論文

사전 정보가 없는 비행체의 정밀 파라미터 추정

김정한*, 박근범*, 송용규**, 황익호***,최동균***

A precise parameter estimation of an air vehicle without a priori information

Junghan Kim*, Keunbum Park*, Yongkyu Song**, Ickho Hwang***, Dongkyun Choi***

ABSTRACT

This paper deals with the precise parameter estimation of an air vehicle without a priori information. First, Recursive Least Squares technique, which is an equation error method and does not require any a priori information, is applied and then the extended Kalman filter is used to tune parameters more precisely. To show the performance, a nonlinear longitudinal missile model is simulated and the parameters are estimated. The results show that this consecutive application of the techniques gives a very good estimation performance.

Key Words : Parameter Estimation(파라미터 추정), Recursive Least Squares(순환최소자승법), Extended Kalman Filter(확장칼만필터), Air Vehicle(비행체), Missile

1. 서 론

최근 활발하게 개발되고 있는 무인비행체들의 사고율을 줄이고 비행제어시스템의 성능과 안정성을 높이기 위해서는 파라미터 추정을 통한 시스템 식별을 정확히 하는 것이 매우 중요하다. 하지만 새로 개발되는 무인비행체들은 크기가 작거나 새로운 형상으로 설계되는 경우가 많아 그 동적 특성을 나타내는 파라미터들이 기존 유인항공기의 그것들과 다른 경우가 종종 있다. 따라서 무인비행체의 파라미터들을 추정하는데 있어서 최대공산법 (Maximum Likelihood Estimation, 이하 MLE) [1,2]과 같이 파라미터의 설계치 등 사전 정보에 크게 의존하는 기법보다는 아무런 사전 정보 없이 파라미터를 추정하는 기법들이 더 효과적일 수 있다. 최근에 사전 정보없이 시스템을 식별하는 기법으로는 퓨리에변환을 이용한 회귀분석법(Fourier Transform Regression, 이하 FTR)[3,4],국부가중회귀분석법(Locally Weighted Regression, 이하 LWR)[4], 순환최소자승법(Recursive Least Squares, 이하 RLS)[5] 등이 있으며 이 기법들도 상당히 우수한 추정 성능을 보이고 있다. 이 외에 유인항공기 파라미터 식별에 관한 연구결과들은 최근문헌[6,7]에 잘 정리되어 있다. 본 연구에서는 사전 정보가 없는 비행체의 정밀 파라미터 추정을 위하여 우선 사전 정보를 필요로 하지 않는 순환최소자승법을 적용하여 파라미터들을 추정하고 그 추정된 값들을 초기치로 하여 확장칼만필터를 이용하여 상세 추정해 보고자 한다.

2010년 08월 20일 접수 ~ 2010년 09월 12일 심사완료
* 한국항공대학교 대학원 항공우주기계공학과
** 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
*** 국방과학연구소
연락저자, E-mail : yksong@kau.ac.kr
경기도 고양시 덕양구 화전동 200-1

2. 본 론

2.1 순환최소자승법(Recursive Least Squares)을 이용한 파라미터추정

비행체의 운동방정식에서 파라미터가 선형적으로 표현되어있으면 (아래 식 (18)에서 볼 수 있듯이)다음과 같이 선형 회귀방정식의 형태로 나타낼 수가 있는데

$$Y = Xb \tag{1}$$

이에 대한 최소자승법(Least Squares) 혹은 회귀분석적(Regressional Analysis) 해는 다음과 같이 되고

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y \tag{2}$$

여기에 새로운 데이터 $Hb = Z$가 추가되면 새로운 회귀방정식 형태인 식 (3)이 되고,

$$\begin{bmatrix} X \\ H \end{bmatrix} b' = \begin{bmatrix} Y \\ Z \end{bmatrix} \tag{3}$$

이에 대한 새로운 해는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} b' &= \left(\begin{bmatrix} X^T & H^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ H \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} X \\ H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ Z \end{bmatrix} \\ &= (X^T X + H^T H)^{-1} (X^T Y + H^T Z) \end{aligned} \tag{4}$$

