

<응용논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2010.34.4.501

붐(Boom)의 탄성을 고려한 해상크레인의 비선형 정적/동적 거동을 위한 수치 해석

차주환^{*†}, 박광필^{**}, 이규열^{***}

* 서울대학교 공학연구소, ** 대우조선해양 선박해양연구소, *** 서울대학교 조선해양공학과

Numerical Analysis for Nonlinear Static and Dynamic Responses of Floating Crane with Elastic Boom

Ju-Hwan Cha^{*†}, Kwang-Phil Park^{**} and Kyu-Yeul Lee^{***}

* Seoul Nat'l University Engineering Research Institute,

** Ship & Ocean R&D Institute, Daewoo Shipbuilding & Marine Engineering,

*** Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul Nat'l Univ.

(Received January 8, 2010 ; Revised January 26, 2010 ; Accepted February 5, 2010)

Key Words : Dynamic Response(동적 거동), Elastic Boom(탄성 붐), Floating Crane(해상크레인), Numerical Analysis(수치 해석), Static Response(정적 거동)

초록: 해상크레인은 크레인을 탑재한 선박으로서, 조선소에서 대형 블록이나 구조물의 탑재 및 해상 운송 작업에 사용된다. 본 논문에서는 해상크레인과 중량물의 전후 동요(Surge), 상하 동요(Heave), 종 동요(Pitch)에 대한 정적/동적 거동을 분석하였다. 이 때, 유연 다물체계 동역학을 적용하여 해상크레인의 붐(boom)을 탄성으로 고려하였으며, 플로팅 프레임(floating frame)과 노드 좌표(nodal coordinates)를 사용하였다. 질량 행렬, 탄성 강성 행렬, 2차 속도 벡터, 일반화 좌표 방향으로 작용하는 외력 등을 고려하여 모든 운동이 연성된 비선형 운동 방정식을 구성하였다. 외력으로는 비선형 유체정역학 힘, 선형화된 유체동역학 힘, wire rope 힘, 계류력이 고려되었다. 수치 해석을 위해 Hilber-Hughes-Taylor 방법을 비선형 운동방정식에 적용하였다. 정적 거동 분석을 통한 정적 평형 자세를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대해 결과를 비교하였으며, 수치 해석 방법에 대한 정적/동적 거동 분석 결과를 비교하였다.

Abstract: A floating crane is a crane-mounted ship and is used to assemble or to transport heavy blocks in shipyards. In this paper, the static and dynamic response of a floating crane and a heavy block that are connected using elastic booms and wire ropes are described. The static and dynamic equations of surge, pitch, and heave for the system are derived on the basis of flexible multibody system dynamics. The equations of motion are fully coupled and highly nonlinear since they involve nonlinear mass matrices, elastic stiffness matrices, quadratic velocity vectors, and generalized external forces. A floating frame of reference and nodal coordinates are employed to model the boom as a flexible body. The nonlinear hydrostatic force, linear hydrodynamic force, wire-rope force, and mooring force are considered as the external forces. For numerical analysis, the Hilber-Hughes-Taylor method for implicit integration is used. The dynamic responses of the cargo are analyzed with respect to the results obtained by static and numerical analyses.

- 기호설명 -

M : 질량 행렬
q : 일반화 좌표
 δq : 일반화 좌표의 가상 변위
K : 탄성 강성 행렬
C(q) : 구속 조건

C_q(q) : 구속 조건 벡터의 q에 대한 미분행렬
Q_v : 2차 속도 벡터
Q_e : 외력
Q_{Hydrostatic} : 유체정역학 힘
Q_{Hydrodynamic} : 유체동역학 힘
Q_{Exciting} : 파기진력
Q_{Radiation} : 방사력
Q_{Wire}ⁱ : i번째 wire rope 힘

§ 이 논문은 대한기계학회 2009년도 추계학술대회 (2009. 11. 4-6., 용평리조트) 발표논문임

† Corresponding Author, jhcha79@snu.ac.kr

- $Q_{Mooring}$: 계류력
- λ : Lagrange multiplier 벡터
- t : 시간
- G_i : 물체 i 의 질량 중심
- $r_{A/B}$: B-frame 에서 정의된 점 A의 위치 벡터
- $\theta_{A/B}$: B-frame 에 대한 A-frame 의 회전 각도
- ${}^B R_A$: A-frame 에서 B-frame 으로의 회전 변환 행렬
- S : 형상 행렬
- q_f : 노드 좌표
- $u_{A/A'}$: 점 A에서 점 A'으로의 변형 벡터
- ρ : 해수의 밀도
- a_{ij} : 부가 질량의 ij 성분
- b_{ij} : 감쇠 계수의 ij 성분
- ω : 해양파의 주파수
- k_i : i 번째 wire rope 의 탄성 계수
- l_i : i 번째 wire rope 의 늘어난 길이 벡터
- $T_{H,k}$: k 번째 계류선의 수평 방향 힘
- ψ_k : 평면도에서 보았을 때, k 번째 계류선과 해상크레인의 중심선이 이루는 각도
- A_{WP} : 해상크레인 수선면 면적
- L_{WP} : 해상크레인 수선면 x 축 방향 1 차 모멘트
- I_L : 해상크레인 수선면 x 축 방향 2 차 모멘트
- V_S : 해상크레인 침수 부피
- $Z_{Buoyancy/E}$: 해상크레인 침수 부피의 z 축 방향 중심
- m_{G_i} : 해상크레인의 질량
- $Z_{G_i/E}$: 해상크레인의 z 축 방향 질량 중심
- α : Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법의 수치 감쇠 계수

1. 서론

해상크레인은 Fig. 1 과 같이 크레인을 탑재한 선박으로서, 조선소에서는 직육면체에 가까운 모양의 바지선(barge ship) 타입을 주로 사용하여 대형 블록이나 구조물의 탑재 및 해상 운송 작업을 수행한다. 해상크레인은 자체의 구조적인 강성 외에도 부력의 도움을 받아 약 3,600 ton 가량의 매우 무거운 중량물을 들어 올릴 수 있기 때문에, 조선소의 생산성 향상을 위해 해상크레인의 사용

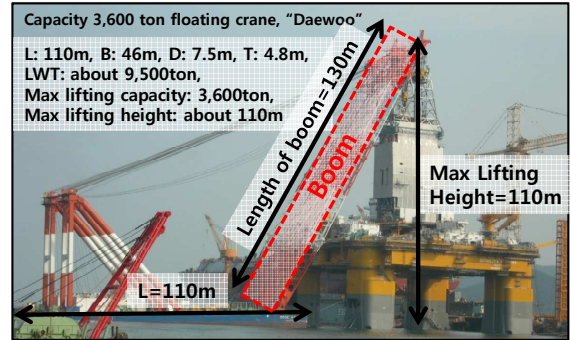


Fig. 1 The floating crane, “Daewoo”, focused in this paper (Courtesy Daewoo Shipbuilding & Ocean Engineering Co. Ltd.)

