

수학교육에서 Ausubel의 유의미 학습 재고

박 경 은 (성균관대학교 대학원)¹⁾
고 호 경 (아주대학교)²⁾

경쟁력 있는 지식기반 사회를 구축하기 위해서 다양한 교수법을 구안하고자 하는 노력과 더불어 우리나라 현실에 맞는 교수법 구안 연구도 함께 진행되어야 할 필요성이 있다. 이에 따라 본고에서는 설명식 수업을 통하여 학생들이 수학을 이해하고 의미 있게 받아드리기 위한 방안으로 Ausubel의 유의미 학습을 재조명하였다. Ausubel의 유의미 학습의 의의와 조건 그리고 유의미 학습의 방법 등을 분석함으로써 수학교육에서 유의미 설명식 학습 활용이 보다 용이하게 활용될 수 있도록 하였다.

I. 들어가는 말

21세기는 지식기반 사회이다. 경쟁력 있는 지식기반 사회를 구축하기 위해서 무엇보다도 교육부문의 혁명적인 변화가 이루어져야 함을 강조하며 교육 분야에서는 좀 더 발전된 개선 방향으로 나아가기 위하여 과거나 지금이나 지속적인 노력을 기울이고 있다. 이에 따라 수학교육에서도 학생들의 수학적 사고력과 이해를 돕기 위한 새로운 이론들을 받아드리며 다양한 교수법과 내용을 구안하고 있다.

2007년 개정 수학과 교육과정에서는 '수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러 문제해결을 할 수 있게 함'을 강조하면서 제 7차 교육과정에서보다 더욱 수학적 의사소통을 강조하고 있다. 수학적 의사 소통과정에서 수학에 대한 언어적 표현과 설명은 필연적 요소라 할 수 있다. 설명은 학교 수학 수업에서의 가장 주된 활동 중 하나이다. 따라서 보다 수학적 이해와 사고가 가능하도록 설명식 수업을 하는 것은 수학 수업을 성공으로 이끄는 중요한 요인이라 할 수 있다. 따라서 교사가 지식을 구조적이고 체계적으로 전달하여 학생들이 자신의 지식을 보다 효율적으로 발전시켜 나갈 수 있도록 하는 것은 끊임없는 관심 대상이라 할 수 있다.

우리나라 교육 여건은 과거에 비하여 비약적인 발전이 이루어진 것은 사실이나 아직도 많은 학교가 과밀 학급으로 운영되고 있으며, 학생들이 학습해야 할 많은 지식 내용과 난이도 높은 내용으로

* 접수일(2010년 8월 23일), 심사(수정)일(2010년 9월 10일), 게재확정일자(2010년 9월 15일)

* ZDM 분류 : C3, D2

* MSC2000 분류 : 9702, 97C50

* 주제어 : Ausubel, 유의미 학습, 유의미 수용식(=설명식) 학습, 포섭

1) 주저자, 성균관대학교대학원(medu1234@hanmail.net)

2) 교신저자, 아주대학교(shrine999@hanmail.net)

인하여 교사의 설명에 의존해야 할 상황이 잦은 것도 사실이다. 따라서 교사의 설명으로 이루어져야 할 수업 내용이 기계적으로 혹은 단편적인 지식으로 전달되는 것이 아니라 학생들이 진정으로 수학을 이해하고 자신이 획득한 지식을 스스로 확장해 나갈 수 있도록 의미 있는 수업을 운영하는 것은 매우 중요한 일이라 할 수 있다.

Ausubel은 교사가 많은 양의 정보를 의미 있고 효율적으로 전달하는 방법에 관심을 두었다. 이를 위해 Ausubel은 인지적 교수학습의 과정에 기초한 설명식 교수이론을 제시하였다(Ausubel, 1963). Ausubel은 교육학과 심리학, 언어학 분야 등에 관심을 보였으며, 특히 인지(認知, cognition)를 다룬 설명식 교수 및 유의미 언어학습에 대한 연구를 진행하였다.

Ausubel은 학습의 결과보다는 기존의 인지구조를 바탕으로 새로운 의미를 구성하는 학습의 과정을 중시하였으며, 새로운 학습내용이 학습자의 기존의 인지구조와 의미 있게 연결되어 나갈 수 있도록 지도해야 함을 강조하였다(Ausubel, 1963). 이러한 학습을 유의미 학습이라 하였고, 이것은 학습할 내용과 학습자가 가지고 있는 인지구조 사이의 상호작용을 통해서 기존의 인지구조가 변화하고 그에 따라 새로운 의미가 구성됨으로써 일어나는 학습을 뜻한다.

Ausubel은 이러한 유의미한 학습의 장점으로 학습자들이 학습 자료의 의미를 충실하게 이해하고, 장기간 파지하거나 쉽게 인출할 수 있으며, 다른 학습장면에 용이하게 적용할 수 있는 형태로 지식과 정보를 획득하는 학습이 가능하다 하였다. 따라서 기계적으로 암기하는 학습과는 다른 교수·학습 방법으로, 학습내용을 유의미하게 학습할 수 있도록 교수방법과 전략을 모색하는 것은 매우 중요한 일임을 강조하였다.

수월성 교육을 위하여 교육과정 개선과 발견학습이나 탐구중심의 학습-지도가 강조되고 있으나, 과밀학습이나 다량의 지식을 다루어야 하는 현실적인 여건이나 다른 학습-지도상의 어려움이 함께 제기되어 왔다. 본고에서는 전통적인 지도방식인 설명식 지도방법의 의미를 새롭게 강조하면서 여러 세대에 걸쳐 축적되어 온 방대한 양의 문화유산에 교육하기 위해서는 설명식 지도가 가장 효율적인 방법이라고 주장한 Ausubel(1973)의 주장을 현대에 맞게 재고함으로써 다양한 교수법 구안의 일환으로 또한 학교 현장에서 교사들의 설명식 수업이 기계적으로 학생들에게 지식을 전달하기 위한 수단이 아닌 학생들이 수학을 이해하고 자신의 지식을 스스로 잘 활용할 수 있도록 하기위한 설명식 교수법이 될 수 있도록 하기위한 이론적인 내용을 제공하고자 하였다.

II. Ausubel의 유의미 학습과 포섭 이론

Ausubel은 교사 중심, 설명 중심의 지시적이고 설명적인 교수방법에 반대하여 학생 중심, 경험 중심의 탐구 및 발견 학습이 강조되던 시대인 1960년대에 강의식, 설명식 수업이 효과적이고 가치롭다고 주장하였다. 즉, Ausubel은 많은 양의 정보가 교사에 의해 효과적으로 조직되고 유의미하게 전달되는 방법과 원리가 무엇일까에 관심을 두었다. 이를 위해 Ausubel은 지식을 획득하는 과정에 관한

인지심리학적 원리들을 토대로 학습이론을 설명하면서, 인지구조(cognitive structure), 지식의 위계(hierarchy), 포섭(subsumption), 포섭자(subsumer), 관련 정착 아이디어(relevant anchoring idea), 선행조직자(advanced organizer), 습득(acquisition), 유지(retention), 망각(forgetting)과 같은 개념들을 이용하여 학습 과정을 설명하였다.

