

# FIR을 이용한 CV-CUSUM 관리도의 통계적 설계

이정훈\* · 강해운\*\*† · 홍의표\*\*\* · 강창욱\*\*\*

\* LIG 넥스원 (주)

\*\* 한양대학교 산업공학과

\*\*\* 한양대학교 산업경영공학과

## Statistical Design of CV-CUSUM Control Chart Using Fast Initial Response

Jung Hoon Lee\* · Hae Woon Kang\*\*† · Eui Pyo Hong\*\*\* · Chang Wook Kang\*\*\*

\* LIG Nex1 Co.,Ltd

\*\* Dept. of Industrial Engineering, Hanyang University

\*\*\* Dept. of Industrial & Management Engineering, Hanyang University

Key Words : CV-CUSUM control chart, FIR, Coefficient of Variation

### Abstract

The coefficient of variation represents the ratio of the standard deviation to the mean, and it is a useful statistic for comparing the degree of variation from one data series to another, even if the means are drastically different from each other. Recently, the CV control chart is developed for monitoring processes in such situations. However, the CV control chart has low performance in detecting small shift. Due to the development of equipment and technique, currently, small shift of process occurs more frequently than large shift. In this paper, we propose the CV-CUSUM control chart using CUSUM scheme which is cumulative sum of the deviations between each data point and a target value to detect a small shift in the process. We also found that the FIR (fast initial response) CUSUM control chart is especially valuable at start-up or after a CV-CUSUM control chart has signaled out-of-control.

## 1. 서 론

관리도는 공정의 품질 특성치의 변화를 감지하기 위하여 널리 사용되는 효율적인 통계적 공정관리 도구이며 전통적으로  $\bar{X}$ , R, S 관리도가 가장 널리 쓰이고 있다. 그러나 공정의 모수가 수시로 변하고 평균과 분산 사이에 함수 관계가 존재할 경우  $\bar{X}$ , R, S 관리도는 사용할 수 없다.

특히, 다품종 소량생산 체제에서는 제품 주문이나 생산 일정에 따라 생산하는 제품의 종류나 규격이 빈번하게 달라지고 생산량이 매우 적다. 이런 공정을 생산주

기가 짧은 공정이라고 하며 그 공정에서의 조건들은 자주 변경된다. 이 경우 매번 새로운 관리도를 재설계해야만 한다. 이런 공정의 특성을 관리하기 위해 CV(변동계수, coefficient of variation) 관리도를 사용하면 하나의 관리도로 공정을 관리할 수 있다(이만식 외, 2004). 변동계수의 변화가 발생하는 경우는 <표 1>과 같다.

이러한 CV 통계량의 특성을 이용한 공정 관리의 적용 예로는 다음과 같다.

첫째, DNA microarray 성능평가 실험 공정을 들 수 있다. Shi et al.(2006)는 초정밀성이 요구되는 DNA microarray의 반복성, 재현성, 민감도 분석 등의 성능평가 실험 결과들의 공정 관리를 위한 통계량으로 CV 통계량을 사용하였다. 여기서, DNA microarray란 DNA 분자를 소형기판위에 고밀도로 배열해 놓은 DNA 칩을

† 교신저자 kang4040@hanyang.ac.kr

말하며 최근에 유전자 발굴 및 연구, 암 분류, 질병진단, 신약개발 등 다양한 분야에 응용되고 있는 분야이다. 둘째, 환자 상태의 지속적인 모니터링이 필수적인 의료, 약학 분야들의 공정을 들 수 있다. Kang et al.(2007)는 환자들의 장기 이식 후 거부 반응의 부작용을 억제하기 위하여 사용되는 거부 반응 방지제의 일종인 Cyclosporine의 지속적인 모니터링을 위하여 CV 통계량을 사용하였다.

변동계수는 공정의 표준편차를 평균으로 나눈 값으로 측정단위가 없는 통계량이다. 서로 단위가 다르거나 데이터의 척도가 다른 경우에는 변동계수를 비교하여 변동의 차이를 알 수 있다(Lucas et al. 1982). 이런 경우 관리도의 모수는 변동계수가 되고 평균의 차이에 상관없이 동일한 기준으로 변동을 감시한다.

Kang et al.(2007)은 변동계수로 공정의 변화를 관리하는 CV 관리도를 처음 제안하였다. 수행도 측면에서 볼 때 CV 관리도는 전통적인 슈하르트(Shewhart) 관리도와 동일하게 공정에서 작은 변동(small shift)이 발생하였을 경우 민감하게 반응하지 못하는 문제점이 있다. 이러한 문제점을 보완하기 위한 방법으로 EWMA (Exponentially Weighted Moving Average)와 CUSUM (cumulative sum) 기법을 들 수 있으며, CV 관리도에 EWMA 기법이 적용된 CV-EWMA 관리도가 연구되었다(홍의표 외, 2008).

