대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 20 권 제 3 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 20, No. 3, 255-274. Aug 2010

수학과 문제중심학습(PBL)을 위한 문제분석기준 개발과 학습모형 연구[1)]

허 난* · 강 옥 기**

본 연구는 수학교과에서 PBL 환경을 구축하고 수학과 PBL의 실행과 활성화에 도움을 주기 위하여 '수학과 PBL 문제분석 기준'과 '수학과 PBL 학습모형'을 제시하는 것에 그 목적을 두고 있다.

이를 위하여 이론적 배경을 토대로 PBL 문제의 특징을 분류하고 각 영역의 하부항목을 추출하여 작성한 기준표를 전문가들의 내용타당도 검사와 신뢰도 검사를 통하여 개발하였다. 개발한 수학과 PBL 문제분석 기준표는 수학과 PBL을 위한 문제개발의 기준이 될 뿐만 아니라 문제의 적합성을 판단할 수 있는 기준이 될 것이다.

또한 수학교과의 특성을 고려한 수학과 PBL 학습모형을 제시하고 이를 구체화하기 위하여 제시한 학습모형을 적용한 수업을 실시하였으며, 실행한 PBL 수업의 관찰과 자료 분석을 통하여 수학과 PBL 학습모형을 구체화 하였다. 이는 수학교과의 특성을 고려하지 않은 모형을 적용한 기존의 연구에서 발생할 수 있는 문제점들을 극복할 수 있는 모형으로서 '미니강의'의 단계가 특징적으로 적용된 모형이다.

Ⅰ. 서 론

현재까지 수학교육에 많은 변화와 발전이 있었지만 아직도 대부분의 학생들은 수학적 지식이 실생활에 필요하다는 생각을 하지 못할 뿐만 아니라 실생활에서 직면하는 문제가 수학적 문제가 될 수 있다는 인식을 하지 못하며, 수학을 배운다는 것은 실생활과는 동떨어진 지식을 배우는 것이라고 생각한다.

2007년 개정한 수학과 교육과정에서는 수학적 지식과 기능을 활용하여 실생활의 여러 가지 문제를 해결해 봄으로써 수학의 필요성과 유용성을 인식하고, 수학에 대한 긍정적인 태도를 가지게 하고 있다. NCTM(National Council of Teachers of Mathematics)의 Principles and Standards for School Mathematics(2000)에서도 일상생활이나 직업 생활에서 수학적 지식을 자신있게 사용할 수 있도록 하는 수학적 문제해결력, 증명과 추론 능력, 의사소통 능력, 수학적 연결성과 표현력의 신장을 위한 다양한 교수·학습 방법을 강조하고 있다.

이처럼 수학교과에서 학습자의 활동적 참여를 권장하는 학습자 중심의 교수·학습 방법에 대한 새로운 변화가 일어나고 있으며 다양한 교수·학습 방법의 개발과 적용에 대한 요구가 증가하고 있다. 또한 실생활과 관련된 문제해결의 과정에서 학습자 스스로 자신의 학습에 대하여 주도적인 역할을 하고 능동적이며 적극적으로 학습할 수 있는 환경의 제공도 요구되

* 성균관대학교 강사, huhnan@dreamwiz.com
** 성균관대학교, okkang@skku.edu
1) 이 논문은 2009년 허난의 박사학위논문 일부를 요약한 것임.

고 있다. 따라서 학습자가 주체가 되어 학습에 적극적으로 참여하여 문제를 해결하는 '문제중심학습(Problem-Based Learning : PBL)'의 수학 교과에의 적용 방안이 모색되어야 할 필요가 있다.

실제 학교 현장에서 수학교과에 PBL을 적용하고 실행하는 것은 활성화 되어 있지 못할 뿐만 아니라 실행에도 많은 어려움이 존재한다. 학교 현장에서 수학교과에 PBL이 활성화되고 실행되기 위해서는 우선적으로 PBL에 대한 실천적 이해2)를 도울 수 있는 수업의 계획, 문제의 개발, 실행 과정을 안내할 수 있어야 한다. 그러나 수학교과에서 PBL을 다루는 김계숙(2002), 김부윤 외(2005), 신인선 외(2003), 이혁재 외(2004), 장윤영(2008) 등의 선행 연구들을 살펴본 결과 실행과 그 결과의 측면만을 부분적으로 제시하고 있었으며 사용한 문제가 수학과 PBL에 적용하기에 적합한 문제인지를 판단할 수 있는 기준도 제시하고 있지 않았다. 또한 적용한 PBL 학습모형이 수학교과에 적합한 학습 과정을 안내하는 학습모형인지에 대한 검토 없이 여러 학자들이 제시한 기존의 모형을 그대로 적용하고 있었다. 따라서 수학과 PBL의 실행을 도울 수 있는 문제개발의 기준과 문제의 적합성을 판단할 수 있는 기준을 마련하는 것과 수학교과에 적합한 학습모형에 관한 이론적 검토와 더불어 실제적인 모형이 제시될 필요가 있다.

본 연구에서는 수학교과에 PBL을 실행하는데 있어서의 실천적 이해를 위하여 수학과 PBL 문제분석 기준표를 개발하고, 수학과 PBL 학습모형을 제시하는 것을 목적으로 한다. 수학교과에서 PBL을 실행하고자 하는 교수자에게 수학과 PBL을 위한 문제분석기준과 학습모형을 제시하는 것은 PBL의 환경을 구축하고 실현하는데 실질적인 도움을 줄 수 있을 것으로 기대한다.

II. 이론적 배경3)

1. 문제중심학습(PBL)의 개념과 특징

현 시대가 지향하는 교육은 학습자가 스스로 주어진 학습상황을 최대한 활용하여 자신이 원하는 지식을 얻고 다양한 정보나 기술을 획득하고, 인성개발을 이루어가는 것이다. PBL은 의과대학에서 전통적인 의학교육에 대한 문제점을 개선하기 위해 시작하였지만 이러한 시대적 요구에 대한 대안으로 새로운 교육 패러다임을 주도할 구성주의 이론에 근거한 교수전략으로 주목 받으며 다양한 교육학 분야에서 지속적으로 확대 발전되고 있다. PBL이 다양한 맥락에 따라 정의되고 실행되고 있지만 PBL의 가장 핵심적인 특징인 문제로부터 학습이 시작된다는 점과 인지적 조력자인 교수자의 도움을 받지만 학습자 중심으로 학습이 이루어진다는 점은 공통적이다. 단지 차이점이 있다면 적용되는 분야, 적용 수준, 적용 범위가 다르고 그에 따라 나타나는 PBL의 형태가 다르다는 것 뿐이다.

문제를 이해하고 해결하는 과정을 통하여 학습자는 실제로 접하게 되는 다양한 문제에 대한 인식에서부터 그 해결책을 마련하는 과정에

2) 강인애 외(2007)는 새로운 교육이론이나 모형을 설명할 때, 그것이 생명력을 갖게 하기 위해서는 실제로 그것을 경험하면서 나름의 이해와 해석이 수반될 때라고 하였다. 이런 점에서 실천적 이해는 PBL을 실제로 적용하고 경험하며 깨닫게 되는 이해이다.

3) 본 논문의 이론적 배경은 본 연구의 선행연구인 "수학과 문제중심학습 문제 분석을 위한 기준표 개발 및 적용"(학교수학, 11(1), pp.165-186)을 요약 발췌한 것임.

서 터득하게 되는 주요 내용을 규정하고 명료화하는 방법, 문제해결을 위해 가설을 설정하는 능력, 문제해결에 필요한 관련 지식과 정보의 수집 및 분석하는 능력, 이에 기초한 대안 또는 해결방안의 구상력 등을 키울 수 있게 된다. 이는 PBL을 통하여 학습자가 습득하게 되는 교육적 효과이며 이런 효과들은 진정한 의미의 교육이 추구하는 목표이기도 하다.

2. PBL 문제의 특징

PBL의 핵심은 새로운 지식획득의 출발점으로서 문제를 사용하는 것이다. 그러므로 PBL에 사용되는 문제는 PBL의 성패를 좌우할 수 있는 중요한 역할을 한다. PBL을 학교 현장에 적용하기 위해서는 무엇보다도 적용할 문제의 적합성이 먼저 고려되어야 할 것이므로 문제가 적용하기에 적합한 것인지에 대한 판단 기준이 마련되어져야 한다. 본 연구는 PBL 문제의 적합성 판단을 위한 기준 마련을 위하여 여러 학자들이 PBL 문제의 성격에 관하여 언급한 내용 중 PBL 문제의 특성을 다음과 같이 분류하고 정리하여 PBL 문제의 특성을 보다 구체적으로 살펴보았다.

가. 학습의 시작으로서의 문제

PBL에서 학습자는 문제를 접한 후 문제를 인식하고 이해하면서 학습을 시작한다. 학습의 시작으로 문제가 제시되기 때문에 문제는 학습을 해야 하는 이유와 학습목표 그리고 학습 동기를 유발하는 역할을 지니고 있다. 제시되는 문제는 학습자로 하여금 무엇이 필요하며, 어떤 정보가 관련되어 있으며, 문제를 해결하기 위해 어떤 단계를 거쳐야 하는지를 학습자 스스로 결정하도록 요구되는 실제적 활동을 위한 자극으로서의 문제이다(Duch, 2001).