다음은 Ausubel의 유의미 학습과 그에 대한 조건 그리고 유의미 학습 방법으로 소개된 포섭이론에 대한 설명이다. 그리고 이를 바탕으로 포섭 이론이 수학 학습지도에서 효과적으로 활용가능한지 논의해보겠다.

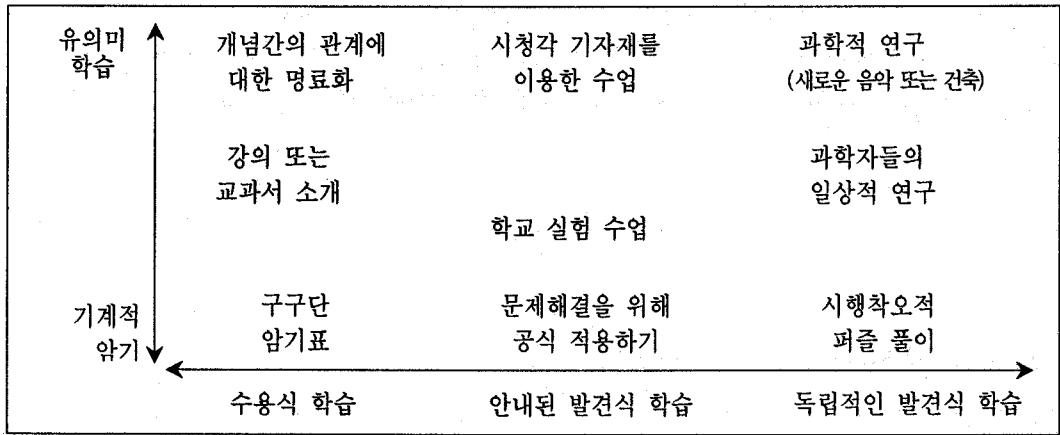
1. 유의미 학습(meaningful learning)³⁾

유의미 학습(meaningful learning)이란 새로운 학습내용이 학습자의 기존의 인지구조와 의미있게 연결됨으로써 그 안으로 포섭(subsume)될 때 일어나는 학습을 의미한다(Ausubel, 1963). 즉, 유의미 학습은 학습할 내용과 학습자가 가지고 있는 인지구조 사이의 상호작용을 통해서 기존의 인지구조(cognitive structure)가 변화하고 그에 따라 새로운 의미가 구성됨으로써 일어나는 학습을 뜻한다. 이처럼 Ausubel은 학습자의 인지구조에 변화를 가져오는 학습을 진정한 학습이라고 보면서 학습자의 인지구조를 학습의 중요한 변인으로 보았으며, 그 뿐 아니라 학생은 수동적으로 교사의 수업을 받아들이는 존재라기보다 학습내용을 수용하기 위해 인지과정을 활발히 움직이는 능동적인 존재로 보았다. 그 결과 학습내용은 인지구조 속에 수용되고 인지구조의 변화가 일어나게 되는데, 이는 곧 유의미 학습(meaningful learning)이 이루어졌음을 의미한다.

Ausubel은 발견식 학습으로 얻어진 지식처럼 수용식 학습에 의해서도 유의미한(meaningful) 지식이 얻어질 수 있다고 주장하면서 수용식 학습도 충분히 유의미한 학습이 될 수 있다고 하였으며 발견학습이 꼭 유의미한 학습인 것은 아니라고 주장하였다(Ausubel, 1963). 다음 <그림 II-1>은 Ausubel이 제시한 학습의 종류와 그와 관련된 예시를 보여주는 것으로, Ausubel은 수용식 학습(reception learning)과 발견식 학습(discovery learning)은 기계적 암기식 학습(rota learning)과 유의미 학습(meaningful learning)과는 서로 같은 선상에 놓여 있지 않는 학습의 종류임을 설명하였다.

여기서 수용식 학습이란 이미 제시되어 있는 내용을 받아들이는 학습이며 발견식 학습은 주어진 자료를 근거로 하여 개념이나 원리를 도출하는 학습이다. 앞서도 언급했듯이, Ausubel은 수용식 학습과 발견식 학습은 학습자가 내면화해야 할 학습대상에 있어서 차이가 있다기보다 학습하는 방법에 있어 차이가 있다고 보면서 학습이 발견식 학습의 형태가 아니더라도 즉, 수용식 학습의 형태로도 얼마든지 유의미한 학습이 가능하다고 주장하였다.

3) 유의미 수용식 학습(meaningful reception learning)을 유의미 언어적 학습(meaningful verbal learning)으로 해석하기도 한다. 왜냐하면 1963년 Ausubel의 책 『Meaningful verbal Learning』을 Ausubel은 ‘유의미 수용식 학습’으로 소개하였기 때문이다.



<그림 II-1> 학습의 종류와 예시 (Ausubel, 1978, p.25)

한편 Ausubel의 유의미 학습은 특정한 정보를 암기하는데 주안점을 두는 기계적 학습과 대조된다. 기계적 학습은 학습내용이 기존의 인지구조에 통합되지 않는 경우를 의미하며, 기존 지식과의 연계성 없이 기계적으로 학습하는 암기학습이라 할 수 있다. 반면, 유의미 학습은 인지구조와 통합하여 인지구조의 변화가 일어나는 학습을 의미한다.

이 학습들은 서로 상호관련을 맺으며 학교 교육에서 부분 활용되는데 예를 들어, 유의미 학습이면서 수용식 학습으로는 설명식 수업을 통해 개념간의 관계를 명료하게 이해시키는 경우를 들 수 있다. 하지만 시행착오적인 퍼즐(puzzle) 풀이의 경우는 발견적 학습인 동시에 기계적 암기 학습으로 분류할 수 있다. 당연히 과학적인 창의적 연구의 경우는 진정한 의미의 발견식 학습이며 동시에 유의미 학습이 일어나는 학습으로 볼 수 있다.

일반적으로 수용식 학습은 기계적 암기 학습이며 발견식 학습은 유의미 학습인 것으로 잘못 이해하는 경향이 있으나 Ausubel은 수용식 학습과 기계적 암기 학습 그리고 발견식 학습과 유의미 학습을 분명하게 구분하면서 학습은 발견의 형태가 아니라 수용의 형태로도 얼마든지 유의미한 학습이 될 수 있다고 주장하였다.

