

분산을 고려한 혼합물 배합비의 최적허용차 결정

김성준*†·박종인**

* 강릉원주대학교 산업정보경영공학과

** 한국산업기술시험원 신뢰성기술센터

An optimal tolerancing of the mixture ratio with variance considerations

Seong-Jun Kim*†·Jong In Park**

* Department of Industrial, Information, and Management Engineering, Kangnung National University

** Reliability Technology Center, Korea Testing Laboratory

Key Words : Response Surface, Mixture Ratio, Tolerance Design, Variance, Multiple Characteristics

Abstract

Performance variations in mixture products such as medicine, food, and chemicals can be caused by their own subcomponents. For instance, a discharge capacity of a lithium-ion battery depends upon the mixture ratio of ethylene, dimethyle, and ethyle-methyle, all of which are subcomponents of an electrolyte solution in the battery. Thus it is crucial to determine tolerances of the mixture ratio in order to maintain the product quality at a desired level. This paper is concerned with the tolerance design of the mixture ratio. In particular, minimizing variance around the mixture ratio is adopted as a decision criterion in this paper. An illustrative example with multiple quality characteristics is given as well.

1. 서 론

산포감소를 통한 품질개선을 위해 다구치는 파라미터설계 및 허용차설계를 제안하였다. 파라미터설계는 산포의 원인인 잡음을 그대로 내버려 둔 채 품질특성이 잡음의 영향에 둔감하도록 최적조건을 결정한다. 이렇게 최적조건이 결정된 후 산포를 더 줄일 필요가 있을 때 허용차설계를 수행하게 된다. 허용차설계란 최종 품질특성 Y 의 산포를 줄이기 위해 하위특성 또는 인자의 허용차를 선택적으로 줄이는 과정을 말한다. 이 때 하위특성 간의 제약은 고려하지 않는 것이 보통이지만, 혼합물 (Mixture)의 경우는 그렇지 않다. 혼합물이란

윤활유, 건축재, 식음료 등과 같이 여러 성분을 혼합해서 제조되는 제품을 말하는 데, 혼합물의 품질특성은 개별 성분의 양이 아니라 배합비에 의해 결정되는 특징이 있다. 특히 배합비의 합은 1이라는 제약이 따르게 되는 데 즉 혼합물을 구성하는 k 가지 물질의 성분비를 x_i 라고 할 때 다음의 제약식이 존재하게 된다 [Cornell, 2002]

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_k = 1 \quad (1)$$

단 $0 \leq x_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, k$. 이러한 제약이 가해지는 혼합물의 허용차설계는 조립품이나 가공품 분야에 비해 연구가 미흡한 실정이다. 이에 본 논문은 혼합물의 최적배합비가 주어졌을 때 그 허용차의 결정에 대해 연구하고자 한다.

혼합물의 최적배합비는 최종 품질특성과 성분비 사이의 경험적 모델로부터 구할 수 있다. 이를 위해 혼합

† 교신저자 sjkim@gwnu.ac.kr

※ 본 연구는 2008년도 정부재원 (교과부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받았음 (KRF-2008-521-D00528).

물 실험계획법이 이용된다. 혼합물 실험계획법은 전통적인 제조분야 뿐 아니라 나노재료, 반도체, 이차전지 등 첨단 분야에서도 제품설계 및 품질개선을 위해 폭넓게 활용되고 있다. 「김성준과 박종인, 2005; Park et al., 2008」 하지만 혼합물 실험계획법을 이용하여 최적 배합비를 발견하였다 하더라도 그 이후 성분마다의 허용차를 결정하는 것은 제품 생산을 위해 꼭 필요한 단계이다. 부정확한 제어나 인적 오류 등으로 인해 설정된 배합비가 제조 중에 흔들리게 되면 혼합물의 물성이 크게 변할 수 있기 때문이다. 따라서 최종 품질특성의 변동을 최소화하는 것은 허용차 결정에 중요한 기준이 된다. 이에 본 논문에서는 비용제약 하에 최종 품질특성의 분산을 최소화하는 허용차 결정방법을 제안한다. 아울러 수치예제를 통해 품질특성이 두 가지로 주어질 경우의 적용절차도 예시하고자 한다.