우리의 일상생활은 항상 문제를 먼저 접하게 된다. 그 문제를 해결하기 위해 다양한 문제해결 방법을 모색하게 되는데 이러한 과정이 PBL 환경과 같은 맥락에 있다.

나. 실제적인 문제

현실에서 발생하는 문제들은 대부분 단 한 번에 문제가 해결되는 경우보다는 여러 번의 해결 단계를 거쳐 문제가 해결되는 경우가 많다. 이러한 현실의 문제는 본질적으로 혼란스럽고 복잡하다(IMSA, 2008a). PBL에서는 현실세계에서 일어날 가능성이 높은 상황이 존재하고, 이 상황 안에는 문제를 둘러싼 구체적이고 실질적인 데이터와 문제의 배경을 설명해주는 정보를 포함하는 실제적인 문제의 사용을 강조한다.

수학교육에서도 학습자는 PBL에서의 문제와 같은 실제적인 문제를 해결하는 과정을 통해 수학이 실생활과 분리된 학문이 아니며 이러한 문제를 해결함으로써 사고 능력을 기르게 되며 실생활 적용능력을 기를 수 있다는 것을 알게 될 것이다.

다. 비구조적인 문제

진정한 PBL의 중심에는 잘 정의되지 않은 문제, 즉 비구조적인 문제가 존재한다(Delisle, 1997). 이는 비구조적인 문제의 사용은 PBL의 핵심적인 요소임을 나타낸다. 비구조적인 문제는 해결안과 결과가 접근하는 방식에 따라 여러 가지 결과를 얻을 수 있으며, 학습자 수준과 노력 여부에 따라 도출되는 결론이나 해결안의 수준, 질 등이 결정될 수 있는 문제이다(Barrows, 1994). 비구조적인 문제는 처음 문제를 접했을 때, 복잡하면서 완전히 이해되지 않을 수 있으며, 단순한 규칙이나 원리에 의한 해결을 요하지 않는다. 또한 문제를 해결하기

위하여 주의 깊은 사고를 요하며 정답이 하나로 정해지지 않을 수 있다.

비구조적인 문제해결을 위한 전략의 가장 큰 특징은 대안적 해결책을 찾고, 자신의 가설을 설정하고, 자신의 신념과 가설을 지지하기 위한 논의를 구성하는 과정이다(Jonassen, 1997).

라. 교육과정에 기초한 문제

Delisle(1997)은 좋은 PBL 문제란 교육과정의 주요 내용 목표와 관련성을 갖는 문제라고 하였다. 좋은 PBL 문제의 특징으로 과정의 내용 목표는 새로운 개념에 사전 지식이 연결되고, 다른 과정에서 학습한 개념에 새로운 지식이 연결되어 문제에 통합되어야 한다(Duch, 2001). PBL이 학생들을 문제 상황 속에 참여 시키고, 주어진 전체적(holistic) 문제 속에서 교육과정을 구성하며, 교수자가 학습자의 사고와 이해를 이끌어 주는 특징을 포함하며 문제의 해결 과정에서 교육과정을 조직할 수 있다.

교육과정은 학년 단계에 맞추어 합의된 적절한 내용이므로 PBL에 사용할 문제를 설계하는데 있어서 교육과정상의 목표와 주요 내용이 고려되어야한다. 학교 현장에서 PBL을 적용한다는 것은 학습자가 문제를 해결하면서 교육과정에서 추구하는 개념, 태도, 기능을 달성하도록 고려하는 것이 중요하다.

3. PBL 전개 과정

PBL에서는 학습자가 제시된 문제에 대해 자신이 이미 획득한 사전 지식이나 경험을 기반으로 스스로 의미를 구성해가는 과정을 통해 문제해결을 하게 된다. 이 과정 중에 학습자는 스스로 학습을 주도하게 되며 교수자와 그룹의 구성원과의 협력적 활동으로 학습의 효과를 높일 수 있다. 따라서 PBL은 학습자가 자신의 견해를 이끌어내고, 제시, 전개, 설명, 조직하기 위해서 문제와 관련된 충분한 지식과 함께

<표 Ⅱ-1> PBL 모형들의 비교

Barrows & Myers (1993)	Fogarty (2001)	Delisle (1997)	IMSA (2008b)	조연순 (2006)
수업 전개	문제 직면 문제 정의	문제에 직면하기	문제 만나기	문제 만나기
문제 제시	사실 수집 가설 설정	구조 설정하기	알고 있는 것과 알아야 할 것 찾기 문제 상황에 대한 정의하기	문제해결 계획 세우기
문제 후속 단계	조사 문제 재설정	문제를 확인하기 문제를 재확인하기	정보 수집하기 정보 공유하기	탐색 및 재탐색하기
결과물 제시 및 발표	대안 산출	산출물 또는 수행산출하기	가능한 해결책 생성하기 최선의 해결책 선택하기	해결책 만들기
문제 결론과 해결 이후	해결책의 정당화	수행과 문제 평가하기	해결책 발표하기 문제 총정리하기	발표 및 평가하기

자신의 견해를 이끌어 내기까지의 문제해결을 위한 과정적 지식이 필수적으로 요구된다 (Barrows & Myers, 1993).

PBL을 실행하기 위해 학습자에게 PBL에 대한 충분한 소개와 안내를 하는 수업 준비 과정 後, 잘 설정된 문제의 제시로부터 시작한다. 그 문제를 해결하기 위해 자신이 알고 있는 지식과 더 알아야 할 것 들을 찾아내어 학습자 스스로 학습목표를 세우고, 주어진 문제를 해결하기 위해 자기주도적으로 필요한 자료를 수집하고 연구하여 그룹 구성원들과 서로 정보를 공유한다. 이후 문제의 해결안을 찾고 이를 요약 및 정리해 나가는 이러한 과정은 PBL의 공통적인 기본 전개 과정이다. Barrows와 Myers가 적용·발달시킨 모형인 이러한 과정은 사용되어지는 맥락에 따라, 강조하는 요소에 따라 적절하게 수정 보완하여 사용되고 있다(Delisle, 1997; Torp & Sage, 2001). PBL의 전개 과정을 나타내는 PBL 모형은 <표 Ⅱ-1>과 같이 학자들에 따라 다소 차이가 있다.

<표 Ⅱ-1>의 PBL의 모형들은 적용되는 분야나 교과의 특성을 고려하여 적절히 변형되어 활용되고 있다. 수학교과에 PBL을 적용하고자 할 때에도 마찬가지로 수학교과의 특성을 고려하여 PBL 학습모형이 제시되어야 한다. 그러나 수학교과에서 이루어진 PBL에 관한 대부분의 선행연구들은 학습모형에 대한 검토 없이 <표 Ⅱ-1>의 PBL 모형들 중 어느 하나를 그대로 사용하고 있었다. 따라서 수학과에 PBL을 적용하여 PBL이 지니고 있는 효과를 얻으려고 한다면 수학교과의 특성이 충분히 고려된 수학과 PBL 학습모형이 제시되어야 한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

본 연구의 목표인 수학과 PBL 문제분석기준표 개발과 수학과 PBL 학습모형 개발에 대한 각각의 연구 방법과 절차[4]는 다음과 같다.

1. 수학과 PBL 문제분석 기준표 개발

가. PBL 문제의 특징 분석과 체계화

본 연구에서는 수학과 PBL 문제분석기준표를 개발하기 위해서 첫째, PBL 관련 선행 연구 문헌 연구를 통해 PBL 문제의 일반적인 특징을 추출하였다. 둘째, PBL 문제의 특징을 영역별로 구분하여 체계화하였다.

PBL 문제를 분석하기 위한 적절한 항목을 선별하기 위하여 PBL 문제의 특징에 관한 선행연구를 토대로 4개 영역의 총 15개 항목을 추출하였다. 추출한 영역별 항목에 대한 수학교과에 적합한 항목으로의 정제는 수학교육전문가 집단인 수학교육학 전공 교수 1인, 수학교육학 전공 교육학 박사 2인, 교사인 동시에 수학교육학 박사과정 대학원생 1인 그리고 수학교사 1인의 4회에 걸친 검토에 의해 이루어졌다.

나. 문제분석 기준표의 타당도와 신뢰도

본 연구에서는 수학과 PBL 문제분석 기준표에 대한 타당도를 확보하기 위해 수학교육전문가 집단을 패널로 선정하여 내용타당도[5] 검사를 실시하였다.

내용타당도 검사는 이론적 배경을 토대로 1차 작성된 문제분석 기준표에 대하여 전문가 5인에게 제공한 PBL 문제의 특징과 관련된 이

---

4) 구체적인 방법과 절차에 관한 것은 학위논문 "수학과 문제중심학습 (PBL)을 위한 문제분석기준 개발과 학습모형 연구" 참고.

