

공차해석에 기반 한 U-joint 어셈블리 품질관리

이 장 용[†]

한국생산기술연구원 생산자동화센터

Quality Control with Tolerance Analysis

Jangyong Lee

Manufacturing automation center, Korea Institute of Industrial Technology

Every products, which made by mass production, is not identical in their size but have variations in some intervals specified by tolerance dimensions. Tolerances play major role in standardization of part and its quality, and also make a huge impact on manufacturing cost. The optimal condition for tolerances is giving the values as loose as possible for low production cost while satisfying quality specification, which usually demand tight control of tolerances. Tolerance analysis is necessary to get an optimal solution for this conflict situation. This paper have studied tolerance analysis for universal joint assembly of vehicle steering system and tried to find useful results of the study for product design and quality control.

Keywords: Tolerance Analysis, Quality Control, Monte Carlo Simulation, Sensitivity Analysis, Root Sum of Squares

1. 서론

대량생산 되는 모든 제품은 엄밀히 규정할 때 각각의 치수로서 다르며 정해진 범위 안에 있게 된다. 이러한 치수의 허용범위는 공차를 통해 규정되는데 공차는 부품의 표준화, 품질의 균일화를 위해 필요하며 생산단가를 좌우하는 주요 요소가 된다. 단위부품에 주어지는 공차는 그것과 결합되는 부품의 치수와의 연관성을 고려해야 하며 전체 어셈블리의 크기와 조립에 미치는 영향을 분석한 결과에 의거해서 주어져야 한다. 공차가 필요한 값 이상으로 엄격하게 주어지면 과도한 생산비가 들게 된다.

기계부품들의 누적된 공차가 조립품의 위치 및 작동의 변화에 미치는 영향에 대해 수행되는 분석을 공차해석이라 정의하며(Alex, 2007, Gene, 2006) 이는 공차의 민감도 해석 까지를 포함한다. 본 논문에서는 스플라인축과 튜브 및 요크(yoke)로 이루어진 유니버설 조인트 어셈블리(U-joint 어셈블리)의 공차해석을 수행하였는데 U-joint 어셈블리의 생산성 향상을 위한 이론적 기반 마련이 본 논문에 수행된 공차해석의 주요한 동기

이다. 공차해석을 위해서는 산술적 방법과 시뮬레이션 방법을 사용 하였는데 시뮬레이션은 상용 공차해석 소프트웨어인 MITCalcTolAnalysis와 3d 솔리드모델 기반 공차해석 소프트웨어인 3DCS를 이용하였다. 두 개의 소프트웨어에서는 몬테카를로(Monte carlo) 시뮬레이션 기법이 활용되었다.

높은 품질의 제품 생산을 위하여 제조현장에서 공차에 대한 적용이 향후로도 크게 활성화 될 것으로 기대되는 가운데 이러한 공차해석에 대한 적용사례 분석을 통해 그 유용성을 점검해 보고자 한다. <Figure 1>에 일반적으로 활용되는 공차해석 분야를 도시하였다.

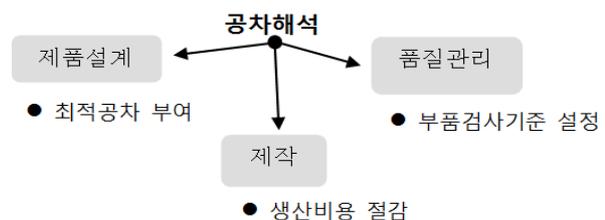


Figure 1. Role of tolerance analysis

이 논문은 지식경제부에서 시행한 부품·소재종합기술지원사업의 기술지원 결과임.

[†] 연락저자 : 이장용, 660-701 충남 천안시 서북구 입장면 흥천리 35-3 한국생산기술연구원 생산자동화센터, Tel : 041-589-8417,

Fax : 041-589-8231, E-mail : caravan@kitech.re.kr

2010년 10월 15일 접수; 2010년 11월 9일 수정본 접수; 2010년 11월 10일 게재 확정.

