

# 도립진자 시스템을 통한 최적 상태 되먹임 제어기의 성능 검증

## The Performance Verification of Optimal State Feedback Controllers via The Inverted Pendulum

이종연<sup>1</sup> · 이보라<sup>1</sup> · 현창호<sup>1\*</sup>

Jong-Yeon Lee, Bo-Ra Lee and Chang-Ho Hyun

<sup>1</sup>공주대학교 전기전자제어공학부

E-mail: {leejy, hyunbr0533, hyunch}@kongju.ac.kr

### 요 약

본 논문에서는 도립진자 시스템을 이용한 최적 상태 되먹임 제어기 설계 및 성능 검증을 소개한다. 제안하고 있는 최적 상태 되먹임 제어기는 최적제어 이론을 기반으로 입력크기와 응답성능의 최적값을 고려하였고 뿐만 아니라, 적분제어기법을 도입함으로써 정상상태오차를 줄이도록 하였다. 실험에 사용된 도립진자 시스템은 (주)셈웨어의 PC기반 CEM-IP-01으로써 제안된 제어기를 적용한다. 마지막으로 제안된 제어기와 일반 상태 되먹임 제어기를 모의실험과 실험을 통하여 비교함으로써 제안된 제어기의 성능을 검증한다.

**키워드 :** 도립진자, 상태공간표현법, 자코비안 선형화, 변환행렬, 최적 상태 되먹임 제어

### Abstract

This paper presents the performance verification of the optimal state feedback controller via inverted pendulum systems. The proposed method generates the optimal control inputs satisfying both the constrained input and the performance specification. In addition, it reduces the steady-state error by adopting the integral control technique. In order to verify the performance of the proposed method, we apply both the proposed method and the general state feedback control to an inverted pendulum, CEM-IP-01 in the experiment.

**Key Words :** Inverted pendulum, State-space representation, Jacobian, Transformation matrix, Optimal state-feedback controller

## 1. 서 론

도립진자 시스템은 사람의 손 위에 막대를 세로로 세워 중심을 잡는 것과 같은 시스템으로 제어기의 성능을 시험하는데 많이 사용되며 이는 로켓발사대 제어, 로봇시스템 등과 같은 현상의 대표적인 모델이다. 이러한 도립진자 시스템의 진자가 수직으로 세워졌을 때의 각도를 “0”으로 보고, 일정한 목표값을 유지하는 방식인 정규화(regulation)를 하도록 한다. 본 논문에서는 비선형 시스템인 도립진자 시스템을 자코비안 선형화를 통하여 수직방향에서 선형화를 해 준 후에 상태공간표현법으로 나타난 시스템을 해석하고 변환행렬(transformation matrix)을 통하여 시스템의 특성을

한눈에 볼 수 있는 행렬인 제어표준형(controller canonical form)으로 변환시켜준 뒤 최적행렬  $K$ 를 구하여 이를 되먹임하여 제어하는 방법인 2차 최적제어(quadratic optimal control)를 설계하고 제어기의 성능을 검증 하였다 [1][2][3][4].

## 2. 시스템의 모델링

도립진자 시스템은 그림 1과 같이 표현된다.

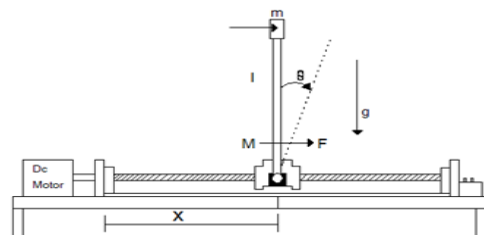


그림 1. 도립진자 시스템  
Fig. 1. Inverted Pendulum System

접수일자 : 2010년 10월 21일

완료일자 : 2010년 11월 22일

+ 교신저자

감사의 글

본 논문은 2010년 교육과학기술부로부터 지원받아 수행된 연구임 (지역거점연구단육성사업/에너지리플형 그린빌리지 핵심기술사업단)

“본 논문은 본 학회 2010년도 추계 학술대회에서 선정된 우수논문입니다.”

이 시스템의 라그랑지안(lagrangian)을 구하고 이것을 오일러-라그랑주 방정식(euler-lagrange equation)에 대입하여 운동방정식을 구한다. 시스템을 미분방정식으로 나타내고 이를 자코비안 선형화로 선형화 한 후에 상태공간표현법으로 나타내면 다음과 같이 시스템을 표현할 수 있다[4].

