

## 판재의 초음파 비선형 특성평가를 위한 Lamb Wave 기법

### Lamb Wave Technique for Ultrasonic Nonlinear Characterization in Elastic Plates

이태훈\*, 김정석\*, 장경영\*\*†

Taehun Lee\*, Chung Seok Kim\* and Kyung-Young Jhang\*\*†

초 록 음향 비선형성은 재료 물성의 미세한 변화에 민감하기 때문에, 이를 측정하는 비선형 초음파 기술은 재료의 열화나 피로를 평가할 수 있는 기법으로 연구되어 왔다. 하지만 벌크파를 이용하는 일반적인 비선형 초음파 기법은 얇은 판재에 적용하는 것에는 여러 한계가 있다. 이와 같은 경우에는 비선형 Lamb 파의 사용을 생각할 수 있지만, Lamb 파는 벌크파와 매우 다른 전파 특성을 가지고 있어 그 비선형 특성에 대한 별도의 연구를 필요로 한다. 이를 위해 본 연구에서는 Lamb 파에서 비선형성에 의해 전파하면서 누적 성장할 수 있는 2차 고조파 모드의 발생 조건을 분석하였으며, 그 결과 네 가지 조건, 즉 (1) phase matching, (2) non-zero power flux, (3) group velocity matching, (4) non-zero out-of-plane displacement 를 제시하였다. 그리고 제시된 조건으로 알루미늄 판재에 대해 실험한 결과 이론 예측과 동일하게 전파 거리에 따라 2차 고조파 성분의 크기와 비선형 파라미터가 증가하였고, Al6061-T6 과 Al1100-H14에서 측정된 상대적인 비선형 파라미터의 비율이 이론적인 비율과 근접함을 보였다.

주요용어: 비선형 초음파, 비선형 탄성, 판파, 고조파

**Abstract** Since the acoustic nonlinearity is sensitive to the minute variation of material properties, the nonlinear ultrasonic technique(NUT) has been considered as a promising method to evaluate the material degradation or fatigue. However, there are certain limitations to apply the conventional NUT using the bulk wave to thin plates. In case of plates, the use of Lamb wave can be considered, however, the propagation characteristics of Lamb wave are completely different with the bulk wave, and thus the separate study for the nonlinearity of Lamb wave is required. For this work, this paper analyzed first the conditions of mode pair suitable for the practical application as well as for the cumulative propagation of quadratic harmonic frequency and summarized the result in for conditions; (1) phase matching, (2) non-zero power flux, (3) group velocity matching, and (4) non-zero out-of-plane displacement. Experimental results in aluminum plates showed that the amplitude of the secondary Lamb wave and nonlinear parameter grew up with increasing propagation distance at the mode pair satisfying the above all conditions and that the ration of nonlinear parameters measured in Al6061-T6 and Al1100-H15 was closed to the ratio of the absolute nonlinear parameters.

**Keywords:** Nonlinear Ultrasonic, Nonlinear Elasticity, Lamb Wave, Harmonic Wave

#### 1. 서 론

고체재료는 결정의 비조화성에 의해 응력-변형률

의 관계가 본질적으로 비선형이며, 이러한 매질에 초음파가 전파하면 비선형 음향 효과(nonlinear acoustic effect)에 의해 단일 입사 주파수에 대해서

는 정수배에 해당하는 고조파(higher harmonic wave)가 발생한다. 이 때 전파된 신호에서 기본주파수 성분과 고조파 성분의 크기 비율로부터 재료의 비선형 탄성의 정량화가 가능하다. 재료의 비선형 탄성은 크리프(creep), 충격 하중, 반복 하중에 의해 발생하는 전위(dislocation)와 고온열화 등에 따라 생성되는 석출물(precipitates) 등에 밀접하게 관계되어 있으며[1-4], 매질 물성의 변화에 대해 선형적인 특성의 변화보다 민감하게 반응한다. 이러한 이유로 비선형 음향 효과를 이용하는 비선형 초음파 기법은 재료의 비선형 탄성 정도를 평가하고, 이를 통해 비파괴적으로 구조물이나 재료의 피로나 열화를 진단하는 방법으로 적합한 것으로 연구되어 왔다[5-8].