여기에서,

$$\begin{aligned} P &= X^T X \\ K &= P^{-1} H^T (HP^{-1} H^T + I)^{-1} \end{aligned} \tag{5}$$

라 하고 Matrix Inversion Lemma를 적용하면 다음 식 (6)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} (P + H^T H)^{-1} &= P^{-1} - P^{-1} H^T (HP^{-1} H^T + I)^{-1} \\ &= P^{-1} - KHP^{-1} \end{aligned} \tag{6}$$

따라서 새로운 데이터가 추가된 해는

$$\begin{aligned} b' &= (P^{-1} + KHP^{-1})(X^T Y + H^T Z) \\ &= P^{-1} X^T Y - KHP^{-1} X^T Y + P^{-1} H^T Z - KHP^{-1} H^T Z \\ &= b - KHb + (P^{-1} - KHP^{-1}) H^T z \end{aligned} \tag{7}$$

가 되며,

$$K = P^{-1} H^T (HP^{-1} H^T + I)^{-1} \tag{8}$$

로부터

$$K = P^{-1} H^T - KHP^{-1} H^T \tag{9}$$

가 되고 결국 새로운 해는

$$b' = b - KHb + KZ = b + K(Z - Hb) \tag{10}$$

가 되어 아래와 같은 순환 해로 나타낼 수 있게 된다.

$$K_l = P_l^{-1} H_l^T (H_l P_l^{-1} H_l^T + 1)^{-1} \tag{11}$$

$$b_{l+1} = b_l + K_l (z_l - H_l b_l)$$

$$P_{l+1}^{-1} = P_l^{-1} - K_l H_l P_l^{-1}$$

이 알고리듬을 이용하면 연속적으로 주어지는 비행데이터를 가지고 파라미터를 추정할 수 있게된다.

2.2 확장칼만필터(Extended Kalman Filter)를 이용한 파라미터 추정

확장 칼만 필터를 이용해서 비행체의 공기역학적 계수를 추정하는 방법은 다음과 같다. 비행체의 모델이 다음과 같이 주어진다고 가정하면,

$$\dot{x}_s(t) = f(x_s(t), a, u(t)) + w(t) \tag{12}$$

$$z_k = h(x_s(t_k), a, u(t_k)) + v_k \tag{13}$$

여기서 x_s는 미사일의 상태벡터이고, a는 공력 계수벡터이며 v_k 는 상호분산행렬 R_k 를 갖는 백색잡음이다. 또한 공력 계수 벡터, a를 상수로 가정하면 이에 대한 상태방정식은 $\dot{a} = 0$이 된다. 미사일 상태 벡터에 공기 역학적 계수 벡터를 첨가한 새로운 상태벡터를 다음과 같이 정의한다.

$$x = \left[\frac{x_s}{a} \right] \tag{14}$$

이때 위 식에서 주어진 벡터에 대한 상태방정식과 측정모델은 아래의 식과 같이 주어지며 이 모델에 대해서 EKF를 적용함으로써 공기역학적 계수 추정 알고리즘을 얻게 된다.

$$\dot{x} = \left[\frac{\dot{x}_s}{\dot{a}} \right] = \left[\frac{f(x,u)}{o} \right] \tag{15}$$

$$z_k = h(x_k, u_k) + v_k \qquad (16)$$

여기서 비선형 시스템 (15),(16)에 대한 확장칼만필터는 잘 알려져있으며 이를 나타내는 식들은 Table 1에 정리하였다.