빈도가 급격히 증가하고 있다. 본 논문에서 대상으로 삼고 있는 해상 크레인은 Fig. 1 와 같이 최대 조양 하중이 3,600 ton 인 "대우"호이다. 길이는 110 m, 폭은 46 m, 깊이는 7.5 m, 설계 흘수는 4.8 m, 경하중량(light weight; 아무 것도 실지 않은 빈 선박의 무게)는 약 9,500 ton 이고, 최대 조양 높이는 약 110 m 이다.

해상크레인은 해상에서 작업을 수행하기 때문에 해상 상태에 따라 안정성 확보가 매우 중요하다. 따라서 공정을 계획하는 엔지니어는 해상크레인의 붐 끝 단에 wire rope 를 통해 매달려 있는 대형 중량물의 동적 거동과 wire rope 에 작용하는 장력을 사전에 계산해야 한다. 특히 중량물이 매달리게 되는 붐(boom)은 약 130 m 길이의 긴 구조물로서 매우 무거운 중량물을 인양하는 경우에는 탄성을 고려해야 한다.

따라서 본 논문에서는 Fig. 2 와 같이 해상크레인의 붐을 탄성체로 고려하였으며, 붐 끝 단의 처짐을 줄이기 위해 back stay 와 연결되어 있는 wire rope 를 고려하였다. 이러한 해상크레인 과 중량물의 운동방정식을 구성하기 위해 유연 다물체계 동역학을 적용하였으며,⁽¹⁻⁸⁾ 플로팅 프레임(floating frame)과 노드 좌표(nodal coordinates)를 이용하였다.^(9,10) 외력으로는 해양파의 실시간 파도의 높이를 고려한 선박유체정역학 힘, 해양파에 의한 유체동역학적 기진력(wave diffraction force), 선체 운동으로 인하여 발생하는 유체동역학적 방사력(radiation force), wire rope 의 장력(tension), 계류력(mooring force)을 고려하였다. 운동방정식의 초기 조건을 구하기 위해 탄성 붐과 구속 조건, 선박유체정역학 계수 등을 고려한 정적 거동 분석을 수행하였다.

한편 운동방정식을 구성하는 질량 행렬(mass matrix), 탄성 강성 행렬(elastic stiffness matrix), 2

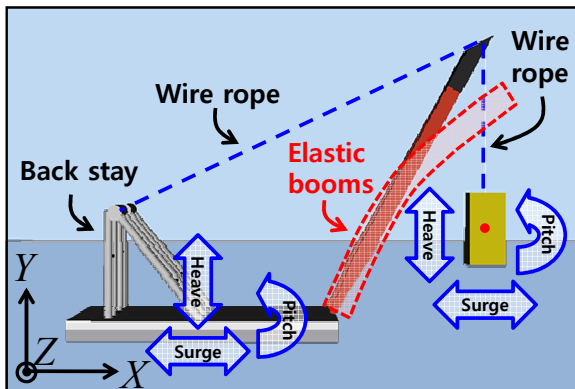


Fig. 2 The floating crane model with an elastic boom and the cargo model in this paper

차 속도 벡터(quadratic velocity vector), 일반화 좌표 방향으로 작용하는 외력(generalized external forces)은 위치, 속도, 가속도, 시간에 대한 비선형 형태이다. 구조 동역학문제의 수치해석에 많이 사용되는 Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법을 수정하여 본 논문에서 구성된 비선형 운동방정식의 동적 거동을 분석하였다. 정적 거동 분석의 수행 여부와 수치 해석 방법에 대해 중량물의 2 차원 XY 평면 운동, 즉 surge(X 축 병진), heave(Y 축 병진), pitch(Z 축 회전) 운동을 분석하였으며, 붐과 중량물 사이에 연결된 wire rope 에 작용하는 장력을 계산하였다.

2. 관련 연구 현황

Al-Sweiti⁽¹¹⁾는 선체를 주기적인 횡동요(roll) 운동을 하는 1 자유도로 가정하였고, 붐에 매달린 중량물도 1 자유도를 갖는 질점으로 모델링 하였다. 탄성에 의한 붐의 변위는 3 차 보간 함수(cubic interpolation function)와 노드 변수(nodal variable)를 사용하여 방정식을 구성하였다. 운동방정식은 자유물체도(free body diagram)로부터 유도하였으며, 해상크레인이 중량물에 미치는 영향만 고려하였을 뿐 중량물이 해상크레인에 미치는 영향은 고려하지 않았다.

Ren⁽¹²⁾은 해상크레인의 운동을 3 자유도로 표현하였고, 중량물은 1 자유도의 질점으로 표현하였다. 외력은 유체정역학적 힘, 계류력, 점성 저항 그리고 해양파에 의한 기진력이 고려되었으나 유체동역학적 방사력(radiation force)은 포함되지 않았다. 붐의 탄성으로 인해 붐의 끝 지점에 추가적인 변위가 발생하는 것으로 모델링 하여 Lagrange 방법으로 운동방정식을 유도하였다.

차주환 등⁽¹³⁻¹⁶⁾과 함승호 등^(17,18)은 해상크레인 과 중량물의 운동을 각각 6 자유도로 고려하여 다물체계 동역학 운동방정식을 구성하였으며, 외력으로 해양파의 실시간 파도의 높이를 고려한 유체정역학 힘, 해양파에 의한 선형화 된 유체동역학 힘, wire rope 의 장력, 계류력을 고려하였다. 다수의 해상크레인을 병렬로 연결하여 운송하는 동적 거동 해석을 수행하였으나, 이때 붐을 단지 강체로 고려하였다.

