해상 크레인 탄성 붐 적용을 위한 3D 빔(beam) 유한 요소 정식화 및 자동화

박광필*, 차주환**, 이규열***, 함승호*

Automation of 3 Dimensional Beam Modeling based on Finite Element Formulation for Elastic Boom of a Floating Crane

Kwang-Phil Park*, Ju-Hwan Cha**, Kyu-Yeul Lee*** and Seung-Ho Ham*

ABSTRACT

In this paper, the boom of a floating crane is modeled as a 3-dimensional elastic beam in order to analyze the dynamic response of the crane and its cargo. The boom is divided into more than two elements based on finite element formulation, and deformation of each element is expressed in terms of shape matrix and nodal coordinates. The equations of motion for the elastic boom consist of a mass matrix, a stiffness matrix, and a quadratic velocity vector that contains the gyroscopic and Coriolis forces. The size and complicity of the matrices increase in proportion with the number of elements. Therefore, it is not possible to derive the equations of motion explicitly for different number of elements. To overcome this difficulty, matrices for one 3-dimensional element are expressed with elementary sub-matrices. In particular, the quadratic velocity vector is derived as a product of a shape matrix and a 3-dimensional rotation matrix. By using the derived matrices, the equations of motion for the multi-element boom are automatically constructed. To verify the implementation of the elastic boom based on finite element formulation, we simulated a simple vibration of the floating crane and surge motion of the cargo are presented as application examples of the clastic boom.

Key words : Finite Element Formulation, Quadratic Velocity Vector, Elastic Boom, Floating Crane

1. 서 론

조선소에서는 대형 중량물(cargo) 인양(lifting), 턴오, 비(turn-over)하는 작업에 해상 크레인을 사용하고 있 다. 해양과에 의해 해상 크레인과 중량물은 동적 거동 을 하게 되며, 안전한 작업을 위해 이와 같은 동적 거 동을 미리 분석할 필요가 있다. Fig. 1과 같이 3,600 ton의 중량물을 인양할 수 있는 해상 크레인은 봄(boom)의 길이가 130 m에 이른다. 중량불과 붐의 길이를 고려하면, 붐의 단성이 동적 거동에 영향을 미 칠 것으로 예상된다. 따라서, 탄성 붐의 효과를 고려 한 해상 크례인과 중량물의 동적 기동을 시뮬레이션 하는 깃이 필요하다(박광필 등⁽⁴⁾).

본 논문에서는 단성 봄을 형상 행렬(shape matrix) 과 노드 좌표(nodal coordinates)를 사용하여 3차원 빔(beam)으로 모델링 하였고, 유한 요소 정식화(finite element formulation)에 따라 여러 개의 요소(clement) 로 분할하였다. 요소의 개수가 달라지면 탄성 붐 (elastic boom)의 운동 방정식이 달라지기 때문에, 개 수에 따라 방정식을 때 번 유도해야 하는 어려움이 있 다. 본 논문에서는 이러한 점을 극복하고자 3차원 빔 1개의 요소에 대한 질량 행렬(mass matrix)과 강성 행 렬(stiffness matrix)을 이용하여 요소의 개수에 따라 운동 방정식이 자동으로 구성될 수 있도록 프로그램 을 구현하였다. 회전력 및 코리올리 힘(gyroscopic and Coriolis force)을 포함하는 2차 속도 벡터

^{*}정회원, 대우조선해양 선박해양겨술언구소

^{**}교신저자, 정회원, 서울대학교 공학연구소

^{***}종신회위, 서울대학교 조선해양공학과 교수 및 해양 시스템 공학연구소 - 눈문투고일: 2010. 06. 09

⁻ 논문수정일: 2010. 10. 15

⁻ 십사완료일: 2010, 10, 19

(quadratic velocity vector)도 형상 행렬(shape matrix) 과 3차원 각속도 벡터의 곱의 형태로 유도하여 유한 요소 정식화에 사용될 수 있도록 하였다.

유한 요소 정식화을 이용한 3차원 빔으로 탄성 붐 을 모델링하고, 6 자유도 해상크레인과 6 자유도 중량 물의 운동방정식을 유연 다물체계 동역학(flexible multibody system dynamics)을 기반으로 구성하였다. 시뮬레이션에는 외력으로 규칙과(regular wave)의 비 선형 선박유체정역학 힘(nonlinear hydrostatic force), 선형화 된 선박유체동역학 힘(linear hydrodynamics force), wire rope의 장력, 계류력(mooring force) 그 리고 중력이 고려되었다. 외력에 대한 자세한 설명은 차주환 등¹¹를 참조한다.



