

## 페놀수지 표면에 형성된 탄화패턴에 대한 프랙탈 해석

(Fractal Analysis of the Carbonization Pattern Formed on the Surface of a Phenolic Resin)

김전원\* · 박상택 · 노영수\*\*

(Jun-Won Kim · Sang-Taek Park · Young-Su Roh)

### 요 약

페놀수지가 그 표면에 흐르는 누설전류에 의하여 탄화되는 경우 탄화패턴은 페놀수지의 탄화특성을 결정하는 가장 중요한 인자 중의 하나이다. 그러나 전형적인 페놀수지의 탄화패턴은 매우 복잡하기 때문에 종래의 유클리드 기하학을 이용하여 해석하는 것은 어려운 일이다. 이와 같이 복잡한 형태는 대부분의 경우 프랙탈 구조를 나타낸다. 따라서 주어진 페놀수지에 대한 탄화패턴의 특성을 프랙탈 해석으로 규명할 수 있다.

본 논문에서는 누설전류에 의하여 탄화된 페놀수지의 탄화패턴을 정량적으로 조사하기 위하여 누설전류의 크기와 전극간격의 함수로서 탄화패턴의 프랙탈 차원을 계산하였다. 계산의 신뢰성을 위하여 박스 카운팅 방법뿐만 아니라 상관함수를 이용하여 프랙탈 차원을 구하였다. 계산 결과에 따르면 전극간격을 일정하게 유지한 상태에서 전류가 증가하면 프랙탈 차원은 증가하였다. 반면, 전류가 일정할 때 전극간격과 프랙탈 차원 사이에는 큰 관련성이 없었다.

### Abstract

When a phenolic resin is carbonized by the leakage current flowing along its surface, the carbonization pattern is one of the most important factors to determine its carbonization characteristics. However, the typical carbonization pattern of a phenolic resin is too complicated to be analyzed by conventional Euclidean geometry. In most cases, such a complicated shape shows a fractal structure. It is possible, therefore, to examine the characteristics of the carbonization pattern regarding a given phenolic resin.

In order to quantitatively investigate the carbonization pattern of the phenolic resin carbonized by a leakage current, in this paper, the fractal dimension of the carbonization pattern has been calculated as a function of the magnitude of a leakage current and the distance between two electrodes. For reliability of calculation, the correlation function as well as the box counting method has been used to calculate the fractal dimension. According to the result of calculation, the fractal dimension increases as the current increases at the constant electrode gap distance. However, there is no significant relation between the fractal dimension and the electrode gap distance at a constant current.

Key Words : Phenolic Resin, Leakage Current, Carbonization Pattern, Fractal Dimension

\* 주저자 : 송실대학교 전기공학과 석사과정

\*\* 교신저자 : 송실대학교 전기공학부 부교수

Tel : 02-820-0640, Fax : 02-817-7961, E-mail : your79jw@naver.com

접수일자 : 2009년 10월 7일, 1차심사 : 2009년 10월 28일, 심사완료 : 2009년 11월 10일

## 1. 서 론

페놀수지는 대표적인 유기질 재료의 하나로 알려져 있으며 저전압용 절연재료로서 폭 넓게 사용되고 있다. 페놀수지의 표면이 수분 또는 분진과 같은 환경적 원인에 의하여 열화되는 경우 절연내력은 점진적으로 약화되어 전극사이의 표면을 따라서 누설전류가 흐를 수 있다. 지속적으로 흐르는 누설전류의 열로 인하여 절연재료의 표면은 탄화되고 그 결과 형성된 도전로를 통하여 흐르는 과도한 전류는 전기화재의 원인이 될 수 있다[1]. 이와 같이 누설전류에 의하여 탄화된 페놀수지는 탄화패턴, 표면조직, 흡열 및 발열 반응의 특성, 화학적 표면구조 등과 같은 여러 가지 관점에서 고유한 탄화특징을 나타낸다[2]. 이들 중에서 탄화패턴은 분기된 연면방전의 형태에 따라 정해지며 일반적으로 프랙탈 구조를 나타낸다.

