p'를 결정하기 위해서는 $\varepsilon f(x)$ 값보다 작은 거리에 있는 점 p'를 선택하게 된다. 이를 ε-sampling 조건이라 한다[4].

2.3 Voronoi 다이어그램과 엄브렐라(Umbrella)

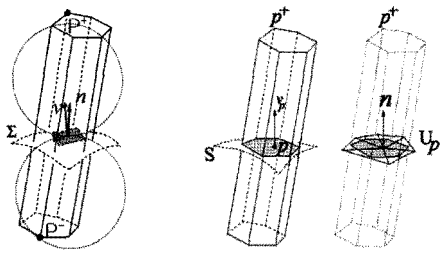
Voronoi 다이어그램(diagram)은 유한한 점데이터군(point set) P가 주어졌을 때 점 $p \in P$에서 다른 점

듬보다 가까운 영역 경계를 표현하는 기법으로 다음 식 (2.1)로 요약될 수 있다.

$$V_p = \{x \in R^3 | \|p-x\| \le \|q-x\|, \forall q \in P\} \quad (2.1)$$

곡면 S에 존재하는 점들이 매우 조밀하게 존재한다면 Voronoi 다이어그램 V_p를 계산했을 때 이와 dual 관계에 있는 Delaunay 삼각형망(triangulation)은 D_p로 정의되고, V_p를 구성하는 각 Voronoi 셀(cell)은 Fig. 3(a)와 같이 일정 방향으로 긴 형태로 이루어지게 된다. 이때 점 P로부터 해당되는 셀에 포함되는 가장 먼 Voronoi 꼭지점 P^+를 폴(pole)이라 정의하며, P와 P^+가 이루는 벡터 $v_p(v_p=P^+-P)$를 폴 벡터(pole vector)라 정의한다. 이 폴 벡터는 형상 표현을 위해 충분한 점들로부터 이루어진 경우 즉, ε-sampling 조건(보통 $\varepsilon \le 0.4$)[7]에 만족할 때 폴 벡터는 곡면의 노말 n_p에 근사하다고 할 수 있다[4,5].

또한 폴의 정의를 이용하여 점 P에 대한 곡면의 접선 면과 교차되는 Voronoi 모서리를 구할 수 있고 각 Voronoi 모서리에 해당되는 Delaunay 삼각형면들을 추출하면 Fig. 3(b)와 같은 점 P를 포함하는 폴리곤 면들을 얻을 수 있는데 이를 엄브렐라(umbrella) U_p라 정의한다. 최근 Voronoi 다이어그램으로부터 출발한 중립곡면 계산 방법들이 여러 연구자들에 의해 제안되었는데 Voronoi 다이어그램 특성상 다음과 같은 문제를 안고 있다.



(a) Pole vector (b) Umbrella

Fig. 3. Pole vector, v_p and Umbrella, U_p.[7]

2.4 기존 Voronoi 다이어그램을 이용한 방법의 문제점

Voronoi 다이어그램을 이용한 중립곡면 추출 방법은 결국 Voronoi 면 또는 에지들 중 중립곡면에 해당되는 엔터티들만을 추출하게 되는데 부드러운 곡면, 즉 C^1 연속성을 만족하는 곡면들로 이루어진 경우에는 문제가 없으나 모델에 C^0 연속성만 유지하는 모서리나 꼭지점이 존재하는 경우 Voronoi 다이어그램은 모서리나 꼭지점 부분을 관통하는 에지나 면을 포함하고 있지 않기 때문에 완벽한 중립곡면을 추출하는 것에 한계가 따른다[6,7]. Fig. 4는 일정 각도로 이루어진 두 선분이 만나는 형상에 대해 Voronoi 다이어그램으로 부터 추출된 중립축 에을 보여주고 있으며, 이때 중립축 끝단에서 두 선분이 만나는 꼭지점을 지나지 않고 그 앞에서 멈추게 됨을 볼 수 있다. 이는 꼭지점을 기준으로 영역이 분할되면서 발생되는 비연결성 문제(Seperation problem)로 완벽한 중립축이 이루기 위해서는 추가적인 작업이 필요하다.

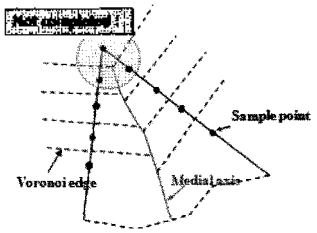


Fig. 4. Medial axis near non-smooth edges.

일반적인 솔리드 형상의 경우에는 모서리(edge)와 꼭지점(vertex)을 강제적으로 연결함으로써 위와 같은 비연결성 문제를 해결할 수 있게 되나 쉘 형상의 경우 전체 형상을 대표하는 중립면을 추출하기 위해서는 비연결성 문제 외 또 다른 갈라짐 문제(branching problem)를 해결해야 한다. 특히 유한요소 모델과 같이 라운드(fillet) 처리가 되지 않은 모서리 인근에서는 하나의 모서리와 공유한 양쪽 면들을 모두 반영하기 위해 항상 발생된다고 볼 수 있다. Fig. 5는 쉘 형상에 있어서 앞서 언급한 비연결성 문제(seperation problem)와 갈라짐 문제(branching problem)가 발생된 예를 보여주고 있다. 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하고자 3차원 입력 모델로부터 형상 정보를 먼저 분석하고 이를 이용하여 올바른 중립곡면을 추출하는 절차를 개발하였다.