5) 내용타당도(content validity)는 논리적 사고에 입각한 논리적인 분석 과정으로 판단하는 주관적인 타당도로서 객관적 자료에 근거하지 않는다. 이는 검사내용 전문가에 의하여 검사가 측정하고자 하는 속성을 제대로 측정하였는지를 주관적으로 판단한다. 내용타당도를 검정하는 방법은 전문가의 판단에 의존하며, 경험적 절차에 의하여 규명하게 된다(성태제, 2000).

론적 배경과 함께 기준표의 각 항목에 대한 내용을 검토 받았다. 전문가 5인에게 3회의 검토를 받아 수정하여 수학과 PBL 문제분석 기준표를 개발하였다. 이후 연구 협조자를 포함한 수학교육학 전공 교수 1인과 수학교육학 박사과정 대학원생 12인을 대상으로 개발된 문제분석 기준표의 내용에 대한 검토를 받았다. 이후 항목에 대하여 제기된 의견을 수렴하여 수정 보완을 거쳐 4개의 영역, 각 영역별 2개의 항목으로 구성된 수학과 PBL 문제분석 기준표를 최종 완성하였다.

신뢰도 검사는 개발한 문제분석 기준표를 이용하여 다양한 문제를 PBL을 실시한 경험 있는 교사 2인이 분석한 평가 결과를 이용하여 검사자간의 의견 일치도를 알아보기 위한 상관계수 측정과 심층면담으로 이루어졌다. 그 결과 상관계수는 0.66~1.00으로 상관 유의수준 0.01에서 유의하게 나타났다.

2. 수학과 PBL 학습모형 제시와 적용

가. 수학과 PBL 학습모형 제시

본 연구에서는 수학교과에 적합한 PBL 학습모형을 제시하기 위하여 첫째, 선행 연구에서 여러 학자들이 제시한 PBL 모형들을 살펴보고 그 중 가장 영향력이 있는 PBL 모형들[6]을 수학교과에 그대로 적용하였을 때 발생할 수 있는 문제점과 기존의 모형을 그대로 적용한 선행연구에서 발생하는 문제점을 살펴보았다. 둘째, 선행 연구에서 수학과 PBL 학습모형으로 활용할 수 있는 기본적인 틀을 제시하는 모형을 선택하고, 셋째, 수학교과의 특성을 고려하여 선택한 모형을 변형하여 수학과 PBL 학습모형을 제시하였다.

나. 수학과 PBL 실행 수업

제시한 수학과 PBL 학습모형을 구체화하기 위한 수업 실행을 위하여 첫째, 본 연구에서 개발한 수학과 PBL 문제분석 기준표를 이용하여 문제를 개발하고, 둘째, 제시한 학습모형을 적용하여 수업을 실행하여, 셋째, 실행한 수업의 단계별 교수·학습 과정을 살펴보고 이를 통해 수학과 PBL 학습모형을 구체화 하였다.

수학과 PBL 학습모형을 구체화하기 위한 실행 수업은 서울시내에 위치한 H 여자중학교 1학년 학생 7명을 대상으로 이루어졌다. 연구협조자인 A 교사는 본 연구자가 제시한 교수·학습 과정안을 참고로 수업을 진행하였고, 본 연구자는 진행되는 수업을 참여관찰 하였다. 수업 후에는 A 교사에게 수업일지를 쓰도록 하였으며 적용상의 문제점에 대한 협의를 통하여 제시한 학습모형에 대한 수정을 하였다.

학습 내용은 실생활과 관련이 깊고 PBL을 실행하기에 적합하다고 판단되는 8-가 단계의 함수 단원이었다. 수학과 PBL 문제분석 기준표를 이용하여 함수 단원의 소단원 별로 총 3개의 문제를 개발하였으며, 문제해결을 위해 제시한 학습모형을 적용하여 수업을 실행하였다. 실행은 2009년 1월 5일부터 2월 9일까지[7] 하나의 주제에 대하여 각 3차시 수업으로 구성하여 총 3가지의 주제에 대하여 이루어졌다. 수업은 비디오, 오디오 자료를 수집한 뒤, 이를 세밀하게 서술하여 분석하였다.

수학과 PBL 학습모형을 구체화하기 위하여

6) 조연순 외(2005)는 <표 II-1>에 제시된 학자들의 PBL 모형이 지금까지의 기존 모형 중에 가장 영향력 있는 PBL 모형이라고 하였다.

7) 평상시 PBL 방법에 대한 경험이 없는 학생들에게 정규 수업시간에 곧바로 적용하기 힘들다고 판단하여 학생들에게 PBL에 대한 충분한 이해를 위한 오리엔테이션을 한 뒤 PBL을 실행하기 위하여 겨울방학 기간 중에 연구를 계획하였다.

연구 대상으로 총 7명의 참여 희망 학생을 모집하였다. 7명의 학생은 4명, 3명의 2개 조로 나뉘었다. 참여한 학생들의 수학 성적은 중·하위 수준이었다.

다. 자료 수집과 분석

연구자는 실행수업을 관찰하고, 연구자의 필드노트 기술, 각 주제에 대한 PBL 수업이 끝날 때 마다 참여 학생과의 면담도 병행하였으며 실험 교사의 수업일지, 학생들의 성찰노트, 수업과 관련된 학습지와 결과물, 조별 면담 자료, 수업 후 학습 내용에 대한 설문지를 수집하였다. 참여 관찰한 수업은 비디오카메라와 디지털 캠코더로 녹화하였고, 이 녹화 내용은 전사 자료로 문서화 하였다.

자료 분석은 본 연구에서 제시한 학습모형의 단계별 교수·학습 과정을 살펴보고 학습모형을 구체화하기 위하여 실행한 수학과 PBL의 2번 째 문제인 '지구가 더워져요' 문제를 적용한 2조의 수업과 관련하여 수집한 자료를 대상으로 하였다. 수집한 자료의 분석은 수집한 자료를 기초로 분석 틀을 만들고, 이에 따라 자료를 정리하고, 해당 사례를 추출하는 형식을 취하였다. 그 과정은 첫째, 수집한 자료를 모두 전사 하였다. 둘째, 수업 전사 자료에 일렬번호를 부여하고 연구자가 제시한 학습모형의 단계별, 각 단계의 하위과정별로 나누어 코딩하였다. 셋째, 학습 과정에서 학습자 활동과 교수자 활동에 대한 준거를 설정하고 그에 따라 전사 자료를 다시 코딩하여 각 단계별 교수·학습 활동에 대하여 분석하였다.

IV. 연구 결과 및 해석

1. 수학과 PBL 문제분석 기준표 개발과 활용

가. PBL 문제분석 기준표 개발

본 연구에서는 수학과에서 PBL 문제의 특성에 관한 내용을 포함하는 영역을 구체적으로 설정하고 문헌연구를 토대로 가능한 모든 항목을 설정하여, 세부적인 내용이 상세화 된 수학과 PBL 문제분석 기준을 마련하고자 하였다.

먼저 수학과 PBL 문제의 특징을 종합적으로 판단할 수 있는 문제분석 기준표를 구성하는 타당한 항목을 추출하기 위해, 문헌연구를 통해 기존의 연구들이 제시하고 있는 PBL 문제의 특징을 살펴보고 영역별 특징을 찾는 작업을 일차적으로 수행하였다. 학자들마다 내용에 따라 사용한 용어는 조금씩 다르지만 같은 의미를 지닌 PBL 문제의 특징에 대하여 언급한 공통된 내용을 분류한 결과 '학습의 시작으로서의 문제', '실제적인 문제', '비구조적인 문제' 그리고 '교육과정에 기초한 문제'의 4개의 영역으로 분류할 수 있었다.

다음으로 4개의 영역을 상세화 하기 위하여 선행 연구를 토대로 각 영역에 해당하는 항목을 추출하였다. '학습의 시작으로서의 문제' 영역의 항목은 Albanese & Mitchell(1993) 등과 PBL에 대한 연구를 한 모든 학자가 공통적으로 언급한 대로 학습자가 기본적인 개념을 학습하기 전에 동기 유발이 가능한 흥미로운 문제가 먼저 제시되는 것으로부터 학습이 시작된다는 것에서 '문제로부터 학습이 시작될 수 있다' 와 '학습에 대한 동기유발이 가능하다'의 항목을 추출하였다. 그리고 Duch(2001)가 제안한 문제의 개방성에 관련된 내용을 참고로 '문제는 그룹의 구성원이 모두 논의에 참여할 수 있는 수준이다'는 항목을 추출하였다.