2. 유의미 학습의 조건

Ausubel은 학교에서 유의미 학습이 아닌 기계적 학습이 일어나는 원인을 세 가지로 정리하였다; 첫째, 학습과제가 적절하지 않으면 기계적 학습이 일어난다. 즉, 학습과제의 논리적 유의미가(logical meaningfulness)가 낮을 때 유의미한 학습이 일어날 가능성은 낮아진다.

둘째, 학습자의 인지구조 내에 새로운 학습 내용과 관련된 내용이 없을 경우 기계적 암기 학습이 일어날 수 있다. 즉, 새로운 학습 내용과 관련하여 학습자에게 사전 지식이 없다면 새로운 학습내용을 받아들이기 어렵게 된다.

셋째, 학습자의 학습의욕이 결핍된 경우에 기계적 암기 학습이 일어난다. 즉, 학습자가 능동적으로 학습의 과정에 참여하지 않을 때 유의미 학습이 일어나기란 쉽지 않은 일이다.

결국 위의 세 원인 모두가 해결될 때 유의미한 학습이 일어나는 것이다. Ausubel은 유의미 수용식 학습을 위한 조건을 다음과 같이 소개하고 있다.

유의미 수용식 학습은 인지 영역에 잠재적 유의미 학습 자료가 관련이 될 때 그리고 이 자료가 관련적이며 더욱 포괄적인(inclusive) 개념적 체계에 적절히 포섭될 때 발생한다. 그런 자료가 구속적(nonarbitrary), 실사적(nonverbatim) 형태 - 즉, 인지구조 안의 안정적인(stable) 요소에 관련 가능한 형태 - 로 포섭가능하다는 것은 잠재적 가능성을 설명하는 것이며 유의미 관계 성립과 진정한 의미의 출현을 가능하게 만든다. 만약 학습 자료가 포섭 불가능하다면 그것은 기계적 자료로 구성되어 있거나 이산적이고 분산된 형태를 취하고 있기 때문이다. 따라서 잠재적 유의미 학습 자료에 대한 학습과 유지(retention)는 인지구조 안에 특정 개념이 존재하는가에 큰 영향을 받는다. 즉, 인지구조는 유의미 학습과 유지에 영향을 주는 가장 중요한 요소이다(1963, p.25).

이 글에서 Ausubel은 유의미 수용식 학습을 '이미 학습된 자료로부터 새로운 의미의 습득을 포섭하는 것'으로 정의하였다. 이를 위해 학생의 입장에서 유의미 학습 자세(meaningful learning set)와 학습 과제 입장에서 잠재적 유의미 과제(potentially meaningful material)의 준비가 필요하다. 그리고 학습과제가 잠재적 유의미 과제⁴⁾가 되려면 첫째, 학습과제가 어떤 적절한 인지구조에 구속적⁵⁾(nonarbitrarily, plausibly, sensibly, nonrandomly)으로 그리고 실사적⁶⁾(substantivenessly, nonverbatimly)으로 관련될 수 있어야 하며⁷⁾ 둘째, 특정 학습자의 인지구조는 새로운 과제가 구속적이고 실사적으로 관련될 수 있는 관련 정착 아이디어(relevant anchoring idea)를 포함해야 한다. 결

-
- 4) Ausubel은 학습과제가 '잠재적으로 유의미하다'는 것에 대하여 학습자의 유의미 학습 자세만 있으면 유의미 학습이 가능하다고 이야기하였다.
 - 5) 구속성(拘束性, 임의적이지 않음)이란 새로운 과제와 인지구조 안의 관련 과제 사이가 임의적이지 않다는 것이다. 예를 들어 정삼각형과 일반 삼각형 사이의 관계는 일반적인 경우에 대한 특수한 예의 관계이며 분명히 구속적이다. 그러나 의미 없는 음절 'lud'와 인지구조에 존재하는 어떤 과제 사이를 구속적인 관계라고 할 수 없다.
 - 6) 실사성(實辭性, 본질성, 본질은 유지된다는 성질임)이란 학습 과제가 다르게 표현되더라도 그 과제와 인지구조와의 관계(relationship)는 바뀌지 않는다 즉 그 과제의 의미는 변하지 않는다는 것이다. 예를 들어 만약 '정삼각형이란 세 개의 동일한 길이의 변을 갖는 삼각형이다'라는 정의에 대하여 어떤 학생이 '정삼각형이란 모든 변의 길이가 동일한 삼각형이다'라고 다시 정의하여도 일반삼각형에 대한 정삼각형의 관계는 어떤 측면으로도 바뀌지 않는다. 하지만 의미 없는 음절 'lud'는 존재하는 지식의 어떤 것과도 실사적 관계가 불가능하므로 만약 'lud'라고 바꾸면 완전히 새로운 것이 되어버린다.
 - 7) 학습과제가 학습자의 인지구조에 구속적으로 그리고 실사적으로 관련될 때, Ausubel은 학습과제가 논리적 유의미가를 갖는다고 하였다.

국 잠재적인 유의미 과제와 학습자의 유의미 학습 자세가 상호작용하면 유의미 학습이 이루어지게 되며, 그 결과 학생은 진정한 의미(meaning)를 얻게 된다. Ausubel은 유의미 학습으로 얻어진 의미를 심리적 의미(psychological meaning)라 칭하였다⁸⁾.

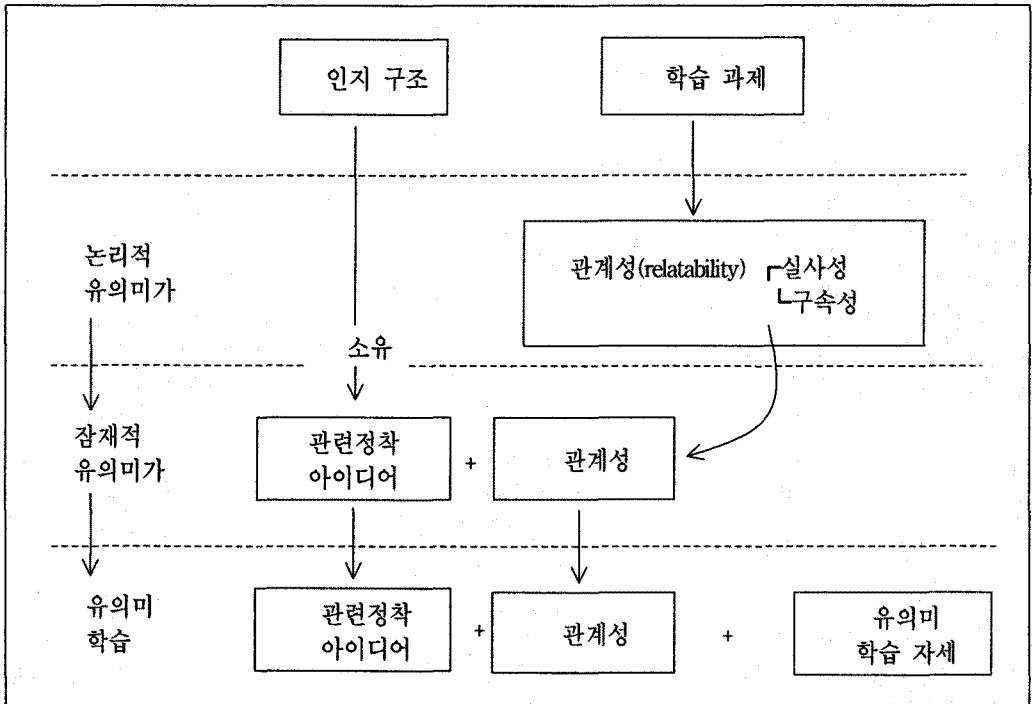
<그림 II-2>은 이러한 과정을 도식화한 것으로, 그림에서 보이는바와 같이 Ausubel은 세 가지 조건이 충족될 때 유의미 학습이 이루어지며 심리적 의미를 갖게 된다고 보았다;