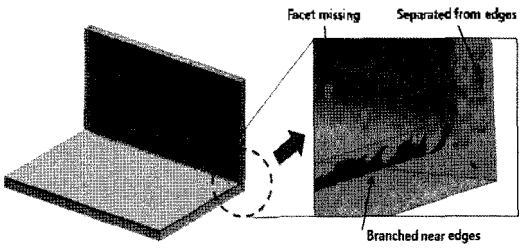
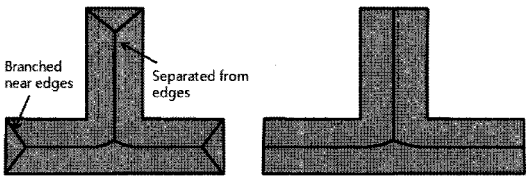


Fig. 5. Medial axis of shell shapes in 3D.

3. 셸 형상의 중립곡면 추출

3.1 알고리즘 Overview

CAE 해석, 시뮬레이션 등에 있어서 모델을 단순화 시키기 위해서 필렛 등의 형상(feature)들을 제거하고, 두께가 얇은 셸 형상의 경우 중립곡면을 추출하여 사용하고자 하는 경우가 종종 발생한다. 임의의 솔리드 형상에 대한 중립곡면 추출 방법과 달리 셸의 경우 두께가 얇은 구조물이기 때문에 날카로운 모서리 영역에서의 중립곡면 보다 전체적인 형상을 대표할 수 있는 중립곡면이 필요하기 때문에 또 다른 방법으로의 접근이 필요하다. 따라서 셸 형상을 위해 기존 방법을 수정한 추가적인 방법이 개발되었다. 셸 형상이란 두께가 얇은 모델을 의미하게 되는데 일반적 솔리드 형상을 가정하고 알고리즘을 적용한 경우 Fig. 6(a)와 같은 결과가 얻어지게 된다. 하지만 셸 형상의 경우 중립곡면은 Fig. 6(b)와 같이 두께에 해당되는 사이드 면들을 관통하는 형태로 추출할 필요가 있는데 이를 위해 추가적인 필터링 조건을 적용하여 수정되어야 한다.



(a) Exact MS (b) Modified MS for shells

Fig. 6. Medial surface(MS) for shell shapes.

셸 형상에 대한 중립곡면 추출을 위한 전체적인 절차를 간단히 살펴보면 Fig. 7과 같이 요약할 수 있다. 먼저 3차원 셸 모델을 입력으로 하여 앞의 2장에서 설명한 방법으로의 형상정보를 분석한다. 이때 두께에 대한 정보도 추가적으로 분석되며, 두께를 형성하는 면에 해당하는 영역을 사이드 영역(side region)으로 정의하고 확장한 후 점데이터 샘플링 및 필터링을 통하여 날카로운 모서리 및 꼭지점을 포함한 초기 중립곡면이 추출되고 추가적인 필터링 작업을 거치게 됨으로써 최종 셸 형상에 맞은 중립곡면을 추출하는 절차를 거친다.

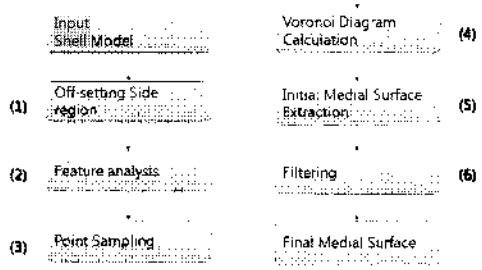
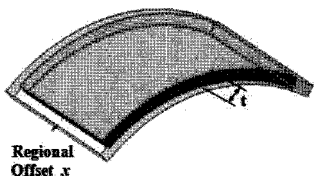


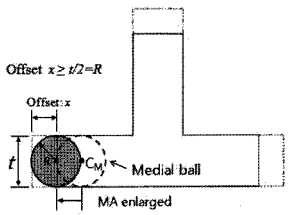
Fig. 7. Overall process of the proposed algorithm.

3.2 사이드면의 옵세팅

일반적인 3차원 형상만을 고려할 때 일정각도를 갖는 부드럽지 않은(non-smooth edges)에 있어서는 전체적인 형상을 대표하는 중립곡면으로부터 각각의 모서리 방향으로 향하는 중립곡면으로 나뉘어지는 브랜칭 현상이 일어난다. 하지만 FEM해석, 형상변형 등의 응용분야를 고려할 때 셸 형상의 경우 중립곡면은 모든 모서리를 고려하는 것보다는 Fig. 6(b)과 같이 CAT(Cordal axis transformation)를 통해 얻어지는 결과처럼 전체적인 형상을 대표하는 형태로 구성하고, 솔리드 두께에 해당되는 사이드 면(side face)에 접하도록 수정된 중립곡면을 구성하는 것이 바람직하다 할 수 있다[7]. 따라서 수정된 셸 형상을 위한 중립곡면을 얻기 위해서는 가장 먼저 Fig. 8(a)와 같이 사이드 면에 해당되는 영역에 대해 옵셋을 주어 입력모델을 재구성하도록 하였다[11]. 사이드 면들은 면들의 면적 또는 모서리 길이 계산을 통해 인식할 수 있으며 모델이 복잡하지 않은 경우 사용자가 지정하여 면들을 구분한다. Fig. 8(b)는 사이드 면에 대한 옵셋을 수행하는 내용을 보여주고 있으며 이때 옵셋 크기는 중립곡면이 갈라지는 위치를 고려해 미디얼 볼의 센터 C_M의 위치가 사이드 면상이나 외부에 존재하도록 미디얼 볼의 반지름 값 R 보다 동일하거나 큰 값으로



(a) Regional offset in 3D



(b) Regional offset in 2D

Fig. 8. Region offset for enlarging medial surfaces.