하지만, 얇은 구조재의 건전성 평가를 위해, 벌크파의 투과법을 이용하는 일반적인 비선형 초음파 기법을 적용하는 경우, 전파거리가 짧아져 비선형 변화에 대한 민감도가 떨어지고, 파형의 중첩 때문에 신호분석이 매우 어려운 한계를 가진다. 이러한 문제로 얇은 구조재의 열화 평가의 경우 Lamb wave의 비선형성을 이용한 적용이 매우 필요하다.

그런데, Lamb wave는 종파와 횡파가 구조물의 벽면 사이에서 수 없이 반사되고 중첩되어 형성되는 파로서, 일반적으로 무한 매질을 진행하는 벌크파와는 달리 매우 다른 특성을 갖게 되는데, 대표적인 차이점으로는 여러 개의 모드가 넓은 주파수 영역에 걸쳐 존재한다는 것과 대부분의 모드에서 주파수에 따라 전파속도가 변화하는 분산특성을 갖는다는 것이다. 이러한 다중 모드와 분산성을 가지고 있기 때문에 단일 모드와 위상속도를 가지고 있는 벌크파와는 달리 특수한 조건에서 분석에 적합한 비선형 음향 효과가 발생하는 것으로 알려져 있다[9-12]. 비록 비선형 Lamb wave는 일반적인 비선형 초음파보다는 발생조건이 복잡하지만, 넓은 영역에 대한 비선형 평가가 가능하며, 표면파와 마찬가지로 한쪽 면에서 검사할 수 있다는 장점이 있어 매우 유용할 것으로 기대된다.

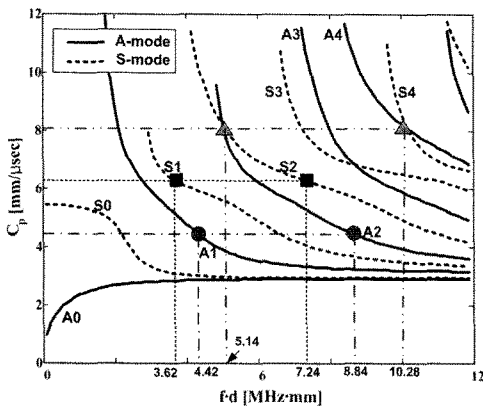
따라서, 본 연구에서는 Lamb wave에서 분석에 적합한 비선형 초음파가 발생하는 조건에 대해 살펴보고, 전파 거리 증가 및 재료에 따른 비선형성 변화를 측정하는 실험을 통해 Lamb wave에서 비선형 음향효과를 검증하고자 하였다.