2. 공차해석 기법

공차해석의 첫 번째 과정은 해석 대상인 어셈블리 구성부품들의 누적공차 계산을 통해 어셈블리가 의도한 기능을 제대로 수행하는지의 여부와 주어진 기하학적 구속조건의 만족여부를 파악하는 것이다. 만약 만족하지 못하다면 공차해석을 통해 얻어진 민감도 해석에 기초하여 요소 부품의 공차를 수정하게 된다.

누적공차를 계산하는 방법은 크게 세 가지로 나눌 수 있다. 산술적 계산에 의해 누적공차의 최대/최소값을 추정하는 대수적 계산법은 누적공차의 이론적인 극한값을 추정해 볼 수 있는 방법으로서 계산된 누적공차는 다른 방법에 비해 가장 큰 값을 갖게 된다. 따라서 누적공차가 일정 값 이하로 되기 위해서는 각 부품의 공차가 상대적으로 작아져야 한다. 이 방법에 의하면 각 부품의 공차를 매우 엄격히 관리되어야 하는데 필연적으로 높은 생산비용이 발생하게 된다. <Figure 2>에 공차해석 방법으로 사용되어 지는 세 가지 기법을 도시하였다.

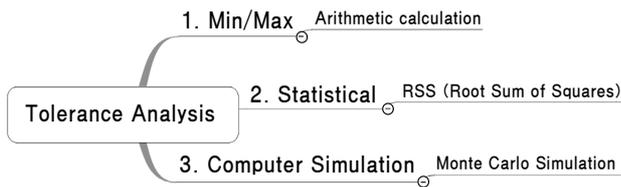
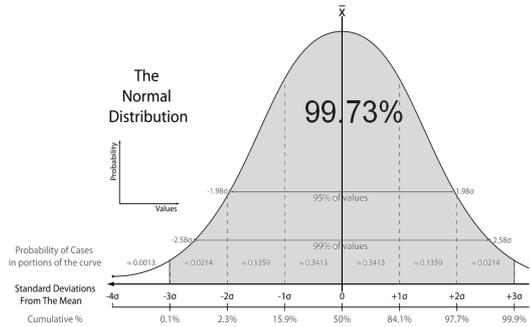


Figure 2. Tolerance analysis methods

생산되는 제품의 품질이 안정되면 각 부품의 치수는 기준치수(normal dimension)를 평균값으로 정규분포의 형태를 갖게 된다. 누적공차는 각 부품치수의 산술적 합으로 구성되기 때문에 이것 역시 정규분포의 형태를 보여준다. 누적공차가 주어진 값을 만족할 확률이 현실적으로 용인될 수 있다면 RSS(Root sum of square) 기법에 의한 공차부여는 많은 생산비를 절감할 수 있다. 대수적 계산에 의한 공차에 비해 비교적 느슨하게 공차를 부여하여 저렴하게 부품생산을 하고 나서 조립품의 품질관리를 통해 불량품을 가려내는 것이 보다 유리한 제조방법이 된다. 가공 정밀도가 높아질수록 부품의 생산단가가 기하급수적으로 증가하는 상황을 감안할 때 단순한 확률공식의 적용을 통해 누적공차량을 얻을 수 있는 이 방법은 생산현장에서 쉽게 적용될 수 있다.

RSS 방법에 의한 공차해석은 주어진 공차 값이 적용된 치수가 정규분포를 이룬다는 가정 하에 치수의 평균값(기준치수, μ)에 공차 표준편차(σ)의 세 배인 값을 더하고 뺀 ($=\mu\pm 3\sigma$) 범위 안에 실제 치수 값의 99.73%가 포함된다는 확률이론에 근거하고 있다(<Figure 3> 참조(Lee and Park, 2010))

RSS 방법에 비해 몬테카를로 시뮬레이션에 의한 누적공차 계산은 실제상황에 보다 근접한 해석결과를 산출한다. RSS 방법은 어셈블리를 구성하는 모든 부품의 공차를 포함한 치수가 정규분포를 이룬다는 가정 하에 성립한다. 그러나 각 부품 치



$\mu\pm 3\sigma$ 범위안에 실제 치수의 99.73% 존재(μ : 평균, σ : 표준편차)

Figure 3. Statistical distribution(Lee and Park, 2010)

수들이 이상적인 정규분포 형태를 나타낸다고 보기는 어렵다. 따라서 몬테카를로 시뮬레이션 기법에 기반을 둔 컴퓨터 프로그램을 이용해 각 부품들의 공차가 적용된 치수들을 산출하고 이에 대한 누적공차량을 계산하는 방식이 산업현장과 CAE 기법에 널리 사용되고 있다. 몬테카를로 시뮬레이션은 1만회 이상 가상적 값을 산출하면 실제 상황에 대한 정밀도가 99%까지 근접한다고 알려져 있다.