옵세팅을 수행한다. 이때 R 값은 셸 두께 크기의 반인 t/2 값과 동일하다.

3.3 형상분석 및 점데이터 샘플링

3차원 곡면 S상의 임의로 샘플링된 점데이터군 P로부터 Voronoi 다이어그램을 계산하면 Voronoi 변(facet)을 이루고 있는 모서리를 통과하지 않게 되며 샘플링 비율에 따라 중립곡면 품질이 달라지게 된다. 전체적인 셸 형상만을 추출하기 위해서는 먼저 옵세팅된 형상에 대해 모서리 등을 모두 고려한 중립곡면을 추출하고 이후 수정 절차를 수행하도록 하였다. 모서리와 꼭지점 등을 고려한 중립곡면 추출을 위해 주어진 3차원 형상에 대해 분석하여 볼록(Convex)/오목(Concave) 모서리, 꼭지점, 내부곡면들을 자동으로 구분하고 각각의 경우에 맞는 형태로 점데이터를 추출하기 위해서 다음과 같은 절차가 수행된다.

3.3.1 입력 모델의 형상분석

먼저 입력된 솔리드 모델로부터 중립곡면 계산에 적합한 점데이터를 샘플링하기 위해서는 볼록/오목 모서리, 꼭지점, 내부 곡면들을 자동 분석이 필요하며 아래와 같은 절차로 엔터티 정보를 추출한다.

Step 1. 입력된 모델로 부터의 모서리, 꼭지점, 면들을 추출함.

Step 2. 모서리들 중 인접한 곡면의 G^1 연속성으로 인해 발생하는 C^1 연속성 모서리를 의미없는 모서리로 구분하여 리스트에 저장함.

Step 3. 유효한 모서리들의 형태 분석 (Concave/Convex 타입)

Step 4. 추출된 꼭지점의 형태 구분 (Concave/non-concave 타입)

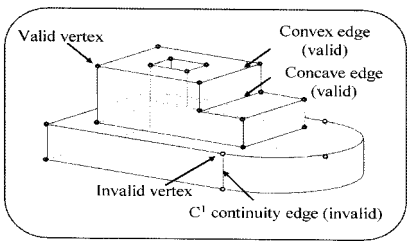


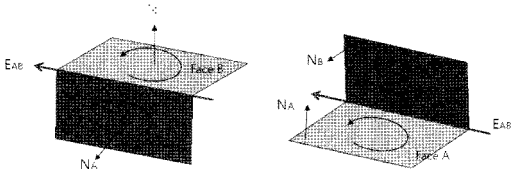
Fig. 9. Feature recognition for point sampling.

C^1 연속성을 갖는 모서리 여부를 판단하기 위해서는 해당 모서리를 공유하고 있는 두 곡면을 추출하고, 이들 곡면과 모서리의 일정 간격 법선 평면들과의 교차 곡선을 추출한 후 각 매칭되는 교차 곡선들간의 연속성을 판별하여 C^1 연속성 모서리 여부를 결정한다. 또한 유효한 모서리들에 대한 볼록 모서리와 오목 모서리의 구분은 (3.1) 식으로 판별 가능하다.

$$(N_A \times N_B) \cdot E_{AB} = C \tag{3.1}$$

if $C > 0$, E_{AB}는 볼록한 형태(Convex type)

$C < 0$, E_{AB}는 오목한 형태(Concave type)



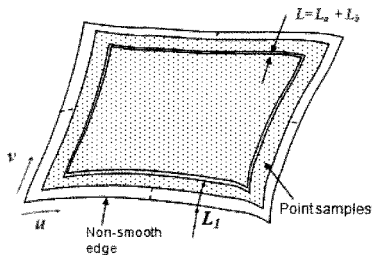
(a) Convex edge (b) Concave edge

Fig. 10. Distinguishing Convex/concave edges.

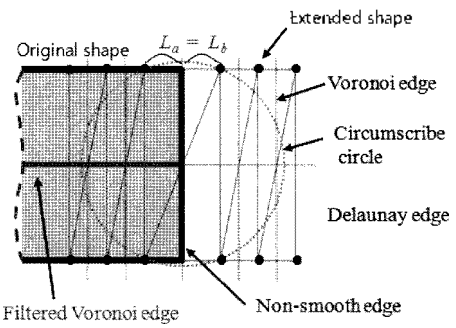
3.3.2 내부면에 대한 점데이터 추출

경계 모서리와 접하지 않은 내부 면에 대해서는 Fig. 11과 같이 ε-샘플링 조건에 맞는 임의의 점들을 추출한다.