2. 관련연구 및 문제정의

2.1 관련연구

어떤 혼합물의 품질특성 Y 와 그 구성물질의 배합비 (x_1, x_2, \dots, x_k) 간의 함수관계가 알려져 있다면 허용차 결정은 분석적으로 가능할 것이다. 하지만 함수형태를 알 수 없거나 인자의 수가 많을 때에는 해석적인 방법으로는 곤란하며 실험계획법을 이용하게 된다. 또한 대부분의 혼합물은 Cornell(2002)에서도 지적하였듯이 다수의 품질특성을 갖게 되는 데 예를 들어 핵폐기물 처리에 이용되는 Borosilicate Glass는 점도, 전도성, 화학적 내구성에 관한 기준치가 명시되어 있다. 따라서 이들 기준을 모두 만족할 수 있도록 여러 산화물들 간의 최적배합비를 찾고 그 허용차를 결정해주어야 한다.

Park et al.(2008)은 혼합물계획을 통해 얻은 경험적 모델을 다룰 수 있도록 다구치의 손실함수를 확장한 다변량 손실함수를 근사적으로 유도하고 이를 허용차설계에 활용하였다. Steiner and Hamada(1997)는 통제하기 어려운 공정변수나 배합오차가 존재할 때 혼합물의 강건설계에 대해 연구하였다. 성분 i 에 대한 실제 성분비 x_i 와 원래 의도한 성분비 τ_i 간의 관계를 $x_i = \tau_i + \epsilon_i$ 로 가정하고 배합오차가 기대손실 및 최적조건에 미치는 영향을 조사하였다. 김성준과 박종인(2005)의 이차전지 최적설계 연구에서는 외부 공정변수의 최적조건을 정할 때 혼합물 배합비의 Operating Window를 넓

혀 놓는 것이 여러 품질특성을 동시에 최적화하는 데 유리함을 지적하였다. Operating Window가 클수록 허용차 선택의 폭도 넓어지기 때문이다.

혼합물이 아닌 조립품이나 가공품에 대해서는 허용차설계가 더욱 다양하게 연구되어 왔다. 예를 들어, Kim and Choi(2003)는 다구치의 손실과 가공비용의 합으로 표현되는 총비용을 최소화하는 허용차 할당모형을 비선형계획법으로 개발하였다. 유사한 연구로서 Feng and Kusiak(1997)은 목적함수를 선형으로 표현하고 허용차설계의 해법으로 추계적 정수계획법을 제안하였다. 또한 Wu et al.(1998)은 다구치의 품질손실과 제조비용을 최소화할 수 있는 허용차설계를 제시하였고, 특히 분포의 형태에 따라 품질손실을 더 적절하게 정할 수 있도록 조정계수를 제공하였다. 한편 Jeang(1999)은 반응표면분석법을 도입하여 조립부품의 허용차설계를 수행하였다. 하지만 중심합성계획보다는 혼합물실험계획이 더 적절하다는 지적이 Sehirlioglu and Özler(2008)에 의해 제기된 바 있다. 이외에도 Cho et al.(2000)은 반응표면분석을 이용한 Dual Response Approach를 통하여 파라미터설계 및 허용차설계를 통합적으로 수행할 것을 제안하였다. 한편 고려되는 성능특성이 다수인 경우 Chou and Chang(2000)은 다구치의 기대손실을 최소화함으로써 Wheel의 두께와 직경을 동시에 고려하는 허용차 배분에 대해 연구하였다. 또한 다특성의 공분산행렬 정보를 이용하여 품질손실과 제조비용의 합을 최소화하는 허용차설계 절차가 Lee and Tang(2000)에 의해 제안된 바 있다.