본 논문에서는 CV 관리도에 CUSUM 기법이 적용된 CV-CUSUM 관리도를 제안하였다. CV-CUSUM 관리도는 목표 값에서 관측 값까지 편차들의 누적 합인 CUSUM 통계량의 특징을 이용하며, 현재 시점(t)의 CV 값을 계산하기 위하여 이전 시점의 CV 값들에 각각 동일한 가중치를 부여한다. 동시에 공정 초기에 큰 폭의 공정 변화가 발생한 경우에 적용 가능한 FIR(fast initial response) 기법이 적용된 FIR CV-CUSUM 관리도를 설계하고, 공정의 상황에 맞게 두 관리도를 적절하게 사용하는 방법을 제안하였다. 마지막으로 본 논문에서 제안한 FIR CV-CUSUM 관리도의 수행도를 CV 관리도, CV-EWMA 관리도들과 비교·분석하여 그 관리도의 수행도를 평가하였다.

<표 1>.변동계수의 변동이 발생하는 경우

	평균 일정	표준편차 일정
변동계수( $s/\bar{X}$ ) 증가	표준편차 증가	평균 감소
변동계수( $s/\bar{X}$ ) 감소	표준편차 감소	평균 증가

## 2. 변동계수의 확률분포와 평균, 분산의 추정

### 2.1 변동계수의 정의와 특성

확률변수  $X$ 는 평균이  $\mu$ 이고, 분산이  $\sigma^2$ 인 정규분포를 따른다고 할 때, 모집단 변동계수는 식 (1)과 같다.

$$\gamma = \frac{\sigma}{\mu} \tag{1}$$

이 모집단으로부터 뽑은 확률변수  $X_i \sim iidN(\mu_i, \sigma_i^2)$ ,  $\sigma_i^2$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  이라고 할 때, 표본 변동계수는 식 (2)와 같다.

$$W_n = \frac{S}{\bar{X}} \tag{2}$$

표본 변동계수  $W$ 는 서로 단위가 다르거나 데이터의 척도가 다른 경우에는 변동계수를 비교하여 변동의 차이를 알 수 있다. 변동계수의 이런 특성은 생명과학, 의료, 정밀 측정기기, 사회 과학 등 다양한 분야에서 유용하게 쓰인다(Nelson, 1999).

### 2.2 변동계수의 확률분포

Iglewicz et al.(1970)는 변동계수의 정확한 확률분포를 다음과 같이 정의하였다. 확률변수  $X_1, \dots, X_n$  ( $n \geq 3$ )가 평균이  $\mu$ 이고 분산이  $\sigma^2$ 인 정규분포를 따를 때, 표본 변동계수  $W_n$ 의 확률밀도함수는 식 (3)과 같다.

$$f(W_n) = \begin{cases} f_1(W_n) & \text{if } W_n \geq 0 \\ f_2(W_n) & \text{if } W_n < 0 \end{cases} \tag{3}$$

여기서  $f_1(W_n)$ ,  $f_2(W_n)$ 은 각각

$$f_1(W_n) = \frac{A}{(1+W_n^2)^{n/2}} \times I_{n-1} \left( \frac{\sqrt{n}}{\gamma(1+W_n^2)^{0.5}} \right) \tag{4}$$

$$f_2(W_n) = \frac{(-1)A}{(1+W_n^2)^{n/2}} \times I_{n-1} \left( \frac{\sqrt{n}}{\gamma(1+W_n^2)^{0.5}} \right) \tag{5}$$

이고 함수  $A$ 와  $I_{n-1}(\cdot)$ 은

$$A = \frac{W_n^{n-2} \exp\left(-\frac{nW_n^2}{2\gamma^2(1+W_n^2)}\right)}{\sqrt{2\pi} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right) 2^{\left(\frac{n-3}{2}\right)}} \tag{6}$$

$$I_{n-1}(b) = \int_0^\infty z^{n-1} \exp(-\frac{1}{2}(z-b)^2) dz$$

이다. 여기서,  $I_{n-1}(\cdot)$ 은 에어리 함수(Airy function)로서 변동계수의 확률밀도함수를 유도하는 데 중요한 역할을 하는 함수이다.

변동계수의 정확한 분포를 이용한 확률 계산은 에어리 함수의 존재 때문에 매우 복잡하다. McKay(1932)와 Vangel(1996)은 변동계수를 카이제곱( $\chi^2$ ) 분포에 근사한 변동계수의 근사분포에 대해 연구하였다.

