

성장-변형률법을 이용한 신뢰성 기반 형상 최적화

오영규⁺, 박재용⁺, 임민규⁺, 박재용⁺, 한석영⁺⁺

(논문접수일 2010. 4. 20, 심사완료일 2010. 9. 3)

Reliability-based Shape Optimization Using Growth Strain Method

Young-kyu Oh⁺, Jae-yong Park⁺, Min-gyu Im⁺, Jae-yong Park⁺, Seog-young Han⁺⁺

Abstract

This paper presents a reliability-based shape optimization (RBSO) using the growth-strain method. An actual design involves uncertain conditions such as material property, operational load, Poisson's ratio and dimensional variation. The purpose of the RBSO is to consider the variations of probabilistic constraint and performances caused by uncertainties. In this study, the growth-strain method was applied to shape optimization of reliability analysis. Even though many papers for reliability-based shape optimization in mathematical programming method and ESO (Evolutionary Structural Optimization) were published, the paper for the reliability-based shape optimization using the growth-strain method has not been applied yet. Growth-strain method is applied to performance measure approach (PMA), which has probabilistic constraints that are formulated in terms of the reliability index, is adopted to evaluate the probabilistic constraints in the change of average mises stress. Numerical examples are presented to compare the DO with the RBSO. The results of design example show that the RBSO model is more reliable than deterministic optimization. It was verified that the reliability-based shape optimization using growth-strain method are very effective for general structure. The purpose of this study is to improve structure's safety considering probabilistic variable

Key Words : Reliability-Based Shape Optimization(신뢰성 기반 형상 최적화), Performance Measure Approach (PMA) (목표 성능치 접근법), Growth-Strain Method(성장-변형률법)

1. 서론

현재 최적설계 연구분야에서는 구조물에 작용하는 하중

의 불확실성, 구조물을 구성하고 있는 재료의 불확실성 및 제작 시 필연적으로 발생하는 치수의 불확실성 등을 고려하기 위한 신뢰성 기반 최적설계(RBDO, reliability-based

⁺ 한양대학교 대학원 기계공학과

⁺⁺ 교신저자, 한양대학교 기계공학부 (syhan@hanyang.ac.kr)

주소: 서울시 성동구 행당동 17 한양대학교 공업센터 M202-1

design optimization)⁽¹⁻⁴⁾가 대두되고 있다. 기존의 결정론적 최적설계(DO, deterministic design optimization)은 이와 같은 불확실성을 고려하지 못한다는 점에서 큰 차이가 있다.

2003년 미국 우주 왕복선이 발사 직전 폭발된 대형사고⁽⁵⁾가 발생한 적이 있었는데 그 이유는 설계요구조건은 모두 만족했음에도 불구하고 실제 상황에서 발생할 수 있는 제품의 가공오차, 재질의 불균일성, 받는 힘의 불규칙성 등 예측 불가능한 인자들에 대한 고려를 하지 않았기 때문이었다. 이에 기계설계 엔지니어들은 설계에서 확률에 대한 기본 개념을 바탕으로 불확실성에 대한 고려 즉, 확률론적 분포를 고려한 신뢰성 기반 최적설계에 대한 연구가 시작되었다.

형상 최적설계의 목적은 설계자가 요구하는 최대 성능을 갖는 형상 즉, 구조물의 강성, 강도 및 체적 등의 제한조건을 만족하는 기계부품이나 구조물의 형상을 최적화 하여 경량화 및 효율성을 높이는 것이라 할 수 있다. 형상 최적화 기법의 대표적인 방법으로는 형상을 결정짓는 변수들을 이용하여 정식화하는 방법과 형상 경계를 몇 개의 점(key node)으로 좌표화를 통해 변수화하는 방법,^(6,7) 그리고 최적기준법의 하나인 Azegami⁽⁸⁾가 제안한 성장-변형률법(growth strain method)이 있다. 이 기법은 응력이나 탄성변형에너지 등의 분포매개변수(distributed parameter)를 구조물 내에 균일하게 분포되도록 함으로써 형상을 최적화 한다. 지금까지 성장-변형률법을 이용한 신뢰성 기반 형상 최적설계는 수행된 바 없으므로 본 연구에서는 구조물의 신뢰성을 확보할 수 있는 형상을 구하기 위해 신뢰성 기반 형상 최적설계를 수행하였다.

