

2차원 광결정 군속도의 특징

Properties of Zero Group Velocity in 2-dimensional Photonic Crystal

김경래^{1,a}, 이명래¹, 신원진¹, 김창교², 홍진수¹

(Gyeong-Rae Kim^{1,a}, Myoung-Rae Lee¹, Won-Jin Shin¹, Chang-Kyo Kim², and Chin-Soo Hong¹)

Abstract

A plane wave expansion method (PWEM) was applied for photonic band structure calculation. We examined zero group velocity modes in photonic crystal. The zero group velocity modes were obtained at the second band along Γ -K direction. We expanded higher order Brillouin zone (BZ) to find the locations of zero group velocity modes and to investigate their properties. We found twelve locations, inside the first Brillouin zone, where the group velocities became zero. Also, we calculated band structure and group velocity in off-plane configuration.

Key Words : Photonic crystal, Group velocity, Brillouin zone, Off-plane

1. 서론

현재 빛을 다루는 광기술은 과학 분야에서 주목을 받고 있다. 특히 광결정(photonic crystal)을 이용하여 빛을 조절하는 기술이 주목 받고 있다[1].

광 결정은 유전체 혹은 금속을 파장 크기의 주기성을 갖도록 배열한 것으로, 유전물질간의 간격, 유전물질의 굴절률, 배열의 형태 등을 변화시켜 빛을 조절할 수 있다[2].

광 결정의 특징은 밴드갭이 나타나고, 또한 군속도(group velocity)가 0인 지점이 나타난다는 것이다[3-5]. 이 특징을 이용하여 밴드 엣지 레이저(band edge laser)를 제작할 수 있다[6,7]. 군속도가 0인 지점에서 전자기파는 고립된다. 따라서 광결정 평면에 수직인 축 방향으로 군속도가 존재 한다면 광결정속에서 고립된 전자기파를 이 축으로 내보낼 수 있으므로 고효율의 도광판(light guide plate) 제작에 응용 할 수 있다.

2. 본론

2차원 광결정의 밴드 다이어그램(band diagram)

1. 순천향대학교 전자물리학과
(충남 아산시 신창면 읍내리 646)
2. 순천향대학교 전자정보공학과
a. Corresponding Author : k2class01@naver.com
접수일자 : 2009. 8. 21
심사완료 : 2009. 10. 26

은 상업용 프로그램인 매테티카(Mathematica)로 코딩하여 계산하였다.

그림 1은 원기둥을 2차원 삼각형 구조로 배열한 광결정의 분산관계(photonic dispersion relation)를 평면파 전개방법(plane wave expansion method)으로[8,9] 구한 결과이다. E-편광을 사용하였고, 원기둥의 반지름과 격자상수의 비율은 0.2로 하였다. 원기둥과 외부 매질의 유전율(ϵ_1 과 ϵ_2)은 각각 1, 13으로 놓았다. 평면파 개수(plane wave number)는 441개를 사용하였다. 그림 1의 회색부분은 밴드갭(band gap)이며, Brillouin zone(BZ)의 엣지 이외에 여러 위치에서 군속도가 0이 될 수 있으나, 우리는 대표적으로 Γ -K 방향의 두 번째 밴드(그림 1에서 사각형)에 초점을 맞추기로 한다.

그림 2는 격자구조(a 는 격자상수, r 은 원기둥의 반지름)와 첫 번째 BZ이다. 역격자 공간에서 첫 번째 BZ의 밴드 다이어그램은 세 개의 점(Γ , K, M)으로 이루어져 있다(그림 2 (b)). 밴드 다이어그램을 Γ , K, M으로 구분 짓는 이유는 광결정의 대칭성 때문이다. Γ -K, K-M, Γ -M방향으로 진행되는 전자기파의 분산을 높은 차수의 BZ(두 번째 BZ, 세 번째 BZ, ...)으로 확장시키면 대칭에 의해 겹쳐진다. 진동수와 파수는 각각 $\omega a/2\pi c$ 와 $ka/2\pi$ 로 규격화 시켰다.