### 2.3 변동계수의 평균과 분산 추정

변동계수의 정확한 분포를 이용한 확률 계산은 에어리 함수를 수치적분 해야 하고, 변동계수의 값이 매우 작은 경우 식 (6)의  $\exp(-nW_n^2/2\gamma^2(1+W_n^2))$  값이 지수 형태로 감소하는 문제점이 있다. 그래서 변동계수의 정확한 분포를 이용하여 평균과 분산을 추정하는 것은 매우 어렵다.

Reh와 Scheffler(1996)는 변동계수의 근사 분포를 이용하여 평균과 분산을 추정하는 방법을 제시하였다. 확률변수  $X_i$ 가 양수의 값만을 가진 정규분포를 따르는 경우, 변동계수의 근사한 평균과 분산은 각각 식 (7), (8)과 같다.

$$E(W) \approx \gamma \left[ 1 + \frac{1}{n} \left( \gamma^2 - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{n^2} \left( 3\gamma^4 - \frac{\gamma^2}{4} - \frac{7}{32} \right) + \frac{1}{n^3} \left( 15\gamma^6 - \frac{3\gamma^4}{4} - \frac{7\gamma^2}{32} - \frac{19}{128} \right) \right] \quad (7)$$

$$Var(W) \approx \gamma^2 \left[ \frac{1}{n} \left( \gamma^2 + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{n^2} \left( 8\gamma^4 + \gamma^2 + \frac{3}{8} \right) + \frac{1}{n^3} \left( 69\gamma^6 + \frac{7\gamma^4}{2} + \frac{3\gamma^2}{4} + \frac{3}{16} \right) \right] \quad (8)$$

여기서  $n$ 은 표본의 크기이고,  $\gamma$ 는 모집단 변동계수이다.

Connett 과 Lee(1990)는  $\gamma$ 의 추정치를 계산하는 방법으로 평균 제곱근(root mean square) 방법을 추천하였다. 추정치는 식 (9)와 같다.

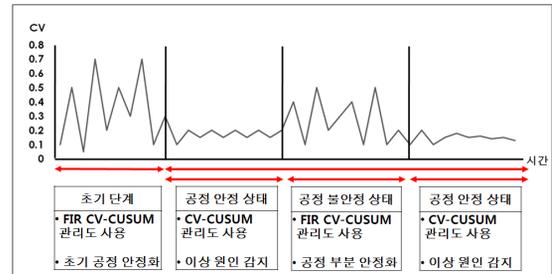
$$\hat{\gamma} = \sqrt{\frac{\sum_i (n_i - 1) W_i^2}{\sum_i (n_i - 1)}} \quad (9)$$

## 3. 관리도의 통계적 설계

### 3.1 관리도 개요와 적용 방법

공정을 효과적으로 관리하려면 공정의 상태에 맞는 적절한 관리도를 사용해야 한다. <그림 1>에서는 각 공정 단계 별 적절한 관리도 사용 방법과 목적을 보여준다.

<그림 1>에서 단계를 나누는 기준은 공정의 상태이다. 공정이 안정 상태라는 것은 공정에 우연 원인만이 존재하는 경우이고, 공정이 불안정한 상태라는 것은 공정에 우연 원인과 이상 원인이 모두 존재하는 경우를 의미한다.



<그림 1> 관리도의 적용 방법

공정을 처음 시작하는 초기 단계에서는 공정이 불안정하고 수많은 이상 원인이 존재하기 때문에 이런 이상원인들을 빠르게 감지해야 한다(Lucas et al. 1982). 이런 경우 본 논문에서 제안하는 FIR CV-CUSUM 관리도를 사용하면 초기 단계의 공정을 빠르게 안정시킬 수 있다. 그리고 일단 초기 단계를 벗어나 공정이 안정 상태가 되면 작은 변동에 민감한 CV-CUSUM 관리도를 사용한다. 그 다음부터는 CV-CUSUM 관리도로 관리를 하다가 공정이 갑작스런 이상 원인으로 불안정한 상태가 되면 다시 FIR CV-CUSUM 관리도를 사용한다.

### 3.2 CV-CUSUM 관리도의 설계

본 논문에서 제안하는 CV-CUSUM 관리도는 통계적 설계를 이용하여 관리도 설계모수를 결정한다. CV-CUSUM 관리도는 고정 표본크기(fixed sample size)와 일정한 표본추출 간격(fixed sampling interval)을 적용한다.

#### 3.2.1 통계량의 정의

본 연구에서는 모집단의 평균이  $\mu$ 이고 분산이  $\sigma^2$ 인 정규분포를 따르고, 표본의 크기가  $n$ 이고 표본 수가  $m$ 인 경우를 가정하여 관리도를 설계하였다.

