

## 진동하는 구 주위의 유동에 관한 수치적 연구

이진욱, 이대성, 하만영<sup>†</sup>, 윤현식<sup>\*</sup>

부산대학교 기계공학부, <sup>\*</sup>부산대학교 첨단조선공학연구센터

### Numerical Study of Flow Around an Oscillating Sphere

Jin Woog Lee, Dae Sung Lee, Man Yeong Ha<sup>†</sup>, Hyun Sik Yoon<sup>\*</sup>

School of Mechanical Engineering, Pusan National University, Busan 609-735, Korea

<sup>\*</sup>Advanced Ship Engineering Research Center, Pusan National University, Busan 609-735, Korea

(Received June 17, 2010; revision received September 7, 2010)

**ABSTRACT:** The incompressible viscous flow past a sphere under forced oscillation is numerically investigated at a Reynolds number of 300. The immersed boundary method is used to handle the sphere oscillating vertically to the streamwise direction. There are two important variables to characterize the oscillating state of a sphere. One is an oscillating amplitude normalized by the sphere diameter is set as a fixed number of 0.2. Another is the frequency ratio which is defined by  $f_e/f_o$ , where  $f_e$  and  $f_o$  are the excited frequency and the natural frequency of vortex shedding for the stationary sphere. In this study, three different frequency ratios of 0.8, 1.0 and 1.2 are considered. The results show a periodic flow with hairpin vortices shedding from upper and lower positions as well as vortical legs obliquely extended by oscillating motion of sphere. The enveloping vortical structure experience rupture twice in one period of oscillation. As the frequency of oscillation is increased, the vortical legs are getting shorter and eventually the hairpin vortices are much closer to the adjacent one.

**Key words:** Oscillating sphere(진동하는 구), Vortical structure(보텍스 구조)

#### 기 호 설 명

$d$  : 구의 지름  
 $u_\infty$  : 자유 유동 속도  
 $A_e$  : 진동하는 구의 진폭  
 $Re$  : Reynolds 수(=  $u_\infty d/\nu$ )  
 $St$  : Strouhal 수(=  $f d/u_\infty$ )  
 $C_d$  : 항력계수  
 $C_l$  : 양력계수  
 $f_e$  : 구의 진동 주파수

$f_o$  : 정지된 구의 보텍스 흘림 주파수  
 $f_w$  : 진동하는 구의 보텍스 흘림 주파수

#### 그리스 문자

$\rho$  : 밀도  
 $\nu$  : 동점성계수  
 $\phi$  : 진동하는 구의 위상각

#### 상첨자

<sup>†</sup> Corresponding author

Tel.: +82-51-510-2440; fax: +82-51-515-3101

E-mail address: myha@pusan.ac.kr

<sup>\*</sup> : 차원 변수

— : 시간 평균 값

### 1. 서 론

완전한 3차원 형상인 구(sphere)는 비교적 간단한 형상임에도 불구하고 주위의 유동은 낮은 레이놀즈 수에서부터 복잡한 유동 구조를 가지는 특성이 있다. Mittal<sup>(1)</sup>에 의하면 실린더의 후류에서는 두 개의 서로 반대방향으로 회전하는 보텍스(vortex)가 주기적으로 흐르는(shed) 반면에 구의 후류에서는 오직 하나의 보텍스 고리(loop)가 주기적으로 흐른다. 이러한 이유로, 선행 연구자들에 의해서 구 주위의 유동에서는 실린더 주위에서 찾을 수 없는 다양한 유동 구조가 연구되었다. 정지된 구를 지나가는 유동에서는 특정한 Reynolds 수의 범위에서 수치해석 방법을 이용하여 층류 유동에서 정상상태와 비정상상태로의 천이(transition), 그리고 난류 유동 구조에 관한 연구<sup>(2-5)</sup>가 수행되었다. 최근에는 정지된 구에서 확장하여, Kim et al.<sup>(6)</sup>에 의하여 유동방향을 축으로 하여 회전하는 구를 지나가는 유동과 Niazmand and Renksizbulut<sup>(7)</sup>에 의하여 유동방향에 수직한 축으로 회전하는 구를 지나가는 유동에 관한 연구가 수행되었다. 진동하는 구에 관해서는 Govardhan and Williamson<sup>(8,9)</sup>에 의하여 매달린(tethered) 구의 보텍스에 의한(vortex-induced) 움직임과 진동에 관한 연구가 실험적인 방법으로 수행되었다. 정지한 구 또는 회전하는 구 주위의 유동에 관한 연구에서 확장하여, 본 연구에서는 주유동 방향에 수직하게 진동하는 구 주위의 유동을 고려하였다. 진동하는 구를 지나가는 유동은 다상 유동이나 입자를 실은(particle-laden) 유체의 유동과 같이 연소나 화학 반응과 같은 공학 분야에 응용될 수 있으며, 이러한 입자들은 유체 속에서 종종 구와 같은 형태로 회전하거나 진동하면서 움직인다. 본 연구에서는 진동하는 구 주위의 유동에 관한 초기 연구의 일환으로 일정한 진동폭에 대해 진동주파수의 변화에 따른 구 주위의 유동을 모사하였다.