'실제적인 문제' 영역의 항목은 PBL 문제는 학습자에게 실질적으로 도움을 줄 수 있는 문제로 학습자의 역할과 기대되어지는 학습 결과가 분명하게 제시된다(강인애 외, 2007)는 내용

을 참고하여 '학습자의 역할이 제시되어 있다'의 항목을 추출하였다. 강인애(1998) 등과 Duch(2001)가 제안한 좋은 PBL 문제는 다루려는 주제가 실제 세계와 관련되며, 학습자에게 친근한 맥락의 것이어야 한다는 내용을 참고로 '다루려는 주제가 실세계와 관련이 있다'의 항목과 '학습자에게 친근한 맥락의 것이다'를 추출하였다. '여러 단계의 문제해결 과정이 필요하다'의 항목과 '문제를 둘러싼 구체적이고 실질적인 자료와 정보를 포함하고 있다'의 항목은 IMSA(2008a)가 PBL 문제들은 대부분 단 한 번에 문제가 해결되는 경우보다는 여러 번의 해결 단계를 거쳐 문제가 해결되는 경우가 많으며, 문제 상황 안에는 문제를 둘러싼 구체적이고 실질적인 데이터와 문제의 배경을 설명해주는 정보를 포함하고 있다고 한 것을 참고하여 추출하였다.

'비구조적인 문제' 영역의 항목은 Delisle (1997) 등이 진정한 PBL의 중심에는 잘 정의되지 않은 문제, 즉 비구조적인 문제가 존재한다는 것을 참고로 '비구조'가 의미하는 바를 세부항목으로 나누어 추출하였다. Simon (1978)과 최정임(2004)의 주장을 참고하여 '단순한 규칙이나 원리만으로 문제가 해결되지 않는다'와 '문제해결에 필요한 정보가 충분히 포함되어 있지 않다'는 항목을 추출하였다. Fogarty (2001)는 열린 문제를 PBL 문제라고 하였는데 열린 문제와 관련하여 이야기한 비구조성의 내용과 Barrows(1994)가 비구조적인 문제는 해결안과 결과가 접근하는 방식에 따라 여러 가지 결과를 얻을 수 있다고 한 내용을 참고하여 '문제를 해결하기 위한 다양한 접근이 가능하다'는 항목을 추출하였다.

'교육과정에 기초한 문제' 영역의 항목은 Delisle(1997)이 좋은 PBL 문제란 교육과정의 주요 내용 목표와 관련성을 갖는 문제라고 한 내용과 조연순 외(2003)가 PBL의 문제를 설계할 때 교육과정상의 목표를 포함하도록 고려하여야 한다는 내용을 참고로 '교육과정상의 목표를 충분히 포함하고 있다'와 '학습자 스스로 학습목표를 찾아낼 수 있다'의 항목을 추출하였다. 또한 Duch(2001)가 다른 지식 영역과의 관련성에 대한 내용으로 과정의 내용목표는 새로운 개념에 사전 지식이 연결되고, 새로운 지식이 연결되어 문제에 통합되어야 한다고 언급한 내용 등을 참고로 '과정의 내용목표는 선수학습과 후속학습에 연결되어 있다'와 '학습자 스스로 관련 정보를 찾아낼 수 있다'의 항목을 추출하였다. 이때의 관련 정보란 교육과정 목표와 관련된 사전지식과 새로운 지식에 해당된다.

이와 같이 각 영역에 포함된 내용을 토대로 영역별 항목을 추출하였으며 이를 토대로 1차 문제분석 기준표를 작성하였다. 이후 1차 수학과 PBL 문제분석 기준표의 영역별 항목 정제를 위하여 수학교육 전문가들로 이루어진 패널에게 내용타당도 검사를 실시하였다. 검토를 위하여 5명의 전문가에게 1차 문제분석 기준표와 함께 PBL의 개념과 특징 그리고 PBL 문제의 특징에 관한 이론적 배경을 자료로 제시하였다. 각 항목의 내용들이 이론적 배경의 내용을 잘 반영하였는지, 표현이 명료하고 이해하기 쉬운지, 각 항목이 중요한 PBL 문제의 특성을 반영하는지에 대한 검토와 의견제기를 요청하였다. 또한 각 항목의 내용들이 영역에 부합한 내용인지, PBL 문제의 평가 기준으로 충분한지, 사용하기에 편리한지에 대한 의견을 제기해 주기를 요청하였다.

이후 검토자들에 의해 공통적으로 제기된 의견을 수렴하여 영역의 특징과 관련이 없다고 여겨지거나 또는 다른 영역과 중복된 항목이라고 여겨지거나 서로 상충된 내용이라는 의견이

제기된 항목은 의견을 반영하여 삭제 또는 수정 하였다.

1차 검토 결과를 반영하여 4개의 영역별로 2개의 항목으로 수정된 2차 수학과 PBL 문제분석 기준표에 대해서도 1차 검토 때와 같은 방법으로 내용타당도 검사를 실시하였다. 그 결과를 반영하여 수정된 3차 문제분석 기준표에 대하여 연구 협조자들을 포함하여 수학교육학 전공 교수 1인과 수학교육학 박사과정 대학원생 12인을 대상으로 개발된 문제분석 기준표에 대한 검토의 시간을 가졌다. 제기된 의견과 질문의 답변을 참고하여 수정 · 보완을 거쳐, 개발된 문제분석 기준표의 틀을 그대로 유지하고 항목의 길이를 고려하여 재배열하여 <표 Ⅳ-1>과 같은 수학과 PBL 문제분석 기준표를 작성하고 이를 전문가 5인에게 최종 검토를 받았다.

4회의 수정 · 검토 과정을 거쳐, '학습의 시작으로서의 문제'의 영역은 PBL 문제가 학습자가 흥미를 느낄 수 있도록 하는 문제가 학습의 시작으로서 재시될 때 문제에 집중하게 되고 학습에 대한 열의를 보이게 되므로 '학습에 대한 흥미와 목표를 유발할 수 있다'의 항목으로 수정되었다. 또한 문제의 이해로부터 학습이 시작된다는 PBL의 특징에 따라 처음 접하는 문제를 수학적 문제 상황으로 이해하는 것이 수학 학습의 시작이므로 '학습자 스스로 수학적 문제 상황으로 이해할 수 있다'의 항목으로 수정 되었다. '실제적인 문제'의 영역은 다루려는 주제가 실생활과 관련이 있을 뿐만 아니라 학습자의 실생활 속에서 이해되고 적용될 수 있는 문제이므로 '학습자에게 친근한 맥락으로 구성되어 있다'와 '다루려는 주제가 실생활 속에서 이해되고 적용될 수 있다'의 항목으로 수정 되었다. '비구조적인 문제'의 영역은 비구조적인 문제의 특징을 포함하는 '문제해결에 필요한 정보가 모두 포함되어 있지는 않다'와 학습하고자 하는 수학적 개념이 아닌 단순한 규칙이나 수학적 원리로는 문제를 해결하는 과정이 복잡하거나 어렵지만 문제해결은 가능한 문제라는 의미의 '단순한 규칙이나 수학적 원리만으로 쉽게 문제해결이 되지 않는다'의 항목

<표 Ⅳ-1> 수학과 PBL 문제분석 기준표

영 역	내 용	응 답		
		그렇다	보통이다	아니다
학습의 시작으로서의 문제	학습에 대한 흥미와 목표를 유발할 수 있다			
	학습자 스스로 수학적 문제 상황으로 이해할 수 있다			
실제적인 문제	학습자에게 친근한 맥락으로 구성되어 있다			
	다루려는 주제가 실생활 속에서 이해되고 적용될 수 있다			
비구조적인 문제	문제해결에 필요한 정보가 모두 포함되어 있지는 않다			
	단순한 규칙이나 수학적 원리만으로 쉽게 문제해결이 되지 않는다			
교육과정에 기초한 문제	도입할 수학적 개념은 선수학습 요소를 바탕으로 하고 있다			
	문제해결을 위해 교육과정의 수학적 원리와 개념도입을 필요로 한다			

으로 수정되었다. '교육과정에 기초한 문제'의 영역은 PBL을 통하여 학습해야 할 수학적 개념은 교육과정에 근거한 개념이어야 하므로 '도입할 수학적 개념은 선수학습 요소를 바탕으로 하고 있다'와 '문제해결을 위해 교육과정의 수학적 원리와 개념도입을 필요로 한다'의 항목으로 수정되었다.

완성된 수학과 PBL 문제분석 기준표는 <표 Ⅳ-1>과 같이 4개의 영역별로 2개의 항목으로 구성되었다. 각 항목에 대하여 '그렇다', '보통이다', '아니다'로 응답할 수 있도록 구성되었으며 이를 문제분석에 적용하였다.

나. 수학과 PBL 문제분석 기준표 활용

1) 문제분석 기준표 활용 방법

수학과 PBL 문제분석 기준표(<표 Ⅳ-1>)는 PBL 문제의 네 가지 특징을 바탕으로 '학습의 시작으로서의 문제', '실제적인 문제', '비구조적인 문제', '교육과정에 기초한 문제'의 4개 영역으로 나누어 개발하였다. 문제분석 기준표는 주어진 문제가 각 영역의 특성을 반영하고 있는지를 알아보기 위해 '그렇다(3점)', '보통이다(2점)', '아니다(1점)'로 응답할 수 있도록 구성하였다.