첫째, 자료 그 자체가 학습자의 인지구조에 실사적이고 구속적으로 관련지어질 수 있어야 한다.

둘째, 학습자는 과제를 관련지을 수 있는 관련 정착 아이디어를 소유해야 한다.

셋째, 학습자는 실사적이고 구속적인 방식으로 인지 구조에 이러한 아이디어를 관련시키려는 의도(intent)를 소유해야 한다.

이 때 교사는 유의미 학습을 유의미 과제의 학습과 동의어로 생각하지 말아야 한다. Ausubel에 의하면 우선, 학습과제는 분명히 잠재적으로 유의미해야 한다. 하지만 두 번째로 유의미 학습 자세가 존재해야 한다. 만약 학습자의 학습 자세가 유의미하지 않다면 결국 잠재적으로 유의미한 과제도 기계적으로 학습될 수 있기 때문이다.

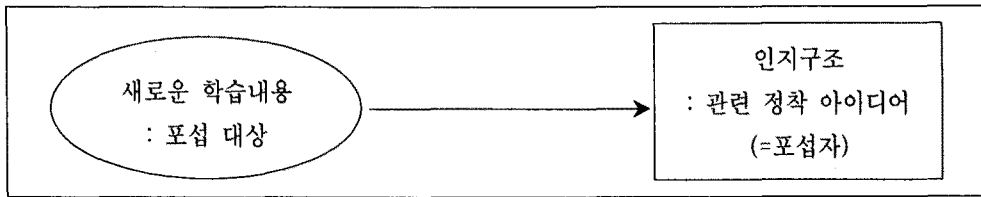


<그림 II-2> 논리적 유의미가, 잠재적 유의미가 그리고 유의미 학습(Ausubel 1963)

8) 이 부분의 설명과 주석은 모두 Ausubel의 『School Learning(1969), pp.52-53』의 내용이다.

3. 포섭 이론(Subsumption theory)⁹⁾

Ausubel의 이론에 따르면, 학습될 내용이 인지구조 내의 관련 정착 아이디어와 연결되어 그 안으로 포섭될 때 유의미한 학습이 이루어지므로 포섭의 개념은 학습 이론을 전개하는데 가장 중요한 도구가 된다(Ausubel, 1963). 포섭¹⁰⁾이란 피아제(J. Piaget) 이론에 사용되는 동화(assimilation)와 유사한 의미로, 새로운 과제가 인지구조 속에 들어올 때 인지구조에 존재하는 기존의 개념들과 화합 또는 통합하는 과정을 의미한다. Ausubel은 새로운 정보가 인지구조에 존재하는 관련 개념들에 포섭될 때 의미 있는 통합이 이루어지게 된다고 보았으며 포섭 과정을 학습이 이루어지는 과정이라 언급하였다. 다음 그림은 포섭 과정을 간단히 도식화한 것이다.



<그림 11-3> 포섭 과정

Ausubel은 포섭을 통해 일어나는 유의미 학습의 과정을 상위적 포섭(superordinate subsumption)¹¹⁾, 종속적¹²⁾ 포섭(subordinate subsumption), 결합적¹³⁾ 포섭(combination subsumption)으로 구분하였으며, 종속적 포섭을 파생적 포섭(derivative subsumption)과 상호관련적¹⁴⁾ 포섭(correlational subsumption)으로 나누었다.

1) 상위적 포섭(Superordinate subsumption)

Ausubel은 이미 정사각형, 직사각형, 평행사변형의 내각의 합이 360도임을 알고 있는 학생에게 교사가 “모든 사각형의 내각의 합은 360도이다”라는 일반적 과제를 제시하는 상황을 소개하면서 이처럼 인지구조에 있는 기존의 개념과 명제들을 포섭할 수 있는 더 포괄적이고 일반적인 지식을 학습하는 과정을 상위적 포섭에 의한 학습이라 하였다.

9) 포섭 이론은 Ausubel의 1963년 저서에는 ‘포섭 과정(The Subsumption Process)’로 소개되어있으며, 1969년 저서에는 명제 학습(proposition learning)의 방법으로 소개되어 있다. 또 2000년 저서에는 ‘동화 이론(Assimilation Theory)’으로 소개되어 있다.

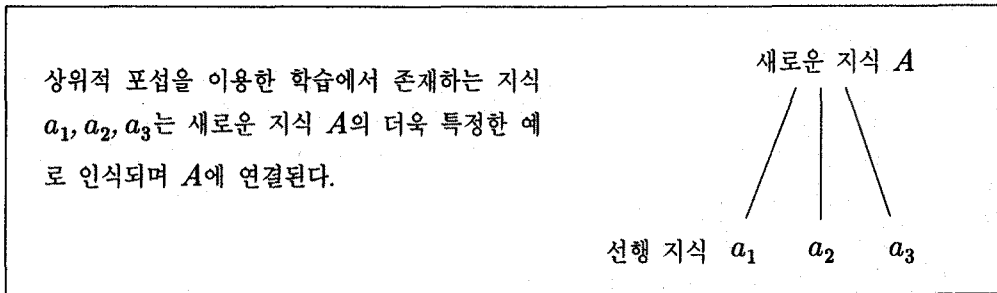
10) 포섭이란 기존에 가지고 있는 정착지식이나 이미 학습한 개념, 원리 안에 새롭게 제시된 학습내용을 포함시키는 것이다.

11) Ausubel의 1963년 책에는 ‘subsumption’을 ‘relationship’으로 소개하고 있다.