표 1. 모델링을 위한 파라미터들  
Table 1. Parameters for Modeling

파라미터	
$M$	카트의 질량
$m$	진자의 질량
$l$	진자의 길이
$x$	카트의 위치
$\theta$	진자의 각도
$g$	중력가속도
$F$	제어입력

위의 파라미터들을 이용하여 라그랑지안을 사용하기 위하여 운동에너지와 위치에너지를 구한다. 라그랑지안  $L$ 은 다음과 같이 정의되며  $K$ 와  $V$ 는 각각 운동에너지와 위치에너지이다.

$$L = K - V \quad (1)$$

시스템의 운동에너지와 위치에너지를 구하면 다음과 같이 나타난다[5].

$$K = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(2\dot{x}\theta l \cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) \quad (2)$$

$$V = mgl \cos\theta \quad (3)$$

위에서 위치에너지는 수평운동만 하고 있는 카트는 가지고 있지 않기 때문에 고려하지 않고 식(2)와 식(3)을 가지고 라그랑지안을 구하면 다음과 같이 나타난다.

$$L = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(2\dot{x}\theta l \cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) - mgl \cos\theta \quad (4)$$

이렇게 구한 라그랑지안을 오일러-라그랑주 방정식에 대입한다. 일반적인 오일러-라그랑주 방정식은 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (5)$$

위에서 구한 라그랑지안을 식(5)에 대입하여 시스템의 운동방정식을 구한다. 그리하여 식(6)과 식(7)의 결과를 얻을 수 있다.

$$(M+m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = F \quad (6)$$

$$m\ddot{x}\cos\theta + ml^2\ddot{\theta} - mgl\sin\theta = 0 \quad (7)$$

식(6)과 식(7)을  $x$ 와  $\theta$ 에 대하여 각각 상미분방정식으로 나타내고 이 식을  $\ddot{x}$ 과  $\ddot{\theta}$ 에 대하여 놓으면 다음과 같다.

$$\ddot{x} = \frac{F - mg\cos\theta\sin\theta + ml\dot{\theta}^2\sin\theta}{(M+m) - \cos^2\theta} \quad (8)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-F\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta\cos\theta + (M+m)g\sin\theta}{(M+m)l - ml\cos^2\theta} \quad (9)$$

이렇게 구한 시스템의 미분방정식은 비선형이 된다. 이러한 비선형 시스템은 해석이 어렵고, 제어기설계가 어렵기 때문에 어떤 동작점 부근에서 선형모델로 근사화 하여 이를 사용하여 제어기를 설계한다. 우선 비선형 시스템을 선형모델로 근사화하기 위하여 선형화를 하는데 본 논문에서는 자코비안 선형화를 이용하였다[2].

$$\dot{x}(t) = h(x(t), u(t), t) \quad (10)$$

$$y(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (11)$$

비선형이 위와 같이 표현될 때 그 곡선 위의 한 점을 다음과 같다고 놓으면 그 곡선위의 다른 한 점은 그 처음 알고 있던 점과 변화율로 알 수 있다.

$$\dot{x}_0(t) = h(x_0(t), u_0(t), t)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_0(t) + \bar{x}(t) &= h(x_0(t) + \bar{x}(t), u_0(t) + \bar{u}(t), t) \\ &= h(x_0(t), u_0(t), t) + \frac{\partial h}{\partial x} \bar{x} + \frac{\partial h}{\partial u} \bar{u} + \dots \end{aligned}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} := \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \frac{\partial h_1}{\partial x_3} & \frac{\partial h_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \frac{\partial h_2}{\partial x_3} & \frac{\partial h_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial h_3}{\partial x_1} & \frac{\partial h_3}{\partial x_2} & \frac{\partial h_3}{\partial x_3} & \frac{\partial h_3}{\partial x_4} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial h}{\partial u} := \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial u_1} \\ \frac{\partial h_2}{\partial u_1} \\ \frac{\partial h_3}{\partial u_1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

이렇게 자코비안 행렬은 변수들의 편미분 값으로 이루어진 행렬로 어느 구간에서의 변화값을 알 수 있다. 여기서  $x$ 를 식(13)과 같이 정의하고 자코비안 행렬을 구하면 다음과 같다.

$$x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta} \quad (13)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M+m)g}{ml} & 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial h}{\partial u} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{-1}{Ml} \end{bmatrix} \quad (14)$$