분석한 문제가 수학과 PBL에 적용하기에 적합한 문제인지 아닌지에 대한 판단 기준은 모든 영역에서 '그렇다'는 평가를 받았을 때 가장 이상적이라고 할 수 있다. 상대적으로 한 영역에서 평균 2점 이하의 평가를 받은 문제는 수학과 PBL에 적용하기에 이상적인 문제라고 할 수 없다. 이러한 판단의 이유는 '아니다'라는 평가가 하나 이상인 영역은 평균 2점 이하가 되는데 '아니다'라는 평가는 PBL 문제가 갖추고 있어야 할 문제의 특징을 충족하지 못한다고 할 수 있기 때문이다. 또한 한 영역에서 두 개의 '보통이다'의 평가를 받은 영역은 평균 2점이 되는데 '보통이다'란 응답에 대하여 '그렇다'와 '아니다'의 중간적인 의미에 '아니다'라는 부정적 의미의 위험성을 내재하고 있다고 해석하여 해당 영역의 요소를 충분히 갖추고 있지 않다고 보았기 때문이다. 따라서 영역별로 평균 2점 이하의 평가를 받은 영역이 없는 전체 평균 2.5점 이상의 평가를 받은 문제를 수학과 PBL에 적용하기에 적합하다고 판단하였다. 그러나 평균 2.5점 이상의 평가를 받은 문제라 할지라도 그 자체로 그대로 적용하는 것 보다 '보통이다'의 평가를 받은 문항에 해당되어지는 요소를 수정하여 적용하는 것이 바람직할 것이다.

수학과 PBL 문제분석 기준표의 각 영역은 독립적인 것이 아니라 PBL에서 문제의 특징을 영역별로 구분해 놓은 것이므로 주어진 문제가 기준표의 각 영역을 충족시키는가를 종합적으로 판단하여 수학과 PBL에 적용하기에 적합한지를 판단하는 기준이 되어줄 것이다. 또한 수학과 PBL 문제분석 기준표는 수학과 PBL 문제를 개발할 때도 기준으로 사용할 수 있고, 기존의 여러 문제 중에서 PBL에 적용할 수 있는 문제를 선별할 때도 활용할 수 있으며 개발된 문제의 적합성을 평가하는 데에도 활용할 수 있을 것이다.

2)문제기준표를 활용한 문제 분석

학교 현장에 PBL을 적용하고자 하는데 있어서 장애요인이 되는 문제개발에 보다 용이한 접근을 하기 위한 방법을 모색하고자 교과서에 실린 탐구활동문제와 발전문제를 활용할 수 있는 가능성과 PBL 문제가 지닌 형태나 특성을 보기 위하여 개발한 문제분석 기준표를 이용하여 문제[8]의 적합성 여부를 평가해 보았다. 그 결과는 다음과 같다.

첫째, 분석 결과 탐구활동 문제와 발전문제는 실생활과 관련된 소재를 이용하여 문제를

제시하고 있으나 학습자 스스로 학습해야 할 내용을 구성할 수 있도록 제시하지 않고 문제를 해결하는 과정을 차례로 제시하며, 학습목표에 이르는 길을 안내 해 주는 구조적인 문제였다. 따라서 PBL에 그대로 적용시키기에는 무리가 있으며 PBL의 문제로서 부족한 영역의 요소를 추가한다면 충분히 PBL에 활용할 수 있을 것이다.

둘째, 교과서에 실린 탐구활동 문제 또는 발전문제는 PBL 문제와는 다르지만 각 단원 도입부에 수업의 주제를 이끌기 위해 주로 학습자에게 동기 유발 또는 학습에 대한 흥미를 유발시킨다는 측면에서는 PBL과 그 맥을 같이 한다. 발전문제 또한 교육과정이 충분히 고려된 문제이며 실생활에서 단원의 학습 내용을 적용할 수 있는 상황을 문제화 하였으므로 PBL 문제로 활용할 가능성을 지닌 문제이다.

셋째, 교과서의 문제를 개발된 문제분석 기준표를 활용하여 부족한 요소를 찾아내고 보완해서 활용한다면 PBL 실행을 위한 문제 개발에 대한 부담감을 줄여줄 수 있을 뿐만 아니라 보다 용이하게 문제를 개발할 수 있을 것이다.

2. 수학과 PBL 학습모형

가. 수학과 PBL 학습모형 제시

수학과 PBL은 문제 상황을 수학적 문제 상황으로 이해하고 중요한 내용을 수학적 개념과 연결하여야 한다. 그러나 기존의 선행 연구들에서 사용된 PBL 수업 모형에서는 그러한 과정이 제시되어 있지 않다. 학습자가 주도적으로 문제를 해결하기 위한 구체적인 절차를 안내하지 못할 뿐만 아니라 중요한 수학적 개념이나 원리에 대한 학습을 위해 적용된 문제에 대한 해결안이 알맞은 결과인가에 대한 확인과 학습하고자 하는 개념에 대한 명확한 정리의 과정이 없다. 따라서 수학과 PBL에 적용될 모형은 학습하고자 하는 수학적 개념이나 원리에 대한 정의와 정리의 과정이 반드시 포함되어야 한다. 또한 현재 중등학교에서 PBL 수업 운영 상 발생할 수 있는 문제점들을 예상하고 보완하여 PBL의 특성은 살릴 수 있으면서 교실 수업에 적용 가능한 모형을 제시하여야 한다.

PBL 모형과 관련한 연구 중에 <표 Ⅱ-1>의 조연순(2006)의 모형은 여러 학자가 제시한 PBL 모형들에 공통적으로 반영되어 있는 요소 또는 과정을 추출하여 다섯 단계의 PBL 모형을 제시하고 있다. 이는 여러 학자들이 제시한 모형에서 공통적으로 중시되는 과정을 추출하여 가장 핵심적인 과정들이 모두 포함된 과정이므로 PBL의 필수적인 절차를 안내하는 학습모형이라 할 수 있다. 그러나 조연순(2006)의 모형 역시 PBL의 필수적인 절차를 안내하고 있으나 그대로 수학교과에 적용하였을 때, 기존의 다른 모형에서와 같이 학습자에게 수학적 개념을 정의하고 정리할 수 있는 과정은 없다.

따라서 본 연구에서는 기본적인 절차를 안내하는 조연순(2006)의 모형을 보완하여 수학과 PBL 학습모형을 제시하고자 하였으며 그 과정 중에 수학교과의 특성을 고려하여 수학적 개념의 정의와 정리를 할 수 있는 과정을 설정 하였다. 또한 '미니 강의'형태의 과정에 대한 필요성을 느끼고 수학과 PBL 학습모형에 이를 적용하기 위한 이론적 근거를 찾는 작업을 실시하여, 연구협조자인 A 교사의 도움을 받아 연구자가 수학학습에 맞도록 수정·보완하고 하위과정을 세분화하여 1차 수학과 PBL 학습모형([그림 Ⅳ-1])을 제시하였다.

---

8) 수학교과서에 실린 탐구활동문제와 발전문제 각 1개씩, 탐구활동문제와 발전문제를 변형하여 PBL 문제화 한 문제 각 1개씩, PBL 문제로 개발된 문제 1개.

[그림 Ⅳ-1] 모형은 문제를 해결하는 과정에서 선택적으로 투입할 수 있는 '미니 강의'의 단계와 정리 단계를 설정하여 수학적 지식학습이라는 특성에 맞추어 수학적 개념 정의와 정리를 강조하였다.

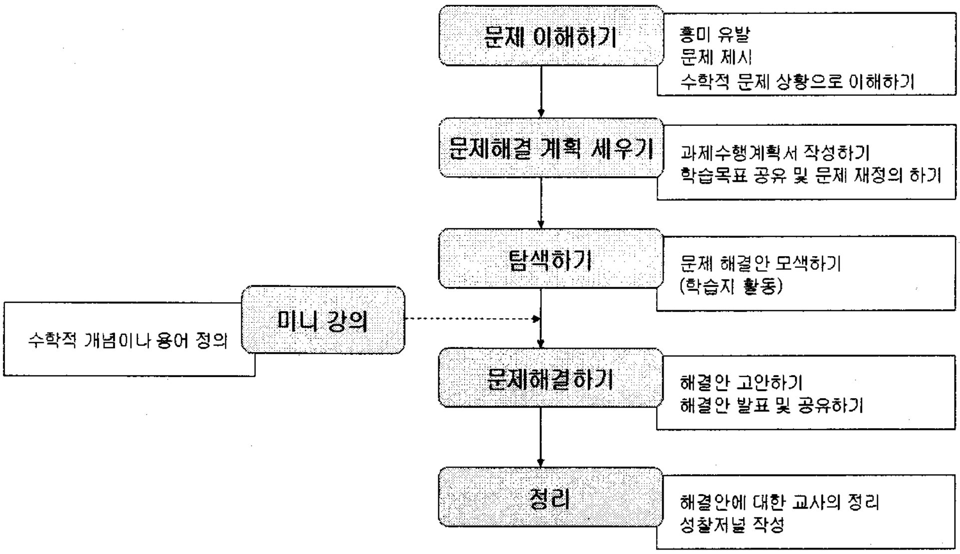
나. 수학과 PBL 학습모형 적용 사례

1) 적용 문제

수학과 PBL 실행을 위하여 수학과 PBL 문제분석 기준표(<표 Ⅳ-1>)를 문제 개발 기준으로 사용하여 문제를 개발하고, 개발한 문제의 적합성을 다시 문제분석 기준표를 이용하여 평가하는 과정을 거쳐 중학교 8-가 단계의 함수 단원에 단계별로 적용할 총 3개의 문제를 개발하여 제시한 PBL 모형에 실제 적용하였다.9)

처음 개발한 문제 상황은 문제분석 기준표를 이용한 평가 결과, '비구조적인 문제' 영역과 '교육과정에 기초한 문제' 영역을 충족하고 있지 않다고 평가되어 이들 영역에 관한 내용을 충족할 수 있도록 문제를 변형하였다. 그러나 PBL에 익숙하지 않은 학생들에게는 적절한 자원이 제공되는 것이 도움이 된다는 Lambros (2004)의 지적과 같이 지나치게 비구조적인 문제가 되지 않도록 하였다. 또한 사회적인 소재를 다루는 것이 보다 실제적인 문제라고 판단하여 뉴스와 신문 등을 참고하여 소재를 찾아보았고 지구 온난화와 관련한 신문 기사를 이용하여 PBL 문제([그림 Ⅳ-2])를 개발하였다.

