

## 마코프 국면전환을 고려한 이자율 기간구조 연구

이유나<sup>1</sup> · 박세영<sup>1</sup> · 장봉규<sup>1\*</sup> · 최종오<sup>2</sup>

<sup>1</sup>POSTECH 산업경영공학과 / <sup>2</sup>금융감독원 파생상품총괄팀

### The Behavior of the Term Structure of Interest Rates with the Markov Regime Switching Models

Yuna Rhee<sup>1</sup> · Seyoung Park<sup>1</sup> · Bong-Gyu Jang<sup>1</sup> · Jong Oh Choi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Industrial and Management Engineering, Pohang University of Science and Technology

<sup>2</sup>Derivatives Coordination Team, Financial Supervisory Service

This study examines a cointegrated vector autoregressive (VAR) model where parameters are subject to switch across the regimes in the term structure of interest rates. To employ the regime switching framework, the Markov-switching vector error correction model (MS-VECM) is allowed to the regime shifts in the vector of intercept terms, the variance-covariance terms, the error correction terms, and the autoregressive coefficient parts. The corresponding approaches are illustrated using the term structure of interest rates in the US Treasury bonds over the period of 1958 to 2009. Throughout the modeling procedure, we find that the MS-VECM can form a statistically adequate representation of the term structure of interest rate in the US Treasury bonds. Moreover, the regime switching effects are analyzed in connection with the historical government monetary policy and with the recent global financial crisis. Finally, the results from the comparisons both in information criteria and in forecasting exercises with and without the regime switching lead us to conclude that the models in the presence of regime dependence are superior to the linear VECM model.

**Keywords:** Markov Regime Shift, VAR, Linear-VECM, MS-VECM, Financial Crisis

#### 1. 서론

공적분(cointegration)과 이자율 기간구조(term structure of interest rate)에 관한 연구는 다변량 시계열분석의 활용과 금융시장의 분석적 측면에서 중요한 연구로 인식되어왔다. 기존의 선형오차수정모형(Linear vector error correction model : Linear-VECM)은 경기의 변동이나 재정정책의 변화에 대한 외부적인 상황의 반영이 제한적인 데 반하여 본 연구에서 사용하려고 하는 마코프 국면전환(markov regime switching)을 고려한 이자율 모형은 지난 2007년 말에 시작된 미국발 글로벌 금융위기

와 같이 예상치 못한 상황을 보다 잘 반영할 수 있다는 장점을 가진다. 실제로 Clarida *et al.*(2006)은 국면전환이 반영된 벡터 오차수정모형(markov switching vector error correction model : MS-VECM)에 내재되어있는 국면전환 확률이 재정정책을 이끄는 주요한 변수인 인플레이션과 경기변동 지표와 밀접하게 연관되어있다고 밝힌 바 있다.

본 연구에서는 미국채 이자율의 모형화에 국면전환을 고려한 공분산관계에 있는 벡터자기회귀모형(vector autoregression model : VAR)을 적용한다. 구체적으로, 미국채의 장기 및 단기 이자율의 관계를 규명하는 데 있어서 MS-VECM의 상수항(in-

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(No, 2010-0004880).

이 논문은 2010 대한산업공학회/한국경영과학회 춘계공동학술대회에 발표되었음.

\* 연락처 : 장봉규 교수, 790-784 경북 포항시 남구 효자동 포항공과대학교 산업경영공학과, Fax : 054-279-2870,

Email : bonggyujang@postech.ac.kr

2010년 6월 30일 접수; 2010년 8월 17일 수정본 접수; 2010년 8월 18일 게재 확정.

tercept), 공분산행렬(variance covariance matrix), 오차 수정항(error correction), 자기회귀 계수(autoregressive coefficient)의 네 부분에 국면전환을 고려한 Tillmann(2007)의 모형을 사용하여, 경제적인 의미를 연관지어 분석하였다. 또한 MS-VECM이 최근과 같은 금융위기 상황에 적합한지 여부를 알아보기 위하여 모형의 예측력을 Linear-VECM과 비교 및 분석하였다.

이어지는 제 2장과 제 3장에서는 이자율 기간구조 모형화에 관한 기존 문헌을 소개하고 본 연구와 관련된 Linear-VECM, MS-VECM, 기대이론의 이론적 배경을 논의한다. 그리고 실제 미국채의 만기별 이자율 시계열 데이터를 이용하여 국면전환을 고려한 MS-VECM 모형을 추정하고, 모형과 연관된 경제적인 의미를 제 4장에서 해석한다. 또한 예측력 검증 실험을 통하여 일반 Linear-VECM과 MS-VECM의 차이를 비교 분석하는 것도 제 4장의 연구내용에 포함된다. 마지막으로 제 5장에서는 본 연구를 통한 시사점을 논의하는 것으로 결론을 맺는다.

## 2. 문헌 연구

Engle and Granger(1987)에 의해 공적분의 개념이 처음 제안된 이래로 공적분 관계에 있는 이자율 기간구조에 관한 다양한 연구가 활발히 진행되어 왔다. Campbell and Shiller(1987)는 장기 이자율과 단기 이자율 사이에 공적분 관계를 가진다는 것을 밝힌 바 있다. 또한 Hall *et al.*(1992)은 Linear-VECM을 사용하여 장기와 단기 이자율 사이의 공적분 관계를 설명한 것이 있고 Campbell and Clarida(1986)가 실증 분석을 통해 유로시장(euromarket)에서 장기와 단기 이자율 사이의 공적분 관계를 보였다. Shea(1992) 또한 유사한 맥락에서 장기와 단기 이자율 사이의 공적분 관계를 보였다.

국면전환을 반영하여 이자율 기간구조를 모형화한 연구에는 Clarida *et al.*(2006)이 MS-VAR와 MS-VECM을 사용하여 서로 다른 만기를 가지는 이자율들 사이의 관계를 분석한 것이 있다. 그들은 MS-VECM이 Linear-VECM보다 예측력과 모형 적합성 면에서 더 우수함을 보였다. 유사하게, Tillmann(2007)은 MS-VECM을 통해 이자율의 기간구조를 모형화하고 기간 프리미엄과 물가 상승률의 기대값(inflation expectation) 사이의 관계를 설명하였다. Clarida *et al.*(2006)과 Tillmann(2007)은 이자율 변동성(volatility)의 정도에 따라 구분되는 두개의 국면을 가정하였다. Clarida *et al.*(2006)은 절편과 공분산 행렬 부분에 만 국면전환을 고려한 반면, Tillmann(2007)은 절편, 공분산 행렬, 오차 수정항, 자기회귀 계수의 네 부분에 국면전환을 고려하였다.