Table 1. Extended Kalman Filter 알고리듬

시스템 방정식	$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t)] + w(t),\ w \sim N(0, Q(t))$
측정모델	$z_k = h_k[x(t), u(t)] + v_k \quad : \ k = 1, 2, 3$ $v_k \sim N(0, R_k)$
초기조건	$x(0) \sim N(\hat{x}_0, P_0)$
상태변수 추정치 전달 오차상호분산 행렬 전달	$\dot{\hat{x}}(t) = f[\hat{x}(t),\ u(t)]$ $\dot{P}(t) = F[\hat{x}(t),\ u(t)] \cdot P(t) + P(t)\, F^T$ $F(t) = \dfrac{\delta f[x(t), u(t)]}{\delta x(t)}\Big\|_{x(t) = \hat{x}(t)}$
상태변수 추정치 update 오차상호분산 행렬 update	$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k(z_k - h_k[\hat{x}_k(-), u(t_k)])$ $P_k(+) = \{I - K_k H_k[\hat{x}_k(-), u(t_k)]\} P_k(-)$
칼 만 이 득	$K_k = P_k(-)\, H_k^T \{H_k P_k(-) H_k^T + R_k\}^{-1}$ $H_k = \dfrac{\delta h_k[x(t_k), u(t_k)]}{\delta x(t_k)}\Big\|_{x(t_k) = \hat{x}_k(-)}$

2.3 사전 정보가 없는 비행체의 파라미터 추정

본 연구에서 파라미터를 추정하고자하는 대상 비행체는 비선형성을 갖는 유도탄 종운동 모델로서 운동방정식은 아래와 같고 제원은 Table 2와 같다.

$$\dot{u} = -qw - g\sin\theta + \frac{QS}{m} C_L(\alpha, M, \delta)\sin\alpha - \frac{QS}{m} C_D(\alpha, M, \delta)\cos\alpha$$
$$\dot{w} = qu + g\cos\theta - \frac{QS}{m} C_L(\alpha, M, \delta)\cos\alpha - \frac{QS}{m} C_D(\alpha, M, \delta)\sin\alpha$$
$$\dot{q} = QSD\, C_m(\alpha, M, \delta) / I_{yy}$$
$$\dot{\theta} = q$$

$$C_L = -C_N \cos\alpha, \quad C_D = C_{D0} - C_N \sin\alpha$$
$$C_N = C_{N_{\alpha^3}} \alpha^3 + C_{N_{\alpha^2}} \alpha|\alpha| + C_{N_{M\alpha}}(2 - M/3)\alpha + C_{N_\delta}\delta$$
$$C_m = C_{m_{\alpha^3}} \alpha^3 + C_{m_{\alpha^2}} \alpha|\alpha| + C_{m_{M\alpha}}(-7 + 8M/3)\alpha + C_{m_\delta}\delta + C_{m_q} q \qquad (17)$$

여기서 공력계수들은 선형적으로 나타나있으므로

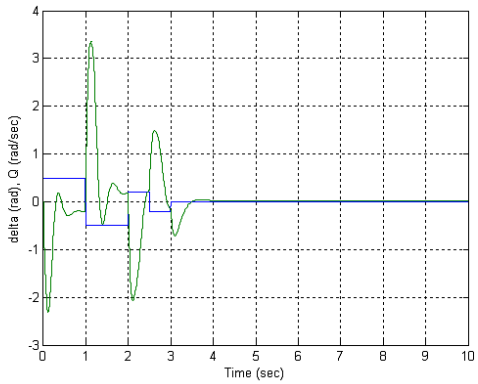
$$C_N = [\alpha^3 \quad \alpha|\alpha| \quad (2 - M/3)\alpha \quad \delta][C_{N_{\alpha^3}} \quad C_{N_{\alpha^2}} \quad C_{N_{M\alpha}} C_{N_\delta}]^T \qquad (18)$$

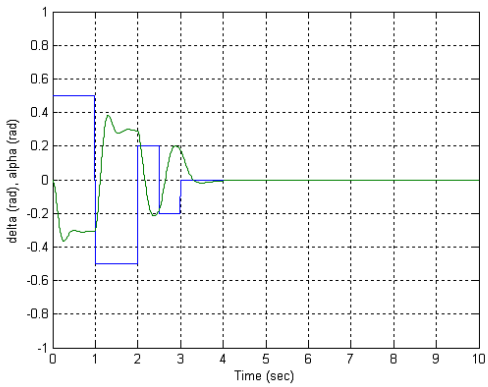
로 표현하면 앞의 식(1)과 같은 꼴이 되어 순환 최소자승법을 적용할 수 있게 된다.