3. 산술적 공차해석

U-joint는 회전축이 일치하지 않는 부품 사이에 회전력을 전달하는 기계요소로서 3차원적인 기구운동을 한다. <Figure 4>에 자동차 조향장치에 사용되어 핸들의 회전력을 랙과 피니언 기어로 전달하는 U-joint 어셈블리를 나타내었다. U-joint 어셈블리에서 공차해석을 하는 목적은 부품들이 결합된 어셈블리 상태에서 바퀴에 회전력을 전달하지 않으면서 핸들이 좌우로 회전하는 백래쉬를 미리 예측하여 이 값을 규정 값 이하로 두기 위함이다.

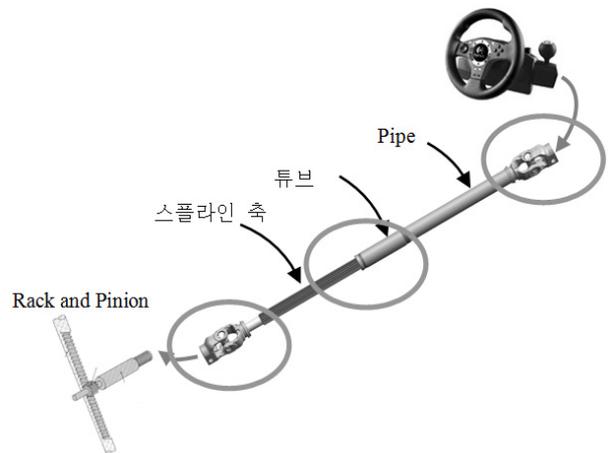
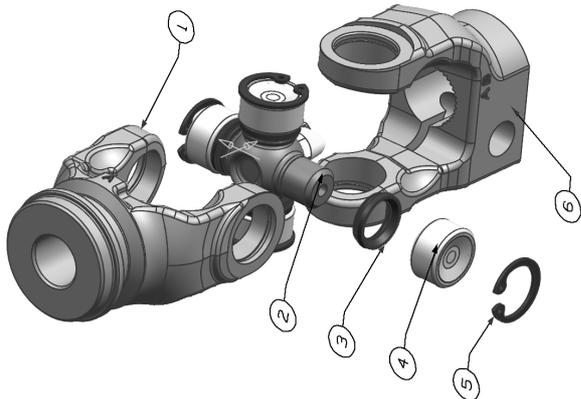


Figure 4. Universal joint assembly(Lee and Park, 2010)

<Figure 4>에서 타원으로 표시된 부위가 각 부품이 조립되는

곳으로서 백래쉬에 의한 유격이 발생하므로 이 부위에 대해 공차해석이 수행된다. 그림에서 요크(york)에 의해 회전력을 전달하는 U-joint부위의 결합상태를 확대하여 <Figure 5>에 도시하였다.



- ① weld yoke ② spider ③ rubber seal ④ needle bearing
- ⑤ snap ring ⑥ clamp yoke

Figure 5. Exploded view of universal joint(Lee and Park, 2010)

U-joint에 의한 운동의 전달은 3차원 공간상에서 이루어지기 때문에(<Figure 5> 참조) 이 부위의 누적공차를 대수적인 방법을 활용하여 계산하기는 어렵다. 따라서 본 논문에서는 <Figure 4>에 나타난 U-joint 부위는 상업용 소프트웨어를 사용하여 공차해석을 수행하였다. 그리고 스플라인축과 튜브 사이의 백래쉬에 대한 공차해석을 <Figure 2>에 나타난 세 가지 방법으로 각각 수행하여 그 결과를 비교하려고 한다.