### 2. 수치해석 방법

비정상, 비압축성 연속방정식과 운동량 보존 방정식은 무차원 지배방정식의 형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} - q = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + F_i \tag{2}$$

위 식에 사용된 무차원 변수의 정의는 다음과 같다.

$$t = \frac{u_\infty t^*}{d}, \quad x_i = \frac{x^*}{d}, \quad u_i = \frac{u_i^*}{u_\infty}, \quad p = \frac{p^*}{\rho u_\infty} \tag{3}$$

위 식에서  $\rho$ 는 차원이 존재하는 유체의 밀도이며,  $u_\infty$ 는 유체의 자유 유동 속도이다. 식(3)에 표시된 상첨자 \*는 차원이 존재하는 변수를 나타내며,  $u_i, p, t, x_i$ 는 각각 무차원화된 속도, 압력, 시간 그리고 길이를 나타낸다. 식(2)에서 무차원 수,  $Re$ 는 Reynolds 수로 다음과 같이 정의된다.

$$Re = \frac{u_\infty d}{\nu} \tag{4}$$

식(2)에 사용된  $F_i$ 는 유체에 작용하는 체적력(body force), 그리고 식(1)에 사용된  $q$ 는 질량원천(mass sink/source)으로 가상 경계면에서 점착 경계 조건과 가상 경계면을 포함하는 격자내의 질량 보존을 만족시키기 위해 사용되었다.<sup>(13)</sup> 지배방정식은 직교 좌표계에서 비엇갈림 격자(non-staggered grid)를 사용하여 2차 정확도의 유한체적법으로 이산화 되었으며, 모든 변수는 구의 직경  $d$ 와 자유 유동 속도  $u_\infty$ 로 무차원화 되었다. 운동량 보존 방정식의 대류항과 확산항은 3차 정확도의 Adams-Bashforth 방법과 2차 정확도의 Crank-Nicolson 방법이 각각 사용되었고, 시간에 대해 2단계 시간 분할 방법(two-step fractional step method)이 사용되었다.

Fig. 1은 진동하는 구를 포함한 계산 영역과 좌표계, 그리고 경계조건을 나타낸다. 계산 영역의 크기

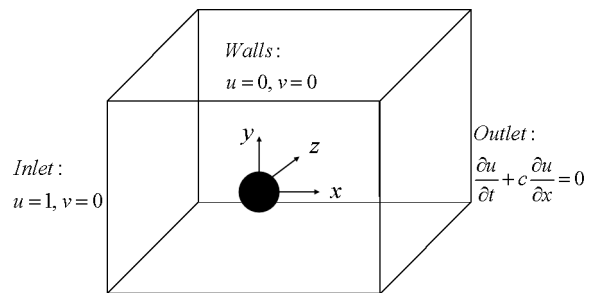


Fig. 1 Computational domain and boundary conditions for an oscillating sphere.