## 3. 이론적 배경

### 3.1 Linear-VECM

벡터  $r_t$ 의 모든 성분들이 1차 적분되어 있는 경우( $I(1)$ , integrated of order 1) 벡터  $r_t$ 는 래그(lag)가  $p$ 인 VAR( $p$ ) 모형으로 표현될 수 있다. 한편  $r_t$ 가 공적분 관계를 갖는 경우 VAR( $p$ )는 다음과 같은 Linear-VECM으로 표현된다.

$$\Delta r_t = v + \Pi r_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta r_{t-i} + \epsilon_t \quad (1)$$

식 (1)에서  $\Delta$ 는 차분 연산자를 의미한다. 식 (1)에서  $\Pi$ 는 VAR 변수들의 장기균형관계에 대한 정보를 포함하고 있기 때문에 장기균형행렬(long-run equilibrium matrix)로 설명된다. 또한  $\Delta r_t$ 와  $\epsilon_t$ 는 정상 시계열로 가정하기 때문에,  $\Pi r_t$ 도 정상 시계열이 된다.  $\Pi$ 의 랭크(rank)가 적분된 변수들의 수보다 작다면(즉,  $m \leq k-1$ )  $\Pi = \alpha\beta'$  이고,  $\beta' r_t$ 의 모든 성분들이 정상적이 되도록 하는  $(k \times m)$  행렬인  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 존재한다.

공적분 관계는 벡터  $r_t$ 의 변수들이 장기적인 균형관계를 갖는다고 설명할 수 있다. 장기균형으로부터의 이탈이 발생하면, 오차수정 메커니즘이 균형을 회복하기 위해 작동한다.  $\alpha$ 의 계수들은 그러한 오차수정의 속도를 나타내주는 것으로서, 수정속도계수(coefficients of adjustment speed)라고도 불린다.  $\alpha$  값이 크다는 것은  $\alpha$ 에 대응하는 변수가 균형값으로 가기 위해 더 빠른 속도로 변화한다는 것을 의미한다. 반대로  $\alpha$ 의 계수가 0에 가깝다면, 이에 대응하는 변수는  $t-1$ 시점에 발생한 장기균형으로부터의 이탈에 대해 거의 반응하지 않는다는 것을 의미한다.

### 3.2 Expectation hypothesis

이자율 기간구조에서 기대가설(expectation hypothesis)은 장기채권의 이자율이 현재 시점의 단기채권 이자율과 미래에 예상되는 단기채권 이자율들의 평균과 같다는 것을 가정한다.  $n$  기간 할인채(discount bond)의 수익률을  $r_t(n)$ 이라 하면, 기대가설은 다음 식 (2)로 설명된다.

$$\begin{aligned} r_t(n) &= \frac{1}{n} \left[ \sum_{j=0}^{n-1} (E_t(r_{t+j}(1)) + \theta(j)) \right] \\ &= \frac{1}{n} \left[ \sum_{j=0}^{n-1} E_t(r_{t+j}(1)) \right] + \phi(n) \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)에서  $\phi(n) = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} \theta(j)$ 는 평균적인 기간 프리미엄을

의미한다.

투자자들은 장기 채권에 투자하는 경우 유동성(liquidity)에 대한 위험을 보상받기 위하여 기간 프리미엄을 요구한다. 문헌에 따라 기간 프리미엄을 0으로 보는 경우도 있고, 일정한 상수로 보는 경우도 있으며 또는 기간 프리미엄을 특수한 형태의 함수로 간주하는 경우도 있다. 순수 기대가설 이론에 따르면 기간 프리미엄은 0이지만, 본 연구에서는 약형 기대가설을 가정하고 기간 프리미엄을 설명한다. 즉, 시간에 따라 변화하는 기간 프리미엄  $\phi_t(n)$ 을 고려하였다.

$$r_t(n) - r_t(1) = \frac{1}{n} \left[ \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^j E_t(\Delta r_{t+i}(1)) \right] + \phi_t(n) \quad (3)$$

$r_t(1)$ 과  $r_t(n)$ 은  $I(1)$  과정을 따르고 기간 프리미엄이 정상적(stationary) 과정이라고 가정하면 식 (3)의 우변 또한 정상적 과정이다. 따라서 이변수(bivariate) VECM에서  $r_t$ 를  $r_t = [r_t(n), r_t(1)]'$ 로 정의할 때  $r_t$ 의 공적분 벡터(cointegrating vector)는  $\beta = (1, -1)'$ 가 된다.

### 3.3 MS-VECM

MS-VECM은 Linear-VECM에 국면전환을 고려하여 일반화한 것이다. 즉, 국면의 개수가 한 개라면 모형은 Linear-VECM이 된다.  $n$  개의 국면을 가지는 MS-VAR( $p$ )는 식 (4)와 같다.

$$\Delta r_t = v(s_t) + \sum_{i=1}^{p-1} \Pi_i \Delta r_{t-i} + \epsilon_t, \quad (4)$$

$$\epsilon_t \sim N(0, \Sigma(s_t))$$

이산 상태(discrete state) 변수  $s_t = q$ 는 일반적으로  $n$ 개의 국면  $q \in 1, 2, \dots, n$ 을 갖는다. 본 연구에서 국면은 두 가지(Regime 1, Regime 2)로 제한한다. 이러한 선택은 Ang and Bekaert (2002)를 따른 것이다.