진동수가 0-2 영역(그림3(a))에서 Γ -K 방향의 연장선에 있는 M을 기준으로 대칭을 보이는 반면 진동수가 2 이상이 되는 영역의 경우 완전 대칭이



그림 1. 2차원 삼각형 격자구조의 밴드 다이어그램.
Fig. 1. Band diagram of 2-dimension triangular lattice structure.

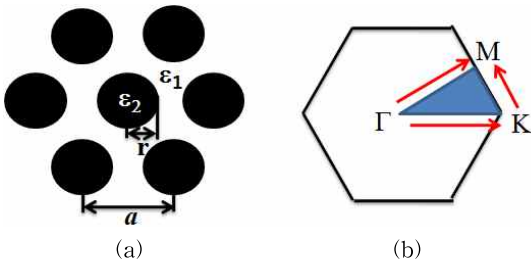


그림 2. (a) 격자 구조, (b) 첫 번째 BZ.
Fig. 2. (a) Lattice structure, (b) first BZ.

아니다(그림 3(b)). 따라서 진동수가 2 이하인 경우만 살펴보기로 하자.

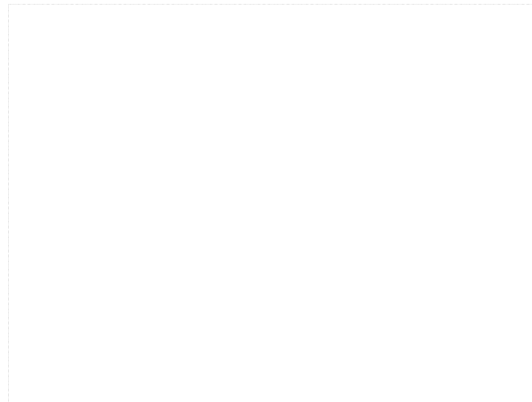
군속도란 전자기파의 에너지가 전달되는 속도이며 분산곡선에서 기울기로 정의된다. Γ -K 방향의 두 번째 밴드에서 군속도가 0인 지점이 나타난다. 그림 4(a)는 Γ -K 방향의 두 번째 밴드를 확대한 것이며 이 때 규격화된 파수가 0.5 근방에서 군속도가 음에서 양으로 바뀌는 것을 볼 수 있다. 군속도가 0이 되는 것을 자세히 살펴보기 위해 그림 4(b)를 보자.

군속도가 0이면 에너지 전달이 되지 않는다는 의미이다. 따라서 군속도가 0이 되는 지점에서 전자기파의 에너지 밀도가 높아진다.

그림 5는 Γ -K 방향으로 파수를 $6\pi/a$ 까지 확장시킨 밴드 다이어그램이다. 여기에서 여러 가지 색으로 구성된 세로 선은 높은 차수 BZ의 옛지 점을



(a)

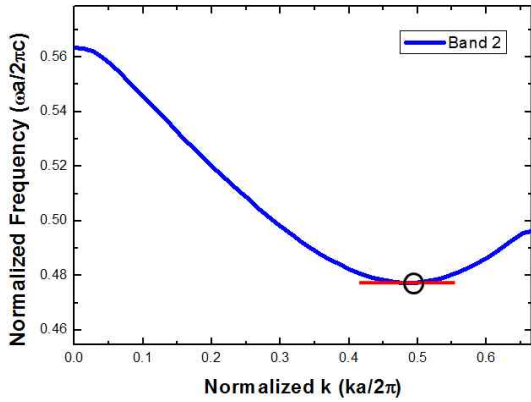


(b)