12) 하위적

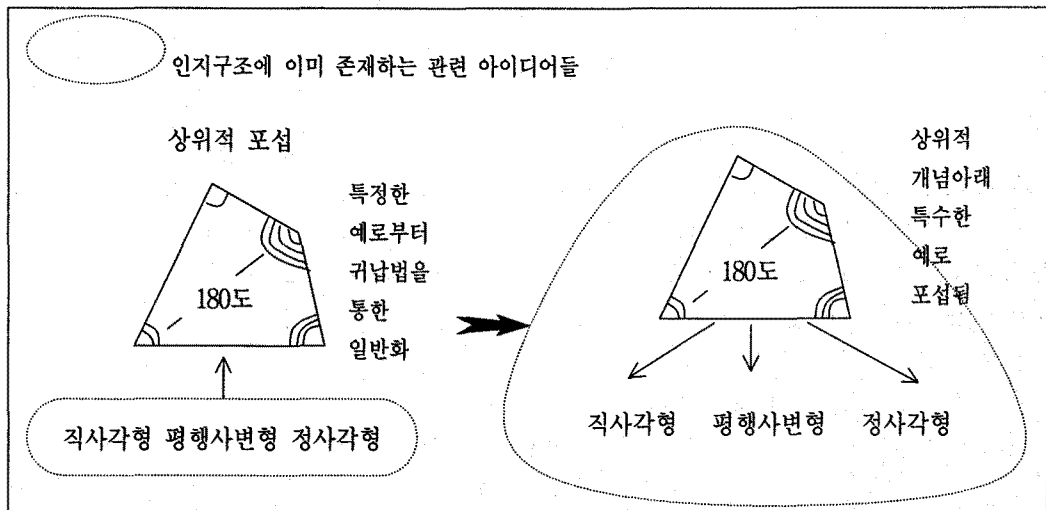
13) 병렬적, 병위적, 조합적, 조화적

14) 상관적



<그림 11-4> 상위적 포섭을 반영한 유의미 학습 형태(Ausubel, 1963, 2000)

이 과정은 특수한 사각형에 관한 관련 정칙 아이디어를 귀납 추론함으로써 일반적인 새로운 지식 A에 도달하게 된다. 이 때, 일반 지식을 획득하게 되면 기존의 특수 지식들은 일반적 명제의 파생적인 형태로 일반 지식에 다시 포섭된다.



<그림 11-5> 상위적 포섭의 예에 대한 도식

Ausubel은 일반적으로 교과서와 교사는 전형적으로 더욱 일반적이고 포괄적인 명제를 먼저 소개한 뒤 '예, 추론 결과, 조건, 확장된 것 그리고 정교한 것' 등을 소개하기 때문에 상대적으로 상위적 포섭을 이용하는 학습이 거의 일어나지 않는다고 지적하였다.

현 교육과정의 입장에서 볼 때, 초등학교에서 삼각형의 내각의 합이 180도임을 배우고 사각형의 내각의 합은 두 삼각형의 내각의 합이므로 360도임을 배운다. 이 내용은 중학교에서 다시 반복되고 삼각형, 사각형 뿐 아니라 오각형, 육각형의 내각의 크기의 합도 함께 고려하면서 귀납 추론함으로써 학생들은 다각형의 내각의 크기의 합을 포섭하게 된다. 즉, 삼각형, 사각형, 오각형 등으로부터 교사가 '다각형은 몇 개의 삼각형으로 나눌 수 있으므로 다각형의 내각의 크기의 합은 삼각형의 내각의

크기의 합을 이용하여 구할 수 있다'고 안내할 때, 학생들은 다각형의 내각의 크기의 합

' n 각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$ 이다'

를 포섭하게 된다. 또 고등학교의 「이차곡선」 단원에서 학생들은 포물선, 타원 그리고 쌍곡선을 구분하여 배우게 되는데, 각각의 방정식은 모두 x 와 y 에 대한 이차방정식으로 표현되어있다.

[포물선의 방정식]

초점이 $F(p, 0)$, 준선이 $x = -p$ 인 포물선의 방정식은 $y^2 = 4px$ (단, $p \neq 0$)이다.

초점이 $F(0, p)$, 준선이 $y = -p$ 인 포물선의 방정식은 $x^2 = 4py$ (단, $p \neq 0$)이다.

[타원의 방정식]

두 초점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 에서 거리의 합이 일정한 값 $2a(a > c > 0)$ 인 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (단, $b^2 = a^2 - c^2$)이다.

두 초점 $F(0, c)$, $F'(0, -c)$ 에서 거리의 합이 일정한 값 $2b(b > c > 0)$ 인 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (단, $a^2 = b^2 - c^2$)이다.

[쌍곡선의 방정식]

두 초점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 에서 거리의 차가 일정한 값 $2a(c > a > 0)$ 인 쌍곡선의 방정식은 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (단, $b^2 = c^2 - a^2$)이다.

두 초점 $F(0, c)$, $F'(0, -c)$ 에서 거리의 차가 일정한 값 $2b(c > b > 0)$ 인 쌍곡선의 방정식은 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ (단, $a^2 = c^2 - b^2$)이다.

이 때, 교사는 포물선, 타원, 쌍곡선(원을 포함)의 이러한 공통점을 일반화하여 x, y 에 대한 이차 방정식으로 나타내어지는 곡선인 이차곡선을 정의할 수 있다. 즉, 학생들은 포물선, 타원, 쌍곡선 그리고 원의 방정식을 귀납 추론하여

' x 와 y 에 대한 이차방정식 $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ 으로

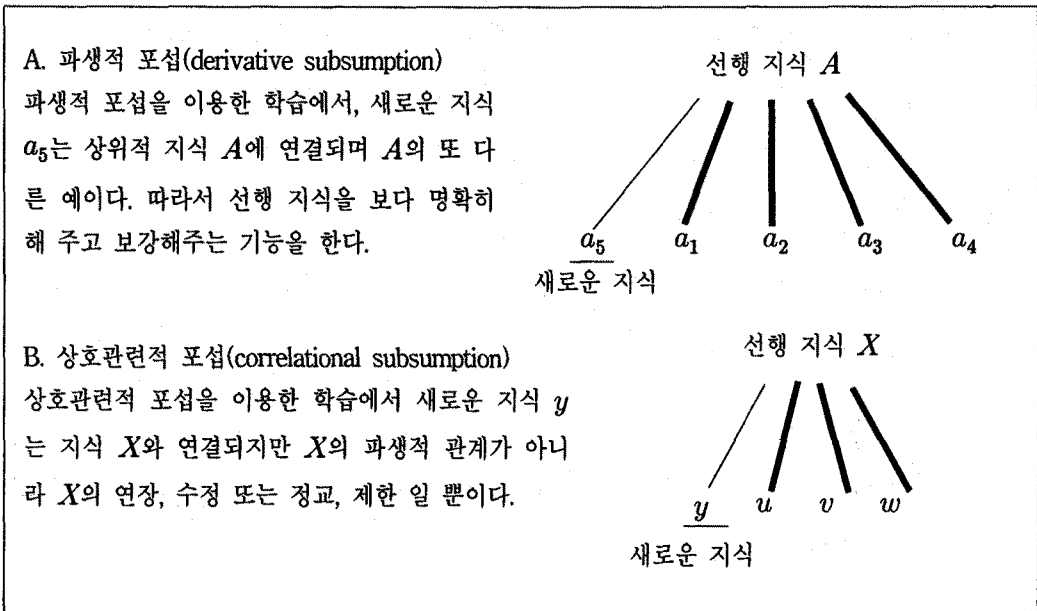
나타내어지는 곡선이 이차곡선이다.'