$I(1)$  과정인  $r_t$ 가 공적분 관계가 있는 경우, MS-VAR( $p$ )는 식 (5)와 같은 MS-VECM 형태로 표현될 수 있다.

$$\Delta r_t = v(s_t) + \Pi(s_t)r_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta r_{t-i} + \epsilon_t, \quad (5)$$

$$\epsilon_t \sim N(0, \Sigma(s_t))$$

식 (5)에서 절편  $v(s_t)$ , 장기균형행렬  $\Pi(s_t)$ , 자기회기계수  $\Gamma_i(s_t)$  그리고 공분산 행렬  $\Sigma(s_t)$ 은 국면에 따라 변화하는 조건부(conditional) 상태 변수이다. Hansen(1998)에 의하면 국면에 따라 변화하는 절편 벡터를 식 (6)과 같이 기간 프리미엄

$\mu(s_t)$  부분과  $\Delta r_t$ 에 영향을 주는  $\delta(s_t)$  부분으로 나눌 수 있다.

$$\Delta r_t - \delta(s_t) = \alpha(s_t)[\beta' r_{t-1} - \mu(s_t)] + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i [\Delta r_{t-i} - \delta(s_t)] + \epsilon_t,$$

$$\mu(s_t) = E(\beta' r_{t-1} | s_t) = [(\alpha' \alpha)^{-1} \alpha' (\Gamma C - I) v | s_t], \quad (6)$$

$$\delta(s_t) = E(\Delta r_t | s_t) = [\beta_{\perp} (\alpha_{\perp}' \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha_{\perp}' v | s_t],$$

$$\Gamma = I - \Gamma_1 - \dots - \Gamma_{p-1}, \quad C = \beta_{\perp}' (\alpha_{\perp}' \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha_{\perp}$$

식 (6)에서  $\alpha', \beta'$ 은 각각  $\alpha, \beta$ 의 전치행렬(transpose matrix)을 의미한다. 또한  $\alpha_{\perp}, \beta_{\perp}$ 은 각각  $\alpha, \beta$ 의 직교여공간(orthogonal complement)으로  $\alpha' \alpha_{\perp} = 0, \beta' \beta_{\perp} = 0$ 으로 정의된다.

본 연구에서는 3개월 만기의 미국채 단기 이자율을  $r_t(3)$ 로 생각하고 MS-VECM을 사용하여  $r_t = [r_t(n), r_t(3)]$ , ( $n=12$ 개월, 36개월, 60개월, 120개월)을 모형화 하였다. 장기 이자율  $r_t(n)$ 과 단기 이자율  $r_t(3)$ 가 1차 적분되어 있다고 하면  $r_t$ 는 이변수 VAR로 표현될 수 있다. 또한  $r_t$ 가 공적분 관계를 갖는다면 이변수 VAR는 Linear-VECM 형태로 변형이 가능하다. 일반적으로,  $r_t$ 가 공적분 관계를 갖는지를 확인하기 위해서 사용하는 방법은 요한슨 공적분 검정 방법(Johansen cointegration test)이다(Johansen, 1998; 1991). 본 연구에서는 요한슨 공적분 검정 방법을 사용하여  $r_t$ 의 공적분 관계를 확인하고 MS-VECM을 이용하여  $r_t$ 를 모형화 하였다.

## 4. 실증 연구

### 4.1 Descriptive statistics

실험에 사용한 기본 데이터는 St. Louis Federal Reserve Bank에서 제공하는 1958년 12월부터 2009년 12월 사이의 3개월(TB3), 1년(TB12), 3년(TB36), 5년(TB60), 10년(TB120) 만기 미국채 월간 수익률(yield to maturity)이다. 본 연구는 기본적으로 기대가설을 기반으로 하고 있으며, 만기별 수익률 데이터를 통해 계산한 할인 이자율(discount bond yield)을 이용하여 장기 이자율과 단기 이자율의 관계, 즉 [TB12, TB3], [TB36, TB3], [TB60, TB3], [TB120, TB3]을 모형화 하였다(Campbell and Shiller, 1991; Clarida et al., 2006; Tillmann, 2007).

1958년 12월에서 2009년 12월 사이의 미국채 이자율의 추이를 나타내는 <Figure 1>을 통해 다양한 만기의 이자율은 비슷한 방향으로 움직이며, 장기 이자율이 단기 이자율보다 상대적으로 변동성이 작음을 관찰할 수 있다. 또한 만기의 차이가 많이 날수록 만기별 이자율 사이의 차이도 커진다는 사실을 확인할 수 있다.

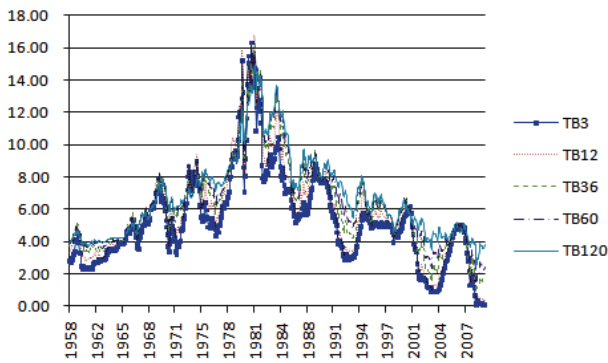


Figure 1. Term structure of interest rate of US Treasury bonds from Dec. 1958 to Dec. 2009

실증연구에서는 미국채 이자율 시계열 데이터를 통하여 국면전환을 반영한 장기와 단기 이자율의 MS-VECM이 Linear-VECM보다 이자율의 추이를 보다 잘 설명할 수 있다는 사실을 확인하고자 한다. 또한 2008년과 2009년의 금융위기 기간을 예측기간으로 정하고, 추정된 MS-VECM이 예상하지 못한 상황에 대한 이자율 추이를 설명하는데 Linear-VECM에 비하여 우수한 능력을 지닌다는 점을 확인하고자 한다. 먼저 모형을 구현하는 데 1958년 12월부터 2007년 12월까지의 월별 이자율 데이터(in-sample)를 사용하였고, 나머지 2008년 1월부터 2009년 12월까지를 예측 실험을 위한 데이터(out-of-sample)로 이용하였다.

4.2 Estimation results for the Linear-VECM

Linear-VECM을 추정하기에 앞서 단위근 검정(unit root test)과 공적분 검정을 실시하였다. 먼저 모형 내의 래그의 결정은 AIC(Akaike information criteria), SC(Schwarz information criteria) 정보기준을 토대로 모형의 간결화(parsimony) 원칙에 따라 VECM(2)로 결정하였다(Gray, 1996).