만델브로트(Mandelbrot)[3]에 의하여 소개된 프랙탈은 자기유사성의 특성을 갖는 기하학으로서 자연계에 존재하는 다양한 형태를 해석할 수 있는 핵심적인 도구로 사용되어 왔다. 특히, 프랙탈 차원을 이용하여 기존의 유클리드 기하학으로 해석하기 어려운 일정하지 않고 복잡한 패턴의 특성을 정량적으로 설명하고 있다[4-5]. 대부분 절연체의 유전과피는 분기된 전기방전채널에 의하여 발생되며 이 방전채널의 형태는 프랙탈 구조를 나타내고 있다[6].

본 논문에서는 누설전류에 의하여 페놀수지의 표면에 형성된 탄화패턴의 특성을 수치적으로 평가하기 위하여 누설전류의 크기와 탄화패턴의 프랙탈 차원의 함수관계를 고찰하였다. 또한 전극간격이 프랙탈 차원에 미치는 영향을 조사하였다.

본 논문은 서론을 포함한 4장으로 구성되어 있다. 2장에서는 본 논문에서 취급하는 페놀수지의 탄화패턴을 설명하고 3장에서는 이 탄화패턴의 프랙탈 차원을 계산하기 위하여 이용되는 박스 카운팅(box counting)과 상관함수를 소개하며 각 방법에 의하여 구한 프랙탈 차원에 대하여 논의하였다. 마지막으로 4장에서는 프랙탈 차원에 근거하여 탄화패턴의 특성에 대한 결론을 도출하였다.

## 2. 페놀수지의 탄화패턴

그림 1은 누설전류에 의하여 형성된 페놀수지의 탄화패턴을 얻기 위하여 구성한 페놀수지와 전극의 개략도를 나타낸다. 침 형상의 전극은 직경 2[mm]의 황동으로 제작되었으며 전극의 양단에는 누설전류의 크기를 4 단계(0.5, 1.1, 2.2, 4.4[A])로 변화시킬 수 있는 누설전류발생장치의 출력(AC 220[V])이 인가된다. 이 누설전류발생장치는 참고문헌[2]에 상술되어 있다. 보통의 경우 AC 220[V] 정도의 낮은 전압으로 언급한 이격거리의 연면방전을 발생시키는 것은 불가능하다. 따라서 본 논문에서는 전극 사이의 시료에 누설전류가 쉽게 흐를 수 있는 조건을 만들기 위하여 염화나트륨(NaCl) 용액을 시료의 표면에 균일하게 도포하였다.

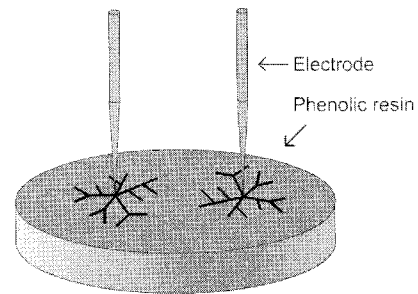


그림 1. 페놀수지와 전극(황동)  
Fig. 1. Phenolic resin and electrode(brass)

다음과 같은 두 경우에서 탄화패턴을 구하였다. 1) 전극간격을 일정하게 고정하고 누설전류를 변화시킨다. 2) 누설전류를 일정하게 고정하고 전극 간격을 변화시킨다. 첫 번째는 전류가 탄화패턴의 프랙탈 차원에 미치는 영향을 살펴보기 위한 것이다. 이 경우의 전형적인 탄화패턴은 그림 2에 도시되어 있다. 여기서 전극간격은 3[cm]로 고정되어 있으며 전류가 커지면 탄화패턴도 확대되는 경향을 볼 수 있다. 그림 3은 그림 2의 흑백 이미지로서 실제로 프랙탈 차원을 계산할 때 사용되는 데이터이다. 두 번째는 전극간격의 프랙탈 차원에 대한 영향을 조사하기 위한 것이다. 그림 4는 전류가 4.4[A]일 때 30, 35, 40[mm]의 전극간격에 대응하는 탄화패턴의 흑백 이미지를 나타낸다.