## 2. Lamb Wave의 비선형성

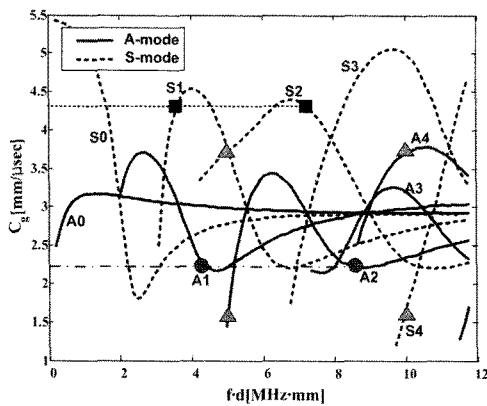
서론에서 밝혔듯이 Lamb wave는 많은 모드를 가지고 있고, 또한 분산성을 가지는 특징이 있어 특수한 조건에서만 분석에 적합한 비선형 초음파가 발생한다고 알려져 있다. 이러한 비선형 Lamb wave에 대해 이론적으로 접근한 연구는 국내외적으로 몇 편에 지나지 않는다. 비선형 Lamb wave에 대한 이론은 몇 년간 Deng 그리고 Lima와 Hamilton에 의해서 연구되었으며, 두 연구에서는 공통적으로 특정한 조건하에서만 cumulative second harmonic wave(CSHW)가 발생한다고 밝히고 있다[9-12]. Cumulative second harmonic wave란 발생하는 2차 고조파 성분 중 전파거리에 증가에 따라 선형적으로 성장하는 성분으로써 성장하지 않는 성분은 전파거리가 증가함에 따라 증감을 반복하며 일관되지 않는 값을 발생시키므로, 비선형성 평가에 있어서는 오직 CSHW만이 유효하다고 보고 있다. Deng은 Lamb wave에서 2차 고조파 성분은 symmetric mode에서만 발생하며 기본 주파수와 2차 고조파 주파수에 해당하는 mode의 위상속도가 동일한 경우에 성장하는 비선형 Lamb wave가 발생한다고 밝히고 있다. 또한, Lima와 Hamilton은 phase matching과 non-zero power flux라는 두 가지 조건을 제시하였다. phase matching이란 기본 주파수와 2차 고조파 주파수에 해당하는 모드의 위상속도가 동일하다는 조건이며, non-zero power flux조건은 기본파에서 고조파로 에너지 전달이 필요한데 이와 같은 조건을 만족하기 위해서는 기본파와 고조파는 같은 모드, 즉 antisymmetric mode끼리 또는 symmetric mode끼리 조합되어 있어야 한다는 조건이다.

하지만 이 이론에 대한 실험적인 규명이 부족한 상태이며 이제까지의 이론적 접근에서 몇 가지 간과한 부분도 보인다. 본 연구에서는 Lima와 Hamilton의 이론을 기반으로 하였으며 이에 대한 추가적인 조건을 제시하고 이에 대한 실험적 검증을 시행하고자 하였다.

기본 주파수와 2차 고조파 주파수에 해당하는 모드의 위상속도가 동일한 mode pair는 Fig. 1과 같이 표시할 수 있다. 표시된 분산선도는 Al6061-T6 판재에 대하여 구해졌다. 그림에서 보는 것과 같이 각각의 mode pair는 기본 주파수와 2배 고조파 주파수에 해당하는 모드가 같은 위상속도를 가지는



(a) dispersion curve for the phase velocity



(b) dispersion curve for group velocity

Fig. 1 Dispersion curve in an aluminum 6061-T6 plate

것을 볼 수 있다. 이 중 ▲으로 표시된 mode pair는 A2-mode와 S2-mode가 교차하는 지점으로 S2-S4, A2-A4, S2-A4, A2-S4와 같이 총 4가지 종류의 조합이 존재할 수 있다. 하지만 S2-A4, A2-S4 mode pair는 zero-power flux 관계를 가진다. 나머지 S2-S4, A2-A4 mode pair는 non-zero power flux 관계를 가지지만, 군속도(group velocity)가 다른 것을 확인 할 수 있다.

여기서 CSHW가 발생하는 조건으로 mode pair 간에 군속도의 관계 조건을 고려할 필요가 있다. Lamb wave는 packet의 형태를 가지며 군속도로 진행하며, 군속도는 파동의 에너지 전파의 속도라는 물리적인 의미를 가진다. 따라서 기본파와 고조파 성분의 군속도가 다르면 기본파에서 고조파로 전달되는 에너지가 분산되며, 반대로 군속도가 동일한 경우 고조파로 에너지가 계속적으로 전달될

수 있기 때문에 거리에 증가에 따라 고조파 성분이 성장할 수 있다. 따라서 성장하는 고조파 성분이 발생되기 위해서는 기본파와 2차 고조파의 군속도가 동일해야 한다는 조건, 즉 group velocity matching이라는 조건을 새로이 제시할 수 있었다.