스플라인축과 튜브가 결합되어 있는 상태의 단면모양을 <Figure 6>에 나타내었다. CAD의 솔리드 모델링 데이터를 활용하여 기하학적 계산을 수행하는 상업용 공차해석 소프트웨어의 경우에는 설계자가 기하학적 형상을 해석할 필요가 없다. 그러나 CAD 소프트웨어를 이용하지 않는 대수적, 확률적 공차해석을 위해서는 작업 대상에 대한 기하학적 해석이 필요하다.

<Figure 6>에서 스플라인축의 치형의 수를 n이라고 할 때, 치형중심선 l_0 의 x, y축으로 부터의 각도 α_0, β_0 는 각각 식과 같이 표현된다(Lee and Park, 2010).

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{n} = \frac{n-6}{2n}\pi, \beta_0 = 1.5 \times \frac{2\pi}{n} \quad (1)$$

<Figure 6>에서 스플라인축의 치형을 나타내는 과 튜브의 치형을 나타내는 직선 l_2 와 두 부품의 중심선에 연직인 직선 l_4 의 교점을 각각 점 $P_1(P_{1x}, P_{1y}), P_2(P_{2x}, P_{2y})$ 라고 할 때 그 점들의 좌표 값은 다음 식과 같이 표현된다(Lee and Park, 2010).

$$p_{1x} = \frac{d_1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right), \quad p_{1y} = \frac{d_1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right) \quad (2)$$

$$p_{2x} = \frac{d_2}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right), \quad p_{2y} = \frac{d_2}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right)$$

식 (2)에서 d_1, d_2 는 각각 스플라인축과 튜브의 치 폭을 의미한다(<Figure 6>참조). 직선 l_0, l_1, l_2 의 기울기를 $\alpha_0 (= \tan\alpha_0)$ 라고 할 때, 직선 l_1, l_2 를 나타낸 수식은 다음과 같다.

$$l_1 : y = \alpha_0(x - p_{1x}) + p_{1y} \quad (3)$$

$$l_2 : y = \alpha_0(x - p_{2x}) + p_{2y}$$

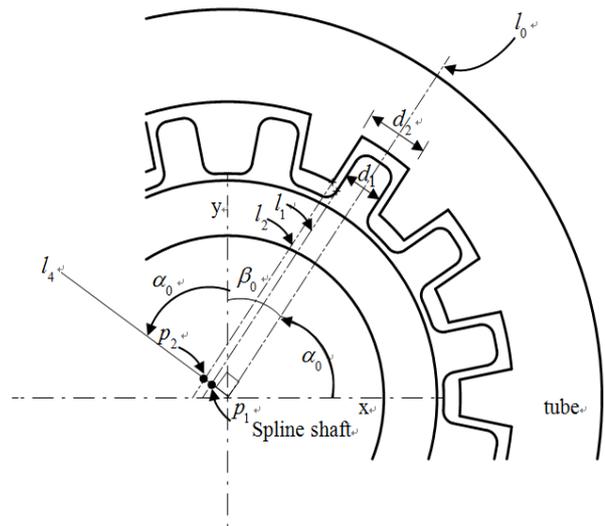


Figure 6. Assembly of 스플라인 축 and 튜브(Lee and Park, 2010)

실제 운전 중에 운전자가 핸들을 돌리면 튜브가 회전하여 shaft와 접촉한다. 즉 튜브를 나타내는 직선 l_2 가 회전하여 shaft를 나타내는 직선 l_1 과 접촉하게 된다. 이때 직선 l_1 에서의 접촉점은 회전 중심으로 거리가 가장 먼 점 c_2 가 될 것이다(<Figure 7>에 치형 접촉 부분을 확대하여 나타내었다).