는 진동하는 구에 대하여  $-15d \leq x \leq 15d$ ,  $-20d \leq y \leq 20d$ , 그리고  $-20d \leq z \leq 20d$ , 여기서  $d$ 는 구의 지름을 나타낸다. 격자의 수는  $Re = 300$ 에 대하여  $300(x) \times 192(y) \times 192(z)$ 가 사용되었다.

본 연구에 사용된 수치해석 방법의 타당성을 검증하기 위하여 정지된 구를 지나는 유동에서 현재의 연구결과를 선행 연구결과와 비교하였다.<sup>(10,11)</sup> Table 1은  $Re = 300$ 일 때, 현재의 Strouhal 수( $St = fd/u_\infty$ )가 선행 연구결과가 잘 일치하는 것을 보여주며, 여기서  $f$ 는 보텍스 흘림 주파수(vortex shedding frequency)를 나타낸다. 항력계수 및 양력계수의 시간 평균값도 이전의 수치해석 결과와 잘 일치하며, 역학적 계수를 정의하는 식은 다음과 같다.

$$C_i = \frac{F_i}{1/8\rho\pi u_\infty^2 d^2} \quad (i = x, y, z) \quad (5)$$

여기서  $F_i$ 는  $i$ 방향으로 작용하는 힘,  $C_d (= C_x)$ 는 항력계수, 그리고  $C_l (= \sqrt{C_y^2 + C_z^2})$ 는 양력계수의 크기(magnitude)를 나타낸다. 구의 진동하는 움직임 나타내는 함수로써, 구의 중심점의 위치를 다음과 같이 정의하였다.

$$y_c = A_e \sin(2\pi f_e t) \quad (6)$$

본 연구에서는  $Re = 300$ 일 때, 고정된 진폭,  $A_e = 0.2$ 와 함께 진동주파수,  $f_e = 0.8f_o, f_o, 1.2f_o$ 에 대하여 수치해석을 수행하였다. 여기서  $f_o$ 는 Reynolds 수가

Table 1 Comparison of present results of time-averaged drag and lift coefficients and Strouhal number with previous ones at  $Re = 300$

	$Re$	$St$	$\overline{C_D}$	$\overline{C_L}$
Present	100	-	1.082	-
	250	-	0.701	0.061
	300	0.134	0.65	0.068
Kim(2001)	100	-	1.087	-
	250	-	0.702	0.060
	300	0.134	0.657	0.067
Johnson and Patel(1999)	250		0.7	0.062
	300	0.137	0.656	0.069

300인 고정된 구를 지나는 유동의 보텍스 흘림 주파수를 나타낸다.