내부 점의 샘플링을 위해서는 기본적으로 해당 NURB 곡면식에서의 u-v 파라미터 값을 조절하면서 해당 파라미터 위치에 점데이터를 추출하게 된다. 아



(a) Point samples on each inner face



(b) Cross sectional view of Point samples

Fig. 11. Inner point sampling for shell shapes.

때 두가지 조건을 설정하여 아를 충족시키도록 점데이터를 추출하도록 하는데, 첫 번째는 옵세팅 되어 생성된 형상의 모서리로부터 거리 L_1 이상 멀리 떨어진 범위 내에서 점데이터가 생성되도록 하고, 두 번째는 해당 면상에 초기 모서리가 존재하는 경우 생성될 Delaunay 삼각형망을 고려하여 중립곡면에 해당되는 Voronoi 면(facet)의 경계가 초기 모델의 사이드 면에 맞닿게 될 수 있도록 Fig. 11(b)에서 보여진 것과 같이 초기 모서리로부터 양쪽 방향으로 L_a, L_b 거리내에는 점데이터를 생성하지 않도록 하고, 이 후에 해당 곡면상에 존재하는 초기 모서리를 L_a, L_b 만큼 옵세팅한 후 생성되는 커브로부터 점데이터를 추출 및 추가하여 최종 내부영역에 대한 점데이터를 구성하게 된다.

3.3.3 볼록 모서리영역에서의 점데이터 추출

날카로운 모서리 영역에서는 Voronoi 중립변과 모서리 간의 연결성을 강제적으로 확보하기 위해 다음과 같은 점데이터 샘플링 방법을 적용하였다. Fig. 12와 같이 두 면 f_i과 f_j에 접한 볼록 모서리, e가 존재할 때 먼저 e 상에 일정 거리를 유지한 충분히 조밀한 점들을 추출하고, 이 점들을 중심으로 e와 수직면상에 있고 일정거리에 있는 두 점들을 추출한다. 즉, 세 점을 S, S_r, S_l이라고 할 경우 식 (3.2)을 만족하며 하나의 triplet을 이루게 되고 꼭지점으로부터 임의의 L_2 보다 큰 거리를 유지한다.

$$\|S_l - S\| = \|S_r - S\| \tag{3.2}$$

이렇게 구성된 triplet이 가장 작은 간격으로 이루어져 있다면 이 세 점으로 구성되는 외접원(circumcircle) 내부에는 어떠한 점도 존재하지 않게 되어 Delaunay 삼각형망에 속하게 되며 S_lS,SS_r로 이루어진 선분들은 Delaunay 모서리에 속하게 된다. 따라서 S_lS_r과 듀얼(dual) 관계에 있는 Voronoi 면의 경우 중립곡면에 속한다 할 수 있다.

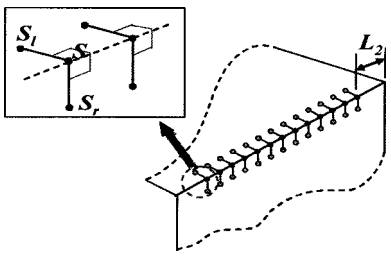


Fig. 12. Point sampling in convex edge area.

3.3.4 비오목 꼭지점 영역에서 점데이터 추출

본 연구에서는 오목 모서리와 접하지 않은 꼭지점을 비오목(non-concave) 꼭지점이라 정의하였고, 이 꼭지점의 경우 모든 모서리들의 중립곡면과 연결되게 된다. 따라서 이러한 영역에 대해서도 중립곡면 추출을 위해 일정 규칙을 가지고 점데이터 샘플링이 수행되는데 Fig. 13과 같은 모서리의 경우 볼록 모서리와 같은 규칙으로 샘플링이 수행되고, 꼭지점을 중심으로 반지름 R을 갖는 구와 각 삼각형면들 간의 교차되는 원호 위에 chordal deviation 조건에 맞는 형태로 점데이터를 추출한다.

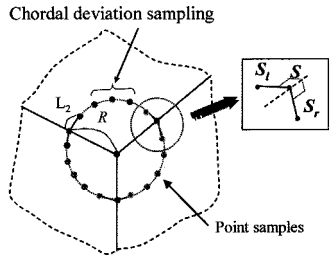


Fig. 13. Point sampling in non-concave vertex area.

3.4 Voronoi 다이어그램을 통한 초기 중립곡면 계산

3.4.1 중립곡면 추출을 위한 Voronoi 면 필터링

임의의 곡면을 대표하는 점데이터가 존재할 때 그 곡면 형상에 대한 중립곡면은 점데이터로부터 계산된 Voronoi 다이어그램의 면(facet) 일부에 해당되게 되며 각 Delaunay 면과 dual에 해당되는 Delaunay 모서리의 길이, 각도, 면적의 비율 등을 고려하여 추출할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 과거 Dey와 Zhao[7]가 제안한 각도 조건식(angle condition) 및 비율 조건식(ratio condition)을 수정하여 적용하였다. Dey와 Zhao의 경우 곡면으로부터 많이 기울어진 또는 길이가 상대적으로 긴 Delaunay 모서리와 dual관계에 있는 Voronoi facet이 중립곡면에 근접 된다는 점을 착안하여 각도 조건식과 비율 조건식을 제안하였다. 하지만

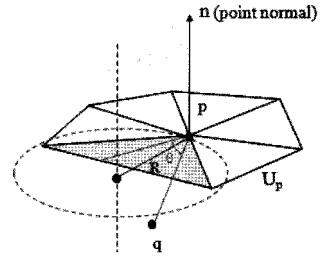


Fig. 14. Filtering Voronoi facets for MS.