본 논문에서는 성장-변형률법을 기반으로 구조물의 평균 응력 제한조건하에서 구조물의 최적 형상을 구하기 위해 목표 성능치 접근법(PMA, performance measure approach)을 적용하였으며, 결정론적 형상 최적화(DSO, deterministic shape optimization) 결과와 비교하였다. 신뢰성 기반 형상 최적화(RBSO, reliability-based shape optimization)의 적용을 위해서 유한요소해석에는 ANSYS를 이용하였고 신뢰성해석과 성장-변형률법의 적용을 위해서는 MATLAB을 사용하였다.

2. 성장-변형률법

성장-변형률법⁽⁸⁾은 매개변수를 균일하게 분포시키는 과정에서 발생하는 체적변형으로 형상을 최적화시킨다. 이 최

적화 과정은 2단계의 반복과정으로 구성되어 있다. 첫 단계는 역학적인 조건하에서 매개변수를 계산하기 위한 응력해석 단계이며, 두 번째 단계는 응력해석을 바탕으로 계산된 결과에 의해 구조물의 형상을 최적 형상으로 변화시켜가는 성장해석(체적변형) 단계이다. 매개변수가 균일화된 형상을 만들기 위해서는 체적변형의 발생법칙이나 성장법칙인 식 (1)에 따라 매개변수의 함수로써 체적변형을 발생시키며 모든 요소에서 축소 체적변형은 σ 와 $\bar{\sigma}$ 의 편차에 비례해서 σ 가 $\bar{\sigma}$ 보다 작은 곳에서 발생하고, 팽창 체적변형은 σ 가 $\bar{\sigma}$ 보다 클 때 발생한다.

$$\epsilon_{ij}^B = \frac{\sigma - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} \delta_{ij} h \quad (1)$$

식 (1)에서 ϵ_{ij}^B 는 체적변형, σ 는 매개변수(예를 들면, Mises 응력), $\bar{\sigma}$ 는 매개변수의 기준 값(예를 들면, 평균 Mises 응력), δ_{ij} 는 Kronecker delta, 그리고 h 는 성장변형의 크기를 조절하는 1보다 훨씬 작은 임의의 상수인 성장물이다. 여기서, 열응력 해석을 고려하면, 물체를 열등방성이라고 가정할 때 발생하는 열변형은 식 (2)와 같이 전단성분이 없는 체적변형만을 발생시킨다. 그러므로 열변형은 성장해석에서의 방정식과 유사한 형태를 갖는다.

$$\epsilon_{ij}^T = \alpha \Delta T \delta_{ij} \quad (2)$$

식 (2)에서 ϵ_{ij}^T 는 열변형률, α 는 열팽창계수, ΔT 는 온도 변화량, δ_{ij} 는 크로넬커델타 (Kronecker delta)이다.

성장법칙(growth law)의 형태는 체적을 구속한 채 응력을 축소하는 방법(체적제어)과 응력을 구속한 채 체적을 축소하는 방법(응력제어)으로 나눌 수 있다. 위에서 언급한 두 단계의 과정을 반복함으로써 균일한 매개변수를 갖는 형상