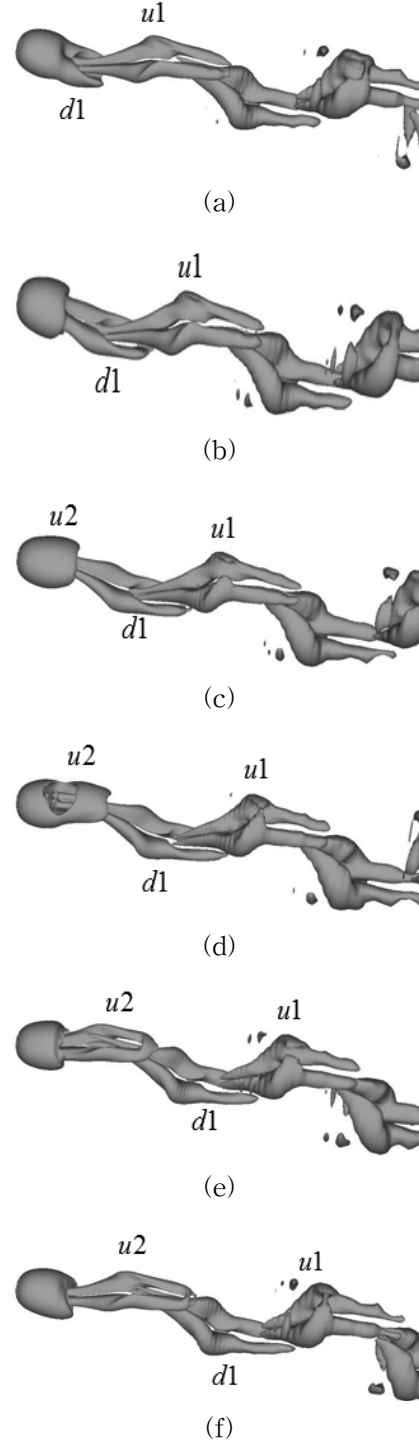


Fig. 2 Time series of vortical structures of flow past an oscillating sphere for  $f_e = f_o$  and  $Re = 300$  at different phase position :  $\phi =$  (a) 0; (b)  $\pi/6$ ; (c)  $2\pi/6$ ; (d)  $3\pi/6$ ; (e)  $4\pi/6$ ; (f)  $5\pi/6$ .

3. 수치해석 결과

Fig. 2는  $f_e f_o = 1.0$ 일 때, 위상각( $\phi = 2\pi f_e t$ )에 대한 보텍스 구조(vortical structure)의 변화를 보여 준다. 여기서 보텍스 구조를 확인하기 위하여 Jeong and Hussain<sup>(12)</sup>의  $\lambda_2$  방법을 사용하였다. Fig. 2(a)에서 다리형상의 보텍스(vortex legs), u1과 구의 아래쪽의 보텍스 구조, d1이 형성되어 있다. Fig. 2(b)에서 위쪽으로 향하는 구의 움직임에 의해 d1이 위쪽 대각선으로 길게 뻗기 시작한다. Fig. 2(c)에서는 구의 움직임이 아래쪽으로 향하면서 구를 위에서 감싸는 구조(enveloping structure)의 보텍스, u2와 길게 뻗은 다리형상의 보텍스, d1이 형성되어 있다. Fig. 2(d)에서는 구의 움직임이 여전히 아래쪽을 향하면서, u2가 감싸는 보텍스 구조에서 파열되어(rupture) 보텍스 다리 형상으로 발달한다. Fig. 2(e)에서는 보텍스 다리, u2가 구의 아래쪽을 향하는 움직임에 의해, d1과는 달리 아래쪽 대각선 방향으로 길게 뻗어 나가고 있다. 이러한 과정을 통해서 진동하는 구 주위로 생성된 보텍스가 최종적으로 비정상 상태의 머리핀 형태(hairpin vortices)로 발달하는 것을 Fig. 2(a)~Fig. 2(f)를 통해 확인할 수 있다. 진동하는 구에서는 전반적으로 고정된 구를 지나가는 유동에서 관찰되는 일반적인 보텍스 구조를 찾아볼 수 있으나, 고정된 구의 경우 주유동 방향으로 흐르는 보텍스 구조를 가진다.<sup>(12)</sup> 반면, Fig. 2의 진동하는 구의 경우 대각선 방향으로 발달된 보텍스 다리와 머리핀 형태의 보텍스 구조가 위와 아래로 번갈아가며 형성되는 것이 특징이다.

Fig. 3은  $\phi = 0$ 에서 진동하는 구의 진동주파수에 따른 순간 유동장을 보여준다. 본 연구에서 고려한  $Re = 300$ 과 주파수 비,  $f_e f_o = 0.8, 1.0, 1.2$ 에서는 보텍스 구조가 면대칭 구조(Plannar symmetry)인 것을 확인할 수 있다. Fig. 3(a)은  $f_e = 0.8f_o$ 일 때, 머리핀 형태로 발달하고 있는 보텍스 구조와 함께 여기에 연결된 다리형상의 보텍스 구조를 보여준다. 이러한 구조를 Fig. 3(a)의 x-y평면상에서 바라보면, 구가 자유유동 방향(x)에 대해 수직인 방향(y)으로 주기적인 상하운동을 함에 의해 자유유동 방향에 대해 기울어져서 발달되는 다리형상의 보텍스 구조를 확인할 수 있다. 진동주파수가 증가하여  $f_e = f_o$ 와  $f_e = 1.2f_o$ 되면, 구 근처에서 감싸는 구조(enveloping structure)를 Fig. 3(b)와 Fig. 3(c)의 x-z평면상에서 확인할 수가 있다. 이러한 구 근처에서 감싸는

