

스프링장착 원통형 실린더를 이용한 와류발산현상 파악

Investigation of the Vortex Shedding with the Spring Mounted Circular Cylinder

이상호

단국대학교 토목환경공학과

Sang Ho Lee(shlee@dankook.ac.kr)

요약

와류발산현상을 파악하기 위하여 스프링에 장착된 원통형 실린더의 풍동실험을 수행하였다. 실험에 사용된 스프링장착 실린더는 2 자유도 구조물로 서로 분리된 직선모드와 회전모드를 고유모드로 갖도록 설계되었다. 풍동 실험결과 locking-on 현상에 의한 각 모드의 공명현상이 관찰되었으며 관찰된 결과로부터 와류발산현상은 실린더의 변위형상과 상관관계를 갖는 것을 확인하였다. 또한 와류발산하중에는 실린더의 진폭과 진동수의 영향이 작용함을 파악하였다.

■ 중심어 : | 와류발산 | 록인 | 원통형 실린더 |

Abstract

To investigate the vortex induced vibrations the 2-d.o.f. spring mounted circular cylinder was tested in the wind tunnel. The circular cylinder was designed to have the translational and the rotational mode uncoupled to each other. During the wind tunnel tests the resonance behaviors of the translational and the rotational modes by the locking-on phenomena were observed. From the locking-on phenomena observed it is shown that the vortex shedding is correlated with the responses of the structures. And the forces generated by the vortex shedding are influenced by the amplitudes and the frequencies of the cylinders.

■ keyword : | Vortex Shedding | Locking-on | Circular Cylinder |

1. 서론

레이놀드 수가 증가함에 따라 균일선상유동(uniform laminar flow)에 놓인 실린더 후방에는 와류가 형성된다. 레이놀드 수가 40~70인 영역에서는 두 개의 와류가 대칭을 이루며 생성과 소멸을 반복하나 레이놀드 수가 90 이상이 되면 대칭을 이룬 두개의 와류는 불안정한 상태가 되어 서로 반대편에서 번갈아 가며 주기적으

로 와류가 형성된다. 실린더 후방에 형성된 주기적인 와류는 유체의 흐름을 따라 공간상에 분포하게 되며 이러한 와류의 분포를 Karman vortex street[1]이라 한다. 실린더 후방 표면에 형성된 와류는 Kutta-Joukowski 법칙[2]에 의하여 실린더에 횡 방향 힘을 가하게 되며, 서로 반대편에서 번갈아가며 와류가 형성될 때에는 주기적인 힘이 실린더에 작용하게 된다. 이러한 주기적인 힘을 발생 시키는 와류는 대상 구조물의 변위형상에 따

라 완전한 상관관계(perfectly correlated relation across the span)를 갖는 것으로 알려져 있다[3].

원통형 구조물은 타워, 안테나, 케이블과 같은 지상 구조물이나 잠수함의 잠망경과 수중과일과 같이 유체의 흐름에 노출된 구조물에서 볼 수 있으며 이들에 대한 해석 및 설계 시에 와류발산현상도 변수의 하나로 고려하여야한다. 이에 본 연구에서는 실린더의 진폭과 진동수에 대한 영향을 파악하기 위한 방법으로 스프링에 장착된 2 자유도 원통형 실린더를 이용한 풍동실험을 수행한다.

II. 이론

원통형 실린더에 주기적인 횡 방향 힘을 가하는 와류발산 진동수는 다음과 같다[2].

$$f_s = \frac{S \cdot V}{D} \quad (1)$$

여기서, f_s 는 와류발산진동수이고, V 는 유체의 속도이며 D 는 실린더의 직경이다. S는 Strouhal 수로 다음과 같으며,

$$S = 0.198(1 - 19.7 / Re) \quad (2)$$

여기서 Re 는 레이놀드 수이다. 균일선상유동에 놓인 원통형 실린더의 레이놀드 수는 아래의 식 (3)과 같이 표현되며 이 식은 항력계수(drag coefficient)의 변화에 따라 흐름영역을 구분하기 위하여 사용된다.

$$Re = VD/\nu \quad (3)$$

여기서, ν : 동점성계수(kinematic viscosity)

식 (1)에 나타난 와류진동수는 풍속에 비례하고 실린더의 직경에 반비례한다. 그러나 진동중인 실린더에서는 와류발산진동수가 실린더의 진동수에 동조되는 현상이 아래의 [그림 1]과 같이 나타나며 이러한 현상을

locking-on 현상이라 한다.