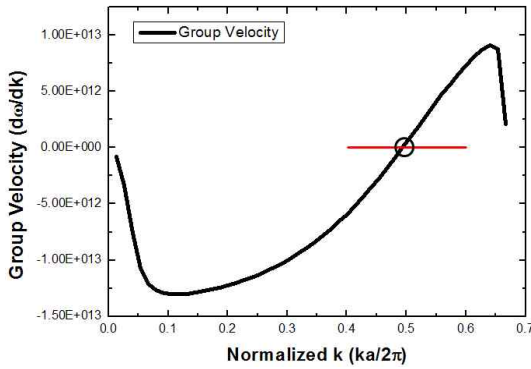
그림 3. (a) Γ -K 방향의 밴드 다이어그램을 규격화 $k=1$ 을 기준으로 0-1, 1-2를 대칭(규격화 주파수는 0-2), (b) Γ -K 방향의 밴드 다이어그램을 규격화 $k=1$ 을 기준으로 $0\sim 1, 1\sim 2$ 를 대칭(규격화 주파수는 2-3).

Fig. 3. (a) Band diagram of Γ -K direction in standard of normalized $k = 1$, normalized $k=0-1$ and 1-2 symmetry(normalized frequency = 0-2), (b) Band diagram of Γ -K direction in standard of normalized $k = 1$, normalized $k=0-1$ and 1-2 symmetry (normalized frequency = 2-3).

Γ -K 방향으로 투사(projection)시킨 것이다. 원은 군속도가 0인 지점이고, 네모위치에서는 밴드가 교차(crossing)해야 되지만 그룹이론(group theory)에 의해서 동일 모드는 겹쳐지지 않으므로 비교차(anti-crossing)한다[10]. Γ -K 방향의 두 번째 밴드



(a)



(b)

그림 4. (a) Γ -K 방향 두 번째 밴드, (b) Γ -K 방향 두 번째 밴드 군속도.

Fig. 4. (a) Γ -K direction second band, (b) group velocity of Γ -K direction second band.

에서 군속도가 0이 되는 위치는 첫 번째 BZ 엣지의 M점을 Γ -K 방향으로 투사시킨 값 근처에서 나타난다. 또한 잘 알려진 대로 BZ 엣지에서 군속도는 항상 0이 됨을 확인할 수 있었다[11].

그림 6의 Γ -H 방향으로 파수를 변화시켜 밴드 다이어그램을 얻었다(그림 7). M, M'의 Γ -K 방향으로 투사된 파수는 각각 0.5, 1이다. 이렇게 투사된 위치에서 군속도는 항상 0이 된다(그림 7). 따라서 그림 6의 R점(규격화 파수가 0.5인 점)은 BZ 엣지가 아님에도 BZ 엣지와 같은 특성을 보이고, 이와 같은 특성의 점이 대칭성에 의해 첫 번째 BZ에 12개가 존재하는 것을 발견하였다.

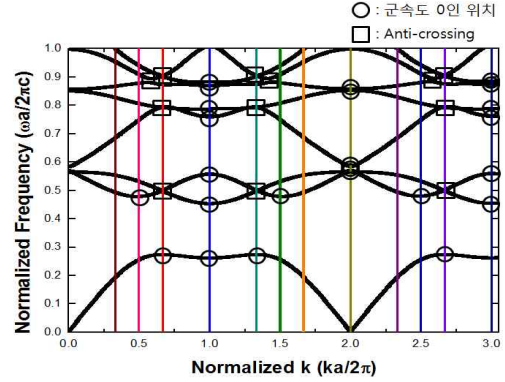


그림 5. 규격화 파수를 $6\pi/a$ 까지 확장한 밴드 다이어그램.

Fig. 5. The band diagram which until normalized k expands $6\pi/a$.

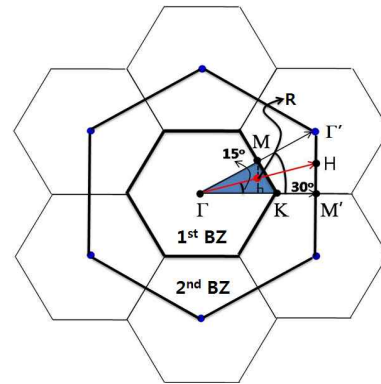


그림 6. 첫 번째 BZ과 두 번째 BZ.

Fig. 6. First and second BZ.

