

불확실성을 고려한 횡축형 자기 베어링 시스템의 로버스트 제어에 관한 연구

김창화¹ · 정병건[†] · 양주호²

(원고접수일 : 2009년 5월 29일, 원고수정일 : 2009년 7월 28일, 심사완료일 : 2009년 12월 7일)

A Study on the Robust Control of Horizontal-Shaft Magnetic Bearing System Considering Perturbation

Chang-Hwa Kim¹ · Byung-gun Jung[†] · Joo-Ho Yang²

요 약 : 본 연구에서는 회전체를 지지하는 자기 베어링에 관하여, 2장에서는 적분형 서보계를 이용하여 횡축형 자기베어링 시스템(Horizontal-shaft Magnetic Bearing System: HMBS)에 대한 불확실성을 고려하면서 과도상태 응답개선에 대한 이론적인 고찰과 제어기설계 수식을 유도한다. 그리고 HMBS에 대해 물리 파라미터 변동에 대한 강인성과 외란의 영향을 저감하고 기준위치 변경에 따른 추종성을 갖도록 상태 피드백 제어기를 LMI 기법을 이용하여 설계한다. 3장에서는 설계한 제어칙을 가지고 시스템 불확실성의 변동에 대해 시간영역의 설계사양을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대하여 시뮬레이션을 행하고 실제 적용 가능성을 검토한다.

주제어 : 자기 베어링, 로버스트 제어, 선형 행렬 부등식, 극 할당 영역, 파라미터 섭동

Abstract: Recently, the magnetic bearings which have many advantages such as no noise, less mechanical friction are widely applied to the suspension of rotors on the rotary machineries. However, the magnetic bearing system is inherently unstable, nonlinear and MIMO(multi-input-multi-output) system as well. In this paper, we design a state feedback controller using linear matrix inequality(LMI) to the multi-objective synthesis, for the magnetic bearing system with integral type servo system. The design objectives include H_∞ performance, asymptotic disturbance rejection, and time-domain constraints on the closed-loop pole location. The results of computer simulation show the validity of the designed controller.

Key words: Magnetic bearing, Robust control, Linear matrix inequality, Pole assignment region, Parameter perturbation

1. 서 론

자기 베어링은 접촉식 베어링에서 발생하는 마찰, 마모 등의 단점을 보완하기 위해 이용되는 것으로, 전자기력에 의해 회전축을 비접촉상태로 부

상시키는 기계요소이다. 특히 자기베어링은 무윤활, 진공, 고온, 저온 등의 특수한 환경 중에서도 사용 가능하기 때문에 접촉식 베어링이 갖는 문제점을 해결할 수 있는 장점이 있다. 또한 자기 베어

[†] 교신저자(한국해양대학교 선박전자기계공학부, E-mail: bgjung@hhu.ac.kr, Tel: 051-410-4269)

1 경남정보대학 전자정보계열

2 부경대학교 기계공학부

링은 전자기력을 이용하여 지지할 수 있으므로, 과도응답이나 강성 등의 특성을 제어시스템의 설계 사양에 따라 자유롭게 설정할 수 있다는 것이 큰 장점이다[1,2]. 이러한 자기 베어링의 장점으로 인하여 각종 특수 펌프, 초고속 정밀가공기계, 발전기 등에 응용되고 있다.

자기 베어링에 적용되는 흡인식 부상방식은 본질적으로 불안정성, 비선형성, 다변수의 특성을 가지고 있으므로 시스템을 안정화하는 제어기의 설계가 요구된다. 이때 설계될 제어기는 어느 정도의 모델링 오차에 대해 양호한 제어 성능을 발휘할 수 있도록 강인성을 갖추어야 한다[3]. 이러한 설계사양을 만족하기 위해 최적화 알고리즘을 이용한 최적화 기법 중 선형 행렬 부등식(Linear Matrix Inequality: LMI)을 이용한 방법에 주목한다[4,5].

자기 베어링 시스템의 자이로 효과나 불평형 등을 고려한 수학적 모델에 대한 최적 레귤레이터 기법에 의한 제어기 설계와 불확실성을 고려한 H_∞ 제어기 설계에 관한 연구가 수행되었다[6-8]. 저자들은 기준입력에 대한 추종성, 파라미터 섭동에 대한 강인성, 외란저감특성을 고려하여 LMI기법에 의한 횡축형 자기 베어링에 대해 제어기를 설계하고 그 타당성을 이미 검토한 바 있다[9]. 이때 자기베어링 시스템의 안정화에 무게를 둔 까닭에 과도상태에 대한 설계사양을 만족하기 위해 극 할당 영역을 설정하고, 이 영역에 폐루프 극점이 위치하도록 제어기 설계를 행하지 않은 때문이었다.