시스템의 표현에는 전달함수와 상태공간표현법이 있다. 본 논문에서는 상태공간표현법을 사용하며 상태공간표현법은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (15)$$

$$y = Cx \quad (16)$$

그리고 상태변수  $x$ 를 식(17)과 같이 정의

$$x = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T \quad (17)$$

시스템행렬과 입력행렬은 다음과 같이 나타난다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M+m)g}{ml} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{-1}{Ml} \end{bmatrix} \quad (18)$$

### 3. 최적 상태되먹임 제어기 설계

본 논문에서는 최적 상태되먹임 제어기를 설계하여 독립진자 시스템을 제어하도록 한다. 최적 제어란 제어 대상의 상태와 제어 신호가 생성해 낸 제어 결과를 평가하여 가장 좋은 평가 결과를 유지하면서 제어 목적을 달성하려는 방식이다. 그렇기 때문에 성능지수  $J$ 를 최소화하는 이득  $K$ 를 구하여 이것을 입력으로 되먹임 하는 방법으로 설계된다. 성능지수  $J$ 는 다음과 같다[1][4].

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (19)$$

식(19)에서  $Q$ 는 양의 한정(positive-definite) 또는 양의 반 한정(positive-semidefinite)인 Hermite 행렬 또는 실대칭행렬이고  $R$ 은 양의 한정인 Hermite 행렬 또는 실대칭행렬이다. 성능지수가 최소가 되도록 행렬  $K$ 의 성분을 구하면 초기상태  $x(0)$ 와 관계없이  $u(t) = -Kx(t)$ 가 최적이 된다. 그리고 성능지수  $J$ 를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt \\ &= \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt \end{aligned} \quad (20)$$

그리고,

$$x^T (Q + K^T R K) x = -\frac{d}{dt} (x^T P x) \quad (21)$$

식(21)를 정의하고 풀어주면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -(Q + K^T R K) \quad (22)$$

$R = T^T T$  일 때

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

위와 같은 축소행렬 리카치방정식을 구할 수 있다. 위 식을 만족시키는 양의 한정 행렬  $P$ 가 반드시 하나가 존재하고 따라서 이 식을 풀어 양의 한정 행렬  $P$ 를 하나 찾을 수 있다면 이 시스템은 안정하게 된다. 또 양의 한정 행렬  $P$ 가 아닌 행렬은 버린다. 그리고  $T$ 가 비특이행렬일 때 최소가 되는  $K$ 값은 다음의 식에서 얻을 수 있다[1].

$$\begin{aligned} [TK - (T^T)^{-1}B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1}B^T P] &= 0 \\ K &= T^{-1}(T^T)^{-1}B^T P = R^{-1}B^T P \end{aligned} \quad (23)$$

그리고 입력  $u = -Kx(t)$ 이므로 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$u = -Kx(t) = -R^{-1}B^T P x(t) \quad (24)$$

### 4. 출력 오차를 줄이기 위한 적분제어

본 논문에서 적분기를 입력과 출력의 오차를 적분하여 정상상태오차를 줄이는데 사용하였다. 적분기는 오차보상기와 플랜트 사이의 앞먹임경로에 적분기를 넣도록 한다. 그러면 시스템 동역학은 다음과 같이 나타난다[1][3].

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (26)$$

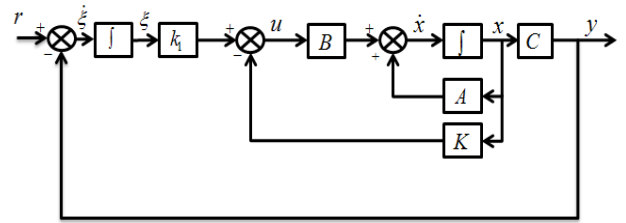


그림 2. 서보시스템  
Fig. 2. Servo system

서보시스템의 블록선도는 위와 같으며 새로운 오차변수  $\xi$ 가 생기며 변수가 추가되므로 시스템의 차수가 추가된 변수의 수만큼 증가한다는 단점이 있지만 목표하는 신호와 출력 간의 비교를 통하여 결국 출력을 목표신호와 같게 만들게 되고 이는 정상상태에서 오차가 줄어들게 하는 요인이 된다. 여기서  $\xi = r - y$ 이며  $r$ 은 기준입력 신호이고 입력  $u$ 는 다음과 같다.

$$u = -Kx(t) + k_1 \xi(t) \quad (27)$$

그리고  $K$ 는 이득행렬,  $k_1$ 은 적분이득이 되고 다음과 같이  $\hat{K}$ 이 정의 된다.