제시된 mode pair 중 A1-A2, S1-S2 mode pair는 군속도가 동일해야 하는 조건도 만족하고 있다. 하지만 S1-S2 mode는 위상속도가 재료의 종파속도와 동일한 지점으로 이러한 조건에서는 표면에서 면외변위(out of plane displacement)가 사라지고, 면내변위(in-plane displacement)만이 주요하다[13]. 면외변위 성분이 사라지게 되면 일반적으로 Lamb wave를 수신할 때 사용하던 수직 탐촉자, 레이저 간섭계, air couple transducer나 wedge를 이용한 초음파 수신이 어렵다.

결론적으로 CSHW를 발생시키기 위해서는 기존에 제시된 phase matching과 non-zero power flux라는 조건 외에, 본 연구를 통해 group velocity matching이라는 조건을 새로 제안하였다. 또한, 수직 탐촉자, 레이저 간섭계, air couple transducer나 wedge를 이용하여 Lamb wave를 수신하는 경우 면외변위가 존재하지 않는 모드는 배제해야 한다는 조건을 추가적으로 제시하였다.

### 3. 모드 선정 및 실험장치 구성

앞서 제시된, Lamb wave에서 성장하는 2차 고조파 성분이 발생할 수 있는 조건들을 모두 만족하는 지점은 ●지점으로 표시한 A1-A2 mode pair로 결정할 수 있다. 이 모드에 대하여 Lamb wave의 비선형 음향 효과 발생 여부를 검증하기 위해 웨지를 이용하여 Lamb wave를 송수신 하고자 하였다. 사용한 시편은 Al6061-T6와 Al1100-H14이고, 두께는 2 mm이며, 이 두께에 대해 CSHW를 발생시키기 위한 기본주파수 및 위상속도는 Table 1과 같다.

선정된 주파수로 유도초음파를 발생시키고 고조파 성분을 수신하기 위한 전체적인 실험구성은 Fig. 2와 같다. 송신에는 2.25 MHz(A403S, PANAMETRICS, -6 dB bandwidth; 22%), 수신에는 5 MHz (A405S, PANAMETRICS, -6 dB bandwidth; 38%)의 중심주파수를 가지는 협대역 탐촉자를 이용하였다. 단일 모드 발생 및 수신을 위해 가변각 웨지가 사용되었으며, 다음 관계와 같은 입사각을 가진다.

Table 1 Operating conditions for the selected mode pair in two different aluminum plates with thickness of 2 mm

Mode pair		A16061-T6	A11100-H14
A1-A2 mode pair	Fundamental Freq. (MHz)	2.21	2.19
	Phase velocity (mm/ $\mu$ s)	4.433	4.388
	Wedge angle( $^\circ$ )	37.84	38.30

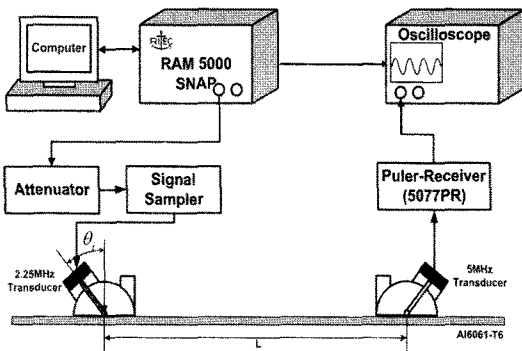


Fig. 2 Block diagram of experimental system construction for nonlinear Lamb wave

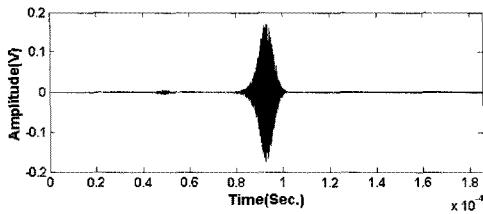


Fig. 3 Received signal at distance of 200 mm

$$\theta_i = \sin^{-1}\left(\frac{c_w}{c_p}\right) \quad (1)$$

$c_p$ 는 위상속도이고,  $c_w$ 는 웨지에서의 종파의 속도이다. 각 시편에 따른 송수신 각도는 Table 1에 표시하였다.