Table 2. 비선형 종운동 유도탄 모델의 제원

m	S	I_{yy}	d	ρ
203.9 (Kg)	0.0409 (m^2)	247.37 $(Kg\, m^2)$	0.2286 (m)	0.652 (Kg/m^3)

여기서 공력계수를 추정하는 것이 목표이다. 추정을 위하여 유도탄이 기동한 응답은 Fig. 1에 나타내었다.





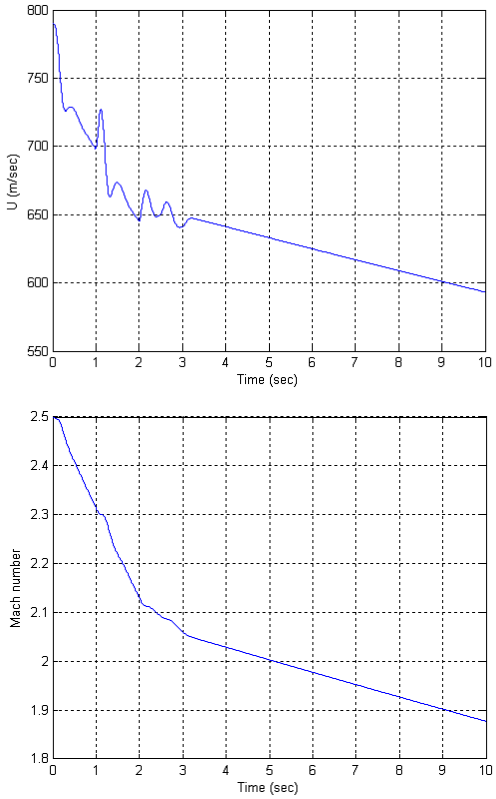
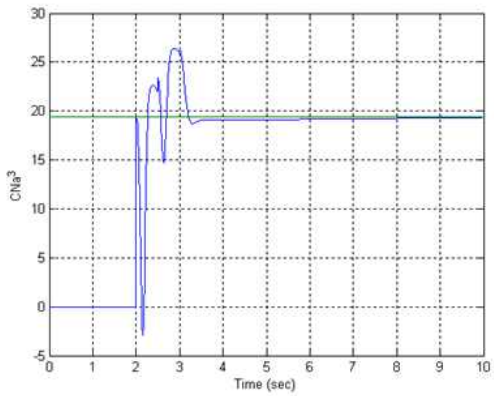


Fig. 1. 유도탄의 파라미터 추정을 위한 기동 응답

이 기동응답을 가지고 먼저 사전 정보없이 순환최소자승법으로 공력계수를 추정한 결과를 일부 나타내보면 Fig. 2와 같다. 여기서 기준 실선은 참값을 나타낸다.