또한, 대부분의 혼합물 제조에는 다양한 오차요인이 등장한다. 특히 단순한 부주의나 부정확한 측정에서 오는 혼합오차는 의도한 혼합비를 유지하기 어렵게 한다. 혼합오차의 표현을 위해 보통 상대오차모형과 절대오차모형이 이용되는 데 성분 i 의 의도한 함량을 A_i 라고 하면 각 모형 하에서의 혼합비는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x_i^{rel} = A_i(1 + e_i) / \sum_{j=1}^k A_j(1 + e_j)$$

$$x_i^{abs} = (A_i + e_i) / \sum_{j=1}^k (A_j + e_j)$$

여기서 e_i 는 평균이 0이고 표준편차가 σ_i 인 혼합오차를 뜻한다. 혼합물 제조의 상황은 일반적으로 상대오차모형이 더 적절한 것으로 알려져 있는데 「Steiner and Hamada, 1997」 본 논문에서도 상대오차모형을 이용한 허용차결정과정을 제시하고자 한다.

2.2 문제정의

전술한 바와 같이, 산포와 비용을 고려하는 허용차설계문제는 다양한 분야에서 연구되어 왔지만 혼합물 부문은 그 관련 연구가 상대적으로 미흡한 실정이다. 본 논문에서는 혼합물을 구성하는 성분들의 혼합비가 주어진 상황에서 그 허용차를 결정하는 절차를 제시한다. 특히 허용차를 정할 때 Y 의 분산을 고려함으로써 혼합비의 흔들림으로 인한 품질변동을 최소화하는 데 초점을 둔다. 우선 품질특성 Y 와 배합비 (x_1, x_2, \dots, x_k) 간의 관계를 파악하기 위해서는 혼합물 실험계획법에 의한 반응표면모델링이 필요하다. 이를 위해 본 논문에서는 혼합물실험에서 주로 사용되는 식 (2)의 2차 반응표면모형을 사용하기로 한다. [Cornell, 2002]

$$E(Y) = \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

식 (2)의 β_i 와 β_{ij} 에 대한 최소제곱추정치를 각각 b_i 와 b_{ij} 라고 하면 다음 추정식을 얻게 된다.

$$\hat{Y} = g(x) = \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j \quad (3)$$

단 $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ 이다. 식 (3)을 이용하여 결정된 최적배합비는 $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*)$ 로 나타내기로 한다. 일단 최적배합비가 결정되고 나면 적절한 허용차를 부여해야 한다. 일반적으로 최적배합비는 Y 의 평균을 고려하여 결정되기 때문에 허용차설계는 그 주위에서의 분산 혹은 산포를 고려하는 것은 의미가 있다. 한편 엄격한 허용차는 비용상승을 초래하므로 적절한 Trade-off가 필요하다. 이를 위해 본 논문에서는 허용차설계비용 제약 하에 Y 의 분산을 최소화하는 허용차 결정방법을 제안한다. 보통 Y 의 분산은 알려져 있지 않으므로 식 (3)의 반응표면식을 이용하여 $x = x^*$ 주위에서 다음과 같이 근사화한다. [Park et al., 2008]

$$\begin{aligned} \widehat{var}(Y) &\simeq \sum_{i=1}^k (\partial g / \partial x_i)_{x=x^*}^2 var(x_i) \\ &+ \sum_{i \neq j} (\partial g / \partial x_i)_{x=x^*} (\partial g / \partial x_j)_{x=x^*} cov(x_i, x_j) \end{aligned} \quad (4)$$

그리고 성분 i 에 대해 구하려는 허용차를 Δ_i 라 할 때 이를 위해 소요되는 변동비용은 w_i / Δ_i 로 나타내기로 한다. 즉 허용차를 작게 할수록 비용은 증가하게 된다. 허용차설계 소요비용을 표현하는 함수는 다양하지

만 여기서는 가장 간단한 형태 중 하나인 역함수를 채택한 것이다. 허용차 비용함수의 선택에 관한 자세한 내용은 Cheng and Maghsoodloo(1995)의 연구를 참고하기 바란다. 따라서 허용차결정을 위한 비용제약식은 다음과 같이 둘 수 있다.