Fig. 1. The floating crane, "DAEWOO", focused in this paper (Courtesy Daewoo Shipbuilding & Ocean Engineering).

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 붐의 탄 성을 고려한 관련 연구를 비교하고, 3장에서는 3차원 빔 요소를 이용한 운동방정식을 설명한다. 4장에서는 유한 요소 정식화를 이용한 운동 방정식의 자동화에 대해 설명한다. 5장에서는 구현된 시스템과 시뮬레이 션 결과를 설명한다.

2. 해상 크레인 탄성 붐 관련 연구

해상 크레인을 대상으로 붐의 탄성을 고려한 연구 는 Al-Sweiti and Söffker⁽²⁾, Ren^[3] 그리고 박광필 등 ⁽⁴⁾이 있다. Table 1에 비교한 것과 같이 Al-Sweiti and Söffker⁽²⁾, Ren^[3] 그리고 박광필 동⁽⁴⁾이 수적 평면 상의 2차원 운동만 고려하였는데, 본 논문은 해상크 레인과 중량물 각각의 6자유도 운동을 고려하고 붐도 3차원의 변위를 갖도록 모델링 되어 공간상의 동적 거 동을 본격적으로 시뮬레이션 하였다. 또한 Al-Sweiti and Söffker⁽²⁾, Ren^[3] 그리고 박광필 등⁽⁴⁾은 탄성 붐의 요소 개수가 고정되어 있고, 운동 방정식도 변경되지 않지만, 본 논문은 프로그램에서 요소의 개수를 변경 해서 운동방정식이 구성되도록 하였다. 외력에 대한 비교는 박광필 등⁽⁴⁾을 참조한다.

3. 운동 방정식

탄성 붐과 해상 크레인 그리고 중량물로 이루어진 다물체계(multibody system) 운동 방정식은 식 (1)과 같다. 식 (1)의 우변은 첫 항부터 일반화된 탄성력 (generalized elastic force), 구속력(constraint force), 일반화된 외력(generalized external force), 그리고 2 차 속도 벡터를 의미한다.

$$\mathbf{M}\tilde{\mathbf{q}} = -\mathbf{K}\mathbf{q} - \mathbf{C}_{q}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{Q}_{e} + \mathbf{Q}_{v}$$
(1)

식 (1)의 운동 방정식을 구성하는 과정은 Fig. 2와 같다. 본 논문에서 자동화 하는 과정은 요소 개수에 따 탄성 붐의 운동 방정식이 구성되는 단계이며, 이를 위하여 3차원 빔 모델의 유한 요소 정식화를 구현하 였다.

Table 1	. The	features	in this	paper	compared	with th	he related	works	

		본 논문	박광필(2009)	Ren(2008)	
Mathematical Modeling		Flexible Multibody Dynamics	Flexible Multibody Dynamics	Langrange's Equation	
	Reference Frame	Floating	Floating	-	
BOOM	No. of Element	Multi Element	I (fixed No.)	-	
	Elastic coordinates	Nodal	Nodal	-	
DOF* of the floating crane		6 Surge, Roll, Heave, Yaw, Sway, Pitch,	3 Surge, Heave, Pitch	3 Surge, Heave, Pitch	
DOF of the cargo		6	3	1	
Cargo model		rigid body	rigid body	point mass	

DOF: Degree Of Freedom



Fig. 2. The construction procedure of the equation of motion for the multibody system which consists of a floating crane, a cargo and an elastic boom.

식 (2)의 벡터 q는 Fig. 3과 같이 정의된 좌표계에 따라 해상 크레인과 중량물 그리고 탄성 붐의 위치와 자세를 정의하는 일반화 좌표(generalized coordinates) 이다.

$$\mathbf{q} = \left[\mathbf{q}_{G_1} \ \mathbf{q}_{G_2} \ \mathbf{q}_{B}\right]^T \tag{2}$$



Fig. 3. Coordinate systems of a floating crane, an elastic boom and a cargo

봄의 절점 변수가 요소의 개수에 따라 증가하므로, n개의 요소로 구성된 붐의 일반화 좌표는 식 (3)과 같 다. Fig. 4와 같이 붐의 한 쪽 끝이 고정된 경우, 일 반화 좌표 백터 크기는 1개 요소일 때 12×1이고 2 개 일 때 18×1이 된다. 여기서 [q_{f1} ... q_{f6n}]를 탄 성 좌표라고 한다.