를 포섭하게 된다. 더불어 학생들은 이차곡선의 특수한 예로 포물선, 타원, 쌍곡선 그리고 원을 포섭하게 된다. 이와 비슷한 과정의 상위적 포섭을 통한 학습의 예로는 일차 함수, 이차 함수를 배운 학생들에게

'함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x)$ 가 x 에 대한 다항식일 때, 함수 $f(x)$ 를 다항함수라고 한다'라고 지도하는 것이다.

2) 종속적¹⁵⁾ 포섭(Subordinate subsumption)

Ausubel은 “고양이는 나무에 오른다”라는 지식을 이미 유의미하게 학습한 학생이 “이웃집 고양이 가 우리집 나무에 오른다”라는 특정한 지식을 학습할 때 특정한 지식이 일반적인 지식 아래로 포섭된다고 보면서, 인지구조에 있는 상위의 지식들이 하위의 지식들을 포섭하는 과정의 학습을 종속적 포섭에 의한 학습이라 하였다. 이 학습은 상위적 포섭에 의한 학습과 반대의 과정으로 이루어지며, 파생적 포섭과 상호관련적(상관적) 포섭으로 구분한다.



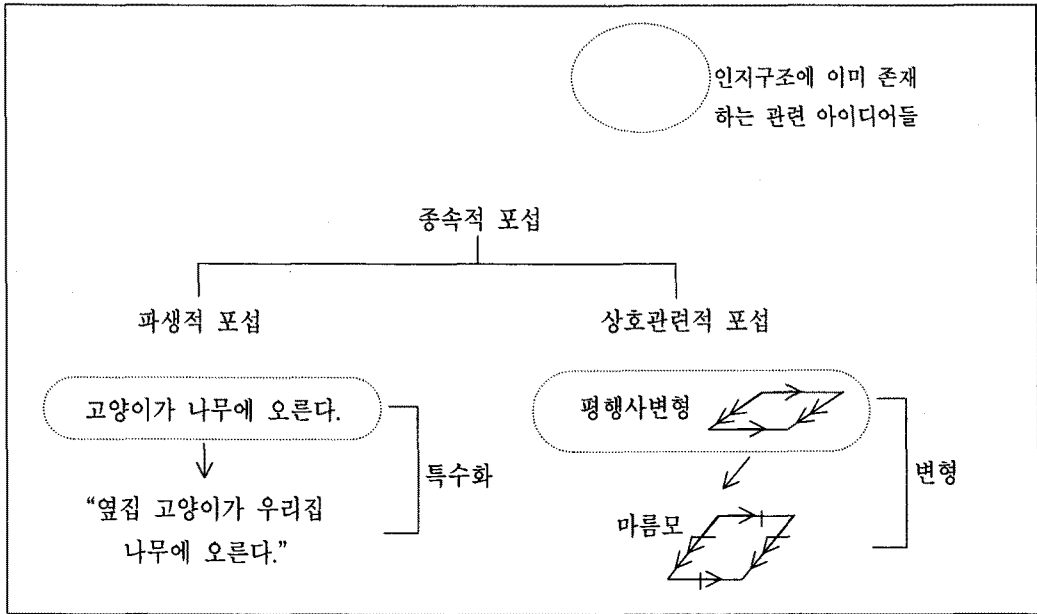
<그림 II-6> 종속적 포섭을 반영한 유의미 학습 형태(Ausubel, 2000)

앞의 예 “고양이는 나무에 오른다”라는 일반적 지식을 이미 유의미하게 학습한 학생은 이 지식을 단지 약간 구체적으로 구성하여 “이웃집 고양이는 우리집 나무에 오른다”라는 새로운 지식을 만들어 학습할 수 있다. 이처럼 새로운 지식이 이미 정립된 일반적인 지식의 예가 되거나 직접적으로 파생될 때 이를 파생적 포섭이라 한다. 학생들은 이 특정한 지식을 상대적으로 쉽게 배우는데, 새로운 지식은 관련 정착 아이디어의 한 예에 불과하며, 관련 정착 아이디어를 보다 명확히 해 주고 보강해주는 기능을 한다.

또, 교사는 평행사변형의 의미(대변이 평행인 닫힌 네 변으로 이루어진 도형)를 이해한 학생에게 “마름모는 모든 변의 길이가 같은 평행사변형이다”를 명제로 “마름모”를 정의할 수 있다. 왜냐하면 “평행사변형”의 조건을 유지하고 거기에 네 변의 길이를 같게 하는 조건만을 수정하게 되면 “마름모”가 되어 학생들이 “마름모”를 쉽게 포섭할 수 있기 때문이다. 즉, “마름모”의 의미를 포섭하기 위

15) 하위적

해 학생들은 “평행사변형”의 의미를 구성하는 ‘평행사변형, 변, 같다’ 등과 같은 이미지를 수정하게 된다. 이처럼 새로운 과제가 이전에 학습된 지식의 연장(extension), 정교(elaboration), 수정(modification) 또는 제한(qualification)일 때 발생하는 관계를 상호관련적 포섭이라 한다.



<그림 11-7> 상호관련적 포섭의 예에 대한 도식

앞에서 소개한 「이차곡선」 지도 과정을 교사가 반대로 활용한다면 파생적 포섭을 이용한 학습과정이 된다. 즉, 이차곡선

이와 같이 x 와 y 에 대한 이차방정식

$$'Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0'$$

으로 나타내어지는 곡선이 이차곡선이라 정리한다.

을 먼저 유의미하게 정의하여 지도한 후 특수한 예로 원, 포물선, 타원 그리고 쌍곡선을 지도하게 되면, 학생들은 원, 포물선, 타원 그리고 쌍곡선을 이차곡선의 하위 개념으로 포섭하게 된다.

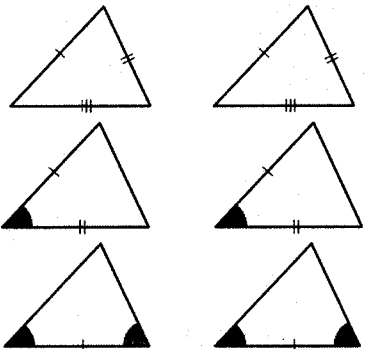
또, 분배법칙을 바르게 알고 있는 학생들에게 $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$ 임을 지도한 후, 특수한 예로 a 와 c 가 1인 $(x + b)(x + d) = x^2 + (b + d)x + bd$ 또는 b 와 d 가 1인 $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ 을 지도하게 되면 학생들은 일반적인 앞의 공식으로부터 후자를 파생적으로 포섭하게 된다.