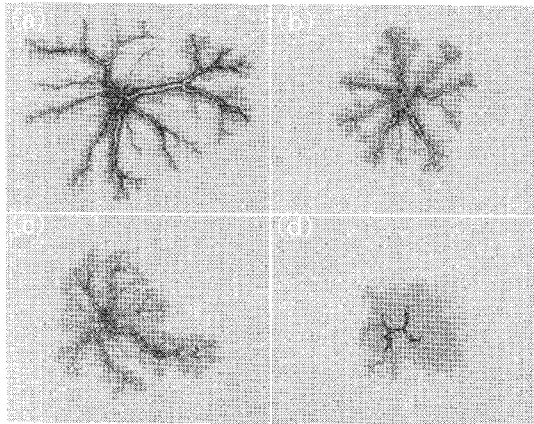


그림 2. 누설전류에 대한 페놀수지의 탄화패턴  
 Fig. 2. Carbonization pattern of a phenolic resin with respect to leakage current  
 (a)  $I=4.4[A]$ , (b)  $I=2.2[A]$ ,  
 (c)  $I=1.1[A]$ , (d)  $I=0.5[A]$

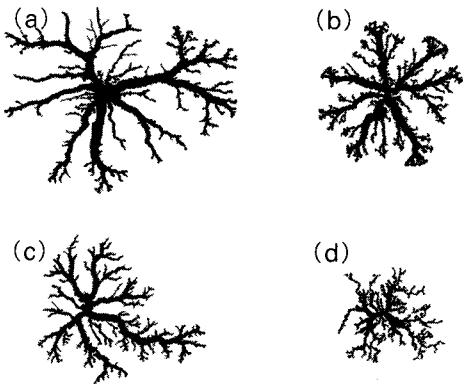


그림 3. 페놀수지 탄화패턴(그림 2)의 흑백이미지  
 Fig. 3. Black and white image of the carbonization pattern of a phenolic resin(Fig. 2)  
 (a)  $I=4.4[A]$ , (b)  $I=2.2[A]$ ,  
 (c)  $I=1.1[A]$ , (d)  $I=0.5[A]$

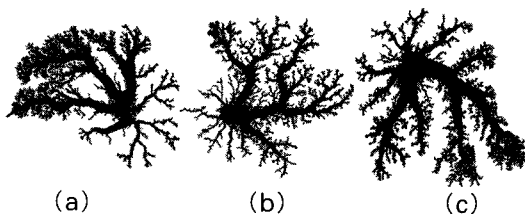


그림 4. 전극간격에 대한 페놀수지 탄화패턴  
 Fig. 4. Carbonization pattern of a phenolic resin with respect to the electrode gap distance  
 (a) 30[mm], (b) 35[mm], (c) 40[mm]

### 3. 탄화패턴의 프랙탈 차원

프랙탈 차원을 구하는 기본적인 원리는 자기유사성의 개념과 관련이 있다. 이 원리에 의거하여 프랙탈 차원을 계산하기 위하여 사용된 방법에는 박스 카운팅[7], 프랙탈 측도관계[8], 상관함수[9], 분포함수[10], 그리고 파워 스펙트럼[10] 등이 있다. 본 논문에서는 계산의 신뢰성을 위하여 이들 중에서 계산과 측정의 용이성 때문에 폭넓게 사용되고 있는 박스 카운팅과 상관함수 방법을 이용하여 탄화패턴의 프랙탈 차원을 구하고 그 결과를 비교하였다.