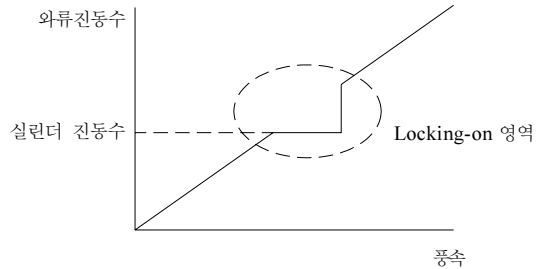


그림 1. Locking-on 현상

와류발산에 의해 실린더의 횡 방향으로 작용하는 와류발산하중은 다음과 같다.[3]

$$F(t) = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L D S \sin 2\pi f_s t. \quad (4)$$

여기서, ρ : 유체의 밀도

C_L : 양력계수 (lift coefficient)

f_s : 와류발산 진동수

III. 실험모델

와류발산현상을 파악하기 위하여 스프링에 장착된 원통형 실린더를 실험모델로 고려하였으며 아래의 [그림 2]에는 실험모델에 대한 수학적 모델이 나타나 있다. 그림에는 실린더의 질량, 스프링의 스프링 상수와 감쇠 계수, 그리고 자유도가 나타나 있다.

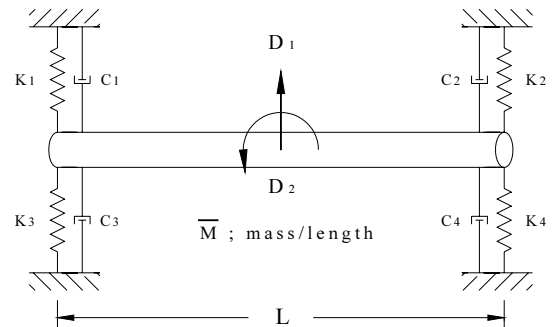


그림 2. 수학적 모델

위의 수학적 모델은 스프링의 질량을 무시하고 실린더를 강체로 보면 2자유도 구조물이 된다. 또한 그림에서와 같이 실린더 중심의 수직과 회전변위를 자유도로 설정하면 운동방정식은 아래와 같이 실린더의 직선방향거동과 회전방향 거동이 서로 분리된(uncoupled) 형태로 나타난다.

$$\begin{bmatrix} m_{11} & 0 \\ 0 & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \sin(\omega_1 t - \phi_1) \\ F_2 \sin(\omega_2 t - \phi_2) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

위식의 질량행렬은 다음과 같고,

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} \overline{ML} & 0 \\ 0 & \overline{ML}^3/12 \end{bmatrix} \quad (4)$$

장착된 각 스프링의 스프링 상수와 감쇠계수가 모두 동일한 경우 강성행렬과 감쇠행렬은 다음과 같으며,

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} 4K & 0 \\ 0 & KL^2 \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} 4C & 0 \\ 0 & CL^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

고유진동수는 다음과 같다.

$$w_1 = \sqrt{\frac{4K}{ML}}, \quad w_2 = \sqrt{\frac{12K}{ML}} \quad (6)$$

모드형상은 스프링의 스프링상수 값이 k1+k3 = k2+k4 인 경우 첫 번째 모드는 순수 직선모드로 그리고 두 번째 모드는 순수 회전모드로 아래와 같이 나타난다.

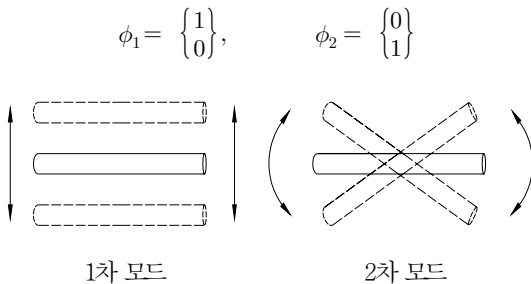


그림 3. 모드형상

조화하중에 의한 각 모드의 안정상태 응답(steady state response)은 다음과 같다.

$$X_i^{ss} = \frac{(F_i/K_i)}{\sqrt{(1-r_i^2)^2 + (2\rho_i r_i)^2}} \sin(\omega_i t - \phi_i) \quad (7)$$

여기서 r_i 는 강제진동수/고유진동수이고, ρ_i 는 모달 감쇠비이며 ϕ_i 는 위상각이다.