이는 기존 3차원 공간상의 점데이터로부터의 폴(pole)을 계산하여 수행되게 되나 본 연구의 경우에는 이미 3차원 폐곡면이 존재하므로 점데이터 샘플링시 곡면의 법선(normal) 정보를 활용하여 아래와 같은 필터링 조건을 설정하여 해당되는 Voronoi 면(facets)을 추출할 수 있다(Fig. 14).

1. 각도 조건(Angle condition[θ]):

$$\angle n, t_{pq} > \theta \tag{3.3}$$

여기서, n = 점데이터의 법선벡터

t_{pq} = 점 p, q를 연결하는 Delaunay 모서리 벡터

2. 비율 조건(Ratio condition[ρ]):

$$\min_{\sigma \in U_p} \frac{\|p-q\|}{R_\sigma} > \rho \tag{3.4}$$

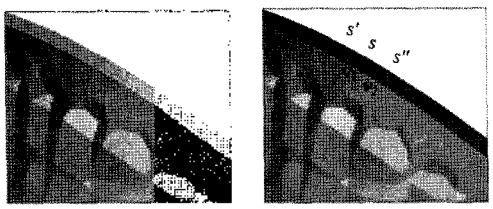
여기서, U_p = 점 p의 엄브렐라(umbrella)

s = 엄브렐라, U_p 내의 삼각형

R_σ = 삼각형 σ의 외접원

3.4.2 볼록 모서리에서의 중립곡면

위에 기술된 두 조건만 사용한 경우 부드러운 곡면으로 이루어진 형상에 대한 중립곡면의 추출은 볼록 모서리 부근에 대해서는 Fig. 15(a)와 같이 모서리와 연결되지 않고 그 앞에서 멈추게 된다. 이러한 모서리 영역에서는 앞서 triplet 형태로 샘플링된 점 S, S_1, S_2로 구성된 Delaunay 삼각형면이 생성되며 이 삼각형과 dual 관계에 있는 Voronoi 모서리가 존재하게 된다. 따라서, Voronoi 모서리의 양 끝점을 v_1, v_2라 했을 때 이 두 점과 볼록 모서리 e 상에 존재하는 s 점과 이루어진 삼각형을 추가하여 중립곡면과 연결할 수 있다. 이러한 삼각형들을 반복적으로 찾아내어 연결하면 지그 재그한 형태로 면들이 추가되는데, 이 면들 사이의 빈 공간을 꼭지점부분을 제외한 부분에서 메우면 Fig. 15(b)와 같이 볼록 모서리를 접하는 중립곡면을 얻을 수 있다.

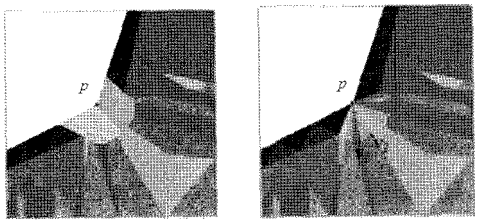


(a) MS around edges (b) Extension of MS

Fig. 15. MS extension in convex edge area.

3.4.3 비오목 꼭지점에서의 중립곡면

비오목 꼭지점 영역은 보통 여러 중립곡면들이 만나게 되며 꼭지점 p을 관통하게 된다. 하지만 앞 장에서 설명한 두 중립곡면 추출 조건과 볼록 모서리부분에 대한 중립곡면 생성 알고리즘을 적용할 경우 Fig. 16(a)와 같이 꼭지점 p와 연결되지 않게 되는데 이러한 문제는 다음과 같은 알고리즘으로 해결될 수 있다. 먼저 꼭지점 p에 해당되는 Voronoi 셀 V_p를 추출하고, V_p에 속한 임의의 Voronoi 모서리 v_1-v_2가 중립곡면으로 선택된 Voronoi 면에 포함되는지 체크한다. 만약 속하게 된다면 꼭지점 p와 연결된 삼각형 p-v_1-v_2를 중립곡면에 추가한다. 이 과정을 반복적으로 수행하면 Fig. 16(b)와 같이 비오목 꼭지점 부분에서도 완벽한 중립곡면을 재구성할 수 있다.

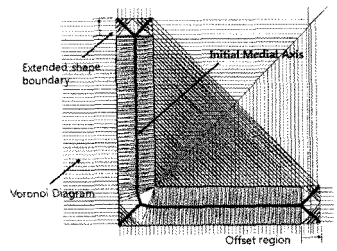


(a) MS around corners (b) MS extension

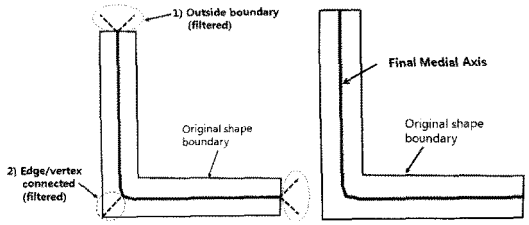
Fig. 16. MS extension in non-concave corner area.