$$\hat{K} = [K \quad -k_1] \quad (28)$$

### 5. 모의실험 및 적용

본 논문에서는 CEM-IP-01에 적용하기 전, Matlab을 통하여 모의실험을 하였다. 중력  $g$ 를 제외한 모든 파라미터들은 1로 정의하였고 LQ제어기만 사용한 시스템과 적분기를 추가하여 정상상태오차를 줄이도록 설계한 시스템과 출력을 비교하였고 그에 따른 출력오차도 비교하여 보았다. 각 시스템의 초기상태는 각  $\theta = 0.5$ 를 제외하고 모두 0으로 하였다. 시스템의 상태공간표현법은 다음과 같다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u \quad (29)$$

이렇게 구한 상태공간표현법의 시스템행렬과 입력력행렬을 가지고 가제어성판별과 제어표준형으로 변환을 한다. 가제어성판별은 제어가 가능한지를 판별하는 행렬로 이 행렬의 벡터가 모두 선형독립이면 제어가 가능하다고 판단하고 제어기설계를 시작한다.

$$C_M = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (30)$$

가제어행렬인 식(30)에 식(29)을 대입하면 다음과 같다.

$$C_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 10 \\ 1 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -20 \\ -1 & 0 & -20 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

위 행렬의 벡터들은 모두 선형독립이므로 이 시스템은 제어

가 가능함을 알 수 있다. 그러므로 이 행렬을 제어표준형 행렬로 변환시켜 준다. 그러기 위해서 변환행렬  $T$ 를 만들어 준다.  $T$ 행렬은  $C_M$ 행렬과  $M$ 행렬의 곱으로 이루어진다.  $M$ 행렬과  $T$ 행렬은 식(32),(33)이 되고 제어 표준형을 만들면 식(34)와 같다.

$$M = \begin{bmatrix} 0 & -20 & 0 & 1 \\ -20 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$T = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -10 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

위에서 만들어진  $T$ 행렬을 이용하여 변환시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + Bu \\ y &= Cz \end{aligned} \quad (34)$$

일 때  $z = Tx$ 라 놓으면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Tx &= ATx + Bu \\ y &= CTx \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= T^{-1}ATx + T^{-1}Bu \\ y &= CTx \end{aligned} \quad (36)$$

위와 같은 방법을 사용하여 아래와 같이 닳은꼴 행렬들을 만들 수 있다[2][4].

$$\begin{aligned} \bar{A} &= T^{-1}AT \\ \bar{B} &= T^{-1}B \\ \bar{C} &= CT \end{aligned} \quad (37)$$

이러한 방법으로 제어표준형행렬로 변환시킨 식은 식(38)과 같다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (38)$$

위의 내용을 바탕으로 설계를 하게 되면 축소행렬 리카치 방정식을 풀어 행렬  $P$ 를 구하고 이렇게 구한  $P$ 가 양의 한정이면 그 시스템은 안정하다. 이 행렬  $P$ 를 식(23)식에 대입하여  $K$ 를 구하면 이 행렬  $K$ 는 최적행렬이 된다.  $Q$ 와  $R$ 은 다음과 같이 설정하였다.

$$Q = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, R = [1] \quad (39)$$

그림 3과 4는 최적제어방법과 그렇지 않은 방법의 극점배치법을 사용하고 그 입력과 출력을 비교하여 나타낸 그래프이다.

그림 3을 확인 한 결과 LQ제어를 사용하여 적절한 이득을 구하고 제어하였을 때 입력값이 더 적게 나타나는 것을 확인 할 수 있다.

그림 4에서는 최적이득을 사용한 결과 더 빠르게 0으로 수렴하는 것을 확인 할 수 있다. 위 그림 3과 4를 통하여 알 수 있듯이 직접 극점을 지정하고 이득을 구하는 방법보다 LQ제어를 통해 제어하는 것이 더 적절한 입력과 성능을 갖는 것을 알 수 있다.