본 논문에서는 회전체를 지지하는 자기 베어링에 대해, 2장에서는 횡축형 자기베어링 시스템(Horizontal-shaft Magnetic Bearing System: HMBS)에 대해 적분형 서보방식을 이용하여 시스템의 불확실성을 고려하면서 과도상태 응답개선에 대한 이론적인 고찰과 제어기설계 수식을 유도한다. 그리고 HMBS에 대해 물리 파라미터 섭동에 대한 강인성과 외란의 영향을 저감하고 기준위치 변경에 따른 추종성을 갖도록 상태 피드백 제어기를 LMI 기법을 이용하여 설계한다. 3장에서는 2장에서 설계한 제어칙을 가지고 시스템 불

확실성의 변동에 대해 시간영역의 설계사양을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대하여 시뮬레이션을 행하고 실제 적용 가능성을 검토한다.

2. 제어기 설계

2.1 HMBS의 적분형 서보시스템

본 연구에서 제어대상으로 하는 자기베어링 시스템의 구성도는 Figure 1과 같으며, HMBS에 대한 수학적 표현을 얻기 위해 i) 회전자는 강제이고, ii) 회전축 X_r 에 대해 회전대칭이며, iii) 전자석에 대한 흡인력은 (코일의 전류/간극 길이)의 제곱에 비례한다고 가정한다. 또한 iv) 전자석 8개는 모두 같은 특성을 지니며 v) 전압 전류식에서 속도 기전력은 무시되고, vi) 평형점 부근에서의 미소 변화만을 취급하는 것으로 가정한다.

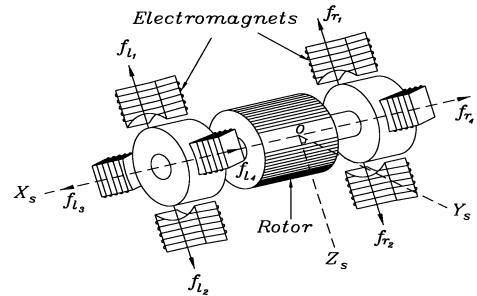


Figure 1: Horizontal-shaft magnetic bearing system

따라서 평형점에서 전자석과 회전자의 간극을 상태변수로 정의하면 HMBS의 상태공간 표현은 식 (1)과 같다[9].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_p x + B_p u \\ y &= C_p x \end{aligned} \tag{1}$$

여기서,

$$\begin{aligned} x &= [g_w, g_w, i]^T \\ u &= [e'_1, e'_1, e'_3, e'_3]^T, \quad y = [y_1, y_1, y_3, y_3]^T \\ x_1 &= [y_s, z_s, \theta, \psi]^T, \quad z = \dot{x}_1 \\ g_w &= [g_1 - W, g_{r_1} - W, g_3 - W, g_{r_3} - W]^T \end{aligned}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0_{4 \times 4} & I_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} \\ C_1(A_1 + B_1 C_2) C_1^{-1} & C_1 A_2 C_1^{-1} & C_1 B_1 C_3 \\ 0_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} & -RI/L \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0_{4 \times 4} \\ 0_{4 \times 4} \\ I_{4 \times 4}/L \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} I_{4 \times 4}^T \\ 0_{4 \times 4}^T \\ 0_{4 \times 4}^T \end{bmatrix}^T$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \alpha/M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha/M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -pJ_x/J_y \\ 0 & pJ_x/J_y & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/M & 1/M \\ -1/M & -1/M & 0 & 0 \\ l/J_y & -l/J_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l/J_y & -l/J_y \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -l & 0 \\ 0 & 1 & l & 0 \\ -10 & 0 & -l \\ -10 & 0 & l \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{W}(F_{i_1} + F_{i_2}) & \frac{2l}{W}(F_{i_1} + F_{i_2}) & 0 \\ 0 & -\frac{2}{W}(F_{r_1} + F_{r_2}) - \frac{2l}{W}(F_{r_1} + F_{r_2}) & 0 & 0 \\ \frac{2}{W}(F_{i_1} + F_{i_2}) & 0 & 0 & \frac{2l}{W}(F_{i_1} + F_{i_2}) \\ \frac{2}{W}(F_{r_1} + F_{r_2}) & 0 & 0 & -\frac{2l}{W}(F_{r_1} + F_{r_2}) \end{bmatrix}$$

$$C_3 = 2 \text{diag} \left[\left(\frac{F_{i_1}}{I_{i_1}} + \frac{F_{i_2}}{I_{i_2}} \right), \left(\frac{F_{r_1}}{I_{r_1}} + \frac{F_{r_2}}{I_{r_2}} \right), \left(\frac{F_{i_1}}{I_{i_1}} + \frac{F_{i_2}}{I_{i_2}} \right), \left(\frac{F_{r_1}}{I_{r_1}} + \frac{F_{r_2}}{I_{r_2}} \right) \right]$$

식 (1)로 표현된 HMBS 시스템을 안정화시키고 파라미터 섭동에 대해 강인하도록 본 연구에서는 Figure 2와 같은 적분형 서보시스템을 적용한다[11].