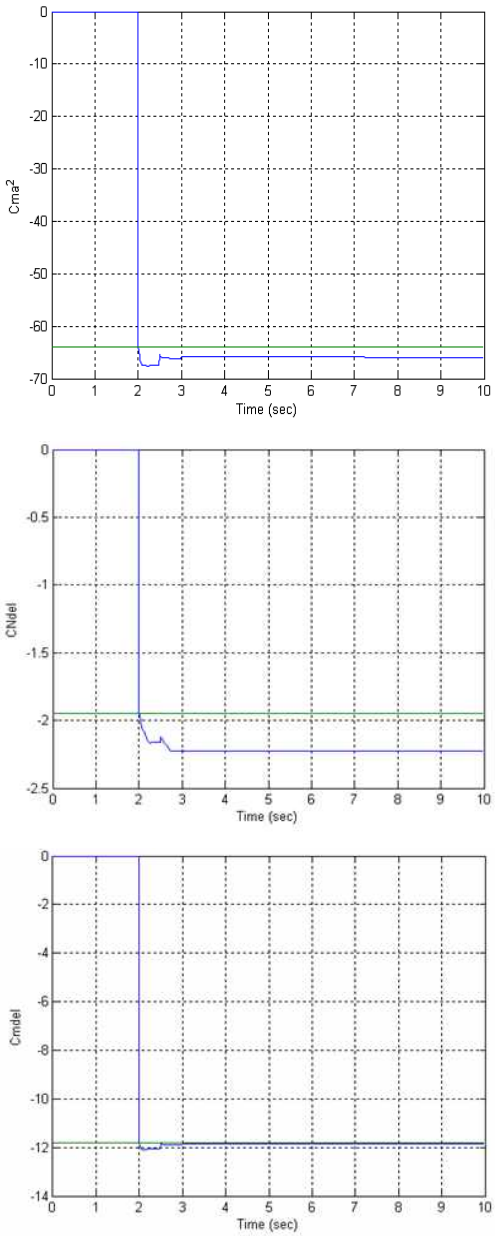
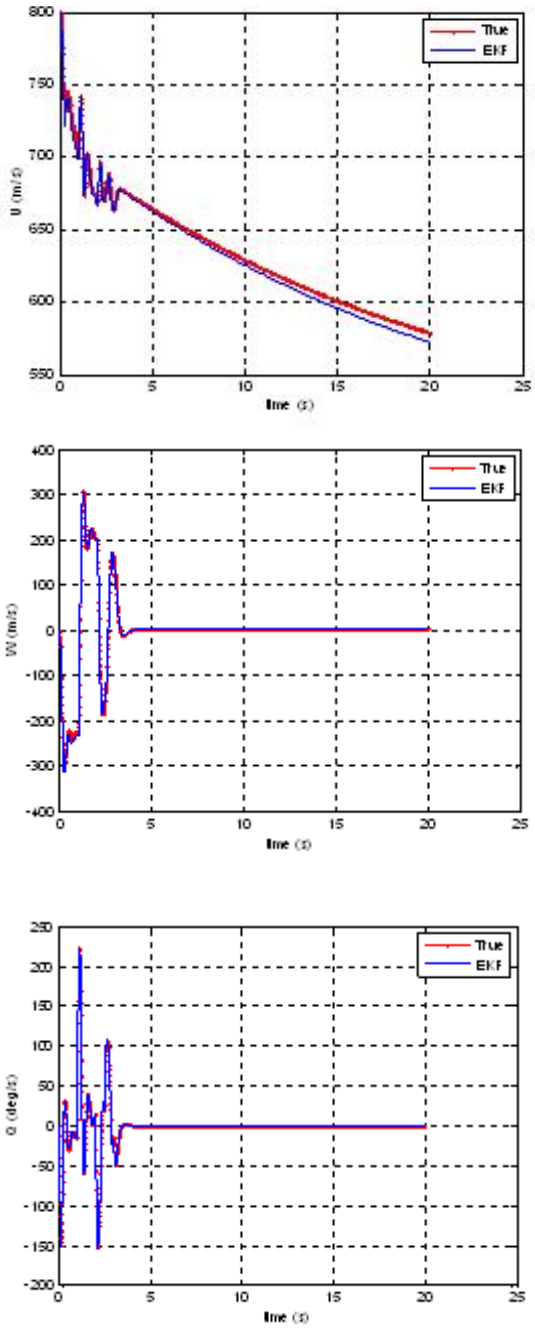


Fig. 2. 순환최소자승법을 이용한 파라미터 추정 결과

순환최소자승법으로 추정된 결과를 Table 3에 나타내었는데 평균 추정오차가 4.79%로 양호한 편이다. 여기서 추정 결과의 정확도를 높이기 위해 순환최소자승법의 추정결과를 확장칼만필터의 초기치로 설정하고 추정한 결과가 Table 3에 보듯이 평균 추정오차가 1.48%로서, 초기치를 모두 0으로 설정한 경우나 참값의 50%로 설정한 경우

보다 훨씬 정확도가 높아짐을 알 수 있다. Fig.3은 확장칼만필터를 이용하여 추정한 파라미터를 이용하여 시뮬레이션한 상태변수를 참값을 이용하여 시뮬레이션한 결과와 비교하고 있는데 상당히 일치하고 있음을 볼 수 있다.