점 c_2 의 좌표는 스플라인 축 치형의 중심선의 점 c_1 에서 유추할 수 있다. 스플라인축의 반경을 r_s , 필렛의 반경이 r_f 이고 c_1 의 반경을 $r_{c1}(r_{c1} = r_s - r_f)$ 이라고 할 때 점 $c_1(c_{1x}, c_{1y})$ 의 좌표는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$c_{1x} = r_{c1} \cos \alpha_0, \quad c_{1y} = r_{c1} \sin \alpha_0 \quad (4)$$

Spline shaft의 접촉점 $c_2(c_{2x}, c_{2y})$ 의 좌표는 다음 식과 같다.

$$c_{2x} = c_{1x} + \frac{d_1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right), \quad c_{2y} = c_{1y} + \frac{d_1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right) \quad (5)$$

Spline shaft 회전중심에서 점 c_2 의 거리를 $r_{c2}(= \sqrt{c_{2x}^2 + c_{2y}^2})$, 이때의 각도를 $\alpha_{c2}(= \tan^{-1} \frac{c_{2y}}{c_{2x}})$ 라고 하자. Spline shaft가 반 시계 방향으로 θ_s 만큼 회전하여 tube와 접촉하였다고 가정하면 이때 접촉점 c_3 의 좌표는 다음 식과 같다.

$$c_{3x} = r_{c2} \cos(\alpha_{c2} + \theta_s), c_{3y} = r_{c2} \sin(\alpha_{c2} + \theta_s) \quad (6)$$

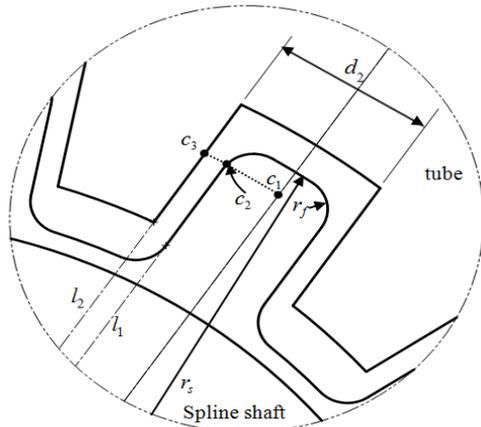


Figure 7. Contact between 스플라인 축 and 튜브(Lee and Park, 2010)

식 (6)을 θ_s 에 대해서 구하면 스플라인축의 최대 회전각을 얻게 된다. 스플라인축의 치형의 수 n이 16일 때, <Figure 7>에 나타난 치수가 $d_1 = 2.728\text{mm}$, $d_2 = 2.765\text{mm}$, $r_s = 13.885\text{mm}$ 이고 스플라인축의 모따기 치수 d_c 를 0.5mm라고 가정하면 식에서 스플라인축의 좌우 회전각 θ_s 는 공차를 적용하지 않을 때 0.0792° (양 극단으로부터 각각 최대 0.158°)가 계산되어 진다 (Lee and Park, 2010).

RSS 방법에 따라 공차를 적용한 스플라인 축 과 튜브 사이의 간격을 구하면 산술적 계산 값보다 작게 나온다. 이것은 같은 공차를 적용하고도 백래쉬가 작게 계산 된다는 것을 의미한다. RSS 방법에 의한 스플라인축과 튜브 사이의 최대, 최소 간격은 각각 0.056mm와 0.018mm이며 이것은 산술적 극한값인 0.064mm 와 0.01mm보다 변동 폭이 작다. RSS 방법에 의한 스플라인축과 튜브 사이의 백래쉬 계산결과는 뒤에서 3DCS 계산결과 및 대수적 계산결과와 비교하여 신도록 하겠다.

4. 해석 소프트웨어를 이용한 공차해석

본 논문에서는 3차원 공차해석 소프트웨어로 3DCS(DSC社 개발)를 사용 하였는데 이것은 솔리드모델링 데이터에 기반을 둔 공차해석을 수행하고 내부 로직으로 몬테카를로 시뮬레이션 기법을 활용한다. 상업용 소프트웨어를 사용한 이유는 3차원적 운동에 대한 공차해석은 산술적으로 계산하기가 어렵기

때문이며 다른 이유는 본 논문의 2차원 해석결과와 비교하여 3DCS의 정확도를 가늠하여 U-joint 어셈블리 해석에 대한 신뢰성을 확인하기 위함이다. <Figure 8>에 3DCS의 U-joint 어셈블리 해석용 모델을 도시하였다.