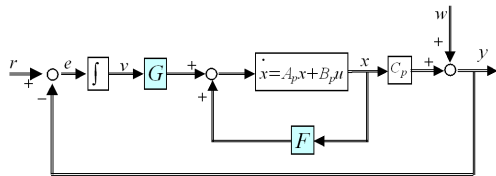


Figure 2: Integral type servo system

Figure 2의 시스템에 대한 확대 오차시스템 (Augmented error system)의 상태공간표현은 식 (2)와 같다.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}_p \tilde{x}(t) + \tilde{B}_p \tilde{u}(t) \quad (2)$$

$$e(t) = \tilde{C}_p \tilde{x}(t)$$

여기서, $\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{v}(t) \end{bmatrix}$, $\tilde{A}_p = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ -C_p & 0 \end{bmatrix}$,

$$\tilde{B}_p = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{C}_p = [-C_p \ 0]$$

Figure 2에서 외란 w 를 부가하면, HMBS의 적분형 서보계의 상태공간 표현은 다음과 같이 정리된다[9].

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (\tilde{A}_p + \tilde{B}_p K) \tilde{x}(t) + \tilde{B}_w w(t) \quad (3)$$

$$y(t) = \tilde{C}_p \tilde{x}(t) + \tilde{D}_w w(t)$$

단, $\tilde{B}_w = [0_{8 \times 4}^T - I_{4 \times 4}^T]^T$, $\tilde{D}_w = I_{4 \times 4}$

2.2 LMI에 의한 제어기 설계

폐루프 시스템의 과도응답을 개선하기 위한 목적으로 극을 지정영역에 배치하도록 한다. 식 (4)와 같은 2차 시스템에 대해

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4)$$

스텝입력에 대한 2% 정착시간과 오버슈트와의 관계는

1) 정착시간 : $T_s = 4\tau = \frac{4}{\zeta\omega_n}$ (5)

2) 오버슈트 제로 : $\zeta > 0.707$ (6)

로 된다. 따라서 과도응답을 개선하기 위해서는 Figure 3에 나타난 것과 같이 폐루프 극점들이 원뿔 내(Conic sector)와 극의 실수부가 어떤 값 이하가 되는 영역에 있어야 한다.

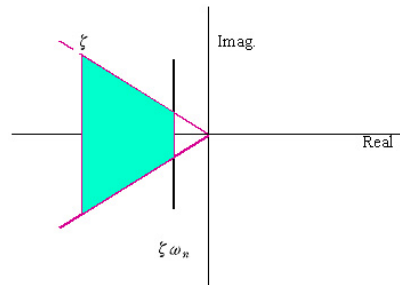


Figure 3: Pole assignment region

따라서, 식 (7)로 표현된 연속시간 선형 시불변 플랜트 $G(s)$ 에 대해 폐루프 계가 안정하고 주어진 영역에 극이 존재하기 위한 상태 피드백 제어기 K 는 다음의 정의 1에서 표현된 LMI로 나타내어 진다.

$$G(s): \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (7)$$

$$u = Kx$$

복소수 영역에서 D 를 좌반부의 부분영역이라고 정의한다. 이때 동적시스템 $\dot{x} = Ax$ 의 모든 극점이 D 영역에 포함되면, 이 시스템을 D 안정이라고 한다.

[정의 1] 다음을 만족하는 대칭행렬 α 와 행렬 β 가 존재하면, 복소평면 D 는 LMI영역이라 한다[10].

$$D = \{z \in C : f_D(z) < 0\} \quad (8)$$

$$f_D(z) := [\alpha_{kl} + \beta_{kl}z + \beta_{kl}\bar{z}]_{1 \leq k, l \leq m}$$

$$\alpha = [\alpha_{kl}] \in R^{m \times m}, \beta = [\beta_{kl}] \in R^{m \times m}$$

여기서, α, β 는 실수행렬이며, $f_D(z)$ 는 특성함수 (Characteristic function)라 한다. 즉 LMI영역이란 z 와 \bar{z} 의 선형행렬 부등식으로 표현되는 복소수 영역에서의 실수축에 대칭인 Convex한 Subset 영역을 의미한다. 위의 특성함수 $f_D(z)$ 를 나타내기 위해, 다음의 행렬을 정의한다.

$$M_D(A, X) := \alpha \otimes X + \beta \otimes (AX) + \beta^T \otimes (AX)^T \quad (9)$$

$$= [\alpha_{kl}X + \beta_{kl}AX + \beta_{kl}XA^T]_{1 \leq k, l \leq m}$$

여기서, \otimes 은 크로넥커 곱(Kronecker product)을 의미한다. 동적시스템 $\dot{x} = Ax$ 의 모든 고유치가 복소평면 D 에 존재하기 위한 특성함수와 이에 대한 LMI 조건은

1) 좌반평면 $\text{Re}(z) < -\alpha$ 인 경우 :

특성함수 $f_D(z) = z + \bar{z} + 2\alpha < 0$

LMI 조건 :

$$M_D(A, X) < 0, \exists X = X^T (> 0) \quad (10)$$

2) 원뿔 내각이 2θ 이고 원점인 경우 :

$$\text{특성함수 } f_D(z) = \begin{bmatrix} \sin\theta(z + \bar{z}) \cos\theta(z - \bar{z}) \\ \cos\theta(\bar{z} - z) \sin\theta(z + \bar{z}) \end{bmatrix} < 0$$

LMI 조건 :

$$\begin{cases} \exists X = X^T (> 0) \\ \begin{bmatrix} \sin\theta(AX + XA^T) - \cos\theta(AX - XA^T) \\ \cos\theta(AX - XA^T) \sin\theta(AX + XA^T) \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \quad (11)$$

로 표현된다. 또한, 위와 같이 개별적으로 정의된 LMI영역은 다음과 같은 성질을 가지고 있다.