문제개발의 마지막 단계로 개발한 문제를 수학과 PBL에 적용할 수 있는지에 대한 적합성을 평가하는 과정을 거쳤다. 연구자와 연구협조자들은 개발한 문제분석 기준표를 이용하여 [그림 Ⅳ-2] 문제를 평가하였다. 그 결과 각 영역별로 평균 2점 이하의 평가를 받은 영역이 없는 전체 평균 2.5점 이상의 평가를 받아 수학과 PBL에 적용하기에 적합한 문제라고 평가되었다. 분석 결과표의 예시는 <표 Ⅳ-2>와 같다.



[그림 Ⅳ-1] 1차 수학과 PBL 학습모형

9) 3개의 문제는 학위논문 "수학과 문제중심학습 (PBL)을 위한 문제분석기준 개발과 학습모형 연구"에 수록되어 있음.

문제: **지구가 더워져요**

2020년 한반도 남해안은 '아열대 기후'
[한국경제 2009-01-12]

지구온난화로 인해 우리나라 산림에도 생태지도의 변화가 나타나고 있다는 주장이 제기됐다. 산림청 국립산림과학원(원장 최완용) 임종환 박사팀은 지난 100년간의 기후 변화로 우리나라 평균기온이 도시지역을 중심으로 1.5도 상승함에 따라 여러 가지 생태계의 변화가 관찰되고 있다고 12일 밝혔다. 임 박사는 이 같은 내용의 '기후변화에 따른 산림 생태계 영향평가 및 적응 연구'를 14~16일 제주에서 열리는 '기후변화 대응 연구 범 부처 합동 워크숍'에서 발표할 예정이다.

연구팀에 따르면 1962년부터 45년 동안 제주(서귀포)는 연평균 기온이 1.68도(겨울철 2.05도) 상승했으며, 이에 따라 한라산 정상 부근의 구상나무림이 급속히 쇠퇴하고 있는 것으로 파악됐다. 연구원은 향후 온난화가 더 진행될 경우 이 같은 현상이 가속화할 것으로 전망했다. … (생략)

지난주에 아빠가 이런 신문기사를 읽으시다가 나와 나눈 대화이다.

아빠: 아무래도 지구 온난화 현상이 가속되고 있는 것 같구나.
나 : 아빠가 해마다 여름에는 점점 더 더워지고 겨울도 예전처럼 춥지가 않다고 하시더니 그게 지구 온난화 때문인가요?
아빠: 그래 맞아. 이렇게 자꾸만 지구가 더워지면 많은 문제가 발생할텐데… 그나저나 이 기사대로라면 10년 후, 20년 후, 그리고 우리 딸이 할머니가 되어있을 50년 후에는 우리나라의 평균기온은 얼마나 될까?
나 : 아빠, 그건 쉽게 알 수 있어요. 보세요. ....

아빠의 궁금증을 풀어드릴 수 있겠죠? 대화를 완성해보세요.

[그림 Ⅳ-2] 문제-지구가 더워져요

<표 Ⅳ-2> 수학과 PBL 문제분석 결과표 예시(A 교사)

영 역	내 용	응 답		
		그렇다	보통이다	아니다
학습의 시작으로서의 문제	학습에 대한 흥미와 목표를 유발할 수 있다	0		
	학습자 스스로 수학적 문제 상황으로 이해할 수 있다	0		
실제적인 문제	학습자에게 친근한 맥락으로 구성되어 있다		0	
	다루려는 주제가 실생활 속에서 이해되고 적용될 수 있다	0		
비구조적인 문제	문제해결에 필요한 정보가 모두 포함되어 있지는 않다	0		
	단순한 규칙이나 수학적 원리만으로 쉽게 문제해결이 되지 않는다	0		
교육과정에 기초한 문제	도입할 수학적 개념은 선수학습 요소를 바탕으로 하고 있다	0		
	문제해결을 위해 교육과정의 수학적 원리와 개념도입을 필요로 한다		0	

2) 수학과 PBL 학습모형 적용

연구자가 제시한 학습모형을 적용한 수업의 실제를 통해 각 단계와 하위단계가 적절한지, 각 단계가 학습자 중심의 활동으로 이루어지는지, 적용상의 문제점은 무엇인지를 살펴보고자 교수·학습 과정에 초점을 맞추어 살펴보고 이를 토대로 수학과 PBL 학습모형을 확정하였다. 각 단계별 교수·학습 과정을 자세히 기술하기에는 한계가 있으므로 각 단계의 중요한 활동 중심으로 기술하였다.

가) 문제 이해하기

적용 수업에서 A교사는 수업의 도입으로 학생들에게 '흥미 유발'을 위해 실제 방송된 뉴스를 제공하였고, 이후 제시된 문제를 보고 학생들은 뉴스의 내용과 학습주제와 어떻게 관련이 되어 지는지를 자연스럽게 연관 지었다.

'문제 제시' 이후, 학생들에게 주어진 문제가 어떤 문제인지를 파악하는 '수학적 문제 상황으로 이해하기' 시간을 주었다. 이 단계에서는 개별 활동이나 조별활동 이후 교사와 학습자가 함께하는 전체 학습 활동으로 이끌어 가는 것이 효과적이다.

학생들은 처음에 주어진 문제 상황을 이해하는 것에 어려움을 느꼈던 것도 나중에는 이해하기 쉬웠다는 반응을 보였다.

연구자: 그런 문제를 처음 풀었을 때의 느낌과 두번 째 문제를 풀었을 때의 느낌은 달랐어?
P학생: 한 번 해서 처음 보다는 쉬웠어요.
W학생: 이해하기가 쉬웠어요.
(조별 면담 기록지, 2조, 090202)

나) 문제해결 계획 세우기

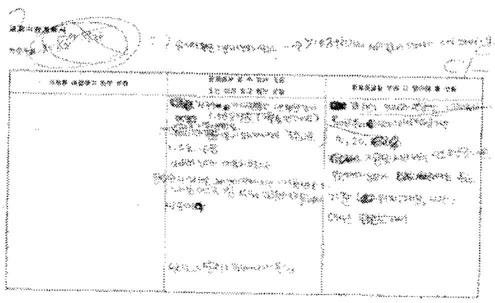
이 단계에서 학생들은 조별로 과제수행계획서[10]를 작성 하였다.

조별활동을 하는 학생들은 서로 협력하며 진행해야 함을 인지하고 모두가 함께 활동하는 모습을 보였다.

145. W학생: 도와줘. 도와줘야 할 수 있는 거거든.

151. G학생: 혼자 다하면 어떻게 해(문제를 보며 알고 있는 것을 열심히 찾는다)
152. P학생: 여기 문제에서 알고 있는 사실들 찾아보자.
153. O학생: 평균기온이 올라간다. (W학생이 받아 적는다)
(2조, module 2, 090119)

학생들은 문제를 해결하기 위한 과제 수행계획서를 작성하는 이 단계에서 알고 있는 것과 알아야 할 것들을 찾는 활동을 하였으며 이 활동을 통해 주어진 문제를 보다 명확히 이해하였다.



[그림 Ⅳ-3] 과제수행계획서 - 2조

학생들은 과제수행계획서를 작성한 이후 학습목표를 세우는 과정을 거쳤다. 이 과정을 통해 학생들은 무엇을 알아야 문제를 해결할 수 있는지를 찾는 활동을 하였다.

교사는 학생들이 설정한 학습목표를 검토한

10) 조별활동을 통하여 '문제 이해하기'단계에서 이해한 문제를 좀 더 확실히 파악하고 이해한것을 해결하기 위하야 '알고 있는 것들', ;알아야 할 것들', '알아내는 방법'등을 찾아보고 학습 목표를 세울 수 있는 활동기록지.