CV-CUSUM 관리도에서 사용되는 통계량은  $C_i$ 이다.  $C_i$  통계량은 식 (10)과 같다.

$$C_i = \sum_{j=1}^m (W_j - \theta_0) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

여기서  $W_i = S_i / \bar{X}_i$ ,  $\theta_0$ 는 변동계수 평균의 목표 값(target value)이다.  $C_i$  통계량을 이용한 CV-CUSUM 관리도에서 타점되는 통계량은 식 (11)과 식 (12)와 같다.

$$C_i^+ = \text{Max}[0, W_i - (\theta_0 + K) + C_{i-1}^+] \quad (11)$$

$$C_i^- = \text{Max}[0, (\theta_0 - K) - W_i + C_{i-1}^-] \quad (12)$$

여기서 초기 값  $C_0^+ = C_0^- = 0$ 이다.

$K = k\eta = \delta\eta/2 = |\theta_1 - \theta_0|/2$  로 감시하려는 변동계수의 변화량을 의미하며 참조 값(reference value)이라고 부르고 이때  $k$ 는 상수이다.  $H = h\eta$ 로 정의하고 이때  $h$ 는 상수이다.  $\eta$ 는 변동계수의 표준편차,  $\delta$ 는 변동계수 평균의 변화량,  $\theta_1$ 은 변동계수 평균의 변동이 발생한 후의 변동계수 평균이다.

CV-CUSUM 관리도는 양 방향 표 형식(two-side tabular)으로 설계하였다.  $C_i^+$ 는 변동계수의 상향 평균 이동을 나타내는 통계량이고,  $C_i^-$ 는 변동계수의 하향 평균이동을 나타내는 통계량이다.

### 3.2.2 관리도의 판정

$C_i$  통계량을 관리하는 CV-CUSUM 관리도의 판정은 다음과 같다.

$$C_i^+ > H (= h\eta) \quad (13)$$

$$C_i^- > H (= h\eta) \quad (14)$$

여기서,  $H$ 는 공정의 이상 유무를 판단하기 위한 의사결정 구간(decision interval)으로 위 식 (13), (14)와 같이  $C_i^+$ 와  $C_i^-$ 의 값이  $H$  값보다 크면 공정에 이상이 있다고 판정을 한다. 관리도 설계 시  $\theta$ 와  $\eta$ 의 추정 값은  $E(W)$ 와  $\sqrt{\text{Var}(W)}$ 를 각각 사용한다.

### 3.2.3 k와 h의 선정

CV-CUSUM 관리도를 적용하기 위해서는 파라미터 들인  $k$ 와  $h$ 를 결정해야 한다. 일반적으로 CUSUM 관리도뿐만 아니라 CUSUM 기법이 적용된 관리도들을 현장에 적용하고 그 수행도를 최적화하기 위해서는 파라미터들을 어떻게 설정하고 조합하느냐가 매우 중요하다(Hawkins et al. 1997).  $k$ 와  $h$ 는 CV-CUSUM 관리도의  $ARL_0$ (공정이 안정상태일 경우 평균 런 길이(run length))가 동등하게 배분될 때의 값으로 결정한다. 사용자가 감지하기를 원하는 CV 변화량에 맞도록  $k$ 를 선택한 후,  $k$ 와  $ARL_0$ 를 이용하여 적절한  $h$  값을 구할 수 있다(Hawkins et al. 1997). 일반적으로 CUSUM 관리도에서  $k$ 는 0.25~1 사이의 값을 사용한다. <표 2>는  $k$ 가 0.25, 0.5, 1인 경우  $h$  값을 모의실험으로 계산한 결과이다. 모의실험에 사용한 프로그래밍 언어는 Visual C++ 6.0이고, IMSL에서 제공하는 난수발생함수를 이용하였다.

### 3.2.4 k값에 따른 수행도 비교

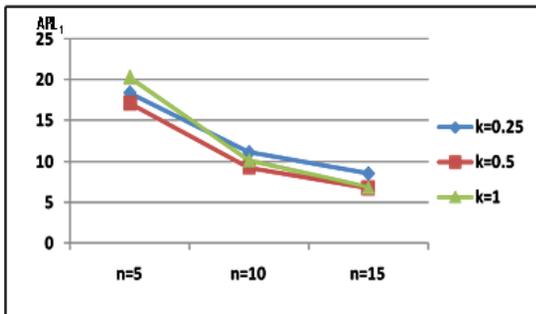
서로 다른 관리도의 수행도를 비교하려면  $ARL_0$ 를 동등하게 고정시킨 후,  $ARL_1$ 을 비교해야 한다. 본 논문에서는  $ARL_0$ 가 370으로 동일한 경우  $\gamma$  값 별로  $k$ 와 샘플크기  $n$ 에 따른  $ARL_1$ (공정이 이상상태일 경우 평균 런 길이)을 비교하였다. 모의실험에서  $ARL$ 을 계산하는 순서는 다음과 같다.