Table 1. Unit root test

	Level		1st Difference	
	ADF	PP	ADF	PP
TB3	-2.460 (0.348)	-2.513 (0.322)	-12.385 (0.000)	-17.009 (0.000)
TB12	-2.237 (0.468)	-2.362 (0.399)	-11.927 (0.000)	-17.010 (0.000)
TB36	-1.857 (0.675)	-1.971 (0.616)	-17.949 (0.000)	-16.517 (0.000)
TB60	-1.680 (0.759)	-1.779 (0.714)	-18.078 (0.000)	-16.308 (0.000)
TB120	-1.429 (0.852)	-1.515 (0.824)	-17.729 (0.000)	-18.077 (0.000)

<Table 1>은 단위근 검정 결과를 나타낸다. 괄호 안의 숫자는 해당 이자율의 시계열이 단위근을 가지고 있다는 귀무가설에 대한 p-value를 나타낸다. ADF(Augmented Dickey-Fuller)와 PP(Phillips-Peron) 검정 결과 실험에 사용되는 모든 경우의 이자율은  $\Delta r_t$ 에서 정상적인, 즉 이자율  $r_t$ 는  $I(1)$ 인 적분과정임을 확인하였다.

다음으로 장기 이자율과 단기 이자율 사이의 공적분 관계를 확인하기 위하여 요한슨 공적분 검정을 실시하였다. 요한슨 공적분 검정은 데이터의 특성근(eigenvalue)을 이용한 Trace 통계량( $\lambda_{trace}(m)$ )과 max 통계량( $\lambda_{max}(m, m+1)$ )으로 이루어지며 그 결과는 <Table 2>와 같다. 공적분 검정 결과 95% 신뢰수준 하에서 장기 이자율과 단기 이자율 사이에 공적분 관계가 존재함을 확인할 수 있었다.  $\lambda_{trace}(m)$ 에서  $rank=0$ 과  $rank \leq 1$ 의 임계치는 95% 신뢰수준 하에서 각각 30.45와 12.25이며,  $\lambda_{max}(m, m+1)$ 는 95% 신뢰수준 하에서 18.96과 12.25이다.

Table 2. Johansen cointegration test

	H <sub>0</sub>	Eigen value	$\lambda_{trace}(m)$	$\lambda_{max}(m, m+1)$
[TB12, TB3]	rank = 0	0.065	45.585	39.914
	rank ≤ 1	0.009	5.670	5.670
[TB36, TB3]	rank = 0	0.045	32.267	27.229
	rank ≤ 1	0.008	5.037	5.037
[TB60, TB3]	rank = 0	0.041	29.853	25.102
	rank ≤ 1	0.008	4.750	4.750
[TB120, TB3]	rank = 0	0.039	28.108	23.818
	rank ≤ 1	0.007	4.290	4.290

Table 3. Cointegrating space for Linear-VECM

	LR(H <sub>0</sub> : $\beta' = (1, -1)$ )	$\alpha(H_0 : \alpha' = (0, 0))$
[TB12, TB3]	8.335(0.004)	[-0.045, 0.069] (0.146, 0.057)
[TB36, TB3]	1.259(0.262)	[-0.034, 0.042] (0.030, 0.029)
[TB60, TB3]	0.720(0.396)	[-0.030, 0.033] (0.010, 0.029)
[TB120, TB3]	0.589(0.443)	[-0.021, 0.014] (0.007, 0.012)

다음 단계로 장기와 단기 이자율 사이의 장기적인 관계를 관찰하기 위하여 식 (3)의 공적분 벡터를  $\beta' = (1, -1)$ 로 제약(restrict)한 경우에 대한 우도비 검정(likelihood ratio test : LR test) 값과 공적분 방정식의 균형속도를 결정하는  $\alpha$ 를 추정한다. 이에 대한 결과는 <Table 3>과 같다. 괄호 안의 값은 해당 귀무가설에 대한 p-value를 나타낸다.  $\beta' = (1, -1)$ 의 제약식을 토대로 추정된  $\alpha$ 값이 전반적으로 타당한 것을 <Table 3>에

서 확인할 수 있다.

4.3 Estimation results for the MS-VECM

본 절에서는 장기 이자율과 단기 이자율의 관계에 대한 MS-VECM 결과를 미 정부의 재정 정책과 최근의 금융 위기와 관련한 배경지식을 토대로 다양한 관점에서 분석하고자 한다. 모형의 추정과 필터링 기술은 Krolzig(1998)의 방법을 따랐다(<Table 5>, <Table 6>, <Figure 2>). 국면은 Regime 1과 Regime 2의 두 가지로 제한하였으며, VECM이 구성하는 모든 항에 마코프 국면 전환을 허용함으로써 MS-VECM이 취할 수 있는 가장 일반적인 형태인 MSIAH-VECM(Markov switching intercept heteroskedastic VECM) 모형을 다양한 만기일로 추정하였다. 앞으로의 논술에서 MS-VECM은 모두 MSIAH-VECM을 의미한다.

MS-VECM의 도입이 통계적으로 의미 있는지 확인하기 위해, 먼저 Linear-VECM에서 가정하고 있는 시계열의 선형성이 적합한지 검증했다. 다음으로 MS-VECM의 래그를 결정하기 위하여 우도비 검증을 실시하였다. 모형의 래그는 제 4.2절에서 추정된 Linear-VECM과 마찬가지로 2인 경우, 즉 MS-VECM(2)를 비제약식으로 두고 제약식 VECM(2)에 대한 선형성 검증을 실시하고(LR1), 다음으로 래그가 1인 경우, 즉 MS-VECM(1)의 로그우도를 제약식으로 두고 MS-VECM(2)에 대한 우도비 검증을 실시하였다(LR2). 또한 Linear-VECM과 MS-VECM의 정보기준을 AIC(Akaike information criteria), HQ(Hannan-Quinn information criterion), SC(Schwarz information criteria)를 토대로 비교하였다.