Fig. 4. Relation between the number of element and node variables.

$$\mathbf{q}_{B} = \left[x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi \ q_{f}\right] \ \dots \ q_{f6n}\right]^{T}$$
(3)

요소 1개의 질량 행렬은 식 (4)와 같고, 이것은 알 려진 식 (5)와 (6)을 이용하여 구할 수 있다. 형상 행 렬 S[#]과 자세한 식의 유도는 Shabana¹⁵를 참조한다.

$$\mathbf{M}^{\vec{y}} = \int_{v^{\vec{y}}} \boldsymbol{\rho}^{\sigma} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}^{'} \mathbf{\tilde{u}}^{\vec{y}} \mathbf{\tilde{G}}^{i} & \mathbf{A}^{i} \mathbf{N}^{y} \mathbf{B}_{2}^{i} \\ \mathbf{\bar{G}}^{i \mathsf{T}} \mathbf{\tilde{u}}^{i \mathsf{T}} \mathbf{\tilde{u}}^{i \mathsf{T}} \mathbf{\bar{G}}^{i \mathsf{T}} \mathbf{\bar{u}}^{d \mathsf{T}} \mathbf{N}^{m} \mathbf{B}_{2}^{i} \\ symmetry & \mathbf{B}_{2}^{i \mathsf{T}} \mathbf{N}^{i \mathsf{T}} \mathbf{N}^{i \mathsf{T}} \mathbf{B}_{2}^{i} \end{bmatrix}$$
(4)

$$\overline{\mathbf{S}}^{ij} = \int_{V''} \rho^{ij} \mathbf{S}^{ij} dV^{ij}$$
⁽⁵⁾

$$\mathbf{S}_{kl}^{ij} = \int_{V} \rho^{ij} \mathbf{S}_{k}^{ij} \mathbf{S}_{l}^{ij} dV^{ij} \quad , k, l = 1, 2, 3$$
(6)

n개의 요소로 구성된 붐의 질량 행렬은 식 (7)과 같 고 행렬의 크기는 6(n-1)×6(n+1) 가 된다.

$$\mathbf{M}_{B} = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{M}^{ij} \tag{7}$$

탄성 봄의 강성 행렬은 식 (8)과 같고 탄성 좌표 와 관련된 성분은 식 (9)과 같이 1개 요소의 강성 행렬을 중첩하여 구한다. 1개 요소의 강성 행렬은 Przemieniecki⁽⁶⁾을 참조한다. 여기서 **B**^g₁는 j번째 요 소의 성분을 필터링 하는 행렬이고, **B**^g₂는 전체 절 점 중에 고정된 부분의 값을 0으로 만드는 행렬이다. 이 두 행렬은 모두 단워행렬과 영행렬로 구성된다.

$$\mathbf{K}_{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}'_{B'} \end{bmatrix}$$
(8)

$$\mathbf{K}_{ff}^{i} = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{B}_{2}^{iT} \mathbf{B}_{1}^{yT} \mathbf{\bar{C}}^{yT} \mathbf{K}_{ff}^{y} \mathbf{\bar{C}}^{ij} \mathbf{B}_{1}^{ij} \mathbf{B}_{2}^{i}$$
(9)

탄성 붐의 2차 속도 백터는 식 (10)과 같이 정의 된다.

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{v},\boldsymbol{\beta}} = -\dot{\mathbf{M}}_{\boldsymbol{\beta}}\dot{\mathbf{q}}_{\boldsymbol{\beta}} + \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_{\boldsymbol{\beta}}} \left(\frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}_{\boldsymbol{\beta}}^{T}\mathbf{M}_{\boldsymbol{\beta}}\dot{\mathbf{q}}_{\boldsymbol{\beta}}\right)\right]^{T}$$
(10)

Fig. 5와 같이 탄성 붐에 대한 행렬과 해상 크레인 과 중량물의 질량 행렬, 그리고 2차 속도 벡터를 결합 하여 다물체계 운동 방정식에 사용되는 행렬을 구성 한다.



Fig. 5. Mass matrix, stiffness matrix, and quadratic velocity vector of the multibody system which consists of the floating crane, the cargo and the elastic boom.

4. 3차원 빔 유한 요소 정식화

요소의 개수가 증가할 경우 질량 행렬과 강성 행렬 은 식 (7)과 식 (9)에 의해 기본이 되는 다른 행렬의 곱과 함으로 유도된다. 따라서 요소의 개수에 따라 새 로 유도하는 것이 아니라 프로그램을 통해 기본 행렬 을 변경하고, 행렬 연산을 통해 요소 개수에 맞는 질 량과 강성 행렬을 생성할 수 있다.