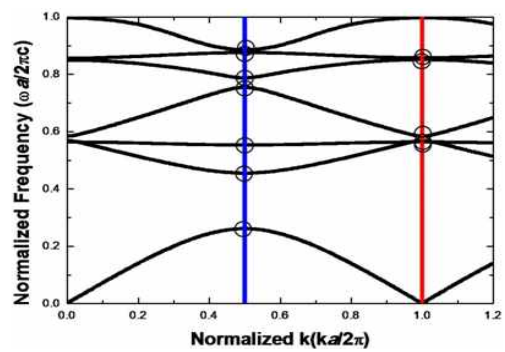
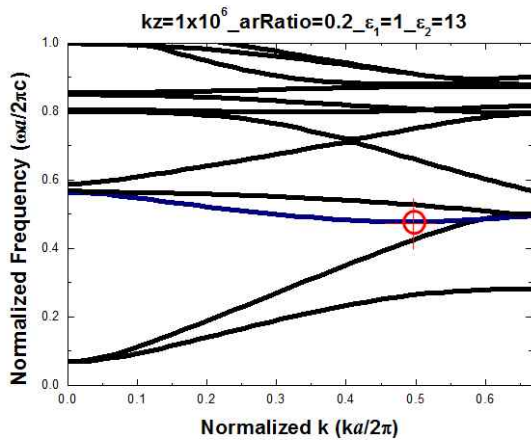
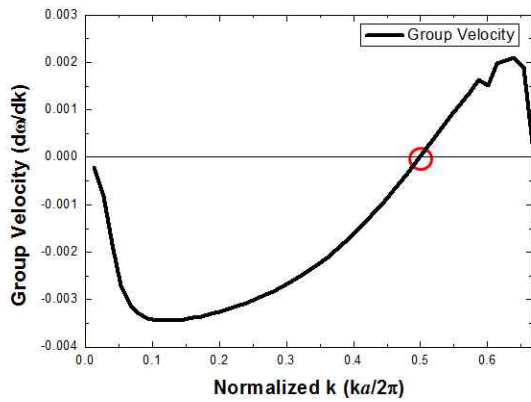


그림 7. Γ -H 방향의 밴드 다이어그램(흰은 군속도가 0인 위치).

Fig. 7. Band diagram of Γ -H direction(Circle the location where the group velocity is zero).



(a)



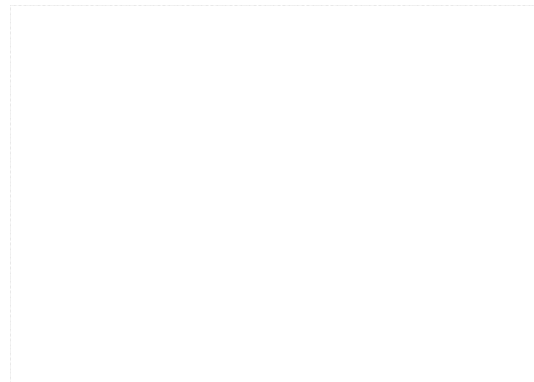
(b)

그림 8. (a) $k_z = 1 \times 10^6$ 일 때 삼각형 격자구조의 Γ -K 방향 밴드 다이어그램(원은 군속도가 0인 위치), (b) 세 번째 밴드의 Γ -K 방향 군속도.

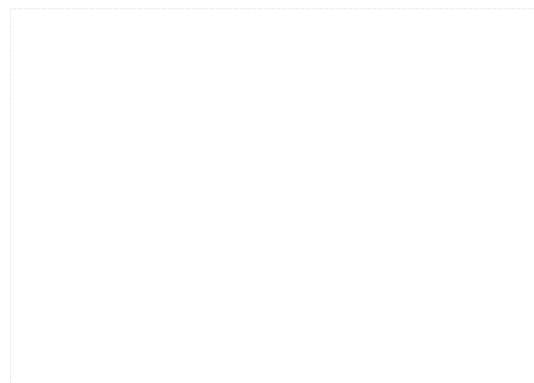
Fig. 8. (a) When the $k_z = 1 \times 10^6$, Γ -K direction band diagram of triangular lattice(Circle the location where the group velocity is zero), (b) Γ -K direction group velocity of third band.