Table 4. Comparison between Linear-VECM and MS-VECM

	LR1 (H <sub>0</sub> : Linear-VECM(2))			LR2 (H <sub>0</sub> : MS-VECM(1))		
	AIC	HQ	SC	AIC	HQ	SC
[TB12, TB3]	0.689	0.721	0.771	-0.671	-0.602	-0.493
[TB36, TB3]	1.173	1.204	1.254	0.037	0.107	0.216
[TB60, TB3]	1.160	1.192	1.242	0.062	0.132	0.241
[TB120, TB3]	1.031	1.062	1.112	-0.001	0.069	0.178

<Table 4> 상단의 LR1의 결과를 통하여, MS-VECM(2) 모형은 Linear-VECM에 대한 제약식을 완벽히 기각하였으므로 Linear-VECM이 적합하지 않다는 결론을 내릴 수 있다. 하단의

AIC, SC, HQ 정보기준 측면에서도 MS-VECM 모형이 Linear-VECM보다 월등히 우수함을 알 수 있다. 또한 LR2에 대한 우도비검증 결과를 통하여 MS-VECM(1)가 더 적합한 모형이라는 결론을 얻을 수 있다. 따라서 MS-VECM(1)을 본 연구에서의 국면전환 오차수정모형으로 선택하였다.

다음으로, 서로 다른 장기와 단기 이자율 시계열을 MS-VECM(1)로 모형화하는 데 필요한 파라미터를 추정하였다. <Table 5>에는 Regime 1과 Regime 2에서의 균형조정계수  $\alpha$ 와 변동성  $\Sigma$ 의 추정 결과값들이 제시되어 있다.  $\alpha(1)$ 은 Regime 1에서의 균형조정계수를,  $\alpha(2)$ 는 Regime 2에서의 균형조정계수를 나타낸다. 또한  $\Sigma(1)$ 는 Regime 1에서의 이자율 변동성을 의미하며,  $\Sigma(2)$ 는 Regime 2에서의 이자율 변동성을 의미한다.

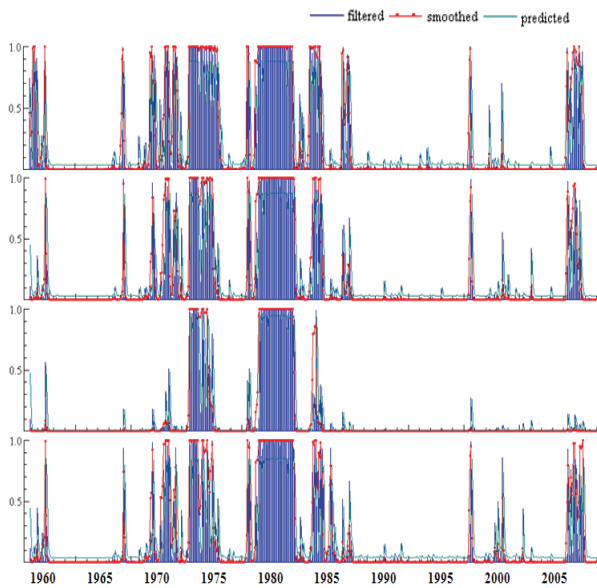
Ang and Bekaert(2002)에 따르면 경제상황을 나타내는 국면은 변동성이 높은 국면(Regime 1)과 변동성이 낮은 국면(Regime 2)으로 구분된다. <Table 5>의 Regime 1에서 장기와 단기 이자율의 변동성이 Regime 2에서 장기와 단기 이자율의 변동성보다 높다는 것을 알 수 있다. 또한, Regime 1에서는 단기 이자율의 변동성이 장기 이자율의 변동성보다 큰 반면, Regime 2에서는 장기 이자율의 변동성이 단기 이자율의 변동성보다 크다.

Table 5. Cointegrating space for MS-VECM : Part 1

	$\alpha(1)$	$\alpha(2)$	$\Sigma(1)$	$\Sigma(2)$
[TB12, TB3]	[-0.249, -0.054]	[0.010, 0.158]	[0.885, 0.941]	[0.256, 0.194]
[TB36, TB3]	[-0.062, 0.094]	[-0.020, 0.050]	[0.688, 0.967]	[0.273, 0.197]
[TB60, TB3]	[-0.069, 0.143]	[-0.017, 0.027]	[0.637, 1.095]	[0.271, 0.229]
[TB120, TB3]	[-0.056, 0.211]	[-0.014, 0.021]	[0.502, 1.087]	[0.245, 0.233]

균형상태로의 조정 계수(adjustment coefficient)  $\alpha$ 의 절댓값  $|\alpha|$ 는 거의 모든 경우에 Regime 1에서 더 크다. 이는 Regime 1에서는 이자율의 변동성이 높기 때문에 이자율 조정이 큰 것과 연관 지을 수 있다. 또한, 단기 이자율에 해당하는  $|\alpha|$ 는 대부분의 경우 장기 이자율에 해당하는  $|\alpha|$ 보다 큰 것을 확인할 수 있다. 이는 균형상태로의 조정은 주로 단기 이자율을 통해 발생하는 것으로 해석할 수 있다.

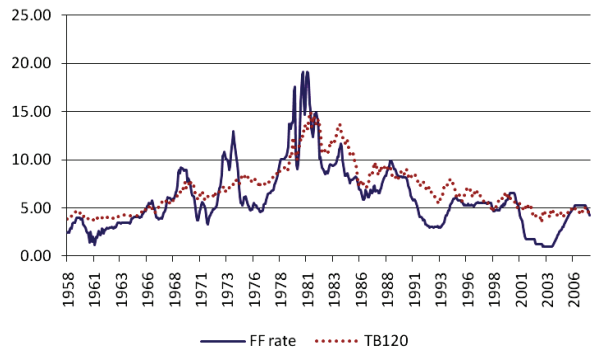
한편, Regime 1에서 장기 이자율에 대한 조정 계수는 음수이고 단기 이자율에 대한 조정 계수는 [TB12, TB3]을 제외하고는 양수이다. Regime 2에서 장기 이자율에 대한 조정 계수는 [TB12, TB3]을 제외하고는 음수이고 단기 이자율에 대한 조정 계수는 모든 이자율 쌍에서 양수이다. 이와 같이 장기 이자율이 감소하고 단기이자율이 증가하는 경향은 Cambell and Shiller(1991)



**Figure 2.** Conditional probability in Regime 1 from Dec. 1958 to Dec. 2009 ([TB12, TB3], [TB36, TB3], [TB60, TB3], and [TB120, TB3], respectively)

의 분석과 일치한다.