#### 3.1 박스 카운팅에 의한 프랙탈 차원

박스 카운팅은 프랙탈 차원을 구하는 가장 보편적인 방법 중에 하나로 알려져 있다. 그림 5는 박스 카운팅 방법을 적용하여 주어진 패턴의 프랙탈 차원을 구하는 예를 나타낸다. 이 그림에서 흑백 이미지를 덮고 있는 박스 혹은 정사각형의 개수를  $N(r)$ , 정사각형의 변의 길이를  $r$ 이라고 하면 패턴의 프랙탈 차원  $D_f$ 는 다음과 같은 식을 만족한다[7].

$$D_f = \frac{\log N(r)}{\log (1/r)} \quad (1)$$

만약  $r$  대  $N(r)$ 의 로그선도가 일직선이 된다면 프랙탈 차원은 이 직선의 기울기가 된다. 그러나 일반적으로 이 로그선도는 일직선이 되지 못하고 결과적으로 프랙탈 차원은  $r$  값에 따라 다르게 된다. 그러므로 상수의 프랙탈 차원을 얻기 위해서는 주어진 로그선도를 근사화할 수 있는 직선을 구할 필요하다. 이것을 위하여 본 논문에서는 모든 범위의  $r$ 에 대한  $D_f$ 의 평균값을 프랙탈 차원으로 취급하였다.

그림 3에 주어진 탄화패턴에 식 (1)을 적용하여 구한  $r$  대  $N(r)$ 의 로그선도가 그림 6에 도시되어 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 각각의 탄화패턴 이미지에 대한 로그선도는 모두 1차 함수와 유사한 형태를 나타내고 있다. 따라서 오차범위 내에서 각 직선의 기울기와 식 (1)을 이용하면 프랙탈 차원을 쉽게 계산할 수 있다.

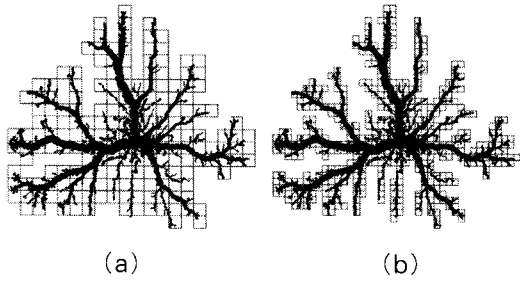


그림 5. 박스 카운팅 방법의 적용 예  
 Fig. 5. Example of application of the box counting method (a)  $r=40$ [pixels] (b)  $r=20$ [pixels]

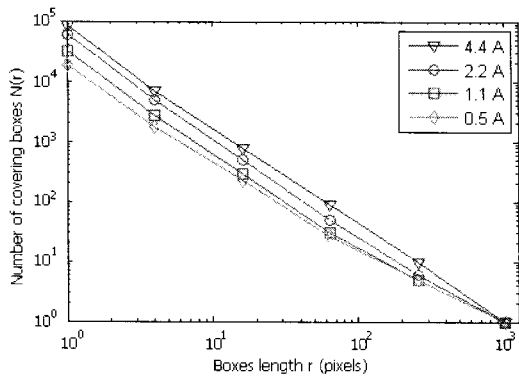


그림 6. 그림 3에 대한 식 (1)의  $r$ 과  $N(r)$ 의 로그선도  
 Fig. 6. Log-plot of  $N(r)$  versus  $r$  in Eq.(1) for Fig. 3

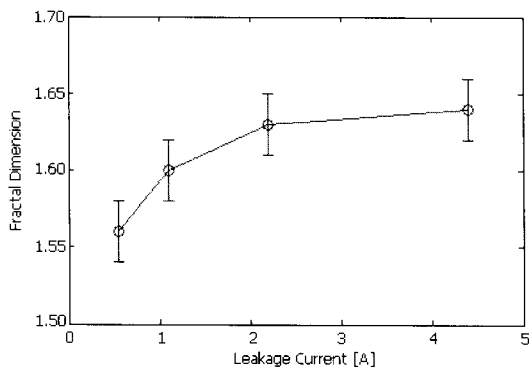


그림 7. 박스 카운팅 방법에 의한 전류 대 프랙탈 차원의 그래프  
 Fig. 7. Graph of current versus fractal dimension by the box counting method