3.5 필터링을 통한 중립곡면 완성

셀 형상의 사이즈 영역을 확장하여 생성한 중립곡면의 경우 확장된 형상에 대해 모서리 및 꼭지점을 모



(a) Initial medial axis



(b) Filtering (c) Final medial axis

Fig. 17. Filtering initial medial axis in 2D.

두 연결한 완벽한 형태의 초기 중립곡면이 얻어지게 된다. 따라서 셀 형상에 알맞은 중립곡면으로의 변환을 위해서는 초기 모델의 내부에 해당되는 중립곡면을 추출하고 볼록 모서리와 연결된 일부 면들을 제거함으로써 전체 셀을 대표하는 중립곡면을 추출할 수 있게 되는데 이를 위해서 Fig. 17과 같은 필터링 조건을 설정하여 적용하게 되며 그 내용은 아래와 같다.

Step 1. 초기 중립곡면의 각 면들(facet) 중 셀 형상의 내부에 존재된 면(fascet)들만을 추출함.

초기 중립곡면의 경우 사이드 영역에 대해 확장된 형태에서 조건에 따른 점데이터 샘플링 단계를 거쳐 중립곡면에 해당되는 Voronoi 면들만을 추출하여 얻어지게 되는데 이는 주어진 형상을 옵셋 영역만큼 확장한 중립곡면에 해당된다. 따라서 초기 모델과 얻어진 중립곡면을 비교하여 초기 모델의 내부에 존재하는 면들이 원하는 최종 중립곡면이라 할 수 있다. 따라서 3차원 모델과 얻어진 초기 중립곡면을 비교하는 과정을 거쳐 내부와 외부를 판단하여 내부에 해당되는 면들(facets)만을 저장한다. 즉, 초기 모델의 내부영역 $S_{internal}$과 초기 중립곡면 $M_{initial}$의 교집합에 해당되는 면들이 최종 중립곡면 대상이 되며, 앞서 설명된 샘플링 조건에 의해 생성된 중립면 집합의 경우, 솔리드 면과 접하게(Contact) 되는 부분에 보로노이 모서리가 존재하게 되므로 내외부 영역의 구분으로 중립곡면 분리가 가능하다.

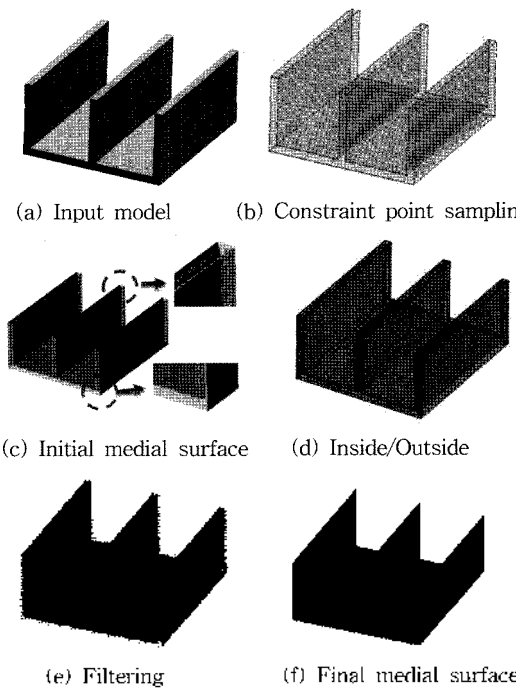
$$M_{candidate} = (S_{internal} \cap M_{internal}) \tag{3.5}$$

Step 2. 모서리 또는 꼭지점과 연결된 면들의 제거

앞 단계에서 구성한 중립곡면의 후보 면(candidate facets)의 경우 초기 형상보다 확장된 영역에서의 갈라짐 문제(branching problem)는 해결될 수 있으나 초기 형상의 내부의 볼록 모서리에서의 갈라짐 문제는 해결될 수 없다. 따라서 추가적으로 형상 내부에서 발생한 갈라진 면(branching facets)들을 제거해야 하는데 이를 제거하기 위해서는 볼록 모서리 및 꼭지점들과 연결된 Voronoi 면들을 이미 알고 있기 때문에 이들을 초기치(seed)로 하여 이와 일정각도 이하로 연결된 면을 검색하여 제거한다. Fig. 16은 확장된 형상에서의 Delaunay 삼각형망과 Voronoi 면들이 구성된 후에 이러한 필터링 조건이 적용된 예를 보여주고 있으며, 확장된 영역에서의 Voronoi 면들과 볼록 모서리 및 꼭지점과 연결된 Voronoi 면을 제거한 결과 최종 중립곡면이 됨을 보여주고 있다.