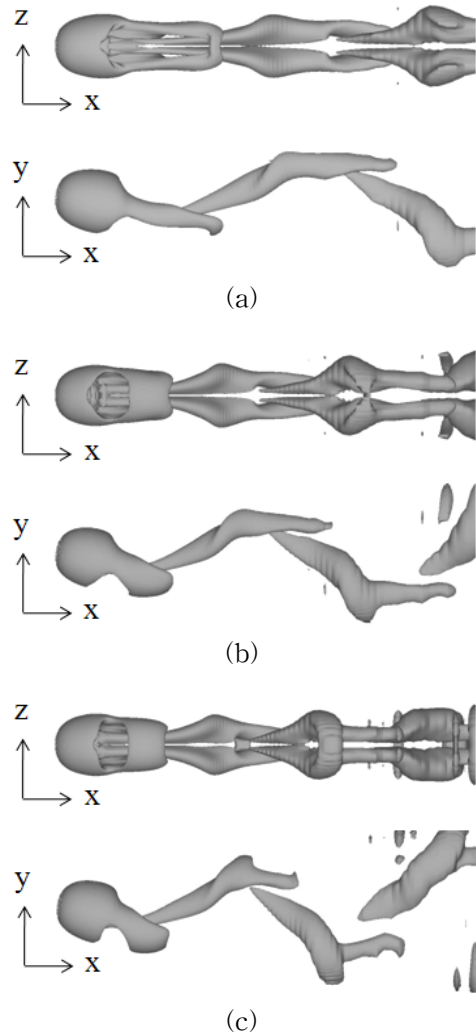


Fig. 3 Instantaneous vortical structures at  $\phi = 0$ (upper : side view, lower : top view) :  $f_e/f_o =$  (a) 0.8; (b) 1.0; (c) 1.2.

구조는 구의 표면에서 떨어져나가면서 후류에서 다리형상의 구조로 발달되어진다. 또한, 진동주파수가 증가할수록 다리형상 구조의 길이는 짧아지고, 이 구조가 자유유동방향과 이루는 각도는 커지는 것을 Fig. 3(a)~Fig. 3(c)들의 x-y평면에 투영된 보텍스 구조들의 비교를 통해 검증할 수가 있다. 따라서 머리핀 형태인 보텍스 구조 사이의 간격도 진동주파수가 증가할수록 줄어든다.

Fig. 4는 각 진동주파수 비에서 구의 위치가 최상단 그리고 최하단에 있을 때, 보텍스 구조의 단면으로 위상은 각각  $\pi/2, 3\pi/2$ 이다. 본 연구에서 고려한 서로 다른 세 가지 주파수비들에서는, 구가 진동하는 한 주기 동안에 구의 상하표면에서 각각 보텍스 구조의 분계가 일어나는 것을 Fig. 4(a)~Fig. 4(c)