식 (7)에 나타난 안정상태 응답은 강성과 강제진동수 그리고 감쇠비를 포함하고 있다. 따라서 각 모드의 감쇠비와 고유진동수를 구하면 식(4)에 나타난 와류발산하중을 식(7)에 대입하여 각 모드의 안정상태 응답을 구할 수 있다. 또한 풍동실험을 통하여 구한 안정상태 응답과 비교함으로써 식(4)에 나타난 와류발산하중의 정확성을 확인 할 수 있다.

IV. 실험

실험모델의 강성행렬과 감쇠계수를 구하기 위한 자유진동 실험과 와류발산현상을 파악하기 위한 풍동실험을 수행하였다.

각 스프링의 스프링 상수와 감쇠계수를 구하기 위하여 질량 4.18 Kg의 추를 이용한 자유진동 실험을 수행하였으며 아래의 [표 1]에는 자유진동 실험에서 측정된 주기, 로그 감소비(logarithmic decrement)와 함께 측정치로부터 구한 각 스프링의 감쇠비와 감쇠계수 그리고 스프링상수가 나타나 있다.

표 1. 스프링 자유진동

스프링	주기 (s)	감쇠비	감쇠계수 (N-s/m)	스프링상수 (N/m)
1	0.275	0.002	0.3820	2185.4
2	0.275	0.0039	0.7466	2185.4
3	0.278	0.0027	0.5035	2136.4
4	0.275	0.0024	0.4514	2185.4

실험모델에 장착된 실린더의 질량은 246g이며 이로부터 유도한 식 (4)의 질량행렬은 아래와 같다.

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} 2.46 \times 10^{-1} & 0 \\ 0 & 7.63 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

자유진동 실험으로부터 구한 감쇠계수와 스프링상수를 이용하여 작성한 식 (5)의 감쇠행렬과 강성행렬은 다음과 같다.

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} 2.084 & 0 \\ 0 & 0.194 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} 8.74 \times 10^3 & 0 \\ 0 & 8.13 \times 10^2 \end{bmatrix}$$

식 (6)에 표현된 고유진동수는 아래와 같다.

$$w_1 = 188, \quad w_2 = 326 \quad (rad/s)$$

와류발산현상을 파악하기 위하여 스프링 지지된 실린더의 풍동실험을 북 케롤라이나 주립대의 연속흐름 단일복귀 형(continuous flow single return type) 풍동을 이용하여 수행하였다. 실험에 사용된 풍동은 50마력의 상속 유도모터(constant speed induction motor)에 연결된 프로펠러로 작동되며, 풍속은 전기적으로 작동되는 프로펠러 피치의 각 변화로 조절된다. 실험 시 풍동의 풍속은 풍동에 장착된 경사 형 마노미터를 이용하여 측정하였다.

풍동실험 시 사용된 실험모델의 재원이 아래 [그림 4]에 나타나 있다.

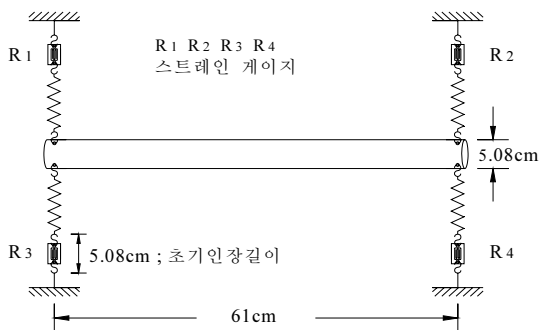
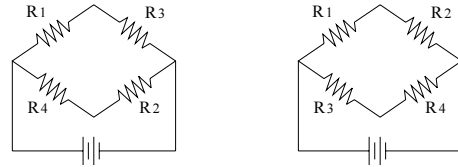


그림 4. 실험모델

아래의 [그림 5]에는 실린더의 직선거동과 회전거동을 측정하기 위한 브리지 결선방법이 나타나 있으며 그림에 표시된 저항은 [그림 3]에 나타난 스트레인 게이지이다. 이러한 결선방법은 서로 다른 모드의 신호를 가능한 제거하기 위함이다.