<Figure 2>는 1958년에서 2009년 사이의 데이터를 이용해서 [TB12, TB3], [TB36, TB3], [TB60, TB3], [TB120, TB3]의 이변수를 MS-VECM 모형으로 추정된 결과 Regime 1에서의 조건부 확률을 나타낸다. 이를 통하여 모델은 내부적으로(endogenously) Regime 1과 Regime 2를 잘 구분해 내는 것을 확인할 수 있다. 또한 <Figure 1>의 시계열 그래프와 연관지어볼 때 모델은 변동성이 상대적으로 큰 시기를 Regime 1로, 변동성이 상대적으로 작은 시기를 Regime 2로 구분한 것을 알 수 있다. 실증 분석에서의 추정기간인 1958년 12월에서 2007년 12월까지의 조건부확률의 그림은 2009년 12월과 거의 동일하므로 지면관계상 생략하였다.



**Figure 3.** Federal funds rate and long term interest rate from Dec. 1958 to Dec. 2007

<Figure 3>은 미연방기준금리(Federal funds rate)와 10년 만기 미국채 수익률을 추이를 나타낸다. 기준금리와 단기 국채이자율과의 직접적인 관계는 일반적으로 받아들여지는 사실이다. <Figure 1>의 단기 국채이자율과 <Figure 3>의 연방기준금리가 거의 동일함을 확인할 수 있다.

<Table 6>에는 1970년 1월부터 2004년 2월까지와 1958년 12월부터 2007년 12월까지의 미국채 월별 이자율 데이터를 이용한 MS-VECM의 파라미터 추정 결과가 제시되어 있다.  $v(1)$ 은 Regime 1에서의 MS-VECM의 상수항을,  $v(2)$ 는 Regime 2에서의 MS-VECM의 상수항을 의미한다.  $\delta(1)$ 은 Regime 1에서의 장기 균형관계를 나타내고,  $\delta(2)$ 는 Regime 2에서의 장기 균형관계를 나타낸다.  $\mu(1)$ 은 Regime 1에서의 기간 프리미엄을,  $\mu(2)$ 는 Regime 2에서의 기간 프리미엄을 나타낸다.

Regime 1에서의 기간 프리미엄  $\mu(1)$ 은 만기가 길어질수록 감소하는 경향을 갖는다. 이러한 경향은 정부의 재정 정책과 밀접한 관련이 있다. <Figure 2>와 <Figure 3>을 연관 지어 살펴보면, <Figure 2>에서 Regime 1의 시기동안 기준금리가 장기이자율에 비해 더 낮다는 것을 알 수 있다. 이러한 사실로부터  $\mu(1)$ 이 감소하는 경향을 설명할 수 있다. 이는 Regime 1 시기

**Table 6.** Cointegrating space for MS-VECM : Part 2

	$v(1)$	$v(2)$	$\delta(1)$	$\delta(2)$	$\mu(1)$	$\mu(2)$
1970~2004						
[TB12, TB3]	[-0.010, -0.036]	[-0.013, -0.008]	[-0.015, -0.015]	[-0.015, -0.015]	-0.069	0.058
[TB36, TB3]	[-0.027, 0.029]	[-0.009, -0.015]	[-0.012, -0.012]	[-0.015, -0.015]	-0.344	0.201
[TB60, TB3]	[-0.078, 0.080]	[-0.005, -0.008]	[-0.161, -0.161]	[-0.008, -0.008]	-0.665	0.131
[TB120, TB3]	[-0.072, 0.242]	[-0.005, -0.010]	[0.060, 0.060]	[-0.009, -0.009]	-1.158	0.229
1958~2007						
[TB12, TB3]	[0.024, -0.048]	[-0.002, -0.011]	[-0.026, -0.026]	[-0.006, -0.006]	0.091	-0.090
[TB36, TB3]	[-0.029, -0.020]	[0.000, 0.003]	[-0.066, -0.066]	[0.002, 0.002]	0.019	-0.073
[TB60, TB3]	[-0.055, 0.029]	[-0.001, 0.003]	[-0.133, -0.133]	[0.001, 0.001]	-0.331	-0.105
[TB120, TB3]	[-0.043, 0.057]	[0.002, 0.004]	[-0.176, -0.176]	[0.004, 0.004]	-0.447	-0.062

의 정부 재정정책이 장기 이자율 조정에까지 영향을 미치지 못한다는 것을 의미한다.

한편, Regime 2에서의 기간 프리미엄  $\mu(2)$ 를 보면 1970년 1월에서 2004년 2월의 데이터를 이용하여 추정된 결과에서는 만기가 길어짐에 따라 양수로서 증가하는 경향을 갖는다. 반면 1958년 12월에서 2007년 12월의 데이터를 이용하여 추정된 결과에서는 만기와 상관없이 음수로서 일정한 경향을 갖는 것을 확인할 수 있다. 보통 이자율의 변동이 낮은 안정 상태인 Regime 2에서는 이자율의 기간 구조가 우상향이기 때문에 기간 프리미엄  $\mu(2)$ 는 <Table 6>의 결과와 같이 양수로서 증가하는 경향을 갖는 것이 타당하다.

이렇게  $\mu(2)$ 가 음수로서 일정한 경향을 갖는 것을 2008년 글로벌 금융위기의 전조로 연관 지어 해석할 수 있다. Wu(2006)에 따르면, 연방공개시장위원회는 2004년 6월과 2006년 7월 사이에 연방기준금리를 1%에서 5.25%로 끌어올렸다. 그러나 장기 이자율은 이전의 경기 수축 기간에 상승했던 것처럼 상승하지 않았다. 오히려 2004년에는 단기 이자율이 일정하게 증가함에도 불구하고 장기 이자율이 감소하는 경향을 보였다. 실제로, 2004년과 2005년 이자율의 기간 구조의 형태가 우상향이 아닌 우하향의 반전된(inverted) 형태를 가진 것을 고려하면, 만기가 길어짐에 따라 기간 프리미엄  $\mu(2)$ 가 음수값을 갖는 것은 가능하다. 이러한 관점에서, <Table 6>에서 Regime 2에서의 기간 프리미엄  $\mu(2)$ 가 음수값을 갖는 것은 2007년 초의 미국 서브프라임 모기지 부실 사태와 관련하여 2008년에 도래한 글로벌 금융위기를 예고했을 가능성이 있다. <Figure 2>에서 역시 대부분의 경우 모형은 2008년부터 2009년 사이의 글로벌 금융위기 기간을 Regime 1로 잘 구분한 것을 확인할 수 있다.