하지만 식 (10)으로 정의되는 2차 속도 벡터는 시간 에 대한 미분과 일반화 좌표에 대한 편미분을 포함하 고 있어서 직접 유도하는 것은 거의 불가능하다. 심볼 (symbol)을 지원하는 프로그램을 사용하여 연산을 수 행하더라도 식이 매우 복잡하고 분량이 많기 때문에 실질적으로 사용하기 어렵다. 예를 들어, 이와 같은 방 식으로 유도된 2차 속도 벡터의 첫 번째 성분 중 일 부를 Fig. 6에 나타내었다. Qv[0][0]

í

= dy*(dy*m*(-2.0)-dte3*(te2*((m*qf3*(1.0/2.0)+len*m*qf5*(1.0/1.2E1)-
$Qy^{*}(len^{*}len)^{*}qf4^{*}(1.0/2.0))^{*}((te0^{*}te0)^{*}2.0 + (te2^{*}te2)^{*}2.0 - 1.0) - (te0^{*}te1^{*}2.0 - 1.0) - (te0^{*}te1^{*}2.$
te2*te3*2.0)*(m*qf2*(-1.0/2.0)+len*m*qf6*(1.0/1.2E1)
$+ Qz^{*}(len^{len}en)^{*}qf4^{*}(1.0/2.0)))^{*}2.0 + te0^{*}((te0^{te3}2.0 + te1^{te2^{*}}2.0)^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0))))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0))))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0)))))^{*}(m^{*}qf2^{*}(-1.0/2.0))))))))))))))))))))))))))))))))))$
1.0/2.0)+len*m*ql6*(1.0/1.2E1)+Qz*(len*len)*qf4*(1.0/2.0))-
(m*(len + qf1)*(-1.0/2.0)+Qy*len*qf2 +Qz*len*qf3)*((te0*te0)*2.0
+(te2*te2)*2.0-1.0))*2.0 +te1*((te0*te3*2.0+te1*te2*2.0)*(m*qf3*(1.0/2.0)
+len*m*qf5*(1.0/1.2E1)-Qy*(len*len)*qf4*(1.0/2.0))-(te0*te1*2.0-
te2*te3*2.0)*(m*(ien+qf1)*(-1.0/2.0)+Qy*ien*qf2+Qz*len*qf3))*2.0
+te2*(((te0*te0)*2.0+(te2*te2)*2.0-1.0)*(m*qf3*(1.0/2.0)+m*qf9*(1.0/2.0)
+len*m*qf11*(1.0/1.2E1)-len*m*qf\$*(1.0/1.2E1)

Fig. 6. A part of quadratic velocity vector which is derived based on the definition.

따라서 2차 속도 백터를 정의에 의해 명시적으로 유도하기 보다는 질량 행렬이나 강성 행렬처럼 기본 이 되는 행렬로 분해하여 프로그램에서 요소의 개수 에 맞게 생성하는 것이 필요하다. 식 (11)과 같은 2차 속도 백터는 이러한 필요에 적합한 형식으로 되어 있 는데, 이것은 관성력에 의한 가상일의 정의로부터 유 도된다. 각 성분은 식 (12), (13), (14)와 같다. 여기서 유한 요소 정식화에 따라 정의된 위치 백터와 속도 백 터는 식 (15), 식 (16)과 같고, qⁱ 는 식 (3)의 절점 좌표에 해당한다.

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{v}}^{ij} = \begin{bmatrix} \left(\mathbf{Q}_{\mathbf{v}}^{ij} \right)_{g} & \left(\mathbf{Q}_{\mathbf{v}}^{ij} \right)_{\theta} & \left(\mathbf{Q}_{\mathbf{v}}^{ij} \right)_{f} \end{bmatrix}^{T}$$
(11)