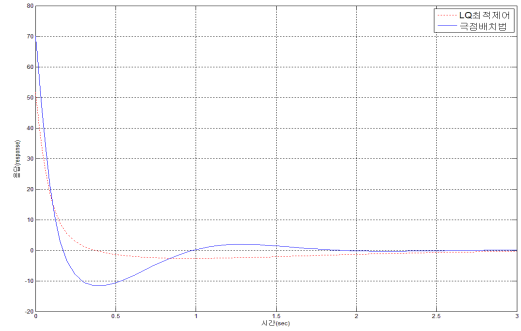


그림 3. 극점배치법과 LQ제어의 입력비교  
Fig. 3. System input comparison between Pole placement and LQ control

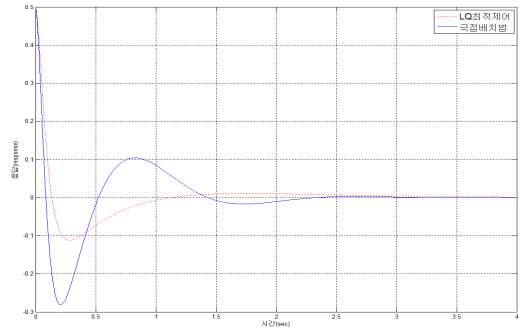


그림 4. 극점배치법과 LQ제어의 출력비교  
Fig. 4. System response comparison between Pole placement and LQ control

적분기를 추가하기 위해서 식(38)을 식(26)과 같이 만들어 주고  $\hat{K}$ 을 구할 수 있다.

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

식(28)형태의 이득행렬  $\hat{K}$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{K} = [4871.3 \quad 589.5 \quad 1125.1 \quad 110.7 \quad -3162.3] \quad (41)$$

위의 방법으로 LQ제어와 적분기를 추가한 시스템을 비교하면 다음과 같은 그래프를 얻을 수 있다.

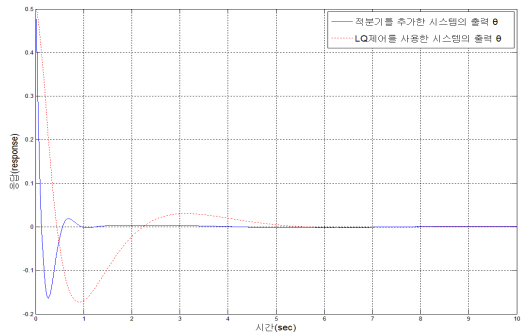


그림 5. LQ제어와 적분기를 추가한 시스템과 출력비교  
Fig. 5. System response comparison between LQ control and LQ control with Integrator

그림 5에서 LQ제어기만 설계하여 제어하였을 때보다 LQ제어기에 적분기를 추가한 시스템의 성능이 더 좋아진 것을 볼 수 있다. 진자의 각  $\theta$ 는 두 제어기 모두 0으로 수렴하여 진자를 세우기 위한 목표값을 달성하였다.

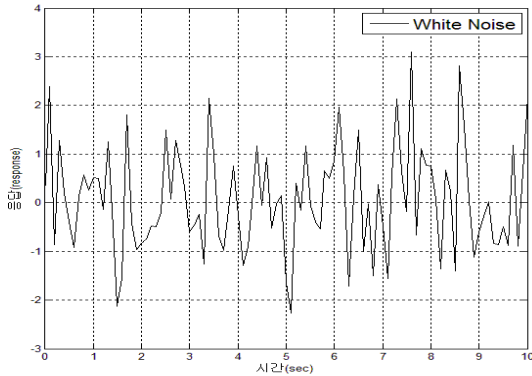


그림 6. 오차확인을 위한 잡음  
Fig. 6. Noise to confirm errors

그림 5에서 적분기를 추가하여 출력을 비교하였을 경우 개선된 점을 눈으로 확인 할 수가 없다. 그렇기 때문에 그림 6과 같은 잡음을 입력하여 출력신호가 목표신호에 얼마나 도달하고 얼마나 더 안정적인가를 확인하는 것으로 개선 여부를 확인 할 수 있다.

그림 7에서는 두 시스템에 외란을 입력하여 출력을 확인하였고 서보시스템의 목표인 정상상태 오차개선을 확인할 수 있었다.

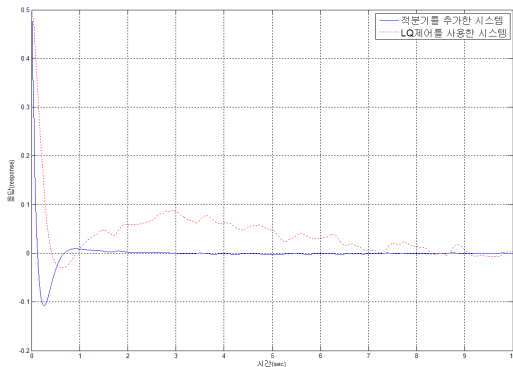


그림 7. LQ제어와 적분기를 추가한 시스템과 출력오차  
Fig. 7. System response errors between LQ control and LQ control with Integrator

본 연구의 실험에는 (주)셈웨어의 CEM-IP-01을 사용하였으며 제안된 제어기를 설계하여 이를 제어하므로 성능을 확인하였다.