초음파 발생기로 RAM5000 SNAP (RITEC, USA)이 사용되었고, 송신 탐촉자에는 기본주파수를 가지는 20cycle의 고전압의 톤버스트(tone-burst) 신호가 해닝창으로 변조되어 가해졌다. 해닝창 변조의 이유는 사각창보다 단일 모드가 더 잘 발생이 되었기 때문이다.

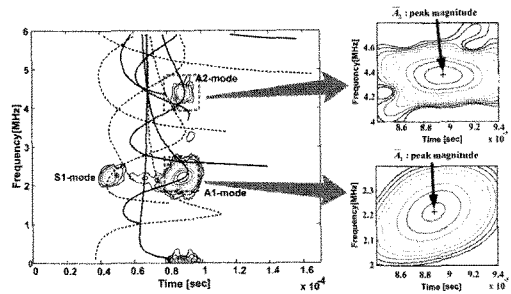


Fig. 4 STFT result overlapped on the dispersion curve of group velocity for Al6061-T6 plate

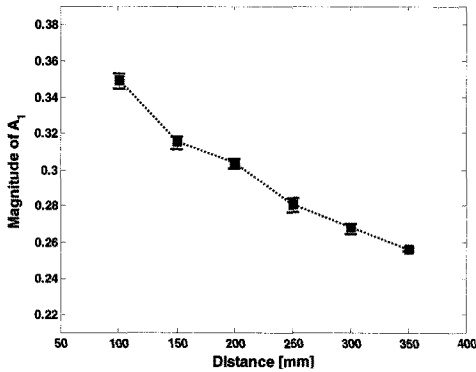
이러한 실험 구성에 대해, 전파거리를 증가시켜가며 2차 고조파 성분과 비선형 파라미터가 증가하는 여부와 재료에 따른 비선형 파라미터 비교를 통해 비선형 Lamb wave 발생 여부를 확인하고자 하였다.

#### 4. 실험 결과

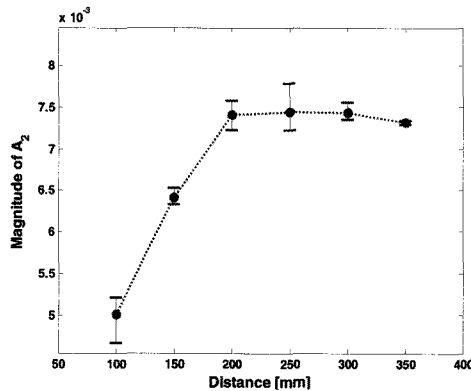
A16061-T6 판재에 대하여 거리 200 mm에서 Lamb wave을 수신한 신호는 Fig. 3과 같다. 이 수신신호에 대하여 모드 분석을 위해 수신신호를 STFT(short time fourier transform) 처리 후 군속도 분산선도를 중첩시켰다. STFT의 window size는 8  $\mu$ s, time step은 0.2  $\mu$ s이며 hanning window를 적용하였다. 그 결과는 Fig. 4와 같으며 A1 모드가 크게 발생되는 것을 확인할 수 있고, 또한 A2 모드에서 2차 고조파 성분이 형성되는 것을 확인할 수 있다. 또한 이 두 성분이 같은 군속도를 가지는 것을 확인할 수 있다.

A2 mode에서 발생된 2차 고조파 성분이 비선형 음향 효과에 의한 성분임을 확인하기 위해 거리를 100 mm부터 350 mm까지 50 mm씩 증가시켜가며 기본파, 고조파 성분의 크기와 이로부터 상대적인 비선형 파라미터의 변화를 비교하였다. 기본파와 고조파의 크기는 Fig. 4에서 보듯이 기본파 성분과 고조파 성분에서 최대값을 각각  $\bar{A}_1$ ,  $\bar{A}_2$ 로 결정하였고, 상대적인 비선형 파라미터( $\beta'_c$ )는 일반적으로 사용되는 식 (2)를 사용하여 계산되었다. 이 때  $\beta'_c$ 는 전파거리와 재료의 비선형 탄성 계수( $\beta$ )와는 비례 관계에 있다.