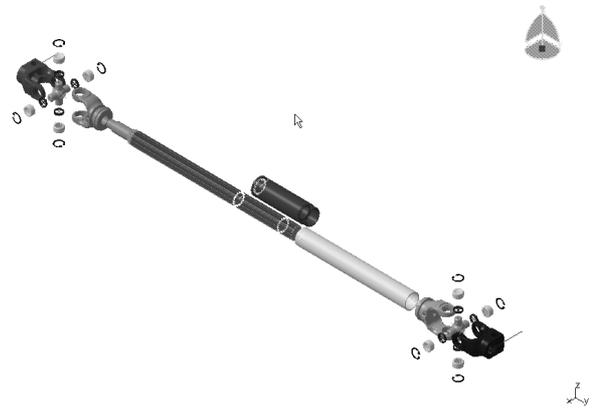


Figure 8. Assembly model in 3DCS(Lee and Park, 2010)

공차를 적용한 스플라인축과 튜브의 백래쉬 회전각을 몬테카를로 시뮬레이션으로 계산한 결과는(0.24°) 대수적 계산에 의한 값(0.27°)보다 적게 나오는데 이것은 공차의 변동 폭이 이론적으로 계산된 극한값보다는 작게 산출되기 때문이다. <Figure 2>에 나타난 세 가지 공차해석법으로 계산한 스플라인축과 튜브 사이의 최대 회전각(백래쉬 최대값)을 <Table 1>에 나타내었다.

Table 1. Maximum backlash from tolerance analysis results

최대회전각	공차 없음	공차 적용
대수적 극한값	0.16°	0.27°
RSS	0.16°	0.27°
몬테카를로 시뮬레이션	0.16°	0.27°

공차가 없는 경우에는 당연하게도 세 가지 방법 모두 최대 회전각이 같다. 공차를 적용했을 때는 몬테카를로 시뮬레이션과 RSS 방법에 의한 계산결과가 서로 같고 이 값은 대수적 극한값에 비해 작다. 이 결과는 공차해석의 적용대상이 되는 부품들의 치수를 미리 정해놓고 계산한 값들이다. 따라서 몬테카를로 시뮬레이션을 사용하는 경우에는 대수적 공차해석 방법에 비해 기존 공차 값을 크게(느슨하게) 지정할 수 있다. 일반적으로 부품수가 많아질수록 몬테카를로 시뮬레이션 의한 공차해석이 가장 느슨한 공차를 부여할 수 있게 한다.

3차원적 운동을 하는 U-joint 어셈블리의 공차해석을 3DCS를 사용하여 수행하였고 이 결과를 <Figure 9>에 도시하였다. 그림에 나타난 최대 백래쉬 0.67°는 <Figure 8>의 어셈블리에서 한쪽 클램프 요크를 고정하고 다른 쪽 클램프를 회전시켜 얻어진 최대 회전각이다. 공차 값에 변화를 주어 계산한 횟수는 1만회이며 각 경우의 회전각은 그래프와 같이 정규분포를

나타낸다.

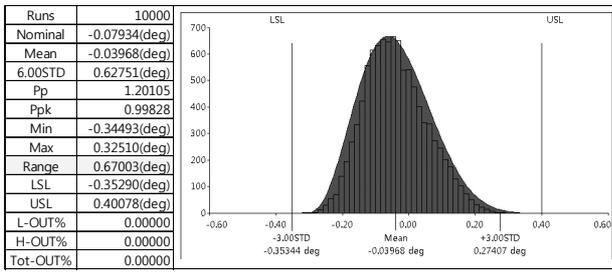


Figure 9. 3DCS result for universal joint assembly

공차해석의 또 하나의 중요한 결과는 각 부품의 공차가 전체 어셈블리의 거동에서 차지하는 중요성을 추정하는 것이다. 이것을 민감도 해석이라 하며 <Table 2>에 3DCS를 사용한 U-joint 어셈블리의 공차 민감도 해석결과를 수록하였다.