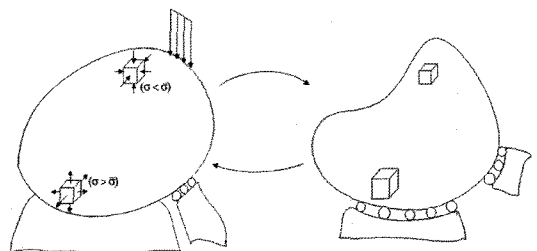


Fig. 1 The principle of the growth-strain method

을 얻을 수 있으나 관심 있는 문제에 대해서 이 결과가 체적이 감소했는지 증가했는지 알 수 없다. 따라서 체적을 목표값으로 제어하기 위해 식 (1)을 개선하여 체적을 제어할 수 있는 개선된 성장법칙인 식 (3)을 유도하였다. 각 반복에서 성장변형에 의한 체적의 변화량은 외란(disturbance)과 같이 간주되어질 수 있고 이 문제는 자동제어 이론에서 외란에 대한 자동조절(automatic regulation)에 대응할 수 있다. 그러므로 체적 제어는 PID 제어의 개념을 이용해 수행될 수 있으며, 식 (4)에서와 같이 평균 Mises 응력은 기본값으로 사용된다. 유사한 방법으로 응력을 제어할 수 있는 개선된 성장법칙 식 (5)을 유도하였다.

따라서 체적 제어는 식 (3)과 (4)에 의해, 응력 제어는 식 (5)에 의해 PID 제어 개념을 이용하여 효율적으로 제어될 수 있다.

$$\epsilon_{ij}^{B(n)} = \frac{\sigma^{(n-1)} - \overline{\sigma^{(n-1)}}}{\sigma^{(n-1)}} \delta_{ij} h - \left\{ K_p \frac{V^{(n-1)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{V^{(k)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_D \frac{V^{(n-1)} - V^{(n-2)}}{V_{obj}} \right\} \quad (3)$$

$$\overline{\sigma^{(n-1)}} = \sum_e \frac{\sigma_e v_e}{V^{(n)}} \quad (4)$$

$$\epsilon_{ij}^{B(n)} = \frac{\sigma^{(n-1)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} \delta_{ij} h + \left\{ K_p \frac{\sigma_{max}^{(n-1)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\sigma_{max}^{(k)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} + K_D \frac{\sigma_{max}^{(n-1)} - \sigma_{max}^{(n-2)}}{\sigma_{obj}} \right\} \quad (5)$$

여기서, (n)은 n번째 반복횟수, K_p , K_I , K_D 는 비례상수, v_e 는 각 요소의 체적, σ_e 는 각 요소의 대표 Mises 응력, V_{obj} 는 목표하는 총 체적, $V^{(n)}$ 는 n번째 반복횟수에서의 총 체적을 의미한다. σ_{obj} 는 목표 Mises 응력이며 $\sigma_{max}^{(n)}$ 는 n번째 반복횟수에서의 최대 Mises 응력이다. 식 (3)과 (5)에서 K_p 를 가진 두 번째 항은 PID 제어에서 비례동작에 대응하고 목표체적과의 편차에 따라 체적변형을 발생시킨다. K_I 를 가진 항은 적분동작에 대응하고 잔류편차를 줄인다. 또 K_D 를 포함한 항은 미분동작에 대응하며 외란에 대한 응답을 가속화시킨다. K_p , K_I , K_D 값은 실제적으로 이용할 때는 0.0에서 2.0사이의 값을 취하며, 이는 경험적으로 얻어진 값이다. 체적제어는 체적을 목표 값으로 제어하면서 Mises 응력을 균일하게 만드는 것이 가능하며, 이 성장법칙을 이용

함으로써 체적을 구속하면서 강도를 최대화 할 수 있다.