혹은, “두 삼각형의 합동조건”으로 “두 직각삼각형의 합동조건”을 포섭하는 것은 상호관련적 포섭

이 된다. “두 삼각형의 합동조건”은 다음의 세 가지 경우이다.

두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.

1. 세 변의 길이가 각각 서로 같을 때
2. 두 변의 길이가 각각 서로 같고, 그 끼인각의 크기가 서로 같을 때
3. 한 변의 길이가 서로 같고, 그 양 끝각의 크기가 각각 서로 같을 때



교사는 두 삼각형의 합동조건을 이해한 학생에게 “두 직각삼각형의 합동조건은 이미 직각이라는 조건이 주어져있으므로 조건 2와 조건 3을 만족하는 두 삼각형의 합동조건이다”로 두 직각삼각형의 합동조건을 도입할 수 있다.

두 직각삼각형은 다음의 한 경우에 서로 합동이다.

1. 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 서로 같을 때
2. 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 서로 같을 때

이 때 학생들은 두 삼각형의 합동조건을 유지하고 거기에 직각의 조건만을 수정하여 두 직각삼각형의 합동조건을 포섭하게 된다.

또, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 에서 꼭짓점을 바르게 잡아 그래프를 그릴 수 있는 학생에게 ‘이차방정식의 실근의 개수를 구한다는 것은 이차함수의 y 값이 0이 되는 x 값을 구하는 것과 같다’를 지도한다면 학생들은 주어진 이차함수를 만족하는 (x, y) 에 중 y 를 0으로 하는 x 값으로 함수의 조건을 제한하여 “이차방정식의 실근의 개수 구하기”를 쉽게 포섭하게 된다. 즉, 학생은 이차함수를 이용해 이차방정식의 실근의 개수 구하기를 상호관련하여 포섭하게 된다.

Ausubel은 새로운 과제와 인지구조에 존재하는 지식 사이의 가장 평범한 관계를 종속관계로 소개하면서, 새로운 과제는 인지구조에 존재하고 좀 더 포괄적인 지식 아래에 포섭된다고 하였다.

3) 결합적 포섭(combinationl subsumption)

지금까지 소개한 하위 지식과 상위 지식 사이의 관계를 바탕으로 전개되는 학습과 다르게 주어진 과제와 관련 정착 아이디어 사이에 수평적 관계를 유지하면서 서로가 서로를 포섭하는 과정에 따른

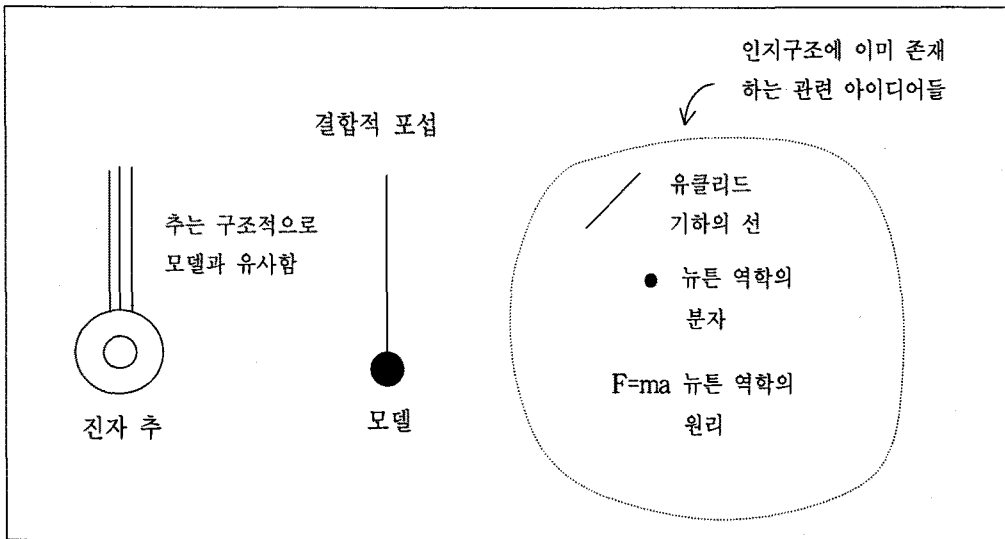
학습이 가능하다. Ausubel(1963)은 개념과 같은 많은 새로운 지식의 학습은 결합적 포섭 관계를 이루며, 이 지식들은 잠재적으로 유의미하다고 지적하였다.

결합적 포섭을 이용한 학습에서 새로운 지식 A 는 선행 지식 B, C, D 와 관련되는 듯하지만 지식 B, C, D 보다 더 포괄적이고 더 특수하지는 않다.

새로운 지식 $A \rightarrow \frac{B-C-D}{\text{선행 지식}}$

<그림 II-8> 결합적 포섭을 반영한 유의미 학습 형태(Ausubel, 2000)

Ausubel은 이러한 포섭관계는 주로 모델(model)의 활용에서 발견된다고 소개하였다. 예를 들어 교사가 유클리드 기하와 뉴턴 원리를 이미 학습한 학생들에게 추의 주기 공식 유도¹⁶⁾를 설명하려 한다면, 교사는 추를 유클리드적 선분과 뉴턴의 분자와 구조적으로 동치라고 생각하도록 강조할 것이다. 둘 사이의 구조적으로 유사하기 때문에 뉴턴의 분자 운동과 관계하는 알려진 원리는 새롭게 만나게 되는 현상을 설명하는데 사용될 수 있다.



<그림 II-9> 결합적 포섭의 예에 대한 도식

Ausubel은 문학에서 사용되는 은유적인 문장에서도 결합적 포섭을 지적하였다. 은유는 학습자의 인지 구조에 이미 존재하는 어떤 아이디어와 새로운 지식 사이에 함축적으로 비교하는데 사용된다.

16) 추의 주기에 대한 공식은 $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 이다.

예를 들어 “인생은 단지 걸어 다니는 그림자이다”에서 셰스피어는 추상적 아이디어인 인생을 실제적인 대상인 그림자에 비교하면서 인생의 희박하고(ethereal) 덧없고(fleeting) 근본적으로 흐린(somber) 특성을 보여주고 있다. 이처럼 특정 의미를 가진 추상적이고 심오한 개념을 은유를 통한 심상으로 바꾸려는 시도는 인간의 전형적인 자세이다. 이러한 비교는 상황에 적절한 일시적 의미와 관계되는 아이디어를 제공하기 때문에 그 순간에 작가가 전달하려 희망하는 것을 독자가 이해할 수 있게 해준다.