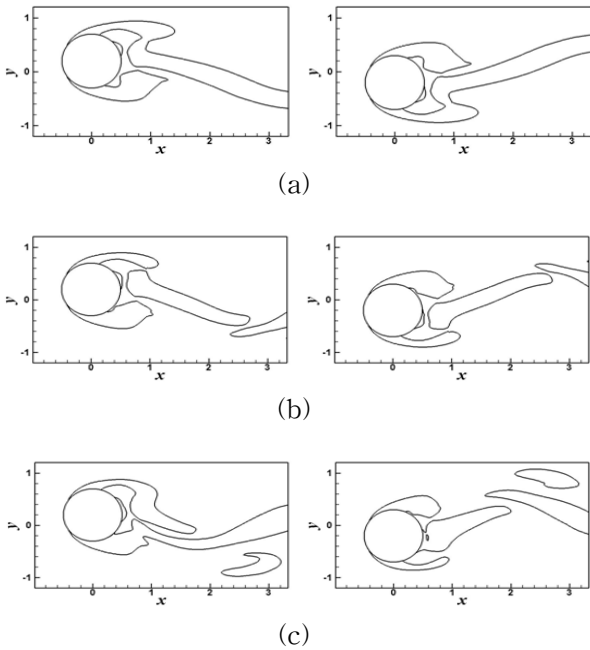


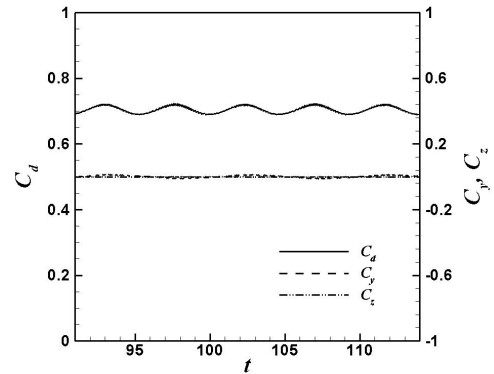
Fig. 4 Vortical regions of extreme upper(left) and lower(right) positions at  $z = 0$  :  $f_e/f_o =$  (a) 0.8; (b) 1.0; (c) 1.2.

에서 확인할 수가 있다. 즉, 구가 진동하는 한 주기 동안에 보텍스 구조의 분계는 두 번 일어난다. 앞서 설명한 Fig. 3에서 주파수비가 증가할수록 다리형상의 보텍스 구조의 주유동 방향과 이루는 각도가 커지는 것 또한 Fig. 4(a)~Fig. 4(c)에서 다시 검증되어진다. 고정된 구에서는 보텍스 구조가 주유동 방향으로 흐르는 반면, 본 연구에서 고려한 진동주파수에서는 앞서 설명한 바와 같이 구의 상, 하 진동에 의해서 보텍스 구조가 자유유동 방향에 대해 기울어져서 발달하는 것을 보여준다.

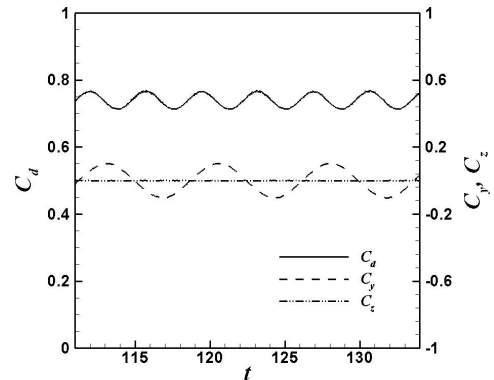
Fig. 5는 시간에 따른 항력계수와 양력계수의 변화를 나타낸다. Fig. 5(a)에서는  $f_e = 0.8f_o$ 일 때,  $C_d$ 가 시간에 따라 주기적인 변화를 나타내고 있으며, 상대적으로  $C_y, C_z$ 는 0에 가까운 값을 가진다. Fig. 5(b)와 Fig. 5(c)를 통해  $f_e$ 가 증가할수록  $C_d$ 의 주기가 짧아지고,  $C_z$ 는 여전히 0에 가까운 값을 가지는 반면,  $C_y$ 의 값이 주기성을 가지며, 그 진폭이 커지는 것을 보여준다. 여기서 흥미로운 사실은  $C_d$ 와  $C_y$ 의 주파수 값이 각각  $2f_e$ 와  $f_e$ 로써 진동주파수에 비례하는 값을 가진다.

#### 4. 결 론

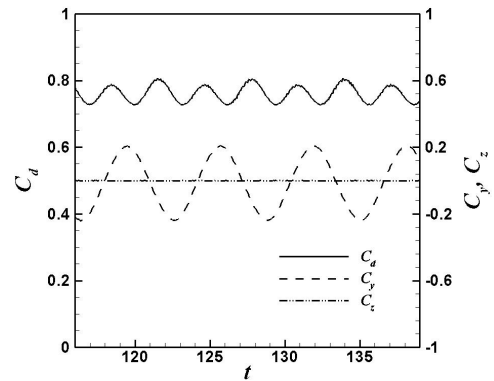
본 연구에서는 진동하는 구를 지나는 유동을 수



(a)



(b)



(c)

Fig. 5 Time histories of the drag coefficient and the lift coefficient components :  $f_e/f_o =$  (a) 0.8; (b) 1.0; (c) 1.2.