이와 같이 구해진 프랙탈 차원을 전류의 함수로서 그림 7에 도시하였다. 여기서 실험결과의 오차를 최소화

화하기 위하여 동일한 조건에서 얻은 10개 시료들에 대한 프랙탈 차원을 계산한 점에 주목할 필요가 있다. 사실, 그림 7은 10개 시료들의 프랙탈 차원의 산술적 평균값을 나타내며 실험오차는 에러바(error bar)로 표시되어 있다. 그림 7의 내용이 요약되어 있는 표 1에서 알 수 있듯이 누설전류의 크기가 증가함에 따라 프랙탈 차원도 증가한다. 그러나 전류가 큰 영역(2.2과 4.4[A] 사이)에서는 프랙탈 차원의 증가폭은 매우 완만해진다.

표 1. 박스 카운팅 방법에 의한 전류 대 프랙탈 차원  
 Table 1. Leakage current versus fractal dimension by the box-counting method

전 류	프랙탈 차원
0.5[A]	$1.56 \pm 0.02$
1.1[A]	$1.60 \pm 0.02$
2.2[A]	$1.63 \pm 0.02$
4.4[A]	$1.64 \pm 0.02$

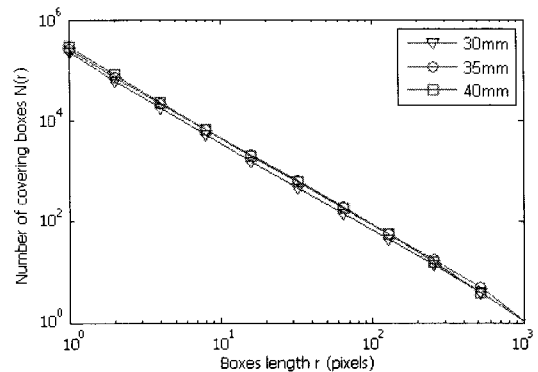


그림 8. 그림 4에 대한 식 (1)의  $r$ 과  $N(r)$ 의 로그선도  
 Fig. 8. Log-plot of  $N(r)$  versus  $r$  in Eq.(1) for Fig. 4

전극간격과 프랙탈 차원의 관계를 조사하기 위하여 그림 4에 제시된 탄화패턴 이미지에 박스 카운팅 방법을 적용하였다. 이 경우의  $r$  대  $N(r)$ 의 로그선도는 그림 8에 도시되어 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 세 가지 전극간격에 대응하는 로그선도는 거의 동일한 직선 위에 있다. 이것은 주어진 전극간격의 범위에서 전극간격은 탄화패턴의 프랙탈 차원에 영향을 주지 않음

페놀수지 표면에 형성된 탄화패턴에 대한 프랙탈 해석

을 의미한다.

### 3.2 상관함수에 의한 프랙탈 차원

상관함수  $C(r)$ 은 반경이  $r$ 인 원의 면적과 이 원에 포함된 탄화패턴의 면적 비를 나타내는 일종의 밀도 함수이다. 만약 이 함수가 거듭제곱법칙을 만족한다면 다음과 같이 나타낼 수 있다[9].

$$C(r) \sim r^{-A} \quad (2)$$

그러면

$$A = k \frac{\log C(r)}{\log(1/r)} \quad (3)$$

비례상수  $k$ 을 1이라고 가정하면 프랙탈 차원  $D_f$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$D_f = d - A \quad (4)$$

여기서  $d$ 는 유클리드 차원을 나타내며 본 논문의 경우 2차원 평면의 패턴을 취급하기 때문에  $d=2$ 이다.