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{v}^{y} \rangle_{R} &= -\mathbf{A}^{i} \Big[\langle \widetilde{\boldsymbol{\omega}}^{i} \rangle^{2} \overline{\mathbf{S}}_{i}^{y} + 2 \widetilde{\boldsymbol{\omega}}^{i} \mathbf{C}^{y} \mathbf{S}^{y} \overline{\mathbf{C}}^{y} \mathbf{B}_{1}^{y} \mathbf{B}_{2}^{i} \dot{\mathbf{q}}_{f}^{i} \Big] \\ &+ \mathbf{A}^{i} \Big[\int_{v^{y}} \rho^{i} \, \widetilde{\mathbf{u}}^{y} d\mathcal{V}^{y} \, \Big] \overline{\mathbf{G}}^{i} \dot{\mathbf{\theta}}^{i} \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{Q}_{\mathbf{v}}^{ij})_{\theta} &= -\mathbf{\bar{G}}^{i^{\prime}} \, \mathbf{\bar{\omega}}^{i} \times (\mathbf{\bar{I}}_{i\theta}^{i} \mathbf{\bar{\omega}}^{i}) \\ &+ \int_{V^{i}} \rho^{ij} \left[2\mathbf{\bar{G}}^{i^{\prime}} \, \mathbf{\bar{\tilde{u}}}^{ij} \, \mathbf{\bar{\omega}}^{i} \mathbf{C}^{ij} \mathbf{S}^{ij} \mathbf{\bar{C}}^{ij} \mathbf{B}_{1}^{i} \mathbf{B}_{2}^{i} \mathbf{\dot{q}}_{f}^{i} \right] dV^{ij} \quad (13) \\ &+ \mathbf{\bar{G}}^{i^{\prime}} \, \mathbf{\bar{I}}_{i\alpha}^{i} \mathbf{\bar{G}}^{ij} \mathbf{\dot{\theta}}^{i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{Q}_{\nu}^{ij})_{f} &= \mathbf{B}_{2}^{ij} \, \mathbf{B}_{1}^{i'} \left[\int_{\tau^{ij}} \rho^{i} (\mathbf{C}^{ij} \mathbf{S}^{ij} \overline{\mathbf{C}}^{ij})^{T} \widetilde{\mathbf{u}}^{ij} dV^{ij} \right] \dot{\overline{\mathbf{G}}}^{i} \dot{\mathbf{\theta}}^{i} \\ &- \mathbf{B}_{2}^{i'} \mathbf{B}_{1}^{i'} \left[\int_{\nu^{ij}} \rho^{ij} \left\{ (\mathbf{C}^{ij} \mathbf{S}^{ij} \overline{\mathbf{C}}^{ij})^{T} [(\widehat{\overline{\omega}}^{i})^{2} \overline{\mathbf{u}}^{ij} + 2 \widehat{\overline{\omega}}^{i} \overline{\overline{\mathbf{u}}}_{f}^{ij}] \right\} dV^{ij} \right] \end{aligned}$$

$$\overline{\mathbf{u}}^{ij} = \mathbf{C}^{ij} \mathbf{S}^{ij} \overline{\mathbf{C}}^{ij} \mathbf{B}^{ij}_{1} (\mathbf{q}^{i}_{0} + \mathbf{B}^{i}_{2} \mathbf{q}^{i}_{f})$$
(15)

$$\dot{\mathbf{n}}_{\ell}^{ij} = \mathbf{C}^{ij} \mathbf{S}^{ij} \overline{\mathbf{C}}^{ij} \mathbf{B}_{\ell}^{ij} \mathbf{B}_{2}^{ij} \dot{\mathbf{q}}_{\ell}^{ij}$$
(16)

이러한 2차 속도 벡터의 각 성분은 행렬 연산율 통 해 피적분항을 유도한 후 각 항을 적분해야 한다. 3차 원 빔의 경우 결과는 12 × 1의 크기를 가지는 벡터이 며, 각 항의 수식도 매우 복잡하여 직접적인 적분이 매우 어렵다. 적분을 할 수 있는 프로그램을 사용해도 분량의 차이는 있지만 Fig. 6과 같은 식으로 유도되 며, 무엇보다도 요소의 개수가 바뀌면 과적분항이 달 라지므로 다시 유도해야 한다. 따라서 1개의 요소에 대해 적분을 직접 수행하지 않는 형식으로 만들고 이 것을 중첩하여 전체 2차 속도 벡터를 구성할 수 있는 방법이 필요하다.

불과 같이 직선의 3차원 범의 좌표계간 회전 변환 을 나타내는 C⁴, Ē⁴ 는 모두 단위 행렬이 된다는 점 을 고려하여 2차 속도 벡터의 성분을 식 (17), 식 (18), 식 (19)와 같이 유도하였다. 여기서 중간 단계의 행렬은 식 (20)과 같다.