박광필 등⁽¹⁹⁾은 붐의 탄성을 고려한 해상 크레인 3 자유도, 중량물 3 자유도 운동을 고려하였다. 외력은 파고를 고려한 유체정역학 힘, 선형화 된 유체동역학 힘, wire rope 의 장력, 계류력이 고려되었다. 운동방정식은 유연 다물체계 동역학을 적용하여 구성하였다. 플로팅 프레임(floating frame)과 노드 좌표(nodal coordinates)를 이용하여 붐을 탄성체로 모델링 하였다.

본 논문에서는 박광필 등⁽¹⁹⁾의 연구에서 고려하지 않은 back stay 에 연결된 wire rope 를 고려하였으며, 외력에 대해 상세히 기술하였다. 추가적으로 정적 거동 분석을 통해 정적 평형 자세를 운동방정식의 초기 조건으로 고려할 수 있도록 하였다. 또한 비선형 수치 해석 기법을 적용하였는데, 비선형 강성 행렬만을 고려하도록 되어 있는 Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법을 비선형 질량 행렬, 감쇄 행렬, 외력 벡터를 고려할 수 있도록 수정하여 사용하였다.

3. 붐의 탄성을 고려한 해상크레인의 비선형 운동방정식

3.1 유연 다물체계 동역학을 사용한 운동방정식

Fig. 3 에서 볼 수 있듯이, 해상크레인과 중량물은 강체로서, 관성 직교 좌표계인 E-frame 에서 정의된 질량 중심 \mathbf{G}_1 , \mathbf{G}_2 의 위치 벡터 $\mathbf{r}_{G_1/E}$, $\mathbf{r}_{G_2/E}$ 와 회전 각도 $\theta_{G_1/E}$, $\theta_{G_2/E}$ 로 위치와 자세를 나타낼 수 있다. 탄성 붐은 플로팅 프레임과 노드 좌표를 사용하여 식 (1), (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r}_{A'/E} = \mathbf{r}_{B/E} + {}^E \mathbf{R}_B (\mathbf{r}_{A/B} + \mathbf{u}_{A'/A}) \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_{A'/A} = \mathbf{S} \mathbf{q}_f \quad (2)$$

여기에서, 형상 행렬 \mathbf{S} 를 3 차 다항식으로 가정하였고, 점 B 에서 변형이 없기 때문에 노드 좌표는 점 A

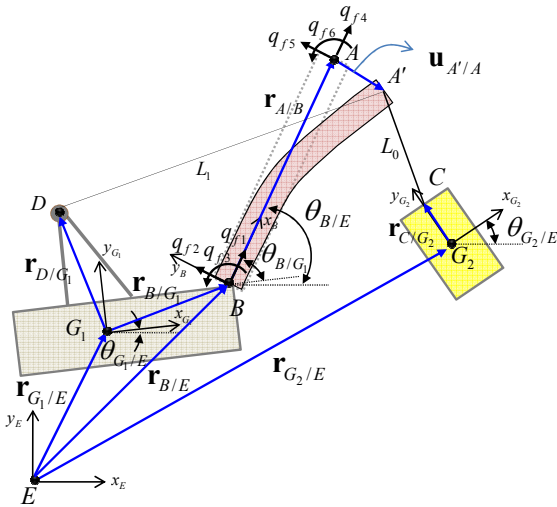


Fig. 3 Coordinate systems of a floating crane, an elastic boom and a cargo

에서의 조건만을 고려하여 $\mathbf{q}_f = [q_{f4}, q_{f5}, q_{f6}]^T$ 이다.

따라서 해상크레인, 붐, 중량물의 위치와 자세를 나타내는 일반화 좌표를 식 (3)과 같이 정의할 수 있고, 이를 바탕으로 운동방정식을 식 (4), (5)와 같이 유도할 수 있다.⁽¹⁹⁾

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_{G_1} \quad \mathbf{q}_{G_2} \quad \mathbf{q}_B]^T \quad (3)$$

$$\left(\begin{array}{l} \mathbf{q}_{G_1} = [x_{G_1/E} \quad y_{G_1/E} \quad \theta_{G_1/E}]^T, \\ \mathbf{q}_{G_2} = [x_{G_2/E} \quad y_{G_2/E} \quad \theta_{G_2/E}]^T, \\ \mathbf{q}_B = [x_{B/E} \quad y_{B/E} \quad \theta_{B/E} \quad q_{f4} \quad q_{f5} \quad q_{f6}]^T \end{array} \right)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}(\mathbf{q})\mathbf{q} + \mathbf{C}_q^T(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}_e(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t) + \mathbf{Q}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (4)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (5)$$

위의 운동방정식은 위치, 속도, 가속도, 시간에 대한 비선형 성분들로 구성되어 있다.⁽¹⁹⁾

3.2 일반화 좌표 방향으로 작용하는 외력

본 논문에서는 식 (6)과 같이 일반화 좌표 방향으로 작용하는 외력으로 파고를 고려한 선박유체정역학 힘, 선형화 된 선박유체동역학 힘, wire rope의 장력, 계류력을 고려하였다.⁽¹⁵⁾

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_e(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t) &= \mathbf{Q}_{Hydrostatic}(\mathbf{q}, t) + \mathbf{Q}_{Hydrodynamic}(\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t) \\ &+ \mathbf{Q}_{Wire}(\mathbf{q}) + \mathbf{Q}_{Mooring}(\mathbf{q}) \end{aligned} \quad (6)$$

파고를 고려한 선박유체정역학 힘을 계산하기 위하여 식 (7)와 같이 파고와 해상크레인의 자세를 고려하여 침수 표면적에 수직하게 작용하는 유체 입자의 압력 성분을 모두 적분하는 pressure integration technique 을 사용하였다.⁽²⁰⁾

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{Hydrostatic}(\mathbf{q}, t) &= \begin{bmatrix} 0, \rho g \iiint_{V_s(\mathbf{q}, t)} dV, \rho g \iiint_{V_s(\mathbf{q}, t)} x_{G_1/E} dV, \\ 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (7)$$

여기에서 $V_s(\mathbf{q}, t)$ 는 매 단위시간마다 변하는 해상크레인의 자세와 파고를 고려한 해상크레인의 침수 부피를 나타낸다.