4. 적용 예

앞서 설명한 알고리즘은 C++ 언어를 기본으로 구현되었으며, Voronoi 및 Delaunay 계산을 위해 CGAL[10]을 사용하였고, 샘플링과 필터링을 위해서는 Parasolid 커널을 이용하여 구현하였다. 가장 기초적인 핀(fin) 형상에 대해 적용한 결과 Fig. 18(a)는 초기 주어진 폐곡면을 보여주고 있고, Fig. 18(b)의 경우는 이로부터 셀 형상에 대한 점데이터 추출 기법을 적용하여 얻어진 점데이터를 보여주고 있다. 이로부터 초기 중립곡면을 생성한 결과 Fig. 18(c)와 같이 날카로운 모서리를 통과하는 완벽한 초기 중립곡면이 추출됨을 볼 수 있으며, 초기 중립곡면에 대해 추가 필터링 조건을 적용한 결과 Fig. 18(d)에서와 같이 내부에 해당 면들만 선택됨을 알 수 있다.(붉은색으로 표기) Fig. 18(e)의 경우 중립곡면만을 보여주고 있으며 Fig. 18(f)의 경우 입력된 모델과 이로부터 최종 얻어진 중립곡면을 보여주고 있다.



(a) Input model (b) Constraint point sampling

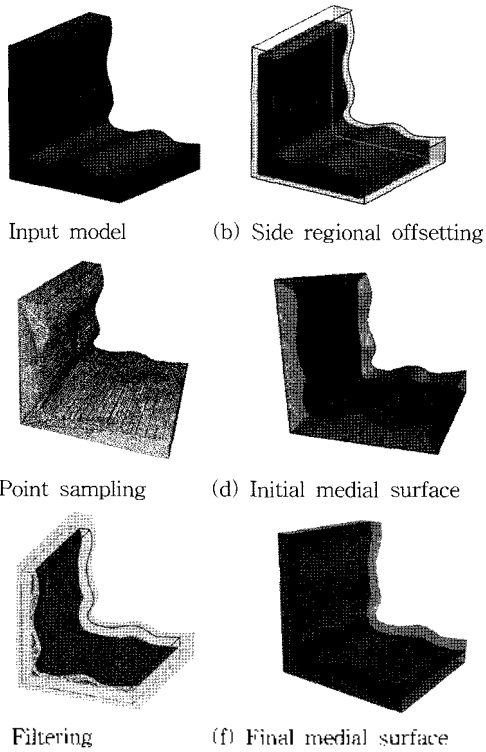
(c) Initial medial surface (d) Inside/Outside

(e) Filtering (f) Final medial surface

Fig. 18. Example of medial surface extraction for the fin shape.

다른 예제로 Fig. 19(a)와 같이 비대칭 형상의 예를 들수 있는데 이러한 형상의 경우 기존 일반적인 방법인 페어링(pairing) 또는 옵세팅(offsetting) 방법에 의해서는 중립곡면을 생성하기 난해하다 할 수 있다. 본

연구에서 개발된 방법을 적용한 경우 비대칭 형상에 있어서도 보다 정확한 중립곡면 형상을 얻게 되며 Fig. 19(f)와 같이 전체 형상을 반영한다고 할 수 있는 중립곡면을 생성할 수 있다. Fig. 19(b)는 초기 형상으로부터 중립곡면 추출을 위해 사이드 영역에 대한 옵세팅하는 과정을 보여주고 있고, 이로부터 얻어진 추출된 점데이터는 Fig. 19(c)에서 보여주고 있다. Fig. 19(d)는 이로부터 얻어진 초기 중립곡면이며, 이를 필터링 조건에 의해 해당 영역만을 추출한 결과 Fig. 19(f)와 같은 결과를 얻을 수 있다. 본 예제를 통해 개발된 알고리즘은 비대칭의 형상에도 적용 가능함을 확인할 수 있다.



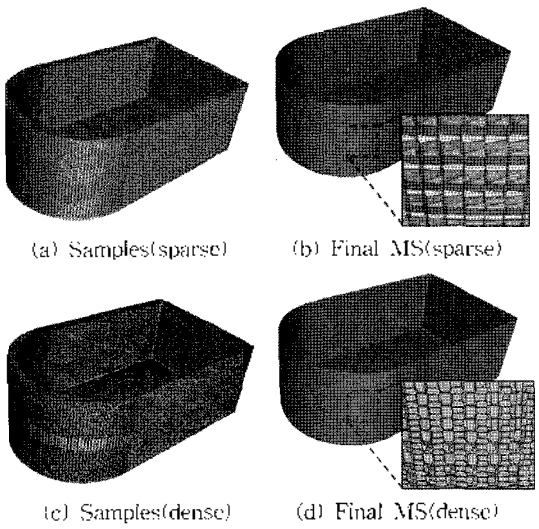
(a) Input model (b) Side regional offsetting

(c) Point sampling (d) Initial medial surface

(e) Filtering (f) Final medial surface

Fig. 19. Example of medial surface extraction for the asymmetric part.

또 다른 예로 Fig. 20은 블록과 실린더 형상이 조합되어 있는 Tub형상에 대해 각각 다른 밀도의 점데이터 추출에 따라 얻어진 중립곡면 결과를 보여주고 있다. Fig. 20(a)의 경우 초기모델로부터 13,747개의 점데이터가 추출되고 이를 통해 Fig. 20(b)와 같은 36,527개의 필터링된 보로노이 면들로 구성된 중립곡면이 얻어지게 되며, Fig. 20(c)의 경우 66,196개의 점데이터가 추출되어 Fig. 20(d)와 같이 165,097개의 보로노이 면들으로 구성된 중립곡면을 얻게 된다. 본 예제를 통해 점데이터의 밀도에 따라 중립곡면 근사화 정도가 달라지게 되며, 밀도가 높아짐에 보다 부드럽고 정확한 중립곡면 형상에 가까워지게 됨을 알 수 있다. 본 예제에서 수행된 결과의 점데이터 수, 최종 얻어진 중립곡면의 보로노이 꼭지점 및 면수는 Table 1에 요약되어 있다.