3. 형상 최적화 시스템

본 연구의 기본이 되는 성장-변형률법을 적용함에 있어 응력해석과 열변형해석이 필수적이다. 여기서 모델링을 위한 전처리(pre-processing)부, 응력 해석과 열응력 해석을 위한 해석부, 다음 해석의 모델링을 위한 후처리(post-processing)부에는 범용 유한요소법 프로그램을 사용하였다. 응력해석의 결과를 매개변수화(distributed parameter), 성장변형률(bulk strain)을 온도하중으로 변환, 열응력해석을 위해 MATLAB과 범용 유한요소법 ANSYS 프로그램 간을 인터페이스(interface)하였다. 형상 최적화를 수행하는 과정에서 요소가 찌그러지거나 서로 중첩되는 경우에는 재모델링(remodeling)하거나 요소 재수정(mesh refinement)하는 등의 후처리를 필요에 따라 선택적으로 수행하였다. 개발된

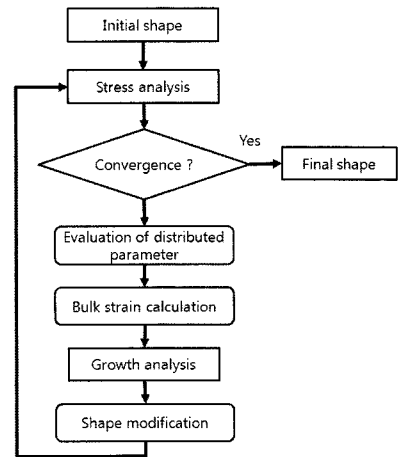
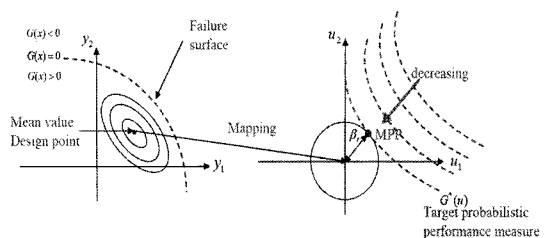


Fig. 2 Flowchart of the growth-strain method



(a) Normal distribution (b) Standard normal distribution

Fig. 3 Concept of PMA method

형상 최적화 시스템의 도식적인 흐름도를 Fig. 2에 나타내었다.

4. 신뢰성 기반 최적설계

신뢰성 기반 최적설계⁽¹⁻⁵⁾는 결정론적 최적설계에서 결정론적 제약조건을 사용하여 문제를 정의하는 것과 달리 설계 변수와 함께 불확실성을 고려하기 위하여 다음과 같은 확률론적 제약조건을 이용하여 정의하게 된다.

$$\begin{aligned} \text{Min. } & F(d) \\ \text{S.t. } & P[G(d, X) \leq 0] \leq P_f \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 G 는 한계상태식(limit state function), d 는 설계 변수 이고, X 는 확률변수이다. 확률제약조건은 시스템의 실패확률이 목표 실패 확률 P_f 보다 작아야 함을 의미한다.

목표 성능치 기반 접근법은 신뢰도지수 기반 접근법⁽⁷⁾을 역으로 적용한 방법이다. 표준 정규분포공간에서 원점으로부터 목표 신뢰도 지수만큼의 거리에 있는 점들 중 성능함수의 최소값을 얻는다. 이 최소값을 목표 성능치라고 한다. 이때 목표 성능치가 0보다 크면 원점으로부터 목표 신뢰도 지수만큼 떨어진 위치의 모든 점에서 성능함수 값이 양수가 되어 목표 신뢰도 지수를 만족하는 것이 된다. 목표 성능치 기반 접근법을 이용한 신뢰성 기반 최적설계의 내부 최적화 문제는 식 (7)과 같이 정식화 된다.

$$\begin{aligned} \text{Min. } & G_{\text{target}} = G(u) \\ \text{S.t. } & \beta = \|u\| = \sqrt{u^T u} \end{aligned} \quad (7)$$