$$\begin{aligned} & (\mathbf{Q}_{r}^{y})_{R} \\ &\simeq -\mathbf{A}' [(\tilde{\boldsymbol{\varpi}}')^{2} \mathbf{\bar{S}}^{y} \mathbf{B}_{1}^{y} \mathbf{q}_{s}' + 2 \mathbf{\bar{\varpi}}' \mathbf{\bar{S}}^{y} \mathbf{B}_{1}^{y} \mathbf{B}_{2}' \mathbf{\dot{q}}_{f}'] \\ &+ \mathbf{A}' \mathbf{\bar{u}}_{integ}^{y} \mathbf{\bar{G}}' \mathbf{\dot{G}}' \end{aligned}$$

$$(17)$$

$$\begin{split} (\mathbf{Q}_{v}^{y})_{\rho} &= -\overline{\mathbf{G}}^{t'} \overline{\boldsymbol{\omega}}^{t} \times (\mathbf{I}_{g\theta}^{y} \overline{\boldsymbol{\omega}}^{t'}) \\ &- 2\overline{\mathbf{G}}^{t'} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{g}^{t'} \mathbf{B}_{1}^{y'} (-\overline{\omega}_{3} \mathbf{S}_{31}^{y} + \overline{\omega}_{1} \mathbf{S}_{32}^{y} - \overline{\omega}_{2} \mathbf{S}_{21}^{y} + \overline{\omega}_{1} \mathbf{S}_{22}^{y} \\ \mathbf{q}_{g}^{t'} \mathbf{B}_{1}^{y'} (-\overline{\omega}_{3} \mathbf{S}_{32}^{y} - \overline{\omega}_{3} \mathbf{S}_{33}^{y} + \omega_{2} \mathbf{S}_{11}^{t'} - \overline{\omega}_{1} \mathbf{S}_{12}^{y}) \\ \mathbf{q}_{g}^{t'} \mathbf{B}_{1}^{y'} (\overline{\omega}_{3} \mathbf{S}_{22}^{y} - \overline{\omega}_{3} \mathbf{S}_{23}^{y} + \overline{\omega}_{3} \mathbf{S}_{11}^{t'} - \overline{\omega}_{1} \mathbf{S}_{12}^{y}) \end{bmatrix} \mathbf{B}_{1}^{y} \mathbf{B}_{2}^{t'} \mathbf{q}_{f'}^{t'} (18) \end{split}$$

$$+\mathbf{G}^{T}\mathbf{I}_{\theta\theta}\mathbf{G}^{T}\mathbf{\theta}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{Q}_{v}^{v})_{f} &= \\ -\mathbf{B}_{2}^{v} \mathbf{B}_{1}^{y'} \begin{pmatrix} \alpha_{11}\mathbf{S}_{11}^{y} + \alpha_{12}\mathbf{S}_{12}^{y} + \alpha_{13}\mathbf{S}_{13}^{y} \\ + \alpha_{21}\mathbf{S}_{21}^{y} + \alpha_{22}\mathbf{S}_{22}^{y} + \alpha_{23}\mathbf{S}_{23}^{y} \\ + \alpha_{31}\mathbf{S}_{31}^{y} + \alpha_{32}\mathbf{S}_{32}^{y} + \alpha_{33}\mathbf{S}_{33}^{y} \end{pmatrix} \mathbf{B}_{1}^{y}\mathbf{q}_{n}^{i} \\ -2\mathbf{B}_{2}^{y'} \mathbf{B}_{1}^{y'} \begin{pmatrix} -\overline{\omega}_{3}\mathbf{S}_{12}^{y} + \overline{\omega}_{3}\mathbf{S}_{13}^{y} + \overline{\omega}_{3}\mathbf{S}_{21}^{y} \\ -\overline{\omega}_{3}\mathbf{S}_{23}^{y} - \overline{\omega}_{2}\mathbf{S}_{31}^{y} + \overline{\omega}_{3}\mathbf{S}_{22}^{y} \\ -\overline{\omega}_{3}\mathbf{S}_{23}^{y} - \overline{\omega}_{2}\mathbf{S}_{31}^{y} + \overline{\omega}_{3}\mathbf{S}_{22}^{y} \\ + \mathbf{B}_{2}^{y'} \mathbf{B}_{1}^{y'} \begin{pmatrix} (\mathbf{S}_{23}^{y} - \mathbf{S}_{32}^{y})\mathbf{B}_{1}^{y}\mathbf{q}_{n}^{i} \\ (-\mathbf{S}_{13}^{i} + \mathbf{S}_{31}^{y})\mathbf{B}_{1}^{y}\mathbf{q}_{n}^{i} \\ (\mathbf{S}_{12}^{y} - \mathbf{S}_{21}^{i})\mathbf{B}_{1}^{y}\mathbf{q}_{n}^{i} \end{pmatrix}^{T} \mathbf{\tilde{G}}^{i}\mathbf{\tilde{O}}^{i} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{\tilde{u}}_{11}^{y} \\ \mathbf{\tilde{u}}_{imeg,I} \\ \mathbf{\tilde{u}}_{imeg,J}^{y} \\ \mathbf{\tilde{u}}_{imeg,J}^{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\tilde{S}_{1}^{y} \\ \mathbf{\tilde{S}_{2}^{y} \\ \mathbf{\bar{S}_{3}^{y}} \end{bmatrix}} \mathbf{B}_{1}^{y}\mathbf{q}_{n}^{i}, \mathbf{\tilde{\omega}}^{T}\mathbf{\tilde{\omega}} \equiv \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \\ \end{aligned}$$
(20)

유도된 식은 식 (5)와 식 (6)의 형식으로 표현되었 으므로, 2차 속도 벡터를 적분의 과정 없이 행렬과 벡 터의 연산으로 생성할 수 있다.