[정리 1] 행렬 A 가 두 개의 LMI영역 D_1, D_2 에서 모두 안정하기 위한 필요충분조건은 두 LMI영역 D_1, D_2 에 대해 $M_{D_1}(A, X) < 0, M_{D_2}(A, X) < 0$ 를 만족하는 양 한정 대칭행렬 X 가 존재하는 것이다[10].

다음으로 제어대상에 대한 물리 파라미터 섭동이

$$\bar{q}_i^- \leq q_i(t) \leq q_i^+, \quad i = 1 \dots r \quad (12)$$

와 같이 표현되면, 적분형 서보시스템의 확대 오차시스템 식 (3)에 대한 상태공간 행렬은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{A}_p &= \sum_{i=0}^k \alpha_i \bar{A}_i, & \bar{B}_p &= \sum_{i=0}^k \alpha_i \bar{B}_i \\ \bar{C}_p &= \sum_{i=0}^k \alpha_i \bar{C}_i, & \sum_{i=0}^k \alpha_i &= 1, \quad \alpha_i \geq 0, \\ & & i &= 1 \dots k, \quad k = 2^r \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $\bar{A}_i, \bar{B}_i, \bar{C}_i$ 는 단점행렬이고, 식 (13)으로 나타내어지는 집합을 행렬 폴리토프라 부르며[5], 이 단점행렬 $\bar{A}_i, \bar{B}_i, \bar{C}_i$ 는

$$\begin{aligned} \bar{A}_i &= A_0 + \sum_{j=1}^r q_j A_j \mid q_j = q_j^+ \text{ or } \dot{y} \bar{q}_j^- \\ \bar{B}_i &= B_0 + \sum_{j=1}^r q_j B_j \mid q_j = q_j^+ \text{ or } \dot{y} \bar{q}_j^- \\ \bar{C}_i &= C_0 + \sum_{j=1}^r q_j C_j \mid q_j = q_j^+ \text{ or } \dot{y} \bar{q}_j^- \\ i &= 1 \dots 2^r \end{aligned} \quad (14)$$

로 표현된다. 따라서, 제어대상에 대한 물리 파라미터의 섭동은 식 (14)로 표현가능하며, 외란 저감화에 대한 H_∞ 노음 조건은 유계실 정리를 이용하여 LMI로 변환할 수 있다.

[정리 2] 식 (3)으로 주어진 시스템에 대해서 폐루프시스템이 안정하고 지정된 영역에 극이 존재하며, w 에서 y 까지의 전달함수 $\|G_{yw}\|_\infty < \gamma$ 를 만족시키는 상태 피드백 제어기 K 가 존재하기 위한 필요충분조건은

$$1) \begin{pmatrix} M(X, Y) & \widetilde{B}_w & X\widetilde{C}_p^T \\ \widetilde{B}_w^T & -\gamma I & \widetilde{D}_w^T \\ \widetilde{C}_w^T X & \widetilde{D}_w & -\gamma I \end{pmatrix} < 0$$

$$2) \widetilde{A}_p X + X\widetilde{A}_p + \widetilde{B}_p Y + Y\widetilde{B}_p < -2\alpha X$$

$$3) \begin{bmatrix} \sin\theta A_{11} & -\cos\theta A_{12} \\ \cos\theta A_{21} & \sin\theta A_{22} \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{aligned} \text{단, } M(X, Y) &= \widetilde{A}_p X + X\widetilde{A}_p^T + \widetilde{A}_p Y + Y\widetilde{A}_p^T \\ A_{11} &= (\widetilde{A}_p X + X\widetilde{A}_p^T + \widetilde{B}_p^T Y + Y^T \widetilde{B}_p^T) \\ A_{12} &= (\widetilde{A}_p X - X\widetilde{A}_p^T + \widetilde{B}_p^T Y - Y^T \widetilde{B}_p^T) \\ A_{21} &= (\widetilde{A}_p X - X\widetilde{A}_p^T + \widetilde{B}_p^T Y - Y^T \widetilde{B}_p^T) \\ A_{22} &= (\widetilde{A}_p X + X\widetilde{A}_p^T + \widetilde{B}_p^T Y + Y^T \widetilde{B}_p^T) \end{aligned}$$

을 동시에 만족하는 정정 대칭행렬 X 와 변수 Y 가 존재하는 것이다.

증명: 식 (10)과 식 (11)의 A 행렬 대신에 시스템의 불확실성 표현한 식 (13)의 행렬 \widetilde{A}_p 을 적용한 후 이를 변수 변환법을 사용하면 된다.

정리 2에 의해 구해진 정정 대칭행렬 X 와 변수 Y 를 이용하면, 적분형 서보시스템의 상태 피드백 제어기 K 는 식 (15)로 된다.

$$K = YX^{-1} \quad (15)$$

본 연구에 사용될 HMBS는 마그네틱 모멘트 (Magnetic Moment)사의 MBC500이며, Table 1은 이 시스템의 각 파라미터 값이다.