선박유체동역학 힘은 식 (8)과 같이 방사력 (radiation force)과 파기진력(wave exciting force)으로 구분할 수 있다., 먼저 상용 프로그램을 이용하여 주파수 영역에서의 부가 질량 a_{ij} 및 감쇠 계수 b_{ij} , 그리고 파기진력 $\mathbf{Q}_{Exciting}(t)$ 의 RAO (Response Amplitude Operator)를 계산한 후, 시간 영역에서의 방사력 $\mathbf{Q}_{Radiation}(\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t)$ 을 식 (9)와 같이 Cummins Equation⁽²¹⁾을 사용하여 계산하였다.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{Hydrodynamic}(\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t) &= \mathbf{Q}_{Radiation}(\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t) + \mathbf{Q}_{Exciting}(t) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{Q}_{Radiation, i}(\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t) = \begin{cases} -A_{ij}\ddot{x}_{G_1/E, j} - \int_0^\infty B_{ij}(\tau) \cdot \dot{x}_{G_1/E, j}(t-\tau) d\tau & (i, j = 1, 2, 3) \\ \left(\begin{array}{l} B_{ij}(\tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty b_{ij}(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \\ A_{ij} = a_{ij}(\omega) + \frac{1}{\omega} \int_0^\infty B_{ij}(\tau) \sin(\omega\tau) d\tau \end{array} \right) \\ 0 & (i = 4, \dots, 12) \end{cases} \quad (9)$$

Wire rope 의 장력은 탄성 계수 k 와 늘어난 길이 벡터 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 의 곱으로 고려하였으며, 매 단위 시간마다 붐 끝 단과 back stay 와의 상대 위치, 붐 끝 단과 중량물과의 상대 위치를 통해 계산한다. 식 (10)은 붐과 중량물 사이에 연결된 wire rope 의 장력 \mathbf{Q}_{Wire}^0 이다. 붐과 backstay 에 연결된 wire rope 도 동일하게 계산할 수 있다.

$$\mathbf{Q}_{Wire}^0(\mathbf{q}) = k_0 \mathbf{l}_0, \quad \mathbf{l}_0 = \left(\frac{\|\mathbf{d}_0\| - L_0}{\|\mathbf{d}_0\|} \right) \mathbf{d}_0 \quad (10)$$

$$\mathbf{d}_0 = (\mathbf{r}_{G_2/E} + {}^E\mathbf{R}_{G_2} \mathbf{r}_{C/G_2}) - (\mathbf{r}_{B/E} + {}^E\mathbf{R}_B (\mathbf{r}_{A/B} + \mathbf{r}_{A'/A}))$$

계류력은 현수선(catenary)로 고려하여 식 (11)과 같이 계산하였다.⁽²²⁾

$$\mathbf{Q}_{Mooring}(\mathbf{q}) = \left[\sum_{k=1}^n T_{H,k}(\mathbf{q}) \cos \psi_k, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \right]^T \quad (11)$$

4. 초기 조건 계산을 위한 비선형 정적 거동 분석

운동방정식의 초기 조건으로 정적 평형 자세를 입력하기 위해 정적 거동 분석을 수행하였다.

4.1 정적 거동 분석을 위한 방정식 구성

식 (4), (5)의 운동방정식에서 속도, 가속도, 시간에 대한 항을 소거하여 정리하면 식 (12), (13)과 같다.

$$\mathbf{K}(\mathbf{q})\mathbf{q} + \mathbf{C}_q^T(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}_e(\mathbf{q}) \quad (12)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (13)$$

식 (12)를 정리하여 가상 변위 $\delta\mathbf{q}$ 를 곱하면 가상 일(virtual work)에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$(\mathbf{C}_q^T \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{q}) - \mathbf{R}_e(\mathbf{q}))^T \delta\mathbf{q} = 0 \quad (14)$$

여기에서 $\mathbf{R}_e(\mathbf{q}) = \mathbf{Q}_e(\mathbf{q}) - \mathbf{K}(\mathbf{q})\mathbf{q}$ 이다. 구속 조건에 의해 전체 일반화 좌표 \mathbf{q} 를 독립 좌표 \mathbf{q}_i 와 종속 좌표 \mathbf{q}_d 로 구분할 수 있고, 전체 좌표의 가상 변위 $\delta\mathbf{q}$ 와 독립 좌표의 가상 변위 $\delta\mathbf{q}_i$ 와의 관계 식을 얻을 수 있다.

$$\delta\mathbf{q} = \mathbf{B}_{di} \delta\mathbf{q}_i \quad (15)$$

여기에서 \mathbf{B}_{di} 는 변환 행렬이다. 식 (15)를 식 (14)에 대입하고 구속력 $\mathbf{C}_q^T(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda}$ 이 독립 좌표의 가상 변위 $\delta\mathbf{q}_i$ 와 수직인 것을 고려하면 식 (16)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{R}_e^T \mathbf{B}_{di} = \mathbf{0} \quad (16)$$

초기 가정해로부터 식 (17)의 Newton-Rahpson 방법을 사용하여 식 (16)을 만족하도록 반복 계산을

수행하면 정적 평형 자세를 얻을 수 있다.⁽²⁾

$$\frac{\partial(\mathbf{R}_e^T \mathbf{B}_{di})}{\partial \mathbf{q}_i} \Delta \mathbf{q}_i = -\mathbf{R}_e^T \mathbf{B}_{di} \quad (17)$$

4.2 선박유체정역학 계수 고려

식 (17)에서 $\mathbf{R}_e(\mathbf{q}) = \mathbf{Q}_e(\mathbf{q}) - \mathbf{K}(\mathbf{q})\mathbf{q}$ 인데, $\mathbf{Q}_e(\mathbf{q})$ 는 식 (8) 에서 속도, 가속도, 시간에 대한 항을 소거하면 식 (18)과 같이 계산될 수 있다.

$$\mathbf{Q}_e(\mathbf{q}) = \mathbf{Q}_{Hydrostatic}(\mathbf{q}) + \mathbf{Q}_{Wire}(\mathbf{q}) + \mathbf{Q}_{Mooring}(\mathbf{q}) \quad (18)$$