$$\sum_{i=1}^k w_i / \Delta_i \leq W \quad (5)$$

단 W 는 사전에 주어진 예산액이며 w_i 는 개별성분의 허용차 설정에 필요한 변동비용과 노력을 감안하여 결정된다. 따라서 허용차결정 문제는 식 (5)를 제약식으로 하고 식 (4)의 분산을 최소화하는 최적화문제로서 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \widehat{var}(Y) \\ & \text{s.t. } \sum_{i=1}^k w_i / \Delta_i \leq W \\ & \quad 0 \leq \Delta_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad (6)$$

최적화문제 (6)의 결정변수는 개별성분비의 허용차 $(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_k)$ 이고 목적함수와 제약식이 모두 비선형이므로 최적해를 구하는 데에는 비선형계획법을 이용한다. 지금까지 기술한 혼합물의 허용차를 결정하는 과정을 수치예제를 통해 3장에서 설명한다.

3. 혼합비 허용차의 결정과정

3.1 수치예제

시각적인 설명을 용이하게 하기 위해 혼합물 성분이 3가지인 경우를 살펴보기로 한다. 예시를 위해 생성된 데이터 Y_1 과 Y_2 에 대해 혼합물 실험계획의 하나인 Simplex Lattice Design을 이용하여 얻은 반응표면모델링 결과는 각각 다음과 같다.

$$\hat{Y}_1 = 0.079x_1 + 0.199x_2 + 0.129x_3 + 0.666x_1x_2 + 0.848x_1x_3 + 0.608x_2x_3 \quad (7)$$

$$\hat{Y}_2 = 62.202x_1 + 60.202x_2 + 52.202x_3 + 98.623x_1x_2 + 26.623x_1x_3 - 69.377x_2x_3 \quad (8)$$

식 (7)과 (8)은 Mixture Regression에 의한 2차 모형을 추정한 것으로 MINITAB R14 영문판을 이용하여 얻어졌다. 혼합물실험계획에 관한 일반적인 내용은

Cornell(2002) 혹은 박성현(2003)을 참고하기 바란다.

3.2 최적허용차 결정

먼저 Y_1 에 대한 허용차 결정과정을 살펴보기로 한다. 허용차를 구하기 위해서는 최적배합비가 필요하다. 역시 MINITAB을 이용하여 찾은 최적해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x^* &= (x_1^*, x_2^*, x_3^*) \\ &= (0.297, 0.365, 0.338) \end{aligned} \quad (9)$$

단 Y_1 은 망대특성으로 가정하였다. 최적배합비가 식 (9)로 주어졌을 때 식 (4)의 분산을 얻기 위해서는 $var(x_i)$ 와 $cov(x_i, x_j)$ 에 대한 정보가 필요하다. 이를 위해 Park et al. (2008)에서는 x^* 가 주어지고 혼합오차가 존재할 때 다음과 같은 근사적인 관계가 성립함을 보였다.

$$var(x_i) \simeq (x_i^*)^2 [(1-x_i^*)^2 \sigma_i^2 + \sum_{k \neq i} (x_k^* \sigma_k)^2] \quad (10)$$

$$\begin{aligned} cov(x_i, x_j) &\simeq x_i^* x_j^* [\sum_{k \neq i, j} (x_k^* \sigma_k)^2 \\ &\quad - x_i^* (1-x_i^*) \sigma_i^2 - x_j^* (1-x_j^*) \sigma_j^2] \end{aligned} \quad (11)$$

식 (10)과 (11)은 바로 상대오차모형을 배경으로 한다. 특히 혼합오차의 표준편차는 허용차의 함수로서 $\sigma_i = h_i \Delta_i$ 와 같이 나타낼 수 있는 데 여기서 h_i 는 혼합공정의 능력을 고려하여 정할 수 있다. 예를 들어 공정능력지수 $C_p = 1$ 인 경우는 $h_i = 1/3$ 에 해당된다. 이와 관련된 자세한 논의는 Steiner and Hamada(1997)와 Park et al.(2008)을 참고하기 바란다.