5. 적용예제

5.1 토크암

Fig. 4와 같은 토크암⁽⁹⁾에 대하여 확률 제약조건을 고려한

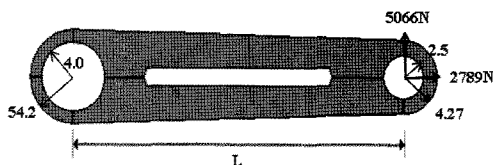


Fig. 4 Initial design of a 2-D torque arm

신뢰성 기반 형상 최적화를 수행하고, DSO의 결과와 비교하였다. 4절점 사각형 유한요소로 나누었으며 성장비 h 값을 0.05로, K_p , K_f , K_D 값을 각각 0.5, 0.1, 0.0으로 설정하여 형상 최적화를 수행하였다. 한계상태 방정식은 토크암의 평균응력을 500MPa이하로 제한조건을 설정하였으며, 탄성계수, 하중 그리고 두께를 확률변수로 고려하였다. 확률변수는 각각 정규분포 특성을 가지며 확률적으로 서로 독립적이며 평균값에 10%의 분산을 갖는다고 가정하였다. 목표 신뢰도 지수는 파괴확률 $P_f = 125\%$ 를 가지는 $\beta_f = 3$ 으로 정의하였다. 이는 99.87%의 신뢰성을 만족해야 한다는 의미이다. 결정론적 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Min. } & \text{Volume} \\ \text{S.t. } & \sigma_{\text{mean}} \geq 500 \end{aligned} \quad (8)$$

신뢰성 기반 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & \text{Volume} \\ \text{Subject to } & P_f = P(G \leq 0) \leq 0.125\% \\ & G = \sigma_{\text{mean}} \geq 500 \end{aligned} \quad (9)$$

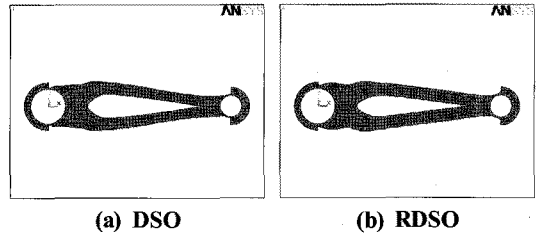


Fig. 5 Results for a 2-D torque arm

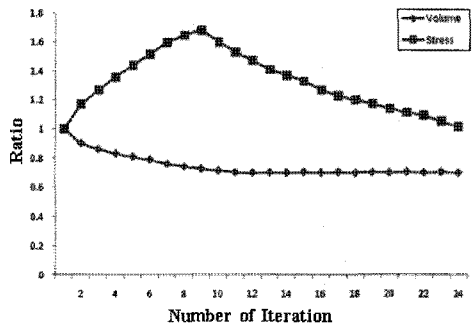


Fig. 6 History of iteration for a 2-D torque arm by volume control

Fig. 5에 2차원 토크암에 대한 DSO와 RBSO의 결과를 나타내었으며, Fig. 6에 응력제어를 이용한 토크암의 수렴과정을 나타내었다. Table 1에 나타난 것같이 DSO와 RBSO의 체적은 5.21%의 차이를 보였으며, 신뢰도 지수는 각각 0.05와 3.00으로 얻어졌다. 따라서, 신뢰성을 고려하면 DSO에 비해 체적은 다소 증가되고, 최대 및 최소 응력은 다소 감소되는 결과를 얻게 됨을 알 수 있다.

Fig. 7과 같은 3차원 토크암에 대하여 응력해석의 구속조건은 2차원과 같게 주었으며 8절점 육방체 유한요소로 나누었다. 확률 제한조건을 고려한 신뢰성 기반 형상 최적화를 수행하였으며, DSO의 결과와 비교하였다. 한계상태식은 토크암의 평균응력을 15.8MPa이하로 제한조건을 설정하였으며, 탄성계수, 하중 그리고 포아송비를 확률변수로 고려하였다. 확률변수는 각각 정규분포 특성을 가지며 확률적으로 서로 독립적이며 평균값에 10%의 분산을 갖는다고 가정하였다. 결정론적 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && \text{Volume} \\ & \text{Subject to} && \sigma_{\text{mean}} \geq 15.8 \end{aligned} \quad (10)$$

신뢰성 기반 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && \text{Volume} \\ & \text{Subject to} && P_f = P(G \leq 0) \leq 0.125\% \\ & && G = \sigma_{\text{mean}} \geq 15.8 \end{aligned} \quad (11)$$