Table 1: The parameter values of MBC500 system

	Value	Unit		Value	Unit
Gap W	0.0004	m	k	0.28×10^{-7}	Nm^2/A^2
Resistance R	2.2	Ω	J_y	0.000158	kgm^2
Inductance L	0.022	H	J_x	0.000005	kgm^2
$F_{r_1} = F_{l_1}$	2.3143	N	$F_{r_3} = F_{r_4}$	0.4375	N
$F_{r_2} = F_{l_2}$	1.0262		$F_{l_3} = F_{l_4}$	0.4375	
$I_{r_1} = I_{l_1}$	1.15	A	$I_{r_3} = I_{r_4}$	0.5	A
$I_{r_2} = I_{l_2}$	0.7658		$I_{l_3} = I_{l_4}$	0.5	
Length l	0.269	m	Mass M	0.2629	kg

먼저 시스템 행렬 A_p, B_p, C_p 계수의 변동을 파라미터의 섭동으로 생각한다. 이 때 계수행렬을 행렬 폴리토프의 형태로 표현하면, 파라미터 섭동에 대한 제어계의 강인성이 보증된다. 본 연구에서 변동하는 시스템 파라미터는 부상체의 질량 M , 저항 R 및 회전자의 회전수 변화 p 이고, 이들 파라미터 섭동 값은 Table 2와 같다. 각 파라미터 값이 최소가 되는 경우를 Case_1, 공칭 값을 갖는 경우를 Case_2, 최대가 되는 경우를 Case_3으로 설정한 후 시뮬레이션을 실시하였다.

Table 2: The values of physical parameters perturbation

	M [kg]	R [Ω]	p [rpm]
Min.(Case_1)	0.1445	1.43	0.0
Nom.(Case_2)	0.2629	2.20	5,000
Max.(Case_3)	0.3810	2.97	10,000

다음으로 과도응답개선을 위한 시간영역의 설계 사양으로 오버슈트를 영으로 하고, 정착시간을 1s 이내로 한다. 정리 2에서 구한 X, Y 를 이용하여 Table 2로 표현된 물리 파라미터 섭동에 대해 앞의 설계사양을 만족하는 상태피드백 제어기 K 를 LMI Toolbox를 이용하여 구한 결과는 다음과 같다[13].

$$K = [F \quad G] \quad (16)$$

$$\text{여기서, } F = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4]^T$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} -7.8723 \times 10^4 \\ 5.5457 \times 10^3 \\ 1.8542 \times 10^1 \\ -1.8542 \times 10^1 \\ -1.8763 \times 10^2 \\ -3.2312 \times 10^1 \\ 1.5120 \times 10^0 \\ -1.5120 \times 10^0 \\ 2.8089 \times 10^1 \\ -2.7786 \times 10^0 \\ -6.1369 \times 10^{-2} \\ 6.1369 \times 10^{-2} \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} 5.5457 \times 10^3 \\ -7.8723 \times 10^4 \\ -1.8542 \times 10^1 \\ 1.8542 \times 10^1 \\ -3.2312 \times 10^1 \\ -1.8763 \times 10^2 \\ -1.5120 \times 10^0 \\ 1.5120 \times 10^0 \\ -2.7786 \times 10^0 \\ 2.8089 \times 10^1 \\ 6.1369 \times 10^{-2} \\ -6.1369 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} -1.9987 \times 10^1 \\ 1.9987 \times 10^1 \\ -4.2586 \times 10^4 \\ -5.0791 \times 10^2 \\ -1.2837 \times 10^0 \\ 1.2837 \times 10^0 \\ -1.8174 \times 10^2 \\ -4.8997 \times 10^1 \\ 8.3007 \times 10^{-2} \\ -8.3007 \times 10^{-2} \\ 2.2880 \times 10^1 \\ -1.3693 \times 10^0 \end{bmatrix}, F_4 = \begin{bmatrix} 1.9987 \times 10^1 \\ -1.9987 \times 10^1 \\ -5.0791 \times 10^2 \\ -4.2586 \times 10^4 \\ 1.2837 \times 10^0 \\ -1.2837 \times 10^0 \\ -4.8997 \times 10^1 \\ -1.8174 \times 10^2 \\ -8.3007 \times 10^{-2} \\ 8.3007 \times 10^{-2} \\ -1.3693 \times 10^0 \\ 2.2885 \times 10^1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 7.8521 \times 10^4 & 1.8557 \times 10^3 & 3.9103 \times 10^2 & -3.9103 \times 10^2 \\ 1.8557 \times 10^3 & 7.8521 \times 10^4 & -3.9103 \times 10^2 & 3.9103 \times 10^2 \\ -1.1728 \times 10^3 & 1.1728 \times 10^3 & 7.0700 \times 10^1 & 1.3112 \times 10^4 \\ 1.1728 \times 10^3 & -1.1728 \times 10^3 & 1.3112 \times 10^4 & 7.0700 \times 10^1 \end{bmatrix}$$

3. 시뮬레이션 및 고찰

Figure 4는 2장에서 설계한 제어칙을 이용하여 식 (3)으로 표현된 확대 오차시스템의 각 단점들에 대한 페루프 극점의 위치를 나타내고 있다. 이 그림으로부터 시스템의 물리 파라미터 섭동에 대해서도 모든 극점이 좌반면에 존재하고 있어 설계된 제어시스템은 안정하며 과도응답의 개선이 이루어 질 수 있음을 알 수 있다.