이제 식 (4)를 이용하여 Y_1 의 분산을 추정하기로 한다. 우선 식 (7)을 x_1 에 대해 편미분하고 식 (9)의 최적배합비를 대입하면 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (\partial \widehat{Y}_1 / \partial x_1)_{x=x^*} &= (0.079 + 0.666x_2 + 0.848x_3)_{x=x^*} \\ &= 0.609 \end{aligned}$$

마찬가지로, x_2 와 x_3 에 대해서도 다음 계산결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (\partial \widehat{Y}_1 / \partial x_2)_{x=x^*} &= 0.602 \\ (\partial \widehat{Y}_1 / \partial x_3)_{x=x^*} &= 0.603 \end{aligned}$$

식 (10)과 (11)에 $\sigma_i = (1/3)\Delta_i$ 를 대입하면 $var(x_1)$

과 $cov(x_1, x_2)$ 도 역시 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} var(\widehat{x_1})_{x=x^*} &\simeq (x_1^*)^2 [(1-x_1^*)^2 \sigma_1^2 + (x_2^* \sigma_2)^2 + (x_3^* \sigma_3)^2] \\ &= 0.0048\Delta_1^2 + 0.0013\Delta_2^2 + 0.0011\Delta_3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} cov(\widehat{x_1, x_2})_{x=x^*} &\simeq x_1^* x_2^* [(x_3^* \sigma_3)^2 - x_1^* (1-x_1^*) \sigma_1^2 - x_2^* (1-x_2^*) \sigma_2^2] \\ &= -0.0025\Delta_1^2 - 0.0023\Delta_2^2 + 0.0012\Delta_3^2 \end{aligned}$$

같은 방식으로 $var(x_2)$, $var(x_3)$, $cov(x_1, x_3)$, $cov(x_2, x_3)$ 를 모두 구하고 정리하면 Y_1 의 분산은 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} var(\widehat{Y_1}) &\simeq a_{11}\Delta_1^2 + a_{12}\Delta_2^2 + a_{13}\Delta_3^2 \\ &= 0.00134\Delta_1^2 + 0.00163\Delta_2^2 + 0.00152\Delta_3^2 \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 허용차를 줄이는 데 가용한 예산을 $W=50$ 이라 하고 성분별로 소요되는 단위당 비용을 $w_1 = w_2 = w_3 = 1$ 로 두면 식 (12)를 목적함수로 하는 최적화문제 (6)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} &Minimize \quad 0.00134\Delta_1^2 + 0.00163\Delta_2^2 + 0.00152\Delta_3^2 \\ &s.t. \quad \frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_2} + \frac{1}{\Delta_3} \leq 50 \\ &\quad \quad 0 \leq \Delta_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad (13)$$

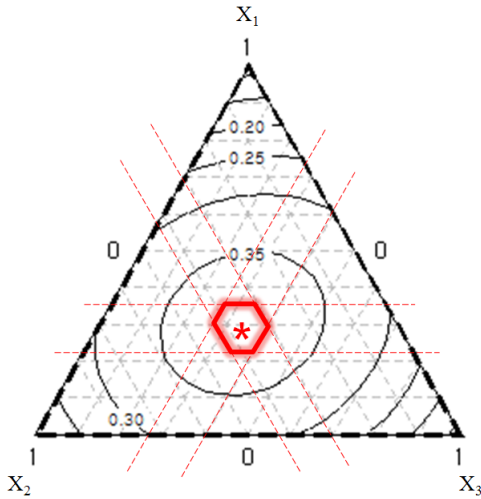
목적함수와 제약식이 모두 비선형인 최적화문제 (13)을 풀기 위해 MATLAB의 Optimization Toolbox를 이용하면 다음과 같은 최적해를 얻게 된다.