Table 1 Comparison between DSO and RBSO for a 2-D torque arm

	Vol. (%)	Max. von Mises stress (MPa)	Mean von Mises stress (MPa)	Reliability index
DSO	70.00	1625.3	499.09	0.05
RBSO	75.21	1540.9	466.06	3.00

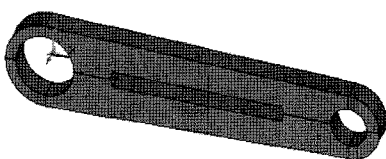


Fig. 7 Initial design of a 3-D torque arm

Fig. 8에 3차원 토크암의 DSO와 RBSO 결과를 나타내었으며, Fig. 9에 응력제어를 이용한 3차원 토크암의 수렴과정을 나타내었다. Table 2에서 표시한 것처럼 DSO와 RBSO의 체적은 6.14%의 차이를 보였고, 신뢰도 지수는 각각 0.04와 3.00으로 얻어졌다. 따라서, 신뢰성을 고려하면 DSO에 비해 체적은 다소 증가되고, 최대 및 최소 응력은 다소 감소되는 결과를 얻게 됨을 알 수 있다.

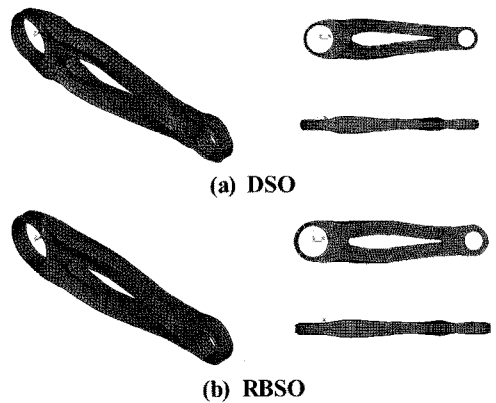


Fig. 8 Results for a 3-D torque arm

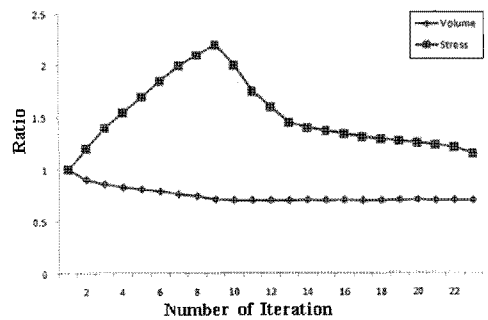


Fig. 9 History of iteration for a 3-D torque arm by volume control

Table 2 Comparison between DSO and RBSO for a 3-D torque arm

	Vol. (%)	Max. von Mises stress (MPa)	Mean von Mises stress (MPa)	Reliability index
DSO	70.00	41.43	15.76	0.04
RBSO	76.14	38.98	13.40	3.00

5.2 브라켓

Fig. 10과 같은 브라켓에 대하여 확률 제한조건을 고려한 신뢰성 기반 형상 최적화를 수행하고, DSO의 결과와 비교하였다. 한계상태식은 브라켓의 평균응력을 814MPa이하로 제한조건을 설정하였으며, 탄성계수, 하중 그리고 두께를 확률변수로 고려하였다. 확률변수는 각각 정규분포 특성을 가지며 확률적으로 서로 독립적이며 평균값에 10%의 분산을 갖는다고 가정하였다. 목표 신뢰도 지수는 파괴확률 $P_f = 0.125\%$ 를 가지는 $\beta_t = 3$ 으로 정의하였다. 결정론적 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