<표 2>  $ARL_0 = 370$ 인  $k$ 와  $h$ 의 조합

n	k=0.25			k=0.5			k=1		
	$\gamma=0.15$	$\gamma=0.1$	$\gamma=0.05$	$\gamma=0.15$	$\gamma=0.1$	$\gamma=0.05$	$\gamma=0.15$	$\gamma=0.05$	$\gamma=0.1$
5	8.02	8.02	8.02	4.84	4.83	4.81	2.73	2.645	2.68
10	8.02	8.01	8.01	4.805	4.795	4.785	2.6	2.56	2.575
15	8.01	8.01	8.01	4.79	4.785	4.785	2.57	2.54	2.555

- (1) 공정의 변동계수( $\gamma$ )를 결정한다.
- (2) 공정의 각 모수들( $k, h$  등)의 값을 결정한다.
- (3) IMSL에서 제공하는 정규분포 난수발생함수를 사용하여 데이터를 생성하고 관리도에 타점되는 CV 통계량을 계산한다.
- (4) 관리한계선과 타점되는 통계량을 비교한다.
- (5) 관리한계선을 벗어날 때까지 (3), (4)과정을 반복한다.
- (6) 관리한계선을 벗어나면 그 때의 시점( $t$ )을  $RL$  (run length)로 계산한다.
- (7) (3), (6)의 과정을 50,000번 반복하여 구한  $RL$ 의 평균값으로  $ARL$ 을 계산한다.

$ARL_0$ 를 계산하는 방법은 위의 순서와 동일하며,  $ARL_1$ 은 공정의 변동계수의 변화량을 결정하고 위의 순서와 동일하게  $ARL$ 의 계산절차를 수행하여 계산한다. <그림 2>는 모집단의 변동계수  $\gamma$ 값이 0.15 일 때 수행도를 비교한 결과이다. 수행도를 비교한 결과 샘플 크기  $n$ 과  $ARL_1$ 에 상관없이  $k$ 가 0.5일 경우 가장 좋은 수행도를 보였다.



<그림 2> k의 변화에 따른 ARL1 비교( $\gamma=0.15$ )

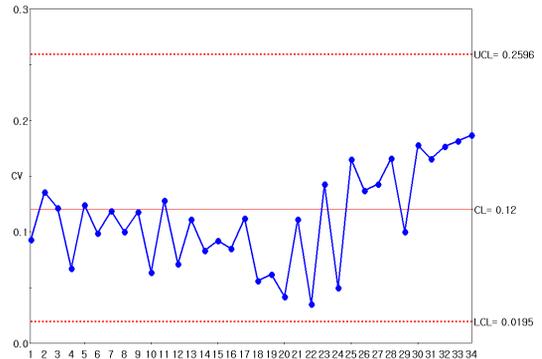
### 3.2.5 FIR CV-CUSUM 관리도

FIR CV-CUSUM 관리도는 공정의 셋업단계 및 초기에 큰 폭의 공정변화가 발생한 경우, 관리도의 민감도를 향상시키는데 매우 유용하다(Lucas et al. 1982). 일반적으로 FIR을 headstart라고도 하며 전통적으로  $C_0^+$ 과  $C_0^-$ 의 초기 값으로 0이 아닌  $H/2$ 를 사용하고 이를 50% headstart라고 하며 본 연구에서도 이를 적용하였다.

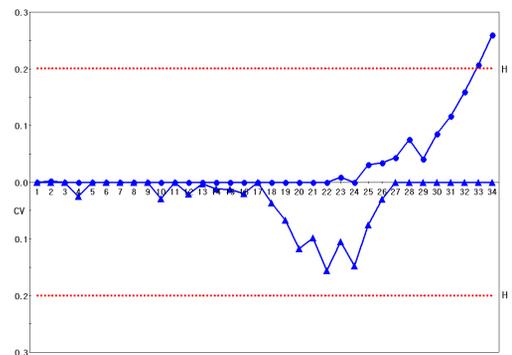
### 3.3 관리도의 적용

<그림 3>은 동일한 자료를 이용하여 타점한 CV 관

리도와 CV-CUSUM 관리도를 비교한 것이다. <그림 3>의 결과를 보면 CV 관리도에서는 이상점이 나타나지 않았다. 그러나 CV-CUSUM 관리도에서는 33번째 표본 군에서 이상점이 발견되었으며  $N^+$ 값이 9이므로 25번째 표본 군에서부터 이상 원인의 징후가 나타났음을 알 수 있다. 이 결과로 부터 CV-CUSUM 관리도가 CV 관리도보다 작은 변동에 민감한 관리도임을 확인할 수 있다.