$$(\Delta_1^*, \Delta_2^*, \Delta_3^*) = (0.062, 0.058, 0.060) \quad (14)$$

식 (9)의 최적배합비는 식 (14)의 허용차를 갖게 되므로 혼합물 제조단계에서 각각의 성분을

$$\begin{aligned} x_1^* \pm \Delta_1^* &= 0.297 \pm 0.062 = (0.235, 0.359) \\ x_2^* \pm \Delta_2^* &= 0.365 \pm 0.058 = (0.307, 0.423) \\ x_3^* \pm \Delta_3^* &= 0.338 \pm 0.060 = (0.278, 0.398) \end{aligned}$$

와 같이 관리하는 것이 Y_1 의 분산을 안정적으로 유지하는 데 최적임을 알 수 있다. 하지만 배합비는 합이 1이라는 제약이 따르게 되므로 실제 최적허용차영역은 <그림 1>과 같이 나타나게 됨을 유의해야 한다.



<그림 1> Y₁의 분산을 고려한 허용차영역

3.3 두 가지 특성을 고려한 허용차결정

앞에서 제안된 절차는 품질특성이 다수인 경우에도 적용될 수 있다. 여기서는 두 가지 특성 Y₁과 Y₂를 동시에 고려하여 허용차를 결정하는 과정을 제시한다. 다 특성 상황에서 최적배합비를 구하는 방법은 다양하지만 여기서는 다음과 같이 주어진 것으로 간주한다.

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (0.391, 0.426, 0.183) \tag{15}$$

사실 이 결과는 MINITAB의 Response Optimizer 기능을 이용하여 얻어진 것으로 호감도 (Desirability)를 최대화하는 조건에 해당된다. 호감도란 어떤 결과에 대해 사용자가 느끼는 만족의 정도를 0과 1 사이로 표현한 것으로 1에 가까울수록 바람직한 결과라는 의미가 된다. 호감도에 관한 보다 자세한 설명은 Cornell(2002)을 참고하기 바란다.

일단 최적배합비가 식 (15)와 같이 주어지면 3.2절의 방법에 따라 Y₁과 Y₂의 분산은 각각 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \widehat{var}(Y_1) &\simeq a_{11}\Delta_1^2 + a_{12}\Delta_2^2 + a_{13}\Delta_3^2 \\ &= 0.00152\Delta_1^2 + 0.00167\Delta_2^2 + 0.00087\Delta_3^2 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \widehat{var}(Y_2) &\simeq a_{21}\Delta_1^2 + a_{22}\Delta_2^2 + a_{23}\Delta_3^2 \\ &= 53.982\Delta_1^2 + 43.308\Delta_2^2 + 12.330\Delta_3^2 \end{aligned} \tag{17}$$

식 (16)과 (17)이 주어지면 두 가지 특성을 동시에 고려하기 위해 다음과 같은 가중합을 목적함수로 이용하여 최적허용차를 찾는 것이 가능해진다.

$$\theta_1 \widehat{var}(Y_1) + \theta_2 \widehat{var}(Y_2) \tag{18}$$

단 θ_1 과 θ_2 는 비율의 가중치이다. 분산의 단위도 서로 다를 뿐 아니라 식 (17)은 (16)에 비해 매우 큰 값을 갖게 되므로 동일한 가중치로서 허용차설계를 수행하는 것은 Y₂에 편향된 결과를 낳게 되어 바람직하지 않을 것이다. 따라서 θ_1 과 θ_2 의 선택은 허용차 결정과정에 두 가지 특성을 균형적으로 반영하는 데 중요한 역할을 한다. 예를 들어, 식 (16)과 (17)을 이용하여 개별적인 최적화문제를 풀었을 때 얻어지는 분산의 최소값인 1.426E-5와 0.3540을 가중치로 활용할 수 있다. 이 값들은 개별 최적화문제로 달성가능한 최선의 결과이므로 분산을 스케일링하는 효과를 기대할 수 있을 것이다. 식 (18)에 $(\theta_1, \theta_2) = (1/1.426E-5, 1/0.3540)$ 을 대입하고 최적화문제 (13)의 목적함수로 대신하면 다음과 같은 최적허용차를 얻을 수 있다.