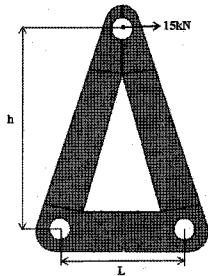


Fig. 10 Initial design of a 2-D bracket

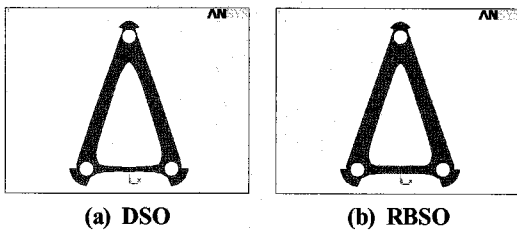


Fig. 11 Results for a 2-D bracket

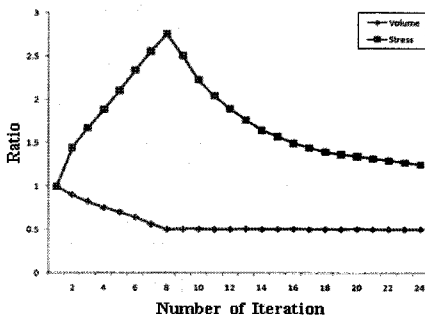


Fig. 12 History of iteration for a 2-D bracket by volume control

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && \text{Volume} \\ & \text{Subject to} && \sigma_{mean} \geq 814 \end{aligned} \quad (12)$$

신뢰성 기반 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && \text{Volume} \\ & \text{Subject to} && P_f = P(G \leq 0) \leq 0.125\% \\ & && G = \sigma_{mean} \geq 814 \end{aligned} \quad (13)$$

Fig. 11에 2차원 브라켓에 대한 DSO와 RBSO의 결과를 나타내었으며, Fig. 12에 응력제어를 이용한 수렴과정을 나타내었다. Table 3에서 보이는 것처럼 DSO와 RBSO의 체적은 7.33%의 차이를 보였고, 신뢰성 지수는 각각 0.05와 3.00으로 얻어졌다. 따라서, 신뢰성을 고려하면 DSO에 비해 체적은 다소 증가되고, 최대 및 최소 응력은 다소 감소되는 결과를 얻게 됨을 알 수 있다.

Fig. 13과 같은 3차원 브라켓에 대하여 응력해석의 구속 조건은 2차원과 같게 주었으며 8절점 육방체 유한요소로 나누었다. 확률 제한조건을 고려한 신뢰성 기반 형상 최적화를 수행하고, DSO의 결과와 비교하였다. 한계상태 방정식은 브라켓의 평균응력을 130MPa이하로 제한조건을 설정하였으며, 탄성계수, 하중 그리고 포아송비를 확률변수로 고려하였다. 확률변수는 각각 정규분포 특성을 가지며 확률적으로

Table 3 Comparison between DSO and RBSO from a 2-D bracket

	Vol. (%)	Max. von Mises(MPa)	Mean. von Mises(MPa)	Reliability index
DSO	50.00	3579.6	813.78	0.05
RBSO	57.33	3134.7	741.44	3.00

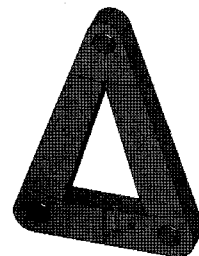


Fig. 13 Initial design of a 3-D bracket

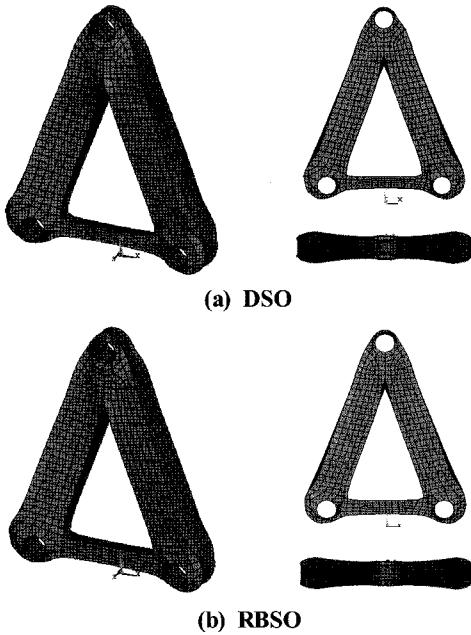


Fig. 14 Results for a 3-D Bracket

Table 4 Comparison between DSO and RBSO from a 3-D bracket

	Vol. (%)	Max. Mises stress(MPa)	Mean. Mises stress(MPa)	Reliability index
DSO	70.00	346.25	129.32	0.05
RBSO	76.45	330.29	119.73	3.00