상관함수를 이용하여 누설전류에 의한 프랙탈 차원의 변화를 살펴보기 위하여 그림 3의 이미지에 식 (3)과 (4)를 적용하였다. 이와 같이 구한 누설전류 대 프랙탈 차원의 그래프는 그림 9에 도시된 바와 같으며 그 내용은 표 2에 요약되어 있다.

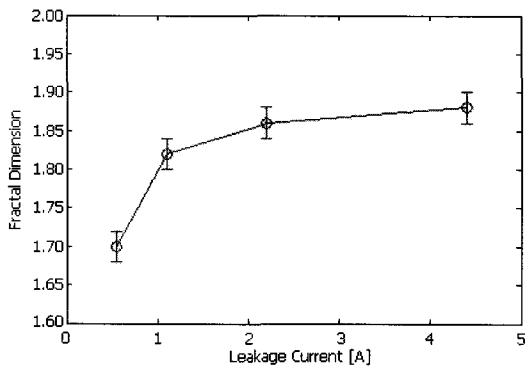


그림 9. 상관함수에 의한 전류 대 프랙탈 차원의 그래프  
Fig. 9. Graph of current versus fractal dimension by the correlation function

표 2. 상관함수에 의한 전류 대 프랙탈 차원  
Table 2. Leakage current versus fractal dimension by the correlation function

전류	프랙탈 차원
0.5[A]	1.70 ± 0.02
1.1[A]	1.82 ± 0.02
2.2[A]	1.86 ± 0.02
4.4[A]	1.88 ± 0.02

박스 카운팅과 상관함수 방법으로 구한 전류와 프랙탈 차원의 함수관계를 나타내는 그림 7과 그림 9를 비교하면 두 방법의 결과가 거의 동일하다는 것을 알 수 있다. 그러나 프랙탈 차원의 범위를 살펴보면 두 방법 사이에는 0.14~0.24 정도의 차이점을 볼 수 있다. 이 차이점은 식 (3)의 비례상수  $k$ 을 1로 가정함으로써 생긴 오차이기 때문에 특별한 의미를 나타내지는 않는다.

상관함수를 이용하여 3가지 전극간격(30, 35, 40[mm])에 대한 프랙탈 차원을 계산하기 위하여 그림 4에 제시된 이미지에 식 (3)과 (4)를 적용하였다. 그림 10은 식 (3)과 (4)를 계산한 결과로 얻은 원 데이터를 나타낸다. 여기서 볼 수 있듯이 3가지 전극간격에 대한 프랙탈 차원은 거의 일치함을 알 수 있다. 이것은 전극간격과 프랙탈 차원의 사이에는 정의할 수 있는 관계가 존재하지 않는다는 것을 의미한다.

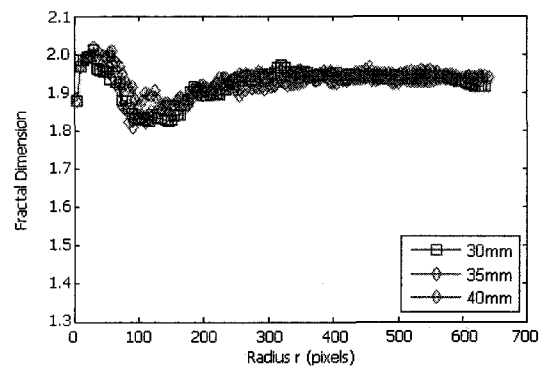


그림 10. 반경  $r$  대 프랙탈 차원의 원 데이터  
Fig. 10. Raw data of radius,  $r$  versus fractal dimension

#### 4. 결 론

누설전류에 의하여 폐놀수지에 형성된 탄화패턴의 특성을 정량적으로 규명하기 위하여 동일한 실험조건에서 얻은 10개 시료의 탄화패턴에 대한 프랙탈 차원을 박스 카운팅과 상관함수 방법을 이용하여 계산하였다. 그 결과로부터 도출할 수 있는 주요 내용은 다음과 같다.