$$(\Delta_1^*, \Delta_2^*, \Delta_3^*) = (0.054, 0.055, 0.075) \tag{19}$$

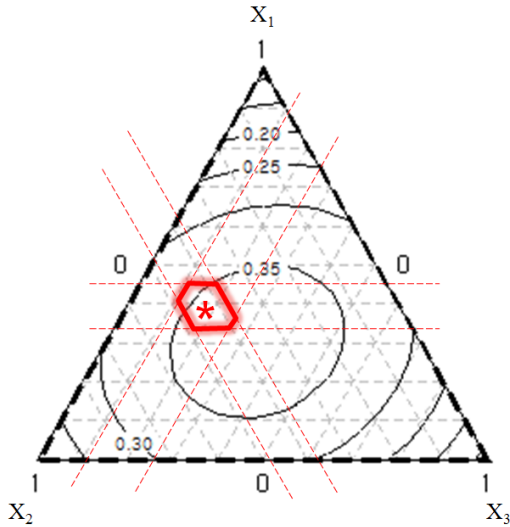
따라서 세 가지 성분에 대한 허용차는 다음과 같이 설정되는 것이 Y₁과 Y₂의 분산을 동시에 고려했을 때 최적이라는 의미가 된다.

$$\begin{aligned} x_1^* \pm \Delta_1^* &= 0.391 \pm 0.054 = (0.337, 0.445) \\ x_2^* \pm \Delta_2^* &= 0.426 \pm 0.055 = (0.371, 0.481) \\ x_3^* \pm \Delta_3^* &= 0.183 \pm 0.075 = (0.108, 0.258) \end{aligned} \tag{20}$$

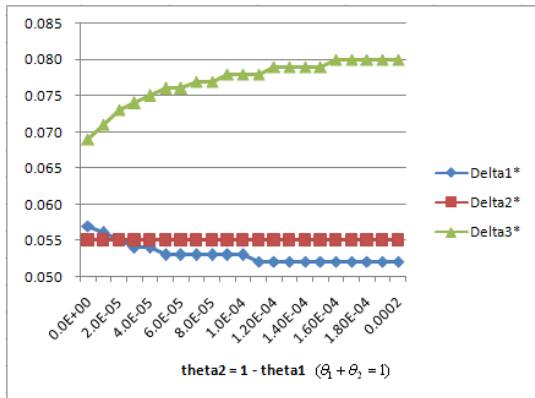
식 (20)을 Simplex Plot에 도시하면 최적허용차영역은 <그림 2>와 같이 나타낼 수 있다.

참고로 식 (20)의 최적허용차를 식 (16)과 (17)에 대입하면 Y₁과 Y₂의 분산의 계산결과는 1.440E-5와 0.3581로 각각 얻어진다. 이 결과는 개별적인 최적허용차를 구할 때에 비해 각각 1.14%와 1.01% 정도 증가된 것으로서 여러 특성을 동시에 고려하는 대신 감수해야 할 Trade-off로 이해할 수 있다. 한편 다음 그림은 θ_1 과 θ_2 의 선택에 따라 최적허용차가 어떻게 변화하는지를 보여주고 있다. (단 $\theta_1 + \theta_2 = 1$) 비록 가중치의 일부 영역에 대해서만 나타나 있지만 식 (18)의 가중합을 이용할 경우 최적허용차가 가중치에 따라 바뀔 수 있음을 시사하고 있다. 즉 Δ_2 는 가중치에 따라 거의 변화가 없

으나 Δ_3 는 상대적으로 큰 변화폭을 갖는 것으로 나타나고 있다.