결국 식 (17)에서 $\mathbf{Q}_e(\mathbf{q})$ 를 \mathbf{q}_i 에 대해 편미분해야 하는데, 수치적으로 계산할 수도 있지만 선박유체정역학 힘의 경우 계산량이 많다. 따라서 본 논문에서는 선박유체정역학 계수를 고려하여 식 (19)와 같이 편미분 항을 계산하였다.⁽²⁰⁾

$$\frac{\partial \mathbf{Q}_{Hydrostatic}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_{Hydrostatic,y}}{\partial y_{G_1/E}} & \frac{\partial Q_{Hydrostatic,y}}{\partial \theta_{G_1/E}} \\ \frac{\partial Q_{Hydrostatic,\theta}}{\partial y_{G_1/E}} & \frac{\partial Q_{Hydrostatic,\theta}}{\partial \theta_{G_1/E}} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\frac{\partial Q_{Hydrostatic,y}}{\partial y_{G_1/E}} = -\rho g A_{WP}(\mathbf{q}),$$

$$\frac{\partial Q_{Hydrostatic,y}}{\partial \theta_{G_1/E}} = \frac{\partial Q_{Hydrostatic,\theta}}{\partial y_{G_1/E}} = -\rho g L_{WP}(\mathbf{q}),$$

$$\frac{\partial Q_{Hydrostatic,\theta}}{\partial \theta_{G_1/E}}$$

$$= -\rho g I_L(\mathbf{q}) - \rho g V_S(\mathbf{q}) z_{Buoyancy/E} + m_{G_1} \mathbf{g} \cdot \mathbf{z}_{G_1/E}$$

5. 비선형 동적 거동 분석을 위한 Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법

구조 동역학 수치 해석 방법에는 explicit 방법과 implicit 방법이 있는데, Implicit 방법은 구해야 하는 다음 단계의 해가 계산식에 들어가 있기 때문에 반복 계산을 통해 구해야 하는 어려운 점이 있는 반면, 해가 발산하지 않는 안정적인 방법이기 때문에 많이 사용된다.^(23,24) 대표적인 implicit 방법으로 Newmark 방법⁽²⁵⁾이 있고, 수치적인 감쇄 계수 α 를 고려하여 더욱 안정화 시킨 방법이 Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법⁽²⁶⁾이

다.

기존의 Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법은 식 (20)과 같이 주어진 운동방정식에 대해 속도와 위치를 식 (21), (22)와 같이 가정하여 해결하는 방법이다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_{t+\Delta t} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}(\mathbf{X})_{t+\Delta t} = \mathbf{F}(t + \Delta t) \quad (20)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_{t+\Delta t} = (1 + \alpha)(\dot{\mathbf{X}}_t + \Delta t[(1 - \gamma)\ddot{\mathbf{X}}_t + \gamma\ddot{\mathbf{X}}_{t+\Delta t}]) + \alpha\dot{\mathbf{X}}_t \quad (21)$$

$$\mathbf{X}_{t+\Delta t} = (1 + \alpha)\left(\mathbf{X}_t + \Delta t\dot{\mathbf{X}}_t + (\Delta t)^2\left[\frac{1}{2}(1 - \beta)\ddot{\mathbf{X}}_t + \beta\ddot{\mathbf{X}}_{t+\Delta t}\right]\right) + \alpha\mathbf{X}_t \quad (22)$$

여기에서 질량 행렬 \mathbf{M} 과 감쇠 행렬 \mathbf{C} 는 상수로, 외력 $\mathbf{F}(t + \Delta t)$ 는 시간에 함수로, 강성 행렬 $\mathbf{K}(\mathbf{X})$ 는 위치에 대한 비선형으로 가정하고 있다. 한편 본 논문에서 구성한 운동방정식은 강성 행렬 외에 질량 행렬, 2 차 속도 벡터, 일반화 좌표 방향으로 작용하는 외력 등이 모두 위치, 속도, 가속도에 대한 비선형 성분이다. 따라서 본 논문에서는 Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법을 비선형 질량 행렬, 감쇠 행렬, 외력 벡터에 적용할 수 있도록 수정하였다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{X}, \ddot{\mathbf{X}})_{t+\Delta t} + \mathbf{C}(\dot{\mathbf{X}})_{t+\Delta t} + \mathbf{K}(\mathbf{X})_{t+\Delta t} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}, \ddot{\mathbf{X}}, t + \Delta t)_{t+\Delta t} \quad (23)$$

식 (23)과 같이 모든 성분이 비선형으로 주어진 운동방정식에 대해, $\mathbf{X}_{t+\Delta t} = \mathbf{X}_t + \delta\mathbf{X}$ 으로 고려하고, 식 (24)와 같이 1 차 항까지의 Taylor 전개를 사용하여 정리하였고, 여기에 식 (21), (22)를 대입한 후, Newton-Raphson 방법을 사용하여 반복 계산함으로써 다음 단계에서의 해를 구하였다.

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}(\mathbf{X}, \ddot{\mathbf{X}})_t + \mathbf{M}_x(\mathbf{X}, \ddot{\mathbf{X}})_t \delta\mathbf{X} + \mathbf{C}(\dot{\mathbf{X}})_t \\ & + \mathbf{C}_x(\dot{\mathbf{X}})_t \delta\mathbf{X} + \mathbf{K}(\mathbf{X})_t + \mathbf{K}_x(\mathbf{X})_t \delta\mathbf{X} \\ & = \mathbf{F}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}, \ddot{\mathbf{X}}, t + \Delta t)_t + \mathbf{F}_x(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}, \ddot{\mathbf{X}}, t + \Delta t)_t \delta\mathbf{X} \end{aligned} \quad (24)$$

6. 붐의 탄성을 고려한 해상크레인의 정적/동적 거동 결과 비교

붐의 탄성을 고려한 해상크레인의 정적/동적 거동 분석을 수행하였다. 우선, 정적 거동 분석을 통한 정적 평형 자세를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대해 결과를 비교하였다. 그리고, 수치

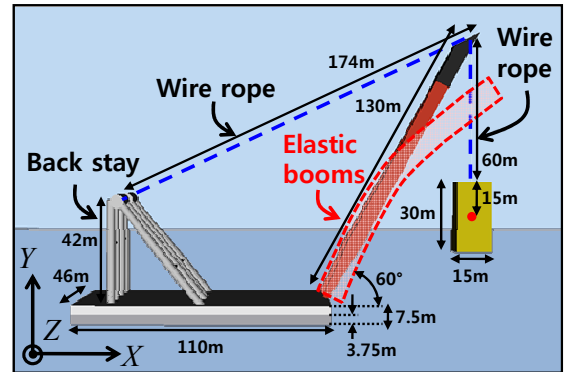


Fig. 4 The principle dimensions of the floating crane and the cargo

해석 방법에 대한 정적/동적 거동 분석 결과를 비교하였다.