치적으로 모사하기 위하여 가상 경계법(immersed boundary method)을 이용하여 구의 진동주파수,  $f_e = 0.8f_o, f_o$ , 그리고  $1.2f_o$ 에 대하여 수치해석을 수행하였다. 고정된 구를 지나는 유동에서 관찰되는 일반적인 보텍스 구조와 달리 본 연구에서 고려된 진동하는 구를 지나는 유동구조에서는 다음과 같은 몇 가지 특성을 확인할 수 있다.

(1) 진동하는 구의 주기적인 움직임으로 인해, 주유동 방향에 비스듬한 방향으로 발달된 다리형상의 보텍스 구조를 갖는다.

(2) 머리핀 형태로 발달한 보텍스 구조가 상, 하로 번갈아 가며 형성되는데,  $f_e$ 가 커질수록 다리형상 보텍스 구조의 길이가 짧아지고 인접한 머리핀 형태의 보텍스 사이의 간격이 좁아지는 것을 확인할 수 있다.

(3)  $C_d$ 와  $C_y$ 값이 시간에 대하여 주기성을 가지며,  $f_e$ 가 커질수록 그 진폭이 커진다. 특히 진동주파수의 변화에 따라  $C_y$ 값의 변화가 가장 크며, 이때,  $C_d$ 와  $C_y$ 의 주파수 값이 각각  $2f_e$ 와  $f_e$ 로써 진동주파수에 비례하는 값을 가진다.

## 후 기

이 논문은 부산대학교 자유과제 학술연구비(2년)에 의하여 연구되었음.

## 참고문헌

- Mittal, R., 1999, Planar symmetry in the unsteady wake of a sphere, AIAA J., Vol. 37, pp. 388-390.
- Fornberg, B., 1988, Steady viscous flow past a sphere at high Reynolds numbers, J. Fluid Mech., Vol. 190, pp. 471-489.
- Johnson, T. A. and Patel, V. C., 1999, Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300, J. Fluid Mech., Vol. 378, pp. 19-70.
- Tomboulides, A. G. and Orszag, S. A., 2000, Numerical investigation of transitional and weak turbulent flow past a sphere, J. Fluid Mech., Vol. 416, pp. 45-73.
- Bagchi, P. and Balachandar, S., 2002, Steady planar straining flow past a rigid sphere at moderate Reynolds number, J. Fluid Mech., Vol. 466, pp. 365-407.
- Kim, D. J. and Choi, H. C., 2002, Laminar flow past a sphere rotating in the stream wise direction, J. Fluid Mech., Vol. 461, pp. 365-386.
- Niazmand, H. and Renksizbulut, M., 2004, Heat transfer from a rotating sphere interacting with a vortex, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 47, pp. 2269-2281.
- Govardhan, R. N. and Williamson, C. H. K., 1997, Vortex-induced motions of a tethered sphere, J. Wind Eng. and Industrial Aerodynamics, Vol. 69-71, pp. 375-385.
- Govardhan, R. N. and Williamson, C. H. K., 2005, Vortex-induced vibrations of sphere, J. Fluid Mech., Vol. 531, pp. 11-47.
- Kim, D. J., 2001, Numerical study on dynamics and control of flow over a sphere up to  $Re = 10^4$ , Ph. D. Thesis, Seoul National University.
- Johnson, T. A. and Patel, V. C., 1999, Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300, J. Fluid Mech., Vol. 378, pp. 19-70.
- Jeong, J. and Hussain, F., 1995, On the identification of a vortex, J. Fluid Mech., Vol. 285, pp. 69-94.
- Kim, D. J. and Choi, H. C., 2001, Immersed boundary method for flow around an arbitrarily moving body, J. Comp. Phys., Vol. 212, pp. 662-680.
- Meneghini, J. R. and Bearman, P. W., 1995, Numerical simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder, J. Fluids Struct., Vol. 9, pp. 435-455.
- Bearman, P. W., 1984, Vortex shedding from oscillating bluff bodies, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 16, pp. 195-222.