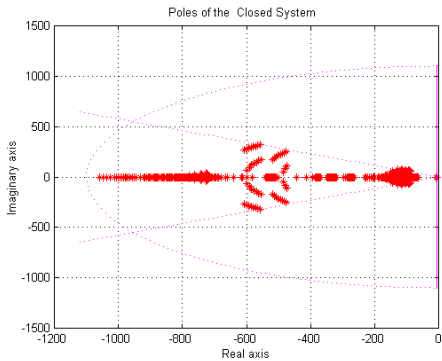


Figure 4: Poles of the closed loop system

또한 Figure 2에서 외란 w 에서 출력 y 까지의

전달함수를 감도함수 $S(s)$, 기준입력 r 에서 제어 대상의 출력 y 까지의 전달함수를 상보감도함수 $T(s)$ 라 하면, $S(s)$ 와 $T(s)$ 의 관계는 식 (17)로 된다.

$$S(s) + T(s) = I \quad (17)$$

여기서, I 는 단위행렬이다. Figure 5는 식 (14)로 표현된 각 단점에 대해 식 (17)의 만족여부를 보여주는 보드선도이다. 이 그림으로부터 알 수 있듯이 H_∞ 노음의 설계사양과 식 (17)이 만족되고 있다.

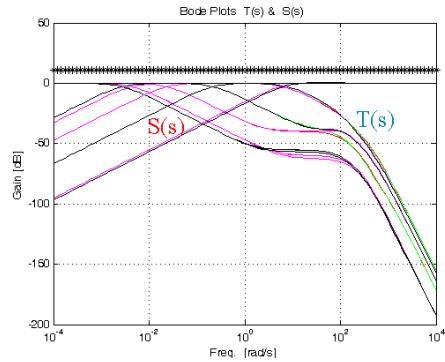
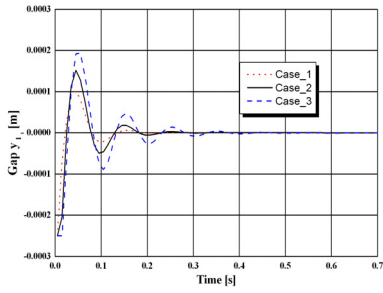


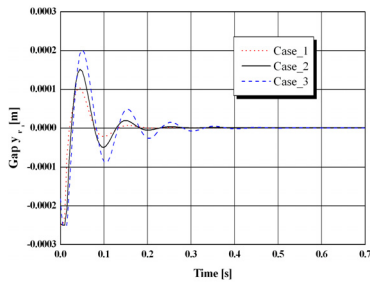
Figure 5: Plots of $S(s)$ and $T(s)$

Figure 6~Figure 10은 2장에서 설계된 상태 피드백 제어칙 식 (16)을 가지고, Figure 2의 제어시스템을 구성한 후 시뮬레이션을 수행한 결과이다. 이 때, 시뮬레이션은 시스템의 불확실성에 대한 강인성에 주안점을 두고 있으므로, 시스템의 파라미터 섭동에 따른 초기위치에 대한 부상응답, 부상 후 기준위치의 계단상 변경에 따른 추종응답, 그리고 출력측에 계단상 외란을 가한 응답 등으로 수행하였다.

Figure 6은 시스템 파라미터 섭동 등에 대해 시간영역의 설계사양을 고려하지 않은 경우의 시뮬레이션 응답이다. 이 때, 초기치의 값은 -0.25mm 이며, 모두가 0.5s 이내에 안정하게 부상되고 있지만, 과도 응답시에는 많은 진동이 나타나고 있으며, 특히 Case_1의 경우보다 Case_3의 경우가 응답이 열악함을 알 수 있다.

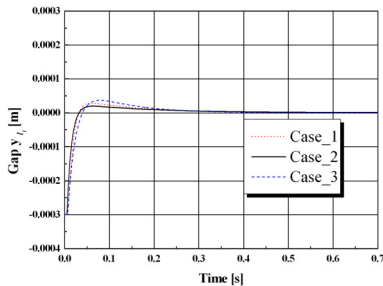


(a) The plot of y_{l_1}

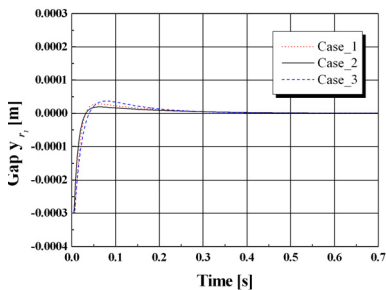


(b) The plot of y_{r_1}

Figure 6: Initial value response without pole assignment region



(a) The plot of y_{l_1}

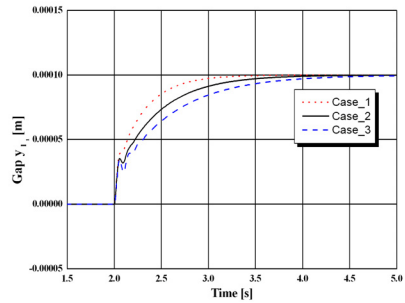


(b) The plot of y_{r_1}

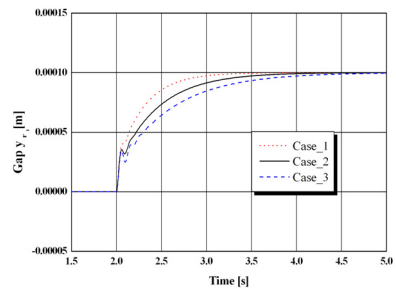
Figure 7: Initial value response with pole assignment region