그림 9는 CEM-IP-01의 응답을 나타낸 것으로 각도가 처음에는  $\pi$ 의 값을 유지하다가 제어가 가능한 선형구간 안에 진자가 위치할 때 제어를 하기 시작하고 각도를 0으로 수렴하게 만들어 진자가 쓰러지지 않게 균형을 잡는다. 이는 그림 8과 같은 형태로 위치하여 유지되는 것을 직접 눈으로 확인할 수 있었다.



그림 8. CEM-IP-01에 적용  
Fig. 8. The application of CEM-IP-01

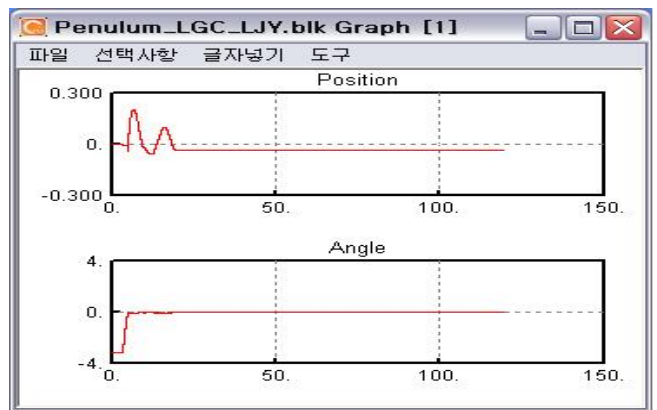


그림 9. CEM-IP-01의 응답  
Fig. 9. System response of CEM-IP-01

## 6. 결론 및 고찰

본 논문에서는 도립진자 시스템을 제어하기 위해 LQ제어기를 설계하였고 LQ제어의  $K$ 이득행렬은  $R$ 과  $Q$ 에 의하여 성능지수 안에서 최소로 결정되며 이렇게 설계한 LQ제어기는 입력과 성능이 최적의 상태가 됨을 모의실험을 통해서 알 수 있었고 정상상태에서 오차를 개선하기 위하여 적분기를 추가하였으며 이는 차수가 늘어나는 단점을 가지고 있지만 외란을 입력하여 확인한 결과 적분기를 추가한 서보 시스템형태가 정상상태에서 더욱더 안정한 것을 확인 할 수 있었다. 이로써 제한된 입력에서 최적의 성능을 유지하고 정상상태에서 오차를 개선하므로 더욱 안정적인 제어를 할 수 있는 것을 확인하였다.

## 참고 문헌

- [1] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering 4th ed.*, Prentice Hall, 2002.
- [2] C.-T. Chen, *Linear System Theory and Design 3rd ed.* Oxford University Press, 1999.
- [3] N. S. Nise, *Control Systems Engineering*, Wiley, 2008.

- [4] 최연욱, *현대제어이론의 기초 개정판*, 청문각, 2005
  - [5] 이춘우, 김영유, 류지욱, 이기원, *공대생을 위한 일 반물리학*, 성안당, 2008.
- 

저 자 소 개



**이종연 (Jong-Yeon Lee)**  
2008년~현재 : 국립공주대학교 전기전자  
제어공학부 재학 중

관심분야 : 자동제어, 제어시스템, 최적제어, 강인제어  
E-mail : leejy@kongju.ac.kr



**이보라 (Bo-Ra Lee)**  
2008년~현재 : 국립공주대학교 전기전자  
제어공학부 재학 중

관심분야 : 자동제어, 제어시스템, 선형제어  
E-mail : hyunbr0533@kongju.ac.kr



**현창호 (Chang-Ho Hyun)**  
1999년 : 광운대학교 제어계측공학과 공학사  
2002년 : 연세대학교 전기전자공학과 공학  
석사  
2008년 : 연세대학교 전기전자공학과 공학  
박사  
2008년 3월~2009년 8월 : 삼성전자 책임  
연구원

2009년~현재 : 국립공주대학교 전기전자제어공학부 교수

관심분야 : 퍼지제어, 비선형제어, 퍼지시스템, 지능로봇,  
지능형자동차  
E-mail : hyunch@kongju.ac.kr