후 구체적이고 체계적으로 보완할 수 있게 도움을 주었다. 이 과정의 수업활동은 학습자의 활동을 위해 교사는 주로 조언자의 역할을 하였다.

다) 탐색하기

'탐색하기' 단계에서 학습자의 주된 활동은 학습해야 할 내용으로 구성된 학습지를 통한 조별 활동으로 서로 협력하여 학습하는 형태가 주로 이루어졌다. 탐색하기의 대부분의 시간은 학습자가 서로 협력하여 학습지 활동을 하였고 교사는 학습자의 질문에 대한 간단한 조언을 해주는 정도로, 학생들의 활동을 관찰하고 조언을 해주는 조력자의 역할을 하였다. 이를 통해 '탐색하기' 활동은 학습자 중심의 과정으로 이루어지고 있음을 알 수 있다.

PBL의 모든 과정이 학습자의 자발적인 탐구에 의해 이루어지도록 하는 것이 적합한 것은 아니다. 학습자의 활동이 학습 내용과 목표를 충족할 수 있도록 교수자가 유도 해 주는 것도 중요하다. 따라서 학습자의 수준을 고려하여 제작한 학습지를 이용한 학습자의 주도적 학습 형태로서의 '탐색하기' 단계는 의미 있는 단계라고 할 수 있다.

라) 미니 강의

'탐색하기'의 과정으로 학습지 활동을 마친 학생들을 대상으로 교사는 학습하고자 하는 수학적 개념에 대한 정의를 하는 '미니 강의'를 하였다. 교사는 학생들이 직접 활동한 학습지를 다시 한 번 정리 하면서 기울기와 관련한 개념 정의를 하였다.

일반적인 PBL에서는 '탐색하기' 과정에서 습득한 자료나 지식을 이용하여 문제해결안을 고안하게 된다. 그러나 본 연구에서 제시한 '미니 강의'의 과정은 학습자가 탐색하기 과정에서 습득한 지식에 대하여 교사가 정확히 수학적 개념으로 정의해 주어 학습자로 하여금 올바른 문제해결에 대한 접근을 안내해 주는 과정으로 의미 있는 과정임을 확인할 수 있었다.

'미니 강의' 단계는 학습자로 하여금 올바른 문제해결에 대한 접근을 안내해 주며, 학습자 스스로 수학적 지식과 구조를 발견하여 개념적으로 정의하는 것이 어려운 수학교과의 특성을 반영한 과정으로 학습자 중심의 교수・학습 방법인 PBL 과정에 포함시킬 수 있는 의미 있는 단계이다.

마) 문제해결하기

학생들은 학습한 개념을 생각하며 처음의 문제로 되돌아갔다. 그리고 자신들이 작성한 과제수행계획서를 확인하여 무엇을 알아야 할 지 생각하고 알아야 할 것을 알기 위한 자료 찾기 활동을 하였다. 학생들은 일차함수의 개념을 이용하려고 시도하였다. 이러한 시도에 대하여 A 교사는 수업일지에서 다음과 같이 말하였다.

> 특히 마지막에 문제의 해결책을 제시하면서는 한 조는 수학 기호와 연관시키기까지 한 것에 다소 놀라움을 주기도 하였다. 물론 수학 기호를 잘못 사용하긴 하였지만 그 시도 자체가 대단해 보였다.
>
> (A 교사 수업일지, module 2, 090119)

이후 조별로 발표의 역할을 맡은 학생이 칠판에 문제해결 결과를 적고 간단하게 문제해결안을 발표하는 공유의 시간을 가졌다.

'문제해결하기' 단계에서 학습자의 활동은 문제를 해결하기 위하여 교수자에게 간단한 내용 관련 질문이 있었으나 해결안 고안을 위한 조원들끼리의 토의활동이 주로 이루어졌다. 교수자는 학습자가 문제해결안을 마련할 수 있도록 간단한 조언을 하는 활동이 주로 이루어졌

다. 이는 '문제해결하기' 과정이 학습자 중심의 단계임을 보여주었다.

바) 정리

해결한 것을 발표하는 과정을 마친 이후 교사는 주어진 문제에 대한 확인과 학생들이 고안한 문제해결안에 대한 정리를 하였다. 문제의 해결안과 학습목표와 연관지어 확인하는 과정을 거침으로써 학습자는 주어진 문제와 학습목표와의 관계를 이해할 수 있게 되고 자신들이 고안한 해결안이 주어진 문제에 대한 올바른 해결안인지에 대한 확인을 하는 시간이 되었다.

'정리' 단계에서의 학습자 활동은 교수자가 개념에 대한 정리를 하는 과정에서 해결안에 대한 내용을 확인하며 질문하는 것에 대한 대답이었다. 교수자의 활동은 해결안에 대한 확인과 학습 내용에 대한 확인이 주된 활동이었다.

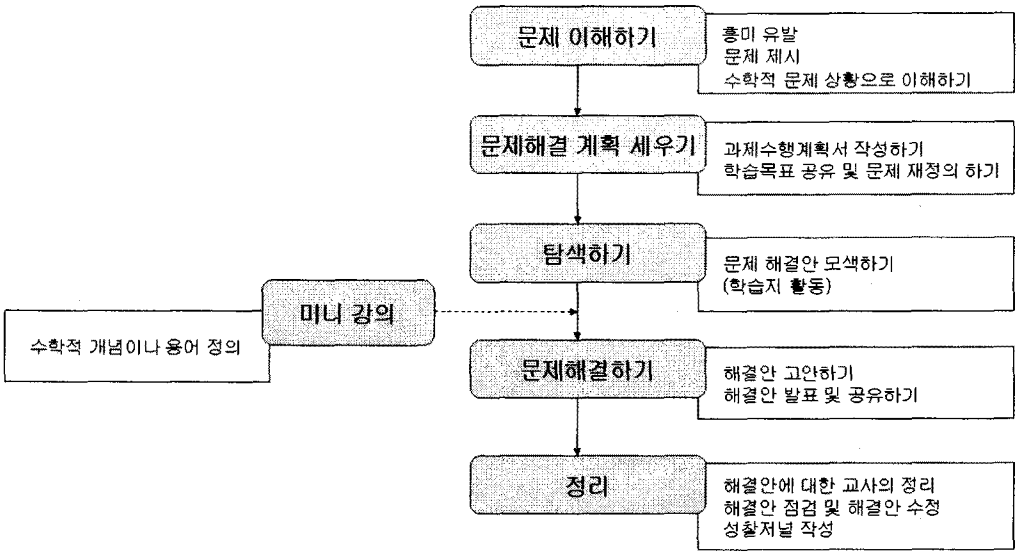
학습자는 자신들이 고안한 해결안에 대하여 최종적으로 학습한 수학적 내용을 스스로 다시 자신들이 고안한 해결안에 대하여 학습 내용과 한 번 정리하는 시간을 가질 필요가 있다. 함께 점검하고 수정할 사항이 있는지를 확인하는 수정의 시간이 필요하다. 이는 주관적 지식이 고착되는 것을 방지하기 위한 것이다.

2) 수학과 PBL 학습모형 적용 반영

연구자와 실험 수업을 담당한 교사는 실험수업 운영에 대한 점검과 협의를 통하여 본 연구에서 제시한 PBL 수업 모형은 의미가 있다는 결론을 얻었다. 그러나 '정리' 단계에서 학습자가 해결한 것을 재점검하고 수정할 수 있게 하는 '해결안 점검 및 해결안 수정'의 하위단계 추가의 필요성이 제기되었다. 이러한 점을 반영하여 [그림 Ⅳ-4]와 같이 수학과 PBL 학습모형 최종안을 완성하였다.

Ⅴ. 결론 및 제언

PBL은 학습자의 적극적인 참여를 조장하는 학습자 중심의 교수·학습 방법 중의 하나로



[그림 Ⅳ-4] 수학과 PBL 학습모형

학교교육에서 그 적용 가능성이 활발히 연구되고 있다. 그러나 수학교과에서는 PBL의 특징을 잘 드러나도록 설계하고 시행한 연구 사례가 드물 뿐만 아니라 PBL을 위한 수업 설계와 실행에 대한 충분한 정보가 제시되고 있지 않은 것이 현실이다.

따라서 본 연구는 '수학과 PBL 문제분석 기준표'를 개발하고 학교 현장에 적용 가능한 '수학과 PBL 학습모형'을 제시하여 수학과 PBL의 실행에 도움을 주는 것에 본 연구의 목적을 두었다.

본 연구에서 개발한 수학과 PBL 문제분석 기준표의 내용은 4개의 영역과 각 영역에 2개씩의 항목으로 다음과 같이 구성되어 있다. 첫째 영역인 '학습의 시작으로서의 문제'의 영역에 '학습에 대한 흥미와 목표를 유발할 수 있다'와 '학습자 스스로 수학적 문제 상황으로 이해할 수 있다'의 세부 항목이 있다. 둘째 영역인 '실제적인 문제' 영역은 '학습자에게 친근한 맥락으로 구성되어 있다'와 '다루려는 주제가 실생활 속에서 이해되고 적용될 수 있다'의 항목으로 구성되었다. 셋째, '비구조적인 문제'의 영역은 '문제해결에 필요한 정보가 모두 포함되어 있지는 않다'와 '단순한 규칙이나 수학적 원리만으로 쉽게 문제해결이 되지 않는다'의 세부 항목으로 이루어졌다. 넷째, '교육과정에 기초한 문제'의 영역은 '단순한 규칙이나 수학적 원리만으로 쉽게 문제해결이 되지 않는다'와 '문제해결을 위해 교육과정의 수학적 원리와 개념도입을 필요로 한다'의 항목으로 구성되어 있다.