식 (17), 식 (18), 식 (19)를 이용하면 Fig. 6과 같 이 입력된 요소의 개수에 따라 절접 좌표 백터 등을 생성하고, 주어진 각속도 벡터 및 형상 행렬을 이용하 여 각 요소의 2차 속도 벡터를 구성할 수 있다. n개 의 요소로 구성된 붐의 2차 속도 백터는 각 요소의 값을 중첩하여 구할 수 있다. 따라서 탄성 붐의 2차 속도 백티는 행렬의 곱과 함으로만 유도할 수 있게 되 고 프로그램을 통해 자동화 할 수 있다.



Fig. 7. Finite element formulation of quadratic velocity vector of the elastic boom.

이와 같은 유한 요소 정식화를 통하여 탄성 붐의 질량 행렬과 강성 행렬 그리고 2차 속도 벡터를 구성 하고, Fig. 2와 같이 해상 크레인과 중량불의 행렬을 결합하여 전체 운동방정식을 구성한다. 이 과정을 프 로그램으로 구현하여 탄성 붐의 요소의 개수를 변경 하면 자동으로 새로운 운동 방정식이 구성되어 해상 크레인과 중량물의 동적 거동 시뮬레이션에 사용될 수 있도록 하였다.

5. 운동 방정식 자동화 구현 및 결과

Fig. 8은 본 논문에서 구현된 해상 크레인과 중량물 의 농적 거동 시뮬레이션 시스템 화면이다. 시뮬레이 션을 시작하기 전에 입력 창을 통해 요소의 개수를 입 력하면 프로그램을 통해 탄성 붐의 행렬이 생성되고, Fig. 2의 과정을 통해 운동방정식이 자동으로 구성된 다. 4th order Runge-Kuta method 또는 Hiber-Hughes-Taylor implicit method을 통해 방정식의 해 클 구하며, DirectX를 이용하여 가시화 하였다.

요소의 개수를 변경하여 탄성 붐의 운동 방정식이 구성되는 결과를 확인하기 위해 Fig. 9와 같이 붐만 단독으로 외괄보(cantilever)로 고려하여 자중에 의한 동적 거동을 시뮬레이션 하였다. 1개의 요소를 사용 할 때와 2개의 요소를 사용하는 경우에 대한 시뮬레 이션 결과는 Fig. 10과 같다.

한국CAD/CAM학회 논문집 제15권 제6호 2010년 12월



Fig. 8. The simulation system implemented in this paper for the dynamic response analysis of the floating crane, the cargo and the elastic boom.



Fig. 9. Cantilever model for the dynamic response simulation of the elastic boom.



Fig. 10. Dynamic simulation results of the elastic boom: (a) 1 element, (b) 2 elements.

 Table 2. Comparison of the average deformation between
 1 element and 2 elements

No. of Element	v
1 clement	(average) -2.260 m
2 elements	(average) -2.590 m
3 elements	(average) -2.660 m
4 elements	(average) -2.680 m
5 elements	(average) -2.690 m
Beam theory	(static) -2.690m



Fig. 11. Dynamic simulation result : surge motion of the floating crane.



Fig. 12. Dynamic simulation result : sue motion of the cargo.

Table 2와 같이 요소가 증가 할수록 해석적인 해에 근접하는 결과에서 유한 요소 정식화와 행렬 연산의 자동화 과정이 올바르게 구현된 것을 확인할 수 있다. 또한 해상 크레인과 중량물의 동적 시뮬레이션에 탄성 붐의 요소를 변경하여 적용하였으며, Fig. 11과 Fig. 12에 2개의 요소를 사용한 결과를 예로 나타내었 다. Fig. 11은 해상 크레인의 전후동요(surge)를, Fig. 12은 중량물의 종동요(pitch) 시뮬레이션 결과를 각각 보여준다. 해상 조건은 amplitude 0.5 m, 주기 10 sec(파장 156 m)의 규칙파가 45도 각도로 선미에 서 입사하는 것을 가정하였고, 중량물의 하중은 1,300 ton이다. 주어진 동일한 조건에서 강체 붐을 사용한 결 과와 비교하여, 탄성 붐 모델을 사용한 경우 해상 크 레인의 전후동요는 약 18%, 중량물의 중동요는 약 29% 크게 발생하는 것을 볼 수 있다.