#### 4.4 Forecasting for the MS-VECM

2008년부터 2009년 사이의 out-of-sample 데이터를 이용하여 MS-VECM과 Linear-VECM의 예측력을 비교하는 실험을 실시하였다. 모든 예측치는 해당 모형의 평균과 표준편차, 그리고 각 오차수정모형 내의 두 이자율 간의 상관관계를 고려하여 생성한 이자율 경로의 1,000회 시뮬레이션 평균으로 도출되었다.

<Figure 4>는 2007년 1월부터 2008년 12월까지 TB12와 TB36, TB60, TB120의 이자율 예측 경로를 나타낸다. 예측에 사용된 2008년과 2009년은 미국발 금융위기에 해당하는 기간이므로 변동성이 큰 Regime 1과 상응한다고 해석할 수 있다. Linear-VECM은 심한 변동성을 고려하지 못하므로 이자율의 경로를 거의 예측하지 못하는 반면, MS-VECM의 Regime 1에서는 대체적으로 점선으로 표시된 실제 이자율의 경로를 선형 모형에 비해 잘 예측하는 것을 확인할 수 있다.

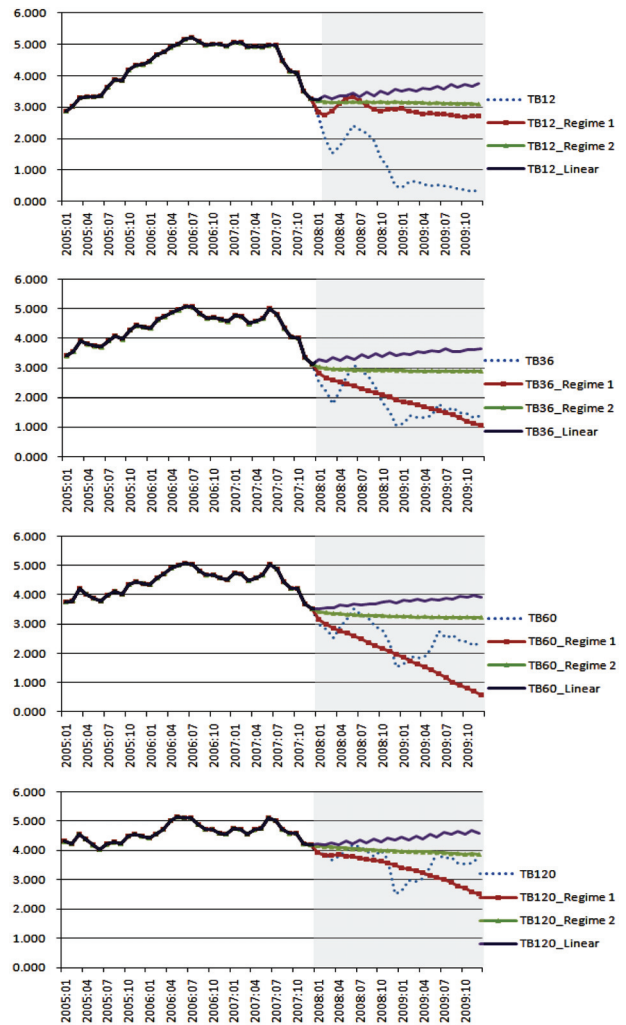


Figure 4. Forecasting results for MS-VECM from Jan. 2008 to Dec. 2009(TB12, TB36, TB60, and TB120, respectively)

다음으로, 각 모형의 예측 정확도를 정량적으로 비교하기 위한 척도로 실제 이자율과 각 예측치 간의 MSE(mean squared error)를 계산하였다. 식 (7)에서  $r_T(h)$ 는  $T$  시점에서  $h$ -step 앞의 이자율 예측치를,  $r_{T+h}$ 는  $T+h$  시점의 실제 이자율을 나타낸다.

$$MSE(h) = E[(r_T(h) - r_{T+h})^2] \quad (7)$$

2008년과 2009년의 분기별 예측에 대하여 Linear-VECM의 MSE 대비 MS-VECM의 MSE값의 비를 <Table 7>과 <Table 8>에 제시하였다. 표에서 1Q~4Q는 각각 해당 연도의 1분기~4분기를 의미한다.

<Table 7>과 <Table 8>의 결과 대부분에서 MS-VECM이 Linear-VECM에 비해 예측정확도가 우수함을 알 수 있다. <Table 7>의 \*는 1Q의 TB3의 Linear-VECM 예측치에 해당하는 MSE 값이 때

Table 7. MSE for the forecasting results in 2008

	Long term interest rate				Short term interest rate			
	1Q	2Q	3Q	4Q	1Q	2Q	3Q	4Q
	TB12				TB3			
Linear-VECM	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
MS-VECM Regime 1	0.07	0.71	0.78	0.49	21.94*	1.46	1.76	1.35
Regime 2	0.88	0.76	0.69	0.69	1.81	1.14	2.49	1.55
MSE(Linear-VECM)	0.27	2.64	1.11	4.40	0.01	2.39	0.85	4.05
	TB36				TB3			
Linear-VECM	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
MS-VECM Regime 1	0.14	0.08	1.12	0.02	0.21	0.97	0.46	0.65
Regime 2	0.43	0.48	0.01	0.47	0.18	1.07	0.97	1.35
MSE(Linear-VECM)	0.62	1.04	0.31	2.27	0.10	2.20	1.52	3.51
	TB60				TB3			
Linear-VECM	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
MS-VECM Regime 1	0.11	0.02	7.30	0.42	1.12	0.95	0.62	0.72
Regime 2	0.69	0.37	0.02	0.27	0.60	1.04	1.49	1.50
MSE(Linear-VECM)	0.25	0.59	0.10	0.92	0.03	2.44	1.10	3.53
	TB120				TB3			
Linear-VECM	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
MS-VECM Regime 1	0.05	0.01	3.01	1.21	2.63	1.59	1.82	1.88
Regime 2	0.74	0.53	0.11	0.01	0.86	1.30	1.55	1.90
MSE(Linear-VECM)	0.14	0.15	0.05	0.10	0.04	2.10	1.31	3.18