1차 모드

2차 모드

그림 5. 결선방법

풍동 실험결과 관찰된 주요거동은 풍속 9.1 m/s에서 1차 모드에 해당하는 28 Hz의 직선모드 거동이 그리고 13.7 m/s에서는 2차 모드에 해당하는 46 Hz의 회전모드 거동이 관찰 되었다. 그러나 6.1 m/s 이하와 16.8m/s 이상의 풍속에서는 주목할 만한 거동이 관찰 되지 않았다.

아래 [그림 6]에는 [그림 5]에 나타난 브리지에서 측정된 전위차가 풍속에 대하여 나타나 있다.

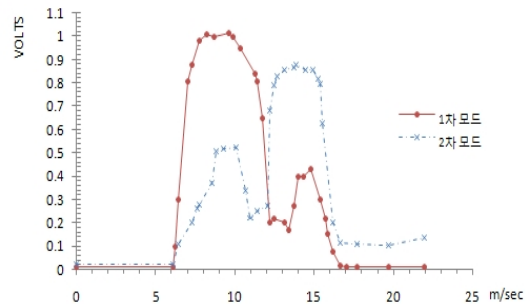


그림 6. 풍동실험

아래의 [그림 7]에는 풍동실험 시 관찰된 진동수가 풍속에 대하여 나타나 있으며 그림에 나타난 직선은 식 (1)에 표현된 와류발산진동수이다.

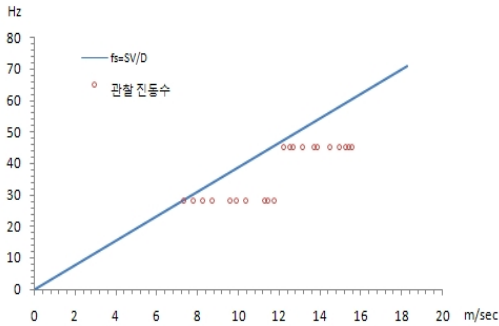


그림 7. 측정 진동수

V. 실험결과 분석

[그림 6]에 나타난 실험결과는 다음과 같이 설명할 수 있다. 부착된 실린더의 와류발산진동수가 실험모델의 고유진동수에 접근하면 실험모델의 실린더에는 미소한 진동이 발생 된다. 미소한 진동이 발생함에 따라 와류발산진동수는 실린더의 진동수에 동조하게 된다. 여기서 풍속을 더 증가 시키면 와류발산진동수가 구조물의 고유진동수와 동조되는 locking-on 현상에 의한 공명현상이 발생된다. 이러한 공명현상은 일정한 풍속 영역까지 계속되며 풍속이 더욱 증가하여 와류발산진동수가 실린더의 진동수로부터 이탈될 때까지 지속된다. 그림을 보면 이러한 공명현상이 1차 모드뿐 아니라 2차 모드에서도 발생하는 것을 볼 수 있다.

또한 [그림 6]을 보면 locking-on 영역의 진입과정에서는 급격한 진폭의 증가가 그리고 이탈과정에서는 급격한 감소가 이루어지는 것을 볼 수 있다. 이러한 급격한 변화의 발생원인은 실린더의 진폭이 증가함에 따라 실린더에 가해지는 횡 방향 힘이 증가하기 때문이다.

Locking-on 영역의 진입과정에서는 풍속이 증가함에 따라 실린더의 진폭이 증가하며, 진폭이 증가하면 실린더에 가해지는 힘이 증가하고, 증가된 힘은 다시 진폭을 증가 시키는 현상이, 즉 이들 사이의 상승작용에 의한 급격한 진폭의 증가현상이 발생된다. 반면에 이탈과정에서는 이와 반대의 현상으로 인한 급격한 감소현상이 발생된다.

[그림 6]에서 서로 다른 모드에서 발생된 locking-on

영역을 비교하여 보면 진입과 이탈과정 그리고 진폭에서 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 이러한 차이의 발생원인은 각 모드 사이의 동역학적 차이와 함께 실린더의 진폭과 진동수에 대한 영향이 작용하기 때문으로 판단된다.