이에 대해, Figure 7은 시스템의 불확실성에 대해 시간영역의 설계사양을 고려한 초기치 응답으로서, 초기치가 -0.3mm 인 경우에 대해서도 진동이 없이 안정하게 수렴하고 있으며, 모두가 0.3s 이내로 수렴하고 있다. 이의 두 개의 응답을 비교하면 제어기 설계시 시스템의 불확실성에 대해 시간영역의 설계사양을 함께 고려하는 쪽이 우수한 응답 특성을 나타내고 있음을 알 수 있다.

Figure 8은 시스템의 파라미터 섭동에 대해 시간영역의 설계사양을 고려하지 않은 채, 기준위치를 수직방향(y_{l_1}, y_{r_1})으로 0.1mm 변경하였을 때 시뮬레이션 결과이다. 이 응답에서는 모든 물리 파라미터 섭동에 대해서도 정상상태의 오차는 제로이고, 2s 이내에 목표치를 추종하고 있지만 과도응답 시에는 오버슈트가 나타나고 있다.



(a) The plot of y_{l_1}

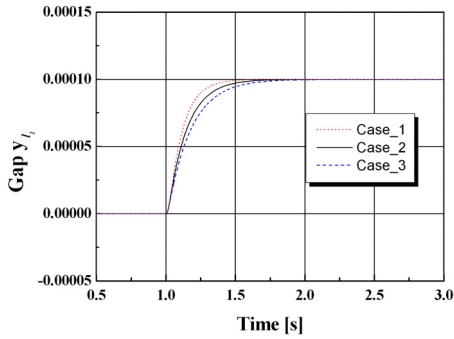


(b) The plot of y_{r_1}

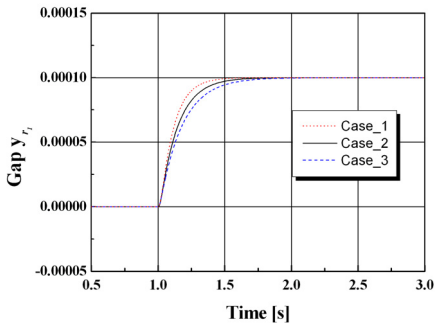
Figure 8: Step response without pole assignment region

이에 반해, Figure 9는 시간영역의 설계사양을 고려한 경우의 응답으로, 기준위치를 수직방향

(y_{l_i}, y_{r_i}) 으로 0.1mm 변경하였을 때 정상상태 오차 없이 1s 이내로 수렴하고 있다.



(a) The plot of y_{l_i}

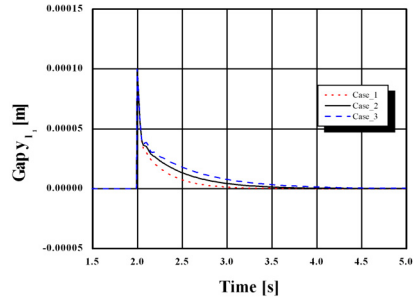


(b) The plot of y_{r_i}

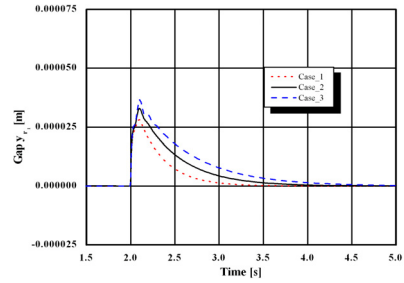
Figure 9: Step response with pole assignment region

Figure 10과 Figure 11은 시간영역의 설계사양 즉 페루프의 극을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우에 있어 출력측 y_{l_i} 에 크기가 0.1mm인 계단상의 외란을 가한 경우의 시물레이션 결과이다. Figure 10과 Figure 11의 응답으로부터 알 수 있는 것처럼, 물리 파라미터의 섭동에 대해서도 외란이 제거되는 모습을 볼 수 있으며, y_{l_i} 에 가한 외란의 영향이 y_{r_i} 에 영향을 주고 있지만 모두 제거되어 강한 외란 제거 성능 갖고 있다.

그러나 시간영역의 설계사양을 고려한 경우에 있어, y_{l_i} 에 가한 외란의 영향은 y_{r_i} 에 미미하게 나타나고 있다. 외란은 시간영역의 설계사양을 고려한 경우가 고려하지 않은 경우보다 빠르게 제거되고 있다.