6.1 정적/동적 분석 모델 및 해상 상태

우선, 정적/동적 거동 분석에 사용된 해상크레인은 1장에서 언급한 바와 같이 최대 조양 하중이 3,600 ton 인 "대우"호 해상크레인이다. Fig. 4에서 볼 수 있듯이 길이는 110m, 폭은 46m, 깊이는 7.5m 이고, boom의 길이는 130m, boom의 각도는 60도로 고정을 시켜 놓았다. 정적 평형 상태에서 해상크레인의 배수량은 19447.5 ton 이다. 대형 중량물의 길이는 15m, 높이는 30m 이고, 중량은 1300 ton 이다. 해양파의 파고(wave amplitude)는 0.5m, 주파수(frequency)는 0.628/s, 파장(wave length)은 156m, 방향은 선미에서 오는 것으로 고려하였다.

6.2 정적 거동 분석을 통한 정적 평형 자세를

고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대한 비교 정적 거동 분석을 통해 정적 평형 자세를 초기 조건으로 입력한 경우와, 붐을 강체로 가정하여 선박유체정역학 힘과 중량과의 평형 조건만으로 자세를 구하여 초기 조건으로 입력한 경우에 대해, 중량물의 surge(X 축 병진), heave(Y 축 병진), pitch(Z 축 회전)를 분석하였으며, 붐과 중량물 사이에 연결된 wire rope 에 작용하는 장력을 계산하였다.

Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7 을 보면 정적 거동 분석을 통한 정적 평형 자세를 초기 조건으로 고려하는 경우가 그렇지 않은 경우에 비해 초기(0~20 초)에 진동하는 진폭이 작음을 알 수 있다. 그러나 시간이 충분히 흐른 뒤에는 중량물의 운동에는 크게 영향을 주지 않는 것을 볼 수 있다.

한편 Fig. 8 을 보면 wire rope 에 작용하는 장력에는 큰 차이를 보이는 것을 알 수 있다. 정적 평

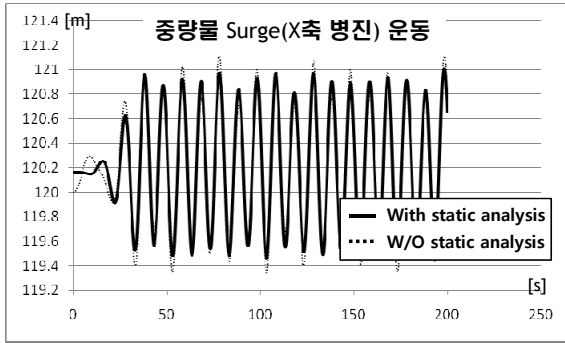


Fig. 5 Comparison of the surge (X-translation) motions of the cargo; the solid line is the result with static analysis, and the dotted line is the result without static analysis

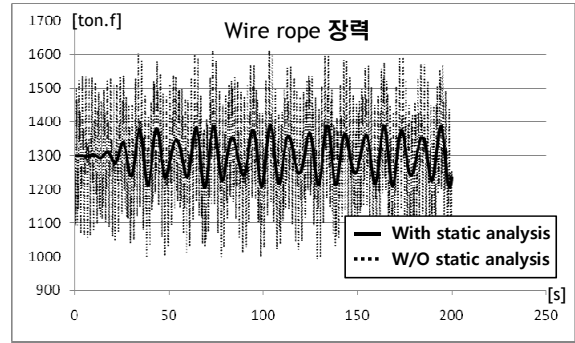


Fig. 8 Comparison of the tension of the wire rope between the boom and the cargo; the solid line is the result with static analysis, and the dotted line is the result without static analysis

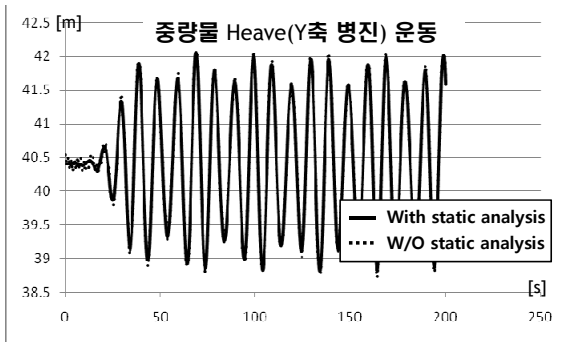


Fig. 6 Comparison of the heave (Y-translation) motions of the cargo; the solid line is the result with static analysis, and the dotted line is the result without static analysis

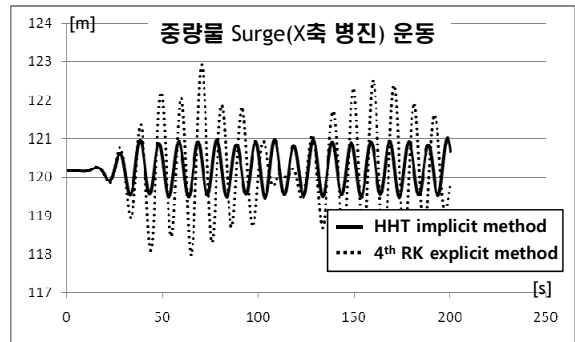


Fig. 9 Comparison of the surge (X-translation) motions of the cargo; the solid line is the result of Hilber-Hughes-Taylor implicit method, and the dotted line is the result of 4th order Runge-Kutta explicit method

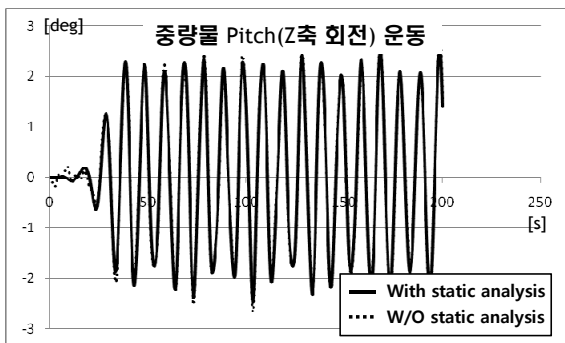


Fig. 7 Comparison of the pitch (Z-rotation) motions of the cargo; the solid line is the result with static analysis, and the dotted line is the result without static analysis