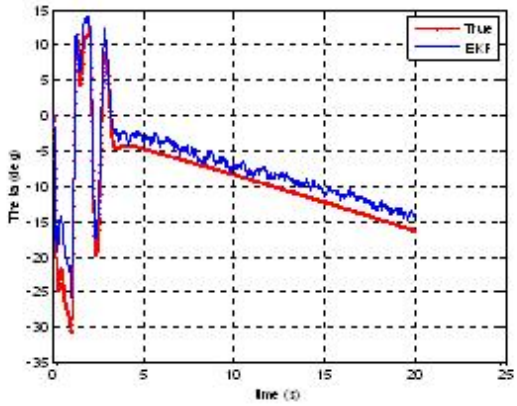


Fig. 3. 확장칼만필터를 이용한 파라미터 추정 결과

Table 3. 순환최소자승법과 확장 칼만 필터를 이용한 추정결과

공력계수	참값	RLS 추정결과	EKF 추정오차 (%)		
			초기치를 0으로 한 경우	초기치를 참값의 50%	RLS결과를 초기치로
$C_{N_{\alpha^3}}$	19.373	19.318 (-0.3)	102.2	16.2	1.1
$C_{N_{\alpha\alpha}}$	-31.023	-31.279 (0.8)	37.8	6.6	0.83
$C_{N_{M\alpha}}$	-9.717	-9.912 (2.0)	18.7	11.5	0.20
$C_{N_{\delta}}$	-1.948	-2.166 (14.2)	10.9	27.9	0.6
$C_{M_{\alpha^3}}$	40.440	46.273 (14.4)	182.7	38.2	4.40
$C_{M_{\alpha\alpha}}$	-64.015	-65.926 (3.0)	63.0	19.6	1.51
$C_{M_{M\alpha}}$	2.922	3.078 (5.3)	138.0	118.6	3.23
$C_{M_{\delta}}$	-11.803	-11.843 (0.3)	13.8	10.8	0.73
$C_{M_{Q}}$	-1.719	-1.671 (-2.8)	14.4	8.0	0.66
추정오차 평균		4.79 (%)	64.6 (%)	28.6 (%)	1.48 (%)

3. 결 론

본 연구에서는 사전 정보가 없는 비행체의 파라미터를 정확하게 추정하기 위하여 순환최소자승법을 먼저 적용하고 그 추정값을 확장칼만필터의 초기치로 사용하여 더 상세하게 추정한 결과 추정성능이 매우 우수함을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소 2009년 기초연구과제(과제번호 ADD-09-01-03-06)의 연구결과의 일부이며 지원에 감사드립니다.

참고문헌

1) Wang, K. C. and Iliff, K. W., “Retrospective and Recent Examples of Aircraft Parameter Identification at NASA Dryden Flight Research Center“, Journal of Aircraft Vol. 41, No. 4, 2004.

2) Main, R. E., and Iliff, K. W., “The Theory and Practice of Estimating the Accuracy of Dynamic Flight-Determined Coefficients“, NASA Reference Publication 1077, 1981.

3) Morelli, E. A. and Klein, V., “Determining the Accuracy of Aerodynamic Model Parameters Estimated from Flight Test Data“, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 1995.

4) Song, Y., Campa, G., Napolitano, M., Seanor, B. , and Perhinschi, M., “On-Line Parameter Estimation Techniques Comparison Within a Fault Tolerant Flight Control System,“ J. of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 25, No. 3, 2002.

5) Song, Y. and Napolitano, M., “A Comparative Study of Real-Time Aircraft Parameter Identification Schemes Applied to NASA F/A-18 HARV Flight Data, Trans. of JSASS, Vol. 14, No. 149, Nov. 2002.

6) Jategaonkar, R., *Flight Vehicle System Identification : A Time Domain Methodology*, Progress in Astronics and Aeronautics, Vol. 216, AIAA, 2006

7) Klein, V. and Morelli, E. A., *Aircraft System Identification: Theory and Practice*, AIAA Education Series, 2006