스파이더와 요크사이의 공차에 의한 간격이 모두 8군데 존재하는데(<Figure 5>참조) 이곳은 치수가 동일하여 모두 같은 민감도 결과(11.76%)를 보여준다. 그 다음으로 민감도가 높은 공차 값들이 3장에서 다른 스플라인축과 튜브 사이에 부여된 공차들이다. <Table 2>의 결과로부터 스파이더에 부착된 니들 베어링과 요크사이의 공차가 U-joint 어셈블리 백래쉬에서 가장 큰 비중을 차지함을 알 수 있다. 보통의 경우 U-joint 어셈블리 제조업체에서스파이더 및 니들 베어링까지 생산하는 경우는 많지 않다. 따라서 다른 부품은 그대로 유지하고 스파이더와 니들베어링 어셈블리의 교체만으로도 상당한 백래쉬 감소 효과가 있음을 추정할 수 있다.

Table 2. Sensitivity analysis result of universal joint assembly(Lee and Park , 2010)

Tolerance	Percent Ranking
Spider1_to_Weld_Yoke1	11.76%
Spider2_to_Weld_Yoke2	11.76%
Spider1_to_Weld_Yoke1	11.76%
Spider2_to_Weld_Yoke2	11.76%
Clamp_Yoke2_to_Spider2	11.76%
Clamp_Yoke2_to_Spider2	11.76%
Clamp_Yoke1_to_Spider1	11.76%
Clamp_Yoke1_to_Spider1	11.76%
튜브_Tooth_Size	3.60%
Shaft_Tooth_Size_with_Coating	2.30%

5. 결론

U-joint의 스플라인축과 튜브 사이의 백래쉬를 공차해석을 활용하여 분석하였다. 대수적 분석법과 통계적 방법(RSS)과 몬테카를로 시뮬레이션 방법 결과를 서로 비교하였는데 그 결과로서, 부품들의 공차를 산술적으로 조합하여 얻는 대수적 방법 보다 컴퓨터를 활용한 시뮬레이션 기법이 보다 여유 있는 공차가 가능하게 함으로서 생산단가를 줄일 수 있음을 알 수 있었다. 극단적인 정밀함과 오차가 허용되지 않는 소량의 제품생산이 아니라면 대부분의 대량생산 체계에서는 몬테카를로 시뮬레이션 기법을 통해 생산성의 향상을 가져올 수 있을 것으로 판단된다. 그러나 통계적 방법이나 몬테카를로 시뮬레이션 방법도 주어진 부품의 형상에 기반을 둔 계산에 기반을 두어 이루어지기 때문에 대수적인 공차분석은 기본적으로 수행되어야 한다. 설계자는 주어진 제품에 요구되는 제조과정의 오차율에 따라 이들 세 가지 공차분석법 결과를 선택하여 활용할 수 있다.

U-joint 어셈블리에 대한 3차원 공차해석을 상용 소프트웨어(3DCS)를 이용하여 수행하고 각 부품공차의 민감도를 계산하였다. 2차원 공차해석에서 본 논문의 기하학적 분석에 의한 계산결과와 3DCS의 결과 값이 거의 일치하는 것으로 미루어 3DCS의 U-joint 어셈블리 3차원 해석결과는 생산현장에 적용 가능한 신뢰도가 매우 높다고 판단된다. 설계민감도 해석결과 기존의 U-joint 어셈블리에서 백래쉬에 가장 큰 영향을 미치는 것은 스파이더에 부착된 니들베어링과 요크사이의 공차라는 것으로 판명되었다. 특히 이 부위는 전체 어셈블리에서 8곳이 존재하므로 총 민감도에서 차지하는 비율이 모두 합하여 94%나 된다. 이러한 결과는 민감도 해석을 하기 전까지는 정확히 예측할 수가 없었으며 제조업체가 U-joint의 백래쉬를 감소시키기 위한 과학적 토대를 제공해 주었다.

참고문헌

Alex, K. (2007), *Fundamentals of geometric dimensioning and tolerancing*, 2nd Ed, DEL MARCENG-AGE Learning.
 Gene, R. C. (2006), *Geometric Dimensioning and Tolerancing for Mechanical Design*, McGraw-Hill.
 Lee J.-Y., Park, H.-G. (2010) 16 tooth type precise U-joint tassembly development, Research project report for Ministry of Knowledge and Economy.