이제까지 z -축 방향 파수가 0인 경우를 보았다. 그림 8은 z -축 방향 파수가 1×10^6 일 때 Γ -K 방향의 광결정 분산관계와 Γ -K 방향 세 번째 밴드의 군속도이다.

z -축 방향 파수가 존재할 때 E-편광과 H-편광은 구분되지 않는다[12]. 따라서 E-편광과 H-편광이 결합된 형태로 분산관계가 나타난다.



(a)



(b)

그림 9. (a) z -축 방향 파수 변화에 따른 두 번째 밴드의 군속도가 0이 되는 규격화 주파수, (b) z -축 방향의 군속도.

Fig. 9. (a) The frequency where the group velocity of second band which it follows in group velocity of z -axis direction change becomes zero. (b) group velocity of z -axis.

z -축 방향 파수가 존재할 때 Γ -K 방향 세 번째 밴드의 군속도가 0인 지점을 z -축 방향 파수를 변화시켜 주파수(그림 9(a))와 z -축 방향의 군속도(그림 9(b))를 얻었다. 세 번째 밴드는 z -축 방향 파수가 존재 하지 않을 때의 두 번째 밴드에 대응된다. 그 이유는 E, H-편광이 결합되기 때문이다.

그림 9에서 z -축 방향 파수가 커질수록 주파수와 군속도가 커진다. 군속도가 파수 0.5일 때 빛 속도의 0.02% 정도 된다. 즉 Γ -K 방향으로 그림 9(a)의 파수에 해당하는 전자기파를 진행시킬 경우 그림 9(b)의 군속도로 전자기파가 z -축으로 진행한다.

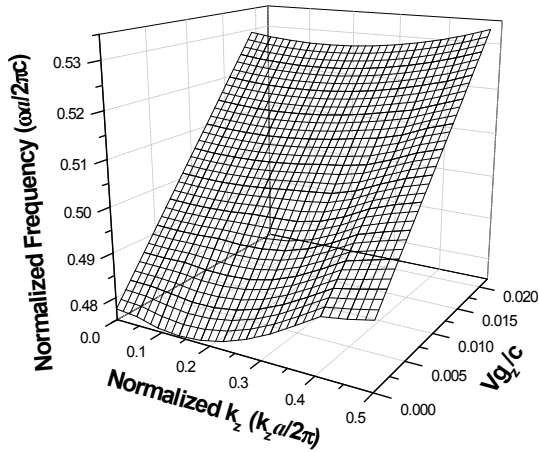


그림 10. 주파수 vs z-축 방향파수 vs 군속도.
Fig. 10. Normalized frequency vs z-axis normalized k vs group velocity.

그림 10은 세 번째 밴드의 군속도가 0인 지점 (Γ -K 방향에서 $k \approx 0.5$)에서 주파수, z-축 방향 파수 및 군속도 관계를 나타낸 그래프이다.

3. 결론

평면파 전개방법을 이용하여 2차원 삼각형 격자 구조인 광결정의 밴드 다이어그램을 구했다. 이 밴드 다이어그램에서 군속도가 0이 되는 지점을 살펴보았다. 첫 번째 BZ의 Γ -K 방향을 따라 2번째 밴드의 군속도는 음에서 양으로 바뀌었다. 군속도가 0이 되는 지점은 에너지 전달이 되지 않아 전자기파의 에너지 밀도가 높아진다. 이것을 이용하여 전자기파를 구속시킬 수 있다.

BZ를 확장하면 진동수 2 이상의 높은 영역에서는 완전 대칭이 되지 않고 진동수 2 이하의 영역에서 대칭성을 보인다.

군속도가 0이 되는 현상은 BZ의 K, M 점에서 일어나고, M점을 Γ -K 방향으로 투사시킨 위치 근처에서 이 현상이 일어날 수 있다.