중학교 1학년 집합 단원에서 “집합”은 ‘주어진 조건에 의하여 그 대상을 분명히 알 수 있는 것들의 모임’으로 “원소”를 ‘집합을 이루는 대상 하나하나’로 정의한다. 이 때, 교사는 집합을 그릇에 비유하고 그릇에 담긴 물건을 원소로 비유하여 소개할 수 있다. 그렇게 되면 학생들은 그릇과 그릇에 담긴 물건을 이용하여 “집합”과 “원소”를 결합적으로 포섭하게 된다. 특히 학생들은 ‘원소가 하나도 없는 집합’인 “공집합”을 학습할 때 원소가 하나도 없는데 어떻게 원소를 모아 집합으로 만들 수 있을 까하는 인지적인 갈등을 느끼게 된다. 이 때, ‘공집합은 빈 그릇이다’라고 은유를 사용하게 되면 “공집합”의 개념 정의를 빈 그릇으로 쉽게 포섭하여 이해하게 된다.

또 $\sqrt{a^2}$ 을 이해하도록 돕기 위해 교사는 절댓값 $|a|$ (0으로부터 a 까지의 거리)의 개념을 도구로 활용할 수 있는데, 이는 학생에게 이미 존재하는 절댓값 $|a|$ 의 개념에 $\sqrt{a^2}$ 의 새로운 지식을 결합적으로 포섭하도록 돕기 위해서이다.

III. 결 론

최근 구성주의를 강조하는 수학교육의 방향은 1960년대 Bruner의 발견학습을 근간으로 하므로 여전히 교사 중심의 설명식 수업은 학생을 무시하고 학생의 자율성을 전혀 고려하지 않는 수업으로 인식되고 있다. 하지만 Ausubel은 설명식 수업도 유의미한 학습이 될 수 있으며 이를 위해서는 학생의 자율적이고 적극적인 자세가 중요하다고 강조하였다. 따라서 최근 수학교육 동향인 구성주의와 같은 학생 입장을 적극 반영한 수업과 크게 다르지 않은 혹은 병행이라는 측면으로, Ausubel의 유의미 수용식 학습은 분명 교사와 학생의 상호작용을 적극 활용한 수업 방법이 될 수 있다.

Ausubel은 학교수업의 많은 교과에 포함된 엄청난 양의 지식의 체계를 학습자가 학습해야 된다는 사실을 기정사실로 받아들여 학교 수업에서 일어나고 있는 학습과제변인과 학습자의 인지구조 변인을 중요시 여겼고, 그 해결책으로 엄청난 언어화된 지식의 체계를 학습시키되, 기계적 학습이 아닌 유의미 언어 학습으로 전환하고자 하였다(권기, 2006). 그러나 이 전환하는 단계에서 학습자보다는 교사의 노력을 더욱 강조하고 있다고 볼 수 있는데 교사가 노력해야 하는 구체적인 이유를 다양한 측면에서 제시하였다. 따라서 본고에서는 교사가 수학을 보다 의미 있게 가르치기 위한 방안 중 하나로 유의미 수용식 학습이 갖추어야 할 조건과 지도 방법을 Ausubel의 입장에서 재조명하였다.

본론에서 소개한 것처럼 유의미 수용식 학습을 위해 Ausubel은 학습과제의 잠재적 유의미가와 학

습자의 적극적 자세를 가장 중요한 조건으로 보았다. 결국 아무리 학습과제가 잠재적으로 유의미하다 하여도 학습자가 자신의 인지구조에 이 학습과제를 적극적으로 유의미하게 포섭하려 하지 않는다면 결국 교사의 학습 과정은 기계적 암기식 학습을 따른 것이 되는 것이다. 또한 의미 있는 수업이 되기 위해서는 학생들의 인지구조의 파악이 무엇보다 중요하다하였다. 따라서 교사는 수업 전에 학생들의 사전지식을 정확히 파악하고 새로운 내용이 포섭되기 위하여 구체적인 수업 계획을 짜야할 것이다. 그러나 무엇보다도 학습과제가 학습자에게 유의미하게 포섭되려면 교사는 가르치는 내용에 따라 상위적 포섭, 종속적 포섭 그리고 결합적 포섭을 바르게 적용할 수 있어야 한다. Ausubel은 종속적 포섭이 상위적 포섭보다 훨씬 유의미한 학습을 가져올 수 있다고 보았다. 왜냐하면 상위적 포섭 과정은 귀납적 일반화 과정을 요구하기 때문에 종속적 포섭의 과정보다 몇 단계를 더 필요로 하여 비효율적이라 보았기 때문이다. 이는 근래에 학생들이 추론 능력 향상을 위하여 시도되는 교수학적 방법과는 상반되는 내용이라 할 수 있다. 따라서 Ausubel의 주장을 모두 받아드릴 수는 없지만 Ausubel의 제언에 따라 수학의 계통성 및 계열성 그리고 학생의 준비도에 맞추어 교사가 적절한 포섭 과정을 이용하여 학생들을 유의미하게 지도할 수 있으리라 본다.

참 고 문 헌

- 권기 (2006). Bruner와 Ausubel의 수업이론 비교·고찰, 교육과학연구 6, 39-52.
- 권낙원·김동엽 (2006). 교수-학습 이론의 이해. 서울: 문음사.
- 변영계 (2008). 교수-학습 이론의 이해. 서울: 학지사.
- 우정호(2010). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판문화원
- Ausubel, D. P. (1969). *School Learning : An Introduction to Educational Psychology*. New York : Holt, Rinehart & Winston
- Ausubel, D. P. (1963). *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*. Orlando, FL : Grune & Startto
- Ausubel, D. P. (1978). *Educational Psychology : A Cognitive View*. New York : Holt, Rinehart & Winston
- Ausubel, D. P. (1969). *Psychology in Teacher Preparation. (With John Herbert)* Toronto : The Ontario Institute for Studies in Education
- Ausubel, D. P. (2000). *The Acquisition and Retention of Knowledge*. Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers

A Review of Ausubel's Meaningful Learning in Education of Mathematics

Kyungeun Park

Sungkyunkwan University

E-mail : medu1234@hanmail.net

Hokyoung Ko

Ajou University

E-mail : shrine999@hanmail.net

It is to design diverse teaching methods to construct competitive knowledge-based society and to design teaching methods suitable to Korean conditions. The study reviewed Ausubel's meaningful learning especially subsumption theory as a plan to make students understand math and receive it meaningfully through explanatory class. Analyzing meaning and conditions of Ausubel's meaningful learning can make utility of significant explanatory learning in education of mathematics easier.

* ZDM Classification : C3, D2

* 2000 Mathematics Subject Classification : 9702, 97C50

* Key Words : Ausubel, Meaningful learning, Meaningful reception(verbal) learning, subsumption