$$\beta'_c = \frac{\bar{A}_2}{\bar{A}_1^2} \propto \frac{1}{8} k^2 \beta x \quad (2)$$



(a) Magnitude of the fundamental component



(b) Magnitude of the second harmonic component

Fig. 5 Magnitude of the fundamental and second harmonic wave with increasing propagation distance in Al6061-T6 plate

실험은 각 지점에서 3회씩 측정되었으며, 그 최대값과 최소값, 평균값을 그래프에 표시하였다. Fig. 5는 거리의 증가에 따른  $\overline{A_1}$ ,  $\overline{A_2}$ 를 크기를 나타내고 있으며, 그 결과  $\overline{A_2}$ 가 거리에 증가에 따라 성장하는 것을 확인할 수 있다. 이와 같은 결과는 비선형 음향 효과에 의해서만 나타나는 현상이다. 또한 식 (2)에 의해 상대적인 비선형 파라미터를 측정한 결과 Fig. 6과 같이 거리에 증가에 따라 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이 실험결과는 측정값 중 최소값( $\beta_0'$ )으로 정규화 하였으며, 이 실험결과는 비선형 파라미터가 거리에 따라 선형적으로 증가한다는 기존 이론과 잘 일치하고 있다. 다만 그 경향이 완벽한 선형을 이루지는 못하는데, 재료에서의 초음파 감쇠에 의한 것으로 판단된다[13]. 이와 동일한 방법으로 Al1100-H14에 대하여 상대적인 비선형 결과를 측정하였으며, 그 결과는 Fig. 6에 나타내었다. 이 결과는 Al6061-T6 결과값의 최

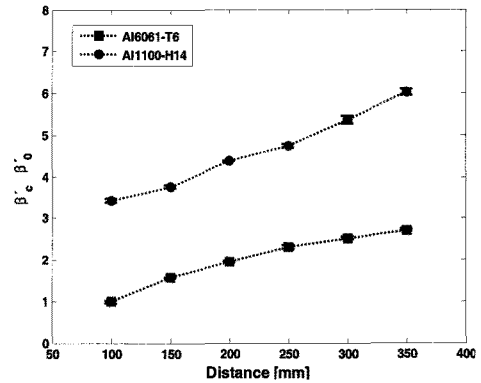


Fig. 6 Normalized relative nonlinear parameter vs. propagation distance in two aluminum plates

소값( $\beta_0'$ )으로 정규화되었다. 이 두 시편간의 상대적인 비선형 파라미터의 차이는 약 2.4배이며, 이는 기존에 종파에 의해 측정된 시편자체의 절대 비선형 계수(Al1100-H14: 12.0, Al6061-T6: 5.67)와 잘 부합되는 결과이다[14].

이와 같은 실험결과를 통해 제시한 조건에서 Lamb wave에서의 비선형 음향 효과가 발생함을 검증할 수 있었다.

### 5. 결론

본 연구에서는 비선형 Lamb wave에서의 비선형 음향 효과의 발생조건을 제시하고 이를 실험적으로 검증하였다. Lamb wave는 다중 모드와 분산 특성을 가지고 있으며, 이에 따라 특수한 조건에만 전파하면서 성장하는 비선형 성분이 발생한다고 보았다. 비선형 효과가 발생하는 조건은 다음과 같다.

- 1) Phase matching
- 2) Non-zero power flux
- 3) Group velocity matching
- 4) Non-zero out-of-plane displacement

1)과 2)는 선행 연구자에 의해 제시되었던 조건이며, 3)은 본 연구에서 새로이 제시하는 조건이다. 또한 4)는 효과적인 실험을 위한 조건으로 제시하였다.