첫째, 누설전류의 크기와 프랙탈 차원의 관련성에 대하여 언급하면 전극간격을 일정하게 유지하고 주어진 범위에서 누설전류를 증가시키면 탄화패턴의 크기는 확대되고 프랙탈 차원은 증가하는 것으로 밝혀졌다. 박스 카운팅과 상관함수 방법으로 구한 프랙탈 차원의 그래프를 보면 비록 두 방법의 프랙탈 차원들 사이에는 식 (3)의 비례상수로 인하여 약간의 차이(약 0.2)가 있지만 전류에 대한 프랙탈 차원의 의존성은 매우 유사하게 나타난다는 것을 알 수 있다.

둘째, 전극간격에 대한 프랙탈 차원의 의존성은 발견되지 않았다. 전류를 일정하게 유지한 상태에서 전극간격을 3 단계로 조정하여 취득한 시료들의 탄화패턴을 조사한 결과, 박스 카운팅과 상관함수 방법에서 의미를 부여할 수 있는 결과가 관찰되지 않았다. 즉, 주어진 범위에서 전극간격은 프랙탈 차원에 어떤 영향도 미치지 않는다.

본 연구는 숭실대학교 교내연구비 지원으로 진행되었습니다.

#### References

- [1] Kil-Mok Shong, Young-Su Roh, Hee-Ro Kwak, "Surface Discharge Characteristics of Phenolic Resin Treated by Heat and Its Structure Analysis", Journal of the Korean Institute of Illuminating and Electrical Installation Engineers Vol. 20, No.8, pp. 71~79 September 2006.
- [2] Park, Young-Su Roh, "A Study on the Characteristics of Organic Insulating Materials Carbonized by a Leakage Current", Journal of the Korean Institute of Illuminating and Electrical Installation Engineers Vol. 23, No.2, pp. 161~167 February 2009.
- [3] B. B. Mandelbrot, "The Fractal Geometry of Nature", Freeman and Co., New York, 1993.

- [4] A. Bundle and S. Havlin, "Fractals in Science", Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [5] J. Feder, "Fractals", Plenum Press, New York, 1988.
- [6] L. Niemeyer, L. Pietronero, and H. J. Wiesmann, "Fractal Dimension of Dielectric Breakdown", Vol. 52, NO. 12, 1984.
- [7] L. Kebbabi and A Beroual, "Fractal analysis of creeping discharge patterns propagating at solid/liquid interfaces : influence of the nature and geometry of solid insulators", J. Phys. D: Appl. Phys. 39 pp177-183, 2006.
- [8] A. L. Barclay, P. J. Sweeney, L. A. Dissado and G. C. Stevens, "Stochastic Modeling of Electrical Treeing: Fractal and statistical Characteristics", J. Phys. D:Appl. Phys, Vol. 23, pp. 1536-1545, 1990.
- [9] M. Fujii, M. M. Watanabe and I. Kitani, "Fractal Character of dc Trees in Polymethylmethacrylate", IEEE Trans. Elect. Insul, Vol. 26, No. 6, pp1159-1162, 1991.
- [10] H. Takayasu, "Fractals in the Physical Science", Manchester University Press, Manchester, 1990.

#### ◇ 저자소개 ◇

##### 김전원 (金田園)

1983년 10월 27일생. 2009년 숭실대학교 전기공학부 졸업. 현재 숭실대학교 대학원 전기공학과 재학(석사과정).

##### 박상택 (朴商澤)

1982년 10월 15일생. 2008년 숭실대학교 전기공학부 졸업. 현재 숭실대학교 대학원 전기공학과 재학(석사과정).

##### 노영수 (盧永秀)

1961년 4월 1일생. 1984년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1986년 서울대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1988~1995년 한국전기연구원 연구원. 2001년 미국 캘리포니아주립대(Davis) 응용과학과 졸업(박사). 현재 숭실대학교 전기공학부 교수.