(a) Samples(sparse) (b) Final MS(sparse)

(c) Samples(dense) (d) Final MS(dense)

Fig. 20. Examples for the tub shape with different sampling rates.

Table 1. Outputs on two different sampling rates

	Sparse case: Fig. 20(a, b)	Dense case: Fig. 20(c, d)
# of sample ponits	13,747	66,196
# of vertices in MS	52,835	237,738
# of facets in MS	36,527	165,079

5. 결 론

본 연구에서는 날카로운 모서리 및 꼭지점을 포함하고 있는 셀 형상의 솔리드 모델에 대해 중립곡면을 추출하는 방법에 대해 제안하였다. 일반적인 Voronoi 계산에 근거한 근사화 방법의 경우 부드러운 곡면 형상의 경우에는 적합하나 일반 산업용 모델과 같이 각이 진 모서리가 존재하는 경우에는 Voronoi 다이어그램의 특성상 모서리 부근에 있어서 완벽한 중립곡면을 추출하는 것이 불가능하다. 따라서 이러한 문제점을 극복하기 위해 솔리드 모델이 주어졌을 때 형상을 분석하여 필요한 모서리 및 꼭지점 영역에 대해 특별

한 방법으로 점데이터를 샘플링하는 방법과 이를 확장하여 셸 형상의 경우 전체를 대표할 수 있는 중립곡면을 추출하는 방법을 제안하였다. 제안된 알고리즘을 몇몇 예제에 적용한 결과 날카로운 모서리를 포함하고 있는 일반적인 형상에 대해서도 모서리 부분을 반영한 보다 정확한 중립곡면 추출이 가능하고, 셸 형상을 전체적으로 대표할 수 있는 근사화된 중립곡면 추출이 가능함을 볼 수 있었다. 얻어진 결과 향후 다각형면들의 삼각형 또는 사각형망화, 위상정렬, 패어링 등의 추가적인 과정을 통해 보다 양질의 중립곡면으로 향상될 수 있으며 유한요소 모델 생성, 모델 변형, 구조물의 보강, 가공경로 생성 등을 위해 형상을 대표하는 주 데이터로 활용될 수 있다.

감사의 글

본 연구는 2007년 정부의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2007-331-D00034).

참고문헌

1. Li, T. S., Armstrong, C. G. and McKeag, R. M., "Automatic Partitioning of Analysis Models using the Medial Axis Transform", *Advances in Parallel and Vector Processing for Structural Mech*, pp. 165-171, 1994.
2. Sampl, P., "Medial Axis Construction in Three Dimensions and its Application to Mesh Generation", *Engineering with Computers*, Vol. 17, No. 3, pp. 234-248, 2004.
3. Brandt, J. W. and Algazi, V. R., "Continuous Skeleton Computation by Voronoi Diagram", *Comput. Vision, Graphics*, Image Process, pp. 329-338, 1992.
4. Amenta, N., Bern, M. and Eppstein, D., "The Crust and the Beta-skeleton: Combinatorial Curve Reconstruction", *Graphical Models and Image Processing*, pp. 125-135, 1998.
5. Amenta, N., Choi, S. and Kolluri, R. K., "The Power Crust, Unions of Balls, and the Medial Axis Transform", *Comput. Geom. Theory and Applications*, pp. 127-153, 2001.
6. Attali, D. and Montanvert, A., "Computing and Simplifying 2D and 3D Continuous Skeletons", *Computer Vision and Image Understanding*, pp. 261-273, 1997.
7. Dey, T. K. and Zhao, W., "Approximate Medial Axis as a Voronoi Subcomplex", *Computer Aided Design*, Vol. 36, Issue 2, pp. 195-202, 2003.
8. Dey, T. K., Woo, H. and Zhao, W., "Approximate Medial Axis for CAD Models", *Solid Modeling and Applications*, pp. 280-285, 2003.
9. Kwon, K. Y., Lee, B. C. and Chae, S. W., "Medial Surface Generation using Chordal Axis Transformation in Shell Structures", *Computers and Structures*, Vol. 84, pp. 1674-1693, 2006.
10. Computational Geometry Algorithms Library, http://www.cgal.org.
11. Synchronous Technology Synchronous Technology, white paper collaborative product development, SIEMENS PLM Software, April 2008.

우 혁 제

1996년 충남대학교 기계설계공학과 학사
1998년 광주과학기술원 기전공학과 석사
2002년 광주과학기술원 기전공학과 박사
2003년~2004년 The Ohio State Univ. Post-doctoral researcher
2004년~2005년 삼성전자㈜ 책임연구원
2005년~현재 경기공업대학 정밀기계과 교수
관심분야: Geometric Modeling, Computational Geometry, Precision Measurement, Surface/Polygon Modeling, Etc.