(a) CV 관리도



(b) CV-CUSUM 관리도

<그림 3> CV 관리도와 CV-CUSUM 관리도 비교

## 4. 수행도의 분석

### 4.1 수행도 비교결과

CV-CUSUM 관리도와 CV 관리도의 설계모수  $k$ 는 0.5로 설정하고  $h$ 는 <표 2>에서  $k$ 가 0.5일 때  $n$ 에 따른 값을 사용한다.

<표 3>은 기존에 제안된 CV-EWMA 관리도와 CV-CUSUM 관리도의 수행도를 모 변동계수  $\gamma$ 와 샘플

크기  $n$ 을 변화 시키면서 비교한 결과이다. <표 3>을 보면 전반적으로 CV-EWMA 관리도가 CV-CUSUM 관리도에 비해 우수한 수행도를 보임을 확인할 수 있다. 그럼에도 불구하고 CV-CUSUM 관리도는 CV-EWMA 관리도에 비해 아래와 같은 두 가지 장점을 갖고 있다. 첫째, 공정에 선형경향패턴이 발생하는 경우, 즉 공정 평균의 이동이 점진적으로 증가할 경우, CUSUM 기법을 적용한 관리도가 EWMA 기법을 적용한 관리도에 비해 우수한

성능을 보인다(Chang et al. 1999).

둘째, EWMA 기법을 적용한 관리도의 관리한계선은 시간의 흐름에 따라 변하는 반면 CUSUM 기법을 적용한 관리도는 고정된 관리한계선을 사용하기 때문에 실제 현장에서 적용이 매우 편리하다.

이러한 이유 때문에 단순한 수행도 비교만으로 CV-EWMA 관리도와 CV-CUSUM 관리도를 비교하여 그 우수성을 판단할 수 없으며 적용하고자 하는 공정의 특

<표 3> CV-CUSUM 관리도와 CV-EWMA 관리도의 수행도 평가

Shift size(%)	$\gamma=0.15$		$\gamma=0.1$		$\gamma=0.05$	
	CV-CUSUM	CV-EWMA	CV-CUSUM	CV-EWMA	CV-CUSUM	CV-EWMA
	$n=5(k=0.5, h=4.84)$		$n=5(k=0.5, h=4.83)$		$n=5(k=0.5, h=4.81)$	
0	369.0	370.10	370.1	370.10	371.0	370.00
5	157.25	139.71	156.04	139.52	155.53	138.45
10	71.66	57.39	70.66	57.16	70.07	56.46
20	24.57	19.01	23.78	18.78	23.56	18.66
40	8.62	6.48	8.43	6.38	8.33	6.32
50	6.42	4.70	6.29	4.62	6.25	4.59
100	2.99	2.00	2.97	1.99	2.93	1.98
	$n=10(k=0.5, h=4.805)$		$n=10(k=0.5, h=4.795)$		$n=10(k=0.5, h=4.785)$	
0	370.0	370.0	370.0	371.0	370.0	370.0
5	116.93	93.79	115.06	91.92	113.51	90.75
10	41.39	31.92	40.91	31.42	39.95	30.92
20	13.06	10.11	12.76	9.91	12.57	9.84
40	5.02	3.54	4.96	3.46	4.88	3.40
50	3.89	2.60	3.81	2.56	3.78	2.54
100	1.97	1.31	1.95	1.30	1.93	1.29
	$n=15(k=0.5, h=4.79)$		$n=15(k=0.5, h=4.785)$		$n=15(k=0.5, h=4.785)$	
0	370.0	371.00	370.0	371.0	370.0	371.0
5	91.23	69.89	89.70	68.85	89.35	68.49
10	29.09	22.27	28.76	22.01	28.25	21.65
20	9.35	7.07	9.16	6.96	9.06	6.91
40	3.85	2.57	3.80	2.52	3.76	2.49
50	3.03	1.94	2.99	1.91	2.97	1.89
100	1.59	1.12	1.58	1.11	1.57	1.11

성에 맞는 관리도를 적절하게 선택한 후 이를 사용하여야 한다.

아래 <표 4>의 결과는  $n$ 과  $\gamma$ 값에 따른 CV-CUSUM 관리도, FIR CV-CUSUM 관리도와 기존의 CV 관리도

의  $ARL_1$ 을 비교한 것이다. 수행도를 비교할 때, CV 관리도와 CV-CUSUM 관리도를 상호비교하고, CV-CUSUM 관리도와 FIR CV-CUSUM 관리도를 각각 비교하였다.