<그림 2> Y_1 과 Y_2 를 동시에 고려한 허용차영역



<그림 3> 가중치 선택에 따른 최적허용차

4. 결 론

혼합물제조를 위한 혼합비는 공정 중에 개입되는 다양한 교란요인과 배합오차로 인해 설정치로부터 산포하게 된다. 따라서 혼합비 변동에 대한 최대허용범위를 체계적으로 관리하는 것은 혼합물의 품질수준을 유지하는 데 초석이 된다. 본 논문은 반응표면모형과 비선형계획법을 이용하여 혼합물 배합비의 허용차를 결정하는 방법을 제시하였다. 일반적으로 최적 혼합비는 $E(Y)$ 를 기준으로 설정되기 때문에 그 주위에서의 허

용차는 $var(Y)$ 를 고려하여 혼합물 특성의 산포를 안정시킬 필요가 있다. 본 논문은 최적 혼합비가 주어진 상황에서 허용차를 결정하는 과정을 비용제약 하에 분산을 최소화하는 최적화문제로 다루었다. 아울러 품질특성이 다수인 경우에는 분산의 가중합을 이용하여 여러 특성을 동시에 고려한 허용차를 구할 수 있음을 예시를 통해 설명하였다. 이 경우 최적허용차는 가중치에 따라 바뀔 수 있으므로 가중치 설정문제는 좀 더 면밀한 고찰이 필요하다고 판단된다. 아울러 혼합공정의 공정능력수준이나 비용계수의 선택에 따라 최적허용차영역이 어떻게 변화하는지에 대한 민감도분석 연구가 후속되어야 할 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] 김광수, 최후곤 (2003), "조립품을 위한 비선형 공차할당," 「대한산업공학회 추계학술대회논문집」, pp. 49-53.
- [2] 김성준, 박종인 (2005), "혼합물실험계획법을 이용한 이차전지의 최적설계," 「산업공학」, 18권, 4호, pp. 402-411.
- [3] 박성현 (2003), 「개정판 현대실험계획법」, 민영사.
- [4] Cheng, B. and Maghsoodloo, S. (1995), "Optimization of Mechanical Assembly Tolerances by Incorporating Taguchi's Quality Loss Function", *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 14, No. 4, pp. 264-276.
- [5] Cho, B. R., Kim, Y. J., Kimbler, D. L., and Phillips, M. D. (2000), "An integrated joint optimization procedure for robust and tolerance design," *International Journal of Production Research*, Vol. 38, No. 10, pp. 2309-2325.
- [6] Chou, C. Y. and Chang, C. L. (2000), "Bivariate tolerance design for lock wheels by considering quality loss," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 16, pp. 129-138.
- [7] Cornell, J. (2002), *Experiments with Mixtures*, New York, Wiley.
- [8] Feng, C. X. and Kusiak, A. (1997), "Robust tolerance design with the integer programming approach," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 119, pp. 603-610.
- [9] Jeang, A. (1999), "Optimal tolerance design by response surface methodology," *International Journal of Production Research*, Vol. 37, No. 14, pp. 3275-3288.
- [10] Lee, C. L. and Tang, G. R. (2000), "Tolerance design for products with correlated characteristics," *Mech*

- anism and Machine Theory*, Vol. 35, pp. 1675-1687.
- [11] Park, J. I., Kim, S. J., and Jeong, M. K. (2008), "A New Tolerance Design Method for a Secondary Rechargeable Battery Using Design of Experiments with Mixture," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 24, pp. 543-556.
- [12] Sehirliogu, A. K. and Özler, C. (2008), "The Use of Mixture Experiments in Tolerance Allocation Problems," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 35, pp. 769-777.
- [13] Steiner, S. H. and Hamada, M. (1997), "Making mixtures robust to noise and mixing measurement errors," *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, No. 4, pp. 441-450.
- [14] Wu, C. C., Chen, Z. and Tang, G. R. (1998), "Component tolerance design for minimum quality loss and manufacturing cost," *Computers in Industry*, Vol. 35, pp. 223-232.

2010년 11월 4일 접수, 2010년 11월 25일 수정, 2010년 12월 6일 채택