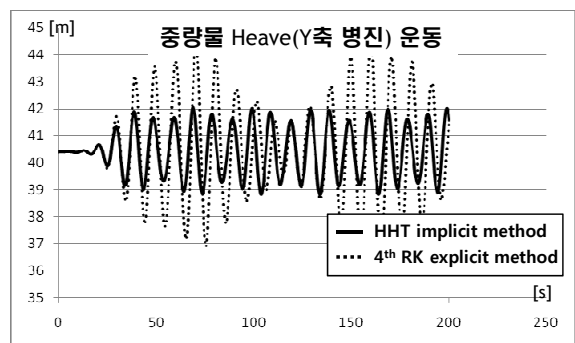


Fig. 10 Comparison of the heave (Y-translation) motions of the cargo; the solid line is the result of Hilber-Hughes-Taylor implicit method, and the dotted line is the result of 4th order Runge-Kutta explicit method

형 자세를 고려한 경우에는 최대 장력이 1,392 ton.f 인데 비해, 고려하지 않는 경우에는 최대 장력이 1,613 ton.f 로서 약 16% 정도의 차이가 있다. 이와 같이 정적 거동 분석을 통한 정적 평형 자세를 고려하지 않으면, 초기에 탄성 붐이 진동하면

서 장력이 크게 계산된다. 실제 현장 작업 중에는 중량물을 천천히 들어올려서 정적인 평형 자세로 작업을 시작하기 때문에, 정적 거동 분석을 통한 정적 평형 자세를 고려해야 현실에 가까운 결과를

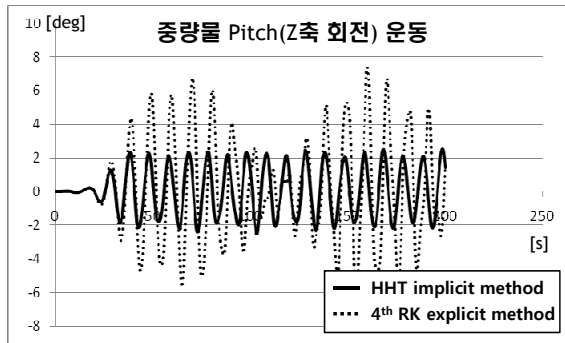


Fig. 11 Comparison of the pitch (Z-rotation) motions of the cargo; the solid line is the result of Hilber-Hughes-Taylor implicit method, and the dotted line is the result of 4th order Runge-Kutta explicit method

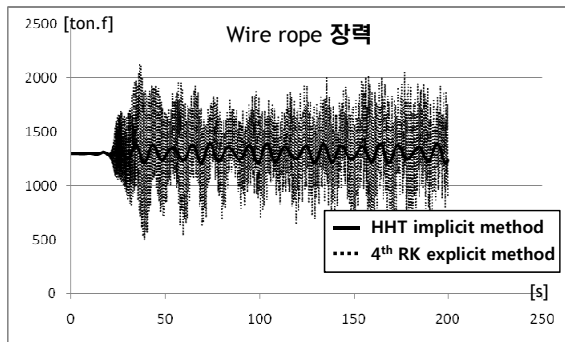


Fig. 12 Comparison of the tension of the wire rope between the boom and the cargo; the solid line is the result of Hilber-Hughes-Taylor implicit method, and the dotted line is the result of 4th order Runge-Kutta explicit method

얻을 수 있다.

6.3 수치 해석 방법에 대한 비교

강체 운동 방정식에 사용되는 대표적인 수치 해석 방법인 4 차 Runge-Kutta explicit 방법과 본 논문에서 사용한 Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법에 대해, 중량물의 surge(X 축 병진), heave(Y 축 병진), pitch(Z 축 회전)를 분석하였으며, 붐과 중량물 사이에 연결된 wire rope 에 작용하는 장력을 계산하였다. 이 때 두 경우 모두 정적 거동 분석을 통한 정적 평형 자세를 초기 조건으로 입력하였다.

Fig. 9, Fig. 10, Fig. 11 을 보면 4 차 Runge-Kutta explicit 방법을 사용한 경우에는 수치적인 불안정성으로 인해 움직임이 발산하려는 경향을 나타내고 있으며, Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법을 사용한 경우에는 안정적으로 운동이 계산되는 것을 확인할 수 있다.

또한 Fig. 12 를 보면 wire rope 에 작용하는 장력

에 더욱 큰 차이를 보이는 것을 알 수 있다. Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법을 사용한 경우에는 최대 장력이 1,392 ton.f 인데 비해, 4 차 Runge-Kutta explicit 방법을 사용한 경우에는 최대 장력이 2,129 ton.f 로서 수치적 불안정성으로 인해 현실적이지 않은 값이 계산되는 것을 확인할 수 있다. 따라서 수치적으로 안정적인 Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법을 사용해야 한다.

7. 결론 및 향후 연구 계획

본 논문에서는 붐의 탄성을 고려한 해상크레인 의 정적/동적 거동을 분석을 위해, 유연 다물체계 동역학을 적용하여 비선형 운동방정식을 구성하였다. 정적 거동 분석을 통해 정적 평형 자세를 초기 조건으로 입력하였으며, 비선형 수치 해석을 위해 Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법을 수정하여 사용하였다. 중량물을 천천히 들어올리는 현장 작업을 고려하였을 때, 정적 거동 분석을 통해 정적 평형 자세를 초기 조건으로 입력하는 것이 붐과 중량물 사이에 연결된 wire rope 의 장력을 안정적으로 계산할 수 있다는 것을 확인하였다. 그리고, 수치적인 안정성 확보를 위해 Hilber-Hughes-Taylor implicit 방법을 사용해야 한다는 것을 확인할 수 있었다. 이러한 결과는 향후 현장 검증을 통해 해상크레인을 이용한 작업 지침의 공학적인 근거로 사용될 수 있을 것이다.

후 기

본 연구는 a) 대우조선해양(주), b) 국방과학연구소 수중운동체기술특화센터 SM-11 과제 "수중 운동체의 체계/부체계 기능 및 성능 시뮬레이션을 위한 네트워크 기반의 가상(Virtual) 복합 시스템 모델 구조(Architecture) 연구," c) 서울대학교 해양 시스템공학 연구소, d) 서울대학교 BK 21 해양기술 인력양성사업단, f) 한국학술진흥재단(KRF-2008-314-D00494)의 지원을 받아 연구되었음을 밝히며, 이에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Shabana, A. A., 1997, "Flexible Multibody Dynamics: Review of Past and Recent Development," *Multibody System Dynamics*, Vol. 1, pp. 189~222.
- (2) Shabana, A. A., 2005, *Dynamics of Multibody Systems*, Third edition, Cambridge University Press.