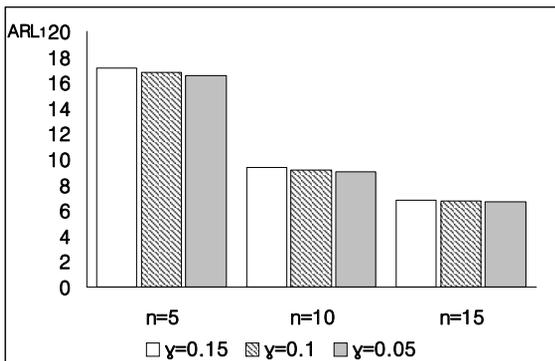
<표 4> 변동계수의 크기와 변동량(%)에 따른 FIR CV-CUSUM 관리도의 수행도 평가

Shift size(%)	n=5								
	$\gamma=0.15(k=0.5, h=4.84)$			$\gamma=0.1(k=0.5, h=4.83)$			$\gamma=0.05(k=0.5, h=4.81)$		
관리도	FIR CV-CUSUM	CV-CUSUM	CV	FIR CV-CUSUM	CV-CUSUM	CV	FIR CV-CUSUM	CV-CUSUM	CV
0	341.05	369.0	370	341.01	370.1	371.0	341.00	371.0	370.0
5	139.82	157.25	269.1	141.47	156.04	258.2	139.71	155.53	257.6
10	60.94	71.66	161.3	60.45	70.66	160.7	59.64	70.07	160.3
20	18.65	24.57	66.8	18.42	23.78	66.1	18.38	23.56	65.7
40	5.71	8.62	18.2	5.69	8.43	17.9	5.57	8.33	17.1
50	4.16	6.42	11.3	4.15	6.29	10.9	4.11	6.25	10.6
100	1.94	2.99	3.5	1.93	2.97	3.3	1.92	2.93	3.1
Shift size(%)	n=10								
	$\gamma=0.15(k=0.5, h=4.805)$			$\gamma=0.1(k=0.5, h=4.795)$			$\gamma=0.05(k=0.5, h=4.785)$		
관리도	FIR CV-CUSUM	CV-CUSUM	CV	FIR CV-CUSUM	CV-CUSUM	CV	FIR CV-CUSUM	CV-CUSUM	CV
0	341.03	370.0	371	341.01	370.0	371	341.01	370.0	371
5	99.32	116.93	233.4	99.31	115.06	232.6	99.28	113.51	231.7
10	31.97	41.39	123.1	31.95	40.91	122.3	31.90	39.95	121.6
20	8.53	13.06	38.0	8.53	12.76	37.7	8.49	12.57	37.2
40	3.07	5.02	8.3	3.05	4.96	8.2	3.04	4.88	7.8
50	2.37	3.89	5.1	2.36	3.81	4.9	2.36	3.78	4.8
100	1.32	1.97	1.6	1.31	1.95	1.6	1.30	1.93	1.5
Shift size(%)	n=15								
	$\gamma=0.15(k=0.5, h=4.79)$			$\gamma=0.1(k=0.5, h=4.785)$			$\gamma=0.05(k=0.5, h=4.785)$		
관리도	FIR CV-CUSUM	CV-CUSUM	CV	FIR CV-CUSUM	CV-CUSUM	CV	FIR CV-CUSUM	CV-CUSUM	CV
0	341.01	370.0	370	341.00	370.0	370	341.01	370.0	370
5	76.60	91.23	210.1	76.61	89.70	209.3	76.60	89.35	208.5
10	21.24	29.09	97.4	21.22	28.76	96.9	21.22	28.25	96.6
20	5.80	9.35	25.7	5.79	9.16	25.4	5.79	9.06	25.2
40	2.33	3.85	5.2	2.31	3.80	5.1	2.31	3.76	4.9
50	1.84	3.03	3.2	1.83	2.99	3.1	1.83	2.97	3.0
100	1.13	1.59	1.2	1.13	1.58	1.2	1.12	1.57	1.2

관리도의 수행도는 공정의 변화가 생겼을 때  $ARL_1$ 이 짧을수록 좋다. <표 4>의 결과를 보면 CV-CUSUM 관리도가  $\gamma$ 와 표본의 크기와 상관없이 CV관리도에 비해  $ARL_1$ 이 작으므로 50%이하의 작은 변동에 더 민감하다는 것을 보여준다.

<그림 4>는  $n$ 과  $\gamma$ 의 변화에 따른 CV관리도와 CV-CUSUM 관리도의  $ARL_1$ 을 비교한 것이다. CV관리도와 CV-CUSUM 관리도 모두 표본의 크기가 증가하면  $ARL_1$ 이 작아졌지만,  $\gamma$ 의 변화는  $ARL_1$ 에 큰 영향을 미치지 않았다. <표 3>과 <표4>에서  $\gamma$ 값이 커질수록  $ARL_1$ 가 미세하게 커지는 현상은 실험상의 오차로 볼 수 있다.