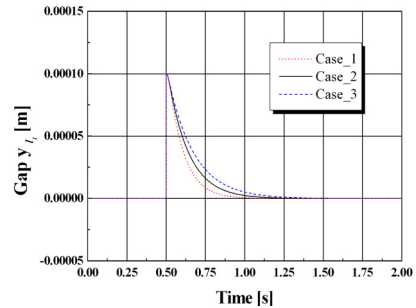


(a) The plot of y_{l_i}

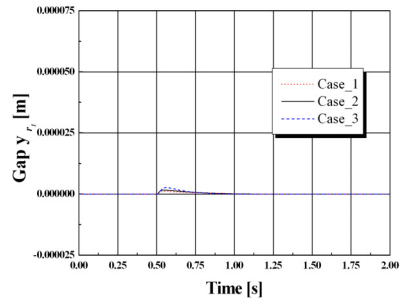


(b) The plot of y_{r_i}

Figure 10: Disturbance response without pole assignment region



(a) The plot of y_{l_i}



(b) The plot of y_{r_i}

Figure 11: Disturbance response with pole assignment region

4. 결 론

본 연구에서는 적분형 서보시스템을 삽입한 횡축형 자기 베어링 제어시스템에 대한 과도응답 개선을 위해 시간영역의 설계사양을 설정하고, 선형 행렬 부등식을 이용해서 설계된 상태 피드백 제어기의 성능을 시뮬레이션을 통해 확인한 결과는 다음과 같다.

시간영역의 설계사양인 페루프 극 영역을 고려한 후 이를 선형 행렬 부등식으로 정식화한 수식으로부터 설계된 제어시스템은 지정한 복소평면의 좌반면에 모든 극점을 갖게 되므로, 시스템의 파라미터 섭동에 대해 강인성을 나타내었다. 특히, 시간영역의 설계사양을 추가함으로써 고려하지 않은 경우보다 추종성능 및 외란 제거성능 등 과도응답이 개선됨을 확인할 수 있었다.

향후 이러한 시뮬레이션 결과를 바탕으로 상태관측기를 설계한 후 실제 실험 장치에 부착하여 응답 실험을 하는 것이 남은 과제이다.

참 고 문 헌

- [1] 電氣學會, 磁氣浮上と磁氣軸受, コロナ社, pp.6~36, 1993.
- [2] 清水, 谷口, “磁氣軸受の原理と應用”, 機械の研究, vol.22, pp.1620, 昭45-12.
- [3] 野波, “磁氣浮上磁氣軸受制御の現況と制御理論”, 計測と制御, vol.32, no.4, pp.301, 1993.
- [4] 김창화 외 2명, “LMI를 이용한 자기 베어링 시스템의 강인성 제어”, 한국자동제어학술대회 논문집 D권, pp. 436~439, 1999.
- [5] 小原, 松江, “最適化を用いた制御系設計”, 日本システム/制御/情報學會, vol. 38, no. 3, pp. 138~146, 1994.
- [6] 野波, “5自由度制御形磁氣軸受制御系の研究-ジャイロ効果による相互干渉のある系の最適レギュレータの構成”, 計測自動制御學會論文集, vol.20, no.12, pp.1095~1101, 1984.
- [7] Johnson, R. G., D. Pang, J. Kirk and D. Anand, “Physical Modelling of High Speed Magnetic Bearing System”, Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 474-482, 1992.
- [8] K. Nonami. et al, “Robust control of magnetic bearing system using constantly scaled H_{∞} control”, Proc. of the 6th Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 713-722, 1998.
- [9] 김창화 외2명, “선형행렬부등식 기법을 이용한 횡축형 자기 베어링 시스템의 로버스트 제어”, 한국박용기관학회논문지, vol.25. no.2, pp.321-330, 2001.
- [10] M. Chilali and P. Gahinet, “ H_{∞} design with pole placement constraints : An LMI approach”, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 41, no.3, pp. 358-367, 1996.
- [11] 池田, “2自由度積分形最適サーボ系の構成”, 計測自動制御學會論文集, vol.27, no.8, pp. 907-914. 1991.
- [12] Holt Ashley, Engineering analysis of Flight Vehicles, Dover Inc., 1974.
- [13] P. Gahinet, A. Nemirovskii, A. J. Laub, and M. Chilali, LMI Control Toolbox, The Math Works Inc., 1994.
- [14] D. W. Gu, P. Hr. Petkov, and M. M. Konstantinov, Robust Control Design with MATLAB, Springer, 2005.

저 자 소 개



김창화(金昌和)

1991년 부산수산대학교 기관공학과 졸업, 1993년 부경대학교 대학원 석사, 1997년 부경대학교 대학원 박사, 1997년~현재 경남정보대학 전자정보계열 부교수, 당학회 회원



정병건(鄭柄健)

1990년 한국해양대학교 대학원 석사, 1996년 부경대학교 대학원 박사, 1992~현재 한국해양대학교 해사대학 선박전자기계공학부 교수, 당학회 회원.



양주호(梁注鎬)

1980년 부경대학교 대학원 석사, 1990년 한국해양대학교 대학원 박사, 1980년~1988년 경남전문대학 교수, 1988년~현재 부경대학교 공과대학 기계공학부 교수, 당학회 회원