- (3) Yoo, W. S., 2000, "Recent Trends in Multibody Dynamics," The Korean Society of Mechanical Engineering, Lectures from Spring-Autumn Annual Conference, pp. 51~65 (Korean).
- (4) Yoo, W. S., 2007, "A Study on the Analysis of Real-time Multibody Dynamics," *Journal of the Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 47, No. 11, pp. 45~49.
- (5) Lee, B. H. and Yoo, W. S., 1993, "A Systematic Formulation for Dynamics of Flexible Multibody Systems," Proceeding of the Korean Society of Mechanical Engineers, pp. 2483~2490 (Korean).
- (6) Lee, S. H., Bae, D. S., Han, C. S. and Suh, M. S., 1994, "A Dynamic Analysis of Constrained Multibody Systems," Proceeding of the Korean Society of Mechanical Engineers, pp. 2339~2348 (Korean).
- (7) Yoon, J. W., Park, T. W., Jung, S. P., Lee, S. H. and Jun, K. J., 2007, "Systematic Analysis of Flexible Multibody System Using Object-Oriented Algorithm," Proceeding of the Korean Society of Mechanical Engineers, pp. 7~12 (Korean).
- (8) Schiehlen, W., 2004, "Recent Developments in Multibody Dynamics," Proceedings of ACMD.
- (9) Sohn, J. H. and Yoo, W. S., 2003, "Study of the Dynamic Analysis Method Using the Modal Coordinates and the Absolute Nodal Coordinates," Proceeding of the Korean Society of Mechanical Engineers, pp. 1730~1735 (Korean).
- (10) Wasfy, T. M. and Noor, A. K., 2003, "Computational Strategies for Flexible Multibody Systems," Applied Mechanics Reviews, pp.553~613.
- (11) Al-Sweiti, Y. and Söffker, D., 2007, "Cargo Pendulation Suppression of Ship Cranes with Elastic Booms," *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, Vol. 13, No. 6, pp. 503~529.
- (12) Ren, H., Wang, X., Hu, Y., Li, C., 2008, "Dynamic Response Analysis of a Moored Crane-Ship with a Flexible Boom," *Journal of Zhejiang University Science A*, Vol. 9, No. 1, pp. 29~31.
- (13) Cha, J. H., Ham, S. H., Kwon, J. H., Lee, K. Y., Roh, M. I. and Park, K. P., 2008, "Simulation of Dynamic Response of a Heavy Cargo Suspended by Parallel Connected Floating Cranes," Proceeding of the SNAK(Society of Naval Architecture of Korea) Fall Conference, Changwon, Korea, pp. 921~930 (Korean).
- (14) Cha, J. H., Ham, S. H. and Lee, K. Y., 2009, "Dynamic Response Analysis of a Heavy Cargo Suspended by Multi-Floating Cranes with Topological Modeling Approach of Multibody System Dynamics," Proceeding of the SNAK(Society of Naval Architecture of Korea) Spring Conference, Changwon, Korea, pp. 1752~1760 (Korean).
- (15) Cha, J. H. and Lee, K. Y., 2009, "Erection Simulation Considering Interaction between a Floating Crane and a Heavy Cargo," *Journal of Korean Society of CAD/CAM Engineers*, Vol. 15, No. 1, pp. 654~668 (Korean).
- (16) Cha, J. H., Lee, K. Y., Ham, S. H., Roh, M. I., Park, K. P. and Suh, H. W., 2009, "Discrete Event/Discrete Time Simulation of Block Erection by a Floating Crane Based on Multibody System Dynamics," 19th International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE), Osaka International Convention Center, Osaka, Japan, Vol. 3, pp. 678~685.
- (17) Ham, S. H., Cha, J. H. and Lee, K. Y., 2009, "Topological Modeling Approach of Multibody System Dynamics for Lifting Simulation of Floating Crane," *Journal of Korean Society of CAD/CAM Engineers*, Vol. 14, No. 4, pp. 261~270 (Korean).
- (18) Ham, S. H., Cha, J. H., Lee, K. Y., Roh, M. I., Park, K. P., Suh, H. W., 2008, "A Real-time Simulation of the Floating Object Considering Multibody Interactions and Impulse Response of the Ocean Waves and Its Application to the Shipbuilding Process Planning," Proceeding of the SNAK(Society of Naval Architecture of Korea) Spring Conference, JeJu, Korea, pp. 1669~1676 (Korean).
- (19) Park, K. P., Cha, J. H. and Lee, K. Y., 2009, "Equations of Flexible Multibody System Dynamics for a Floating Crane and a Cargo with Elastic Booms," Proceeding of the SNAK(Society of Naval Architecture of Korea) Spring Conference, Changwon, Korea, pp. 1744~1751 (Korean).
- (20) Cha, J. H., Ham, S. H. and Lee, K. Y., 2007, "Calculation of the Hydrostatic Force and Moment by Pressure Integration Technique," Technical report, Advanced Ship Design Automation Lab., Seoul National University (Korean).
- (21) Cummins, W. E., 1962, "The Impulse Response Function and Ship Motions," *Schiffstechnik*, Vol. 9, pp. 101~109.
- (22) Faltinsen, O. M., 1990, *Sea Loads on Ships and Offshore Structures*, University of Cambridge.
- (23) Subbaraj, K. and Dokainish, M.A., 1989, "A Survey of Direct Time-Integration Methods in Computational Structural Dynamics - I. Explicit Methods," *Computers & Structures*, Vol. 32, No. 6, pp. 1371~1386.
- (24) Subbaraj, K. and Dokainish, M.A., 1989, "A Survey of Direct Time-Integration Methods in Computational Structural Dynamics - II. Implicit Methods," *Computers & Structures*, Vol. 32, No. 6, pp. 1387~1401.
- (25) Newmark, N.M., 1959, "A Method of Computation for Structural Dynamics," *Journal of the Engineering Mechanics Division (Proceedings of the American Society of Civil Engineers)*, pp.67~94.
- (26) Hilber, H.M., Hughes, T.J.R. and Taylor, R.L., 1977, "Improved Numerical Dissipation for Time Integration Algorithms in Structural Dynamics," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 5, pp. 283~292.