Γ -H 방향의 밴드 다이어그램에서 파수가 0.5와 1에서 군속도가 항상 0이다. 파수가 0.5인 점은 BZ 옛지가 아님에도 옛지와 같은 특성을 보인다. 이와 같은 특성의 점 12개가 대칭성에 의해 첫 번째 BZ에 존재한다.

z-축 방향 파수가 존재할 경우 z-축 방향으로 군속도가 존재한다. z-축 방향 파수가 커질수록 주파수와 군속도가 커진다. 예를 들어 z-축 방향 파수가

0.5일 경우 Γ -K 방향의 군속도가 0에 해당하는 전자기파는 z-축 방향으로 빛의 0.02%의 속도로 나온다.

z-축 방향 파수가 존재할 때 첫 번째 BZ의 옛지 점과 Γ -K 방향의 세 번째 밴드의 파수가 0.5를 충족하는 조건인 위치로 전자기파를 입사시키면 군속도가 0이 되어 z-축 방향으로 빛의 진행 방향을 바꿀 수 있으므로 고효율의 도광판 제작에 응용할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 지식경제부 지방기술혁신사업(RTI04-01-02) 지원으로 수행되었음.

참고 문헌

- [1] 이기라, 문준혁, 양승만, News & Information For Chemical Engineers, Vol. 23, No. 4, p. 446, 2005.
- [2] K. Sakoda, "Optical Properties of Photonic crystal", Springer, 2001.
- [3] M. Ghebrebrihan, M. Ibanescu, Steven G. Johnson, M. Soljačić, and J. D. Joannopoulos, "Distinguishing zero-group-velocity modes in photonic crystals", Phys. Rev. A, Vol. 76, p. 063810, 2007.
- [4] H.-Y. Ryu and M. Notomi, "Finite-difference time-domain investigation of band-edge resonant modes in finite-size two-dimensional photonic crystal slab", Phys. Rev. B, Vol. 68, p. 045209, 2003.
- [5] K. Sakoda and K. Ohtaka, "Sum-frequency generation in a two-dimensional photonic lattice", Phys. Rev. B, Vol. 54, p. 5742, 1996.
- [6] S.-H. Kwon, H.-Y. Ryu, G.-H. Kim, and Y.-H. Lee, "Photonic band-edge lasers in two-dimensional square-lattice photonic crystal slabs", Appl. Phys. Lett., Vol. 83, No. 19, p. 3870, 2003.
- [7] H. Y. Ryu, S. H. Kwon, Y. J. Lee, Y. H. Lee, and J. S. Kim, "Very-low-threshold photonic band-edge lasers from free-standing triangular photonic crystal slabs", Appl. Phys. Lett., Vol. 80, p. 3476, 2002.
- [8] H. T. Zhang, D. S. Wang, M. L. Gong, and D. Z. Zhao, "Application of group theory to plane wave expansion method for photonic crystals", Optics Communications, Vol. 237, p. 179, 2004.

- [9] S. Xiao, L. Shena, and S. He, "A plane-wave expansion method based on the effective medium theory for calculating the band structure of a two-dimensional photonic crystal", *Phys. Lett. A*, Vol. 313, p. 132, 2003.
- [10] K. Sakoda, "Symmetry, degeneracy, and uncoupled modes in two-dimensional photonic lattices", *Phys. Rev. B*, Vol. 52, No. 11, p. 7982, 1995.
- [11] H.-Y. Ryu, J.-K. Hwang, and Y.-H. Lee, "Effect of size nonuniformities on the band gap of two-dimensional photonic crystals", *Phys. Rev. B*, Vol. 59, No. 8, p. 5463, 1999.
- [12] X.-P. Feng and Y. Arakawa, "Off-plane angle dependence of photonic band gap in a two-dimensional photonic crystal", *Quantum Electronics, IEEE Journal of In Quantum Electronics*, Vol. 32, No. 3, p. 535, 1996.