<표 4>를 보면 FIR CV-CUSUM 관리도는 변동계수에 변화를 주었을 경우에  $n$ 과  $\gamma$ 에 상관없이 CV-CUSUM 관리도에 비해  $ARL_1$ 이 작다. 이 결과는 FIR CV-CUSUM 관리도가 공정 초기에 큰 폭의 공정변화가 발생한 경우, CV-CUSUM 관리도보다 이상 원인을 더 빨리 감지한다는 것을 의미한다. 그러나 변동계수의 변화가 없는 경우의  $ARL_0$ 는 CV-CUSUM 관리도의 수행도가 더 좋다는 것을 확인하였다. 이 결과로 공정이 안정상태일 경우에는 CV의 작은 변동을 관리하기 위해 CV-CUSUM 관리도를 사용하고 공정이 불안정한 상태인 경우에는 FIR CV-CUSUM 관리도를 사용하는 것이 적절함을 확인할 수 있다.



<그림 4> CV 관리도와 CV-CUSUM 관리도의 수행도 비교(shift size=25%)

### 5. 결론

CV 관리도는 CV 통계량을 이용하는 공정을 모니터링하고 관리하기 위해 설계된 관리도이다(Kang et al.

2007). CV 관리도는 CV 통계량의 큰 변동에 비하여 상대적으로 작은 변동을 감지하는 능력이 떨어지는 문제점이 있다. 본 논문에서는 기존의 CV 관리도에 비하여 CV 통계량의 작은 변동에 더 민감하게 반응하는 CV-CUSUM 관리도를 새롭게 제안하고 그 수행도를 평가하였다. 동시에 공정 초기에 큰 폭의 공정 변화가 발생한 경우 관리도의 적용을 위하여 CV-CUSUM 관리도에 FIR 기법을 적용하였다. 그 결과, CV-CUSUM 관리도는 CV 관리도에 비하여 CV 통계량의 작은 변동에 더 민감하게 반응함을 확인하였으며, FIR CV-CUSUM 관리도는 CV-CUSUM 관리도에 비하여 공정 초기에 큰 폭의 공정 변화가 발생한 경우, 더 효율적인 관리도임을 확인하였다.

### 참고문헌

- [1] 이만식, 강창욱, 심성보(2004), “근사분포를 이용한 CV 관리도의 통계적 설계”, 「한국산업경영시스템학회지」, 27권, 3호, pp. 14-20.
- [2] 홍의표, 강창욱, 백재원, 강해운(2008), “EWMA 기법을 적용한 CV 관리도의 개발”, 「한국산업경영시스템학회지」, 31권, 4호, pp. 114-120.
- [3] Connett, J. E. and Lee, W. W.(1990), “Estimation of the Coefficient of Variation from Laboratory Analysis of Split Specimens for Quality Control in Clinical Trials”, *Controlled Clinical Trials*, Vol. 11, pp. 24-36.
- [4] Chang, J. T. and Fricker JR. R. D.(1999), “Detecting When a Monotonically Increasing Mean has Crossed a Threshold”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 31, No 2, pp. 217-233..
- [5] Hawkins, D. M. and Olwell, H. D.(1997), *Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement*, Springer, New York.
- [6] Iglewicz, B. and Myers, R. H.(1970), “Comparisons of Approximations to the Percentage Points of the Sample Coefficient of Variation”, *Technometrics*, Vol. 12, No 1, pp. 166-169.
- [7] Kang, C. W., Lee, M. S., Seong, Y. J., and Hawkins, D. M.(2007), “A Control Chart for the Coefficient of Variation”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 39, pp. 151-158.
- [8] Lucas, J. M. and Crosier, R. B.(1982), “Fast Initial Response for CUSUM Quality Control Schemes”, *Technometrics*, Vol. 24, No 3, pp. 199-205.
- [9] McKay, A. T.(1932), “Distribution of the Coeffici

- ent of Variation and the Extended “t” Distribution”, *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 95, No. 4, pp. 695-698.
- [10] Nelson, L. S.(1999), “Some Notes on Variation”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 31, No. 4, pp. 459-462.
- [11] Reh, W. and Scheffler, B.(1996), “Significance and Tests Confidence Intervals for Tests and Coefficient of Variation”, *Computational Statistics & Data Analysis*, Vol. 22, pp. 449-452.
- [12] Shi, L. et al.(2006), “The Micro Array Quality Control Project Shows Inter and Intra Platform Reproducibility of Gene Expression Measurements”, *Nature Biotechnology*, Vol. 24, No. 9, pp. 1151-1161.
- [13] Vangel, M. G.(1996), “Confidence Intervals for a Normal Coefficient of Variation”, *The American Statistician*, Vol. 15, No. 1, pp. 21-25.

2010년 2월 14일 접수, 2010년 7월 3일 1차 수정, 2010년 8월 22일 2차 수정, 2010년 8월 24일 채택