이를 검증하기 위해 알루미늄 시편에 대하여 위의 조건에 부합하도록 Lamb wave를 발생시켰고, 거리에 따라 2차 고조파 성분 및 상대적인 비선형 파라미터가 증가하는 것으로부터 비선형 음향 효과

를 검증할 수 있었다. 또한 자체 비선형 계수의 크기가 다른 두 알루미늄 시편에 대해서 시험한 결과 비선형 파라미터의 차이가 약 2.4배에 달하였고, 선행 연구에서 밝혀진 비율과 매우 유사하였다.

이로써 Lamb wave에서 비선형 음향 효과를 검증하였고, 해석 및 실험적 검증은 판재에서 전파하는 Lamb wave에만 국한하였으나 그 원리는 다른 종류의 유도초음파도 동일할 것으로 판단한다. 이러한 유도초음파의 비선형 기술은 판재에 대한 피로, 열화 및 미세결합의 평가와 배관을 포함한 다양한 형태의 구조물에 대한 건전성 평가에 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

## 후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2010-0018195)

## 참고문헌

- [1] A. Hikata, B. B. Chick, and C. Elbaum, "Effect of dislocations on finite amplitude ultrasonic waves in aluminum," *Applied Physics Letters*, Vol. 3, No. 11, pp. 195-197 (1963)
- [2] T. Suzuki, A. Hikata and C. Elbaum, "Anharmonicity due to glide motion of dislocations," *Journal of Applied Physics*, Vol. 35, No. 9, pp. 2761-2766 (1964)
- [3] A. Hikata, B. B. Chick and C. Elbaum, "Dislocation contribution to the second harmonic generation of ultrasonic waves," *Journal of Applied Physics*, Vol. 36, No. 1, pp. 229-236 (1964)
- [4] J. H. Cantrell, W. T. Yost, "Acoustical harmonic generation from fatigue-induced dislocation dipoles," *Philosophical Magazine A*, Vol. 69, No. 2, pp. 315-326 (1994)
- [5] J. K. Na, J. H. Cantrell, and W. T. Yost, "Linear and nonlinear ultrasonic properties of fatigued 410Cb stainless steel," *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 15, pp. 1347-1351 (1996)
- [6] K. Y. Jhang, "Applications of nonlinear ultrasonics to the NDE of material degradation," *IEEE UFFC*, Vol. 47, No. 3, pp. 540-548 (2000)
- [7] Jaeik Lee, Taehun Lee and Kyung-Young Jhang, "Evaluation of surface fatigue degradation using acoustic nonlinearity of surface wave," *Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing*, Vol. 29, No. 5, pp. 415-420 (2009)
- [8] J. Herrmann, J. Y. Kim, L. J. Jacobs, J. Qu, J. W. Little and M. F. Savage, "Assessment of material damage in a nickel-base superalloy using nonlinear Rayleigh surface waves," *Journal of applied physics*, Vol. 99, 124913 (2006)
- [9] M. Deng, P. Wang and X. Lv, "Experimental observation of cumulative second-harmonic generation of Lamb-wave propagation in an elastic plate," *Journal of physics D: Applied physics*, Vol. 38, pp. 344-353 (2005)
- [10] M. Deng, "Characterization of surface properties of a solid plate using nonlinear Lamb wave approach," *Ultrasonics*, Vol. 44, pp. e1157-e1162 (2006)
- [11] W. J. N. de Lima, M. F. Hamilton, "Finite-amplitude waves in isotropic elastic plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 265, pp. 819-839 (2003)
- [12] W. J. N. de Lima, M. F. Hamilton, "Finite amplitude waves in isotropic elastic waveguides with arbitrary constant cross-sectional area," *Wave Motion*, Vol. 41, pp. 1-11 (2005)
- [13] Jaeik Lee, Goodo Kwon, Taehun Lee and Kyung-Young Jhang, "Acoustic nonlinearity of surface wave and experimental verification of characteristics," *Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing*, Vol. 29, No. 4, pp. 344-350 (2009)
- [14] W. T. Yost and J. H. Cantrell, "The effect of artificial aging of aluminum 2024 on its nonlinear parameter," *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 12, pp. 2067-2073 (1993)