본 연구에서 제시한 1차 수학과 PBL 학습모형은 '문제 이해하기', '문제해결 계획 세우기', '탐색하기', '미니 강의', '문제해결하기' 그리고 '정리'의 여섯 단계로 이루어졌다.

특히 '탐색하기' 단계에서 학습자가 학습한 내용을 정리하며 수학적 개념을 정의할 수 있도록 도와주는 '미니 강의'의 단계는 학습자로 하여금 올바른 해결안을 마련하도록 안내하는 역할을 한다. '미니 강의' 단계에서는 문제를 해결하는 과정에서 필요한 수학적 개념을 학습하게 되며, 학습자가 고안한 '해결안에 대한 교사의 정리' 단계와 더불어 학습자가 스스로 수학적 지식과 구조를 발견하여 개념적으로 정의하는 것이 어려운 수학교과의 특성을 반영한 단계이다.

제시한 수학과 PBL 학습모형을 구체화하기 위하여 개발한 수학과 PBL 문제분석 기준표를 이용하여 교과서에 제시된 실생활 문제 상황을 변형하여 문제를 개발하고 연구자가 앞서 제시한 1차 수학과 PBL 학습모형을 적용하여 수업을 실행하였다.

그 결과 학습자 활동과 교수자 활동을 중심으로 살펴본 각 단계는 학습자 중심의 활동이 주를 이루고 있음을 확인할 수 있었다. 따라서 각 단계별 교수·학습 과정을 고려하였을 때 제시한 단계는 모두 의미 있는 과정으로 수학과 PBL에 활용될 수 있음을 확인할 수 있었다. 그러나 '정리'의 단계에서 학습자에게 다시 한 번 고안한 해결안에 대한 점검과 수정의 기회를 줌으로써 학습자 스스로 학습한 내용에 대한 정리의 시간을 갖도록 하는 것에 대한 필요성이 제기되었다. 따라서 이러한 필요성을 수용하여 1차 수학과 PBL 학습모형에 제시한 '정리'의 단계에 '해결안 점검 및 해결안 수정'의 하위단계를 추가하였다. 최종적으로 흥미 유발, 문제 제시, 수학적 문제 상황으로 이해하기의 하위단계로 이루어진 '문제 이해하기', 과제수행계획서 작성하기, 학습목표 공유 및 문제 재정의 하기의 하위단계로 이루어진 '문제해결 계획 세우기', '탐색하기', '미니 강의', 해결안 고안하기와 해결안 발표 및 공유하기의 하위단

계로 이루어진 '문제해결하기', 해결안에 대한 교사의 정리, 해결안 점검 및 해결안 수정, 성찰저널 작성의 하위단계로 구성된 '정리'의 단계로 이루어진 '수학과 PBL 학습모형'으로 구체화 하였다.

본 연구를 진행하는 과정에서 연구자는 문헌연구를 바탕으로 수학과 PBL 문제분석 기준표를 5인의 전문가에게 내용타당도 검사를 받아 완성하였다. 이를 적용하는 과정에서 수학과 PBL 문제분석 기준표에 대한 적용이 2명의 교사에 한하여 제한적으로 이루어졌다. 본 연구는 수학과 PBL 수업 설계를 위해서 다루어야 할 PBL 평가 설계 부분을 다루지 못하였다. 이 부분에 대해서는 후속 연구가 필요하다.

참고문헌

강인애(1998). **문제중심학습(Problem-Based Learning): 또 하나의 구성주의적 교수·학습 모형**. 서울: 문음사.

강인애·정준환·정득년(2007). **PBL의 실천적 이해**. 서울: 문음사.

김계숙(2002). **문제중심학습에 의한 수업 설계 -중학교 수학교과를 중심으로**. 석사학위논문, 경희대학교.

김부윤·정두영·정원경(2005). 문제중심학습(PBL)을 통한 수학적 태도 변화에 대한 연구. **수학교육 논문집, 19**(1), 253-269.

성태제(2000). **타당도와 신뢰도**. 서울: 양서원

신인선·권점례(2003). 제7차 교육과정에 따른 수학과 문제중심학습 자료 개발 연구. **수학교육, 42**(3), 369-386.

이혁재·김문규(2004). 문제중심보완수업이 수학과 문제해결력 및 학업성취에 미치는 영향. **초등수학교육, 8**(2), 115-128.

장윤영(2008). **문제중심학습(PBL)에서의 수학적 문제해결 행동 사례 연구**-Schoenfeld의 수학적 행동 분석 틀을 중심으로-. 박사학위논문, 단국대학교.

조연순·우재경(2003). 문제중심학습(PBL)의 이론적 기초: 지식관과 교육적 가치. **교육학연구, 41**(3). 571-600.

조연순(2006). **문제중심학습의 이론과 실제**. 서울: 학지사.

최정임(2004). 사례 분석을 통한 PBL의 문제설계 원리에 대한 연구. **교육공학연구, 20**(1), 37-61.

허난·강옥기(2009). 수학과 문제중심학습 문제 분석을 위한 기준표 개발 및 적용. **학교수학, 11**(1). 165-186.

Albanese, M. A. & Mitchell, S. (1993). Problem-based learning: A review of literature on its outcomes and implementation issues. *Academic Medicine, 68*(1), 52-81.

Barrows, H. S.(1994). Practice-based learning : *Problem-based Learning applied to medical education*. Springfield, IL : Southern Illinois University School of Medicine.

Barrows, H. S. & Myers, A. C. (1993). *Problem-based learning in secondary schools.* Unpublished monograph. Springfield, IL: Problem Based Learning Institute Lanphier School, and Southern Illinois University Medical School.

Delisle, R. (1997). *How to Use Problem-Based Learning in the Classroom*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum.

Duch B. (2001). Models for problem -based instruction in undergraduate courses. In B. Duch, S. Groh & D. Allen(Eds), *The power of problem-based learning*(pp.39-47). Sterling, VI: Stylus Publishing. LLC.

Fogarty, R. (2001). *Problem-based learning and other Curriculum Models for the Multiple Intelligent classroom*. Califonia: Corwin Press.

IMSA(2008a). *What Is The Relationship Between Problem-Based Learning And Other Instructional Approaches?* Retrieved August 28, 2008, https://www.imsa.edu/programs/pbl/whatis/matrix/matrix2.html.

_______(2008b). *PBL Teaching and Learning Template*. Retrieved September 22, 2008, http://pbln.imsa.edu/model/template/.

Jonassen, D. H. (1997). Instructional design models for well-structured and ill-structured problem solving learning outcomes. Educational Technology Research and Development, *45*(1), 65-94.

Lambros. A. (2004). *Problem-Based Learning in Middle and High School Classrooms - A Teacher's Guide to Implementation*. Califonia: Corwin Press.

NCTM(2000). *Principle and standards for school Mathematics*. Reston, VA: Author.

Simon, N. (1998). *The relationship between well-structured and ill-structured problem solving in multimedia simulation*. Submitted in Partial Fulfillment the Requirements for the Degree of Doctor Philosophy, The Pennsylvania State University.

Torp, L. & Sage, S. (2001). *Problem as Possibilities : Problem-Based Learning K-16 Education* (2nd Ed.). Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

A Study to Develop Criteria to Judge Mathematical Problems and a Learning Model in Mathematics Problem-Based Learning

Huh, Nan (Sungkyunkwan University)
Kang, Ok Ki (Sungkyunkwan University)

The main goal of this study is to provide a practical help to teachers who want to practice Problem-Based Learning in mathematics for establishing and realizing PBL environment. This study also produces mathematics PBL Learning Model and Criteria to Judge to help practice and to vitalize PBL in mathematics.

To solve the research topics, I reviewed theoretical issues related to PBL, which became theoretical bases of this study. And then, from the theoretical background, items of criteria to judge mathematical problems in mathematics PBL are abstracted. And, through checking on content validity by experts, criteria to judge mathematical problems in mathematics PBL are completed. Also, based on previous PBL models, learning model in mathematics PBL that takes characteristics of mathematics into account is suggested through case studies by observing, a qualitative research method, on PBL study to materialize it. This research is expected to help teachers who want to practice PBL in mathematics.

* **Key Words** : Problem-Based Learning(문제중심학습), mathematics PBL(수학과 문제중심학습), development criteria to judge mathematical problems(문제분석 기준표 개발), learning model in mathematics PBL(수학과 PBL 학습모형)

논문접수: 2010. 07. 15
논문수정: 2010. 08. 11
심사완료: 2010. 08. 21