결론 및 향후 연구

본 논문에서는 해상 크레인과 중량물의 동적 거동 을 시뮬레이션 하기 위해 3차원 빔으로 탄성 븀을 모 델링 하였다. 이 때 2차 속도 벡터를 유한 요소 정식 화가 가능한 형태로 유도하여, 요소의 개수가 달라질 때 질량 행렬, 강성 행렬과 함께 자동으로 운동 방정 식이 구성되도록 구현하였다. 동적 거동 시뮬레이션 에 구현된 시스템을 적용하여 요소의 개수를 변경한 운동 방정식이 작동하는 것을 확인하였다. 향후에는 시뮬레이션 시스템에서 물체가 추가될 때 다물체계 운동 방정식이 자동으로 구성되도록 하는 연구가 필 요하며, 이블 적용하여 다양한 해상 조건에 따른 해상 크레인과 중량물의 동식 지동을 분석할 예정이다.

감사의 글

본 연구는 a) 대우조선해양(주), b) 시식경제부 산업 원천기술개발사업(10035331, 시뮬레이션 기반의 선박 및 해양플랜트 생산기술 개발), d) 서울대학교 해양시 스템공학 연구소, e) 서울대학교 BK 21 해양기술인력 양성사업단의 지원을 받아 연구되었음을 밝혀며, 이 에 감사 드립니다.

참고문헌

- 차주환, 이규열, 한승호, 노명일, 박광필, "해상크레 인과 대형 중량물의 상호 작용을 고려한 탑재 시뮬 레이션", 2009 한국 CAD/CAM 학회 학술발표회 논문집, pp. 654-668, 2009.
- Al-Sweiti, Y. and Söffker, D., "Cargo Pendulation Suppression of Ship Cranes with Elastic Booms", *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical* Systems, Vol. 13, No. 6, pp. 503-529, 2007.
- Ren, H., Wang, X., Hu, Y. and Li, C., "Dynamic Response Analysis of a Moored Crane-ship with a Flexible Boom", *Journal of Zhejiang University Sci*ence, Vol. 9, No. 1, pp. 29-31, 2008.
- 4. 박광필, 차주환, 이규열, "붐(boom)의 탄성을 고려 한 해상 크레인과 중량물의 유연 다물체계 운동방 정식 구상", 2009 춘제조선학회논문집, pp. 1744-1751, 2009.
- Shabana, A. A., Dynamics of Multibody Systems, Cambridge University Press, 2005.
- Przemieniecki, J. S., Theory of Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill, 1968.



박 광 필

1997년 서울대학교 공과대학 존선해양 공학과 학사 1999년 서울대학교 공과대학 조선해양 공학과 석사 1999년--현재 대우조선해양 실박해양인 구소 정보기술R&D.7등 과장 관심분야: 다물채게 동역학, 모델링& 시뮬레이션, 탄성학



차 주 환

2002년 서울대학교 조선해양공학과 학사 2004년 서울대학교 조선해양공학과 석사 2008년 서울대학교 조선해양공학과 박사 2008년 ·현재 사울대학교 공학인구소 선임연구원 관심분야; 모델링 및 시뮬레이션, 시뮬 레이션 기반 설계, 다물체계 동

여학, 해상공력발전, (AD



이 규 열

- 1971년 서울대학교 공과대학 조선공 학과 학사
- 1975년 독일 하노버 공과대학 조선 공학 석사(Dipl.-Ing.)
- 1982년 독일 하노버 공과대학 조선 공학 반시(Dr.-Ing.)
- 1975년~1983년 독일 히노비 공과대학 선박실계 및 이론연구소, 주정부 연구원
- 1983년~1994년 한국기계연구원 설박해 양공학연구센터, 선박설계, 생산 사동화 연구사업(CSDP)단장 1994년 현재 서울대학교 공과대학
- 관심문야: CAD, CAGD, 선박 실계, 시뮬레이션, CALS



함 슴 호

2007년 서울대학교 조선해양공학과 학사 2009년 서울대학교 조선해양공학과 석사 2008년~현재 대우조선해양 선박해양 기술연구소 정보기술K&D-7류 인구원 관심분야: 모델링 및 시뮬레이션, 다물 채계 동역학