[그림 7]에는 각 모드에서 발생된 locking-on 영역의 위치와 함께 와류발산진동수를 구하는 식 (1)이 직선으로 나타나 있다. 그림에서 각 모드에 발생된 locking-on 영역을 보면 와류발산진동수가 고유진동수보다 큰 풍속영역에 분포되어 있는 것을 볼 수 있다. 즉 직선으로 표시된 와류발산진동수 식의 우측에 분포되어 있는 것을 볼 수 있다. 이러한 분포상태는 locking-on 현상이 발생되기 위해서는 일정한 진폭의 발생이 선행되어야 함을 말해준다.

[그림 6][그림 7]로부터 유도한 결과로부터 와류발산 하중을 구하는 식(4)는 실린더의 진폭과 진동수가 고려되지 않은 식으로 이식은 고정된 실린더에만 적용 가능한 식으로 판단된다.

풍동 실험 시 13.7 m/s에서 발생된 회전모드의 거동은 실린더 중앙 반대편에 서로 180도의 위상차를 갖고 와류가 형성되는 것을 말해준다. 이로부터 와류발산 현상은 직선모드뿐 아니라 회전모드에서도 구조물의 거동과 상관관계를 갖는 것을 알 수 있다.

[그림 6]에 나타난 진동 초기의 풍속을 이용하여 계산한 Strouhal 수는 1차 모드에서는 0.21 그리고 2차 모드에서는 0.19를 보이며 와류발산 진동수를 구하는 식 (1)의 적합성을 확인하였다.

VI. 결 론

스프링 장착된 원통형 실린더의 풍동실험을 수행하여 locking-on 현상에 의한 공명현상을 재현하였다. 재현된 결과로부터 아래와 같은 결론을 도출하였다.

와류발산 하중은 풍속과 실린더의 직경뿐 아니라 실린더의 진폭과 진동수에 대한 영향이 작용하며 이러한 영향이 locking-on 영역의 크기와 위치를 결정한다.

모드별로 발생된 진동초기의 풍속을 이용하여 구한

Strouhal 수로부터 와류발산진동수 식에 대한 적합성을 확인하였다.

풍동 실험 시 직선모드의 거동뿐 아니라 회전모드의 거동이 관찰 되었다. 이로부터 와류발산은 회전모드에서도 구조물의 변위형상과 상관관계를 갖는 것을 확인하였다.

풍동실험 시 관찰된 거동은 1차 모드와 2차 모드의 공명현상만을 관찰 할 수 있었으며 다른 진동수의 거동은 관찰되지 않았다. 따라서 와류발산 시 발생 가능한 구조물의 거동은 locking-on 현상에 의한 공명현상으로 판단된다.

스프링 장착된 원통형 실린더를 이용한 와류발산하중의 파악은 locking-on 영역의 진입과 이탈 시에 발생된 급격한 진폭의 변화로 이루어지지 않았다. 실린더의 진폭과 진동수가 와류발산하중에 미치는 영향을 파악하기 위해서는 실린더의 진폭과 진동수를 기계적으로 조절 할 수 있는 장치의 개발이 요구된다.

Translating Circulat Cylinder," Physics of Fluid, Vol.8, pp.1972-1984, 1996.

[7] S. Kang, H. Choi, and S. Lee, "Laminar Flow Past a Rotating Circular Cylinder," Physics of Fluids, Vol.11, pp.3312-3321, 1999.

저 자 소 개

이 상 호(Sang Ho Lee)

정회원



- 1983년 5월 : North Carolina State University 토목공학과 (공학석사)
- 1988년 5월 : North Carolina State University 토목공학과 (공학박사)

▪ 1990년 9월 ~ 현재 : 단국대학교 토목환경공학과 교수

<관심분야> : 내진해석, 충돌해석

참 고 문 헌

[1] Barnes, W. McCormick, Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics, Prentice 1994.

[2] Massey, Mechanics of Fluid, Nostrand 2006.

[3] Robert D. Blevins, Flow induced Vibration, Nostrand. 2001.

[4] K. Yusuf Blillah, " Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbook", Am. J. Phys. Vol.59, No.2, pp.118-124, American Association of Physics Teachers, 1991.

[5] P. T. Tokumura and Dimotakis, "The Lift of a Cylinder Executing Rotary Motions in a Uniform Flow," J. Fluid Mechanics, Vol.255, pp.1-10 1993.

[6] G. Hu, D. Sun, X. Yin, and B. Tong, "Hopf Bifurcation in Wakes behind a Rotating and