Table 8. MSE for the forecasting results in 2009

	Long term interest rate				Short term interest rate			
	1Q	2Q	3Q	4Q	1Q	2Q	3Q	4Q
	TB12				TB3			
Linear-VECM	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
MS-VECM Regime 1	0.67	0.54	0.55	0.48	1.38	1.52	1.60	1.59
Regime 2	0.78	0.72	0.73	0.67	1.91	2.02	2.47	2.36
MSE(Linear-VECM)	9.37	9.35	9.58	11.25	4.96	4.63	3.69	4.13
	TB36				TB3			
Linear-VECM	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
MS-VECM Regime 1	0.10	0.03	0.00	0.02	0.60	0.52	0.42	0.33
Regime 2	0.57	0.51	0.42	0.44	1.29	1.54	1.64	1.90
MSE(Linear-VECM)	5.54	4.75	4.28	4.56	5.91	4.83	4.58	4.24
	TB60				TB3			
Linear-VECM	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
MS-VECM Regime 1	0.01	0.04	0.94	1.05	0.53	0.56	0.28	0.25
Regime 2	0.55	0.50	0.26	0.31	1.43	1.99	2.02	2.57
MSE(Linear-VECM)	4.84	3.64	1.89	2.34	5.73	4.18	4.10	3.59
	TB120				TB3			
Linear-VECM	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
MS-VECM Regime 1	0.19	0.02	0.69	0.67	1.49	1.75	1.43	1.51
Regime 2	0.55	0.45	0.05	0.11	1.67	2.33	2.19	2.87
MSE(Linear-VECM)	3.39	1.79	0.78	1.03	5.73	4.18	4.58	3.80



우 작게 계산됨에 따라(0.01) Linear-VECM 대비 MS-VECM에 해당하는 MSE 값이 매우 큰 값을 가지게 되었다. 특히, Regime 2의 예측값에 비해 변동성이 큰 Regime 1의 예측력이 우수함을 확인할 수 있는데, 이는 2008년과 2009년 사이에 이자율의 변동성이 상당히 큰 점을 고려할 때 매우 의미 있는 결과로 생각할 수 있다.

### 5. 결론

본 연구에서는 공적분 관계에 있는 이자율 기간구조를 모형화하는데 있어 모형 내의 파라미터들이 국면에 따라 변화하는 마코프 국면전환을 고려한 VECM 모형을 활용하였다. 본 연구에서 사용한 MS-VECM 모형은 필터링 기법을 이용하여 변동성이 큰 Regime 1과 변동성이 작은 Regime 2로 내생적으로 분류되었다.

미국채 이자율을 이용한 실증분석을 통하여 국면전환을 고려한 MS-VECM은 미국채 시장의 이자율 기간구조를 표현하는 데 있어 Linear-VECM 보다 우수한 결과를 보였다. 모형 내에서 설명가능한 장기와 단기 이자율 간의 균형관계는 실제 미국정부의 재정정책을 적절히 설명할 수 있었다. 또한 Linear-VECM과 MS-VECM의 정보기준과 out-of-sample을 이용한 금융위기 기간의 예측능력을 서로 비교한 결과, MS-VECM은 Linear-VECM에 비해 정보기준의 크기와 예측 정확도 측면에서 월등한 결과를 보였다.

### 참고문헌

Ang, A. and Bekaert, G. (2002), Regime Switches in Interest Rates, *Journal of Business and Economic Statistics*, **20**(2), 385-426.

Campbell, J. Y. and Clarida, R. H. (1986), The Term Structure of Euro-market Interest Rates : An Empirical Investigation, *Journal of Monetary Economics*, **19**(1), 25-44.

Campbell, J. Y. and Shiller, R. J. (1987), Cointegration and Tests of Present Value Models, *Journal of Political Economy*, **95**(5), 1062-1088.

Campbell, J. Y. and Shiller, R. J. (1991), Yield Spread and Interest Rate Movements : A Bird's Eye View, *The Review of Economic Studies*, **58**(3), 495-514.

Clarida, R. H., Gali, J., and Gertler, M. (1998), Monetary Policy Rules in Practice : Some Enternational Evidence, *European Economic Review*, **42**(6), 1033-1067.

Clarida, R. H., Sarno, L., Taylor, M. P., and Valente, G. (2006), The Role of Asymmetries and Regime Shifts in the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Business*, **79**(3), 1193-1224.

Engle, R. E. and Granger, C. W. J. (1987), Co-integration and Equilibrium Correction Representation, Estimation and Testing, *Econometrica*, **55**(2), 251-276.

Gray, S. F. (1996), Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-switching Process, *Journal of Financial Economics*, **42**(1), 27-62.

Hall, A., D., Anderson, H. M., and Granger, C. W. J. (1992), A Cointegration Analysis of Treasury Bill Yields, *Review of Economics and Statistics*, **74**(1), 116-126.

Hansen, P. R. and Johansen, S. (1998), *Workbook on Cointegration*, Oxford University Press.

Johansen, S. (1988), Statistical Analysis of Cointegrating Vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, **12**(2-3), 231-254.

Krolzig, H.-M. (1998), Econometric Modeling of Markov-switching Vector Autoregressions Using MSVAR for Ox, *Institute of Economics and Statistics and Nuffield College, Oxford*.

Shea, G. S. (1992), Benchmarking the Expectations Hypothesis of the Interest-rate Term Structure : an Analysis of Cointegration Vectors, *Journal of Business and Economic Statistics*, **10**(3), 347-366.

Tillmann, P. (2007), Inflation Regimes in the US Term Structure of Interest Rates, *Economic Modelling*, **21**(2), 203-223.

Wu, T. (2006), Globalization's Effect on Interest Rates and the Yield Curve, *Economic Letter*, **1**(9).