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} && \text{Volume} \\
 & \text{Subject to} && P_f = P(G \leq 0) \leq 0.125\% \\
 & && G = \sigma_{mean} \geq 130
 \end{aligned} \tag{15}$$

Fig. 14에 3차원 브라켓의 DSO와 RBSO의 결과를 나타내었으며, Fig. 15에 응력제어를 이용한 수렴과정을 나타내었다. Table 4로부터 DSO와 RBSO의 체적 차이는 6.45%였으며, 신뢰도 지수는 각각 0.05와 3.00으로 얻어졌다. 따라서, 신뢰성을 고려하면 DSO에 비해 체적은 다소 증가되고, 최대 및 최소 응력은 다소 감소되는 결과를 얻게 됨을 알 수 있다.

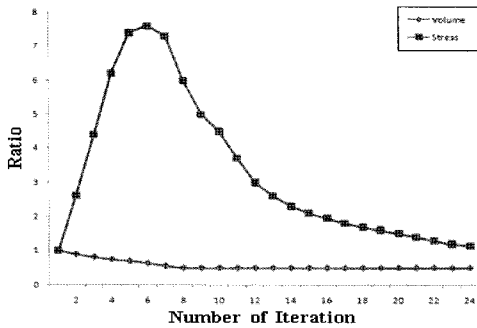


Fig. 15 History of iteration for a 2-D bracket by volume control

서로 독립적이며 평균값에 10%의 분산을 갖는다고 가정하였다. 목표 신뢰도 지수는 파괴확률 $P_f = 0.125\%$ 를 가지는 $\beta_t = 3$ 으로 정의하였다. 결정론적 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} && \text{Volume} \\
 & \text{Subject to} && \sigma_{mean} \geq 130
 \end{aligned} \tag{14}$$

신뢰성 기반 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

6. 결론

성장-변형률법을 기반으로 수행한 신뢰성 기반 형상 최적화의 결과로부터 얻어진 결론은 다음과 같다.

- (1) 성장-변형률법을 이용한 신뢰성 기반 최적설계가 효과적으로 적용되는 것을 확인하였다.
- (2) RBSO를 이용하여 구한 최적 형상이 DSO에 의한 최적 형상에 비해 체적은 크게 나타나고 최대 및 평균 응력은 작아짐을 알 수 있었다.
- (3) 2차원 및 3차원 구조물에 의한 보다 신뢰성 있는 확률론적 분포를 고려한 신뢰성 기반 형상 최적화 시스템을 구축하였다.

참고 문헌

- (1) Kim, C. I., Wang, S. M., Bae, K. R., and Moon, H. G., 2006, "Reliability-Based Topology Optimization with Uncertainties," *Int. J. KSME.*, Vol. 20, No. 4, pp. 494~504.
- (2) Bang, S. H. and Min, S. J., 2006, "Reliability-Based

- Topology Optimization Using Single-Loop Single-Vector Approach," *Int. J. KSME*, Vol. 30. No. 8, pp. 889~896.
- (3) Kim, C., Wang, S. M., Hwang, I. H., and Lee, J. G., 2007, "Application of Reliability-Based Topology Optimization for Micro electro mechanical Systems," *AIAA. J.*, Vol. 45, pp. 2926~2934.
- (4) Kim, C. I., Wang, S. M., Bae, K. R., and Moon H. G., 2007, "Reliability-Based Topology Optimization with Uncertainties," *Int. J. KSME.*, Vol. 20, No. 4, pp. 494~504.
- (5) Choi, S. K., Grandhi, R. V., and Canfield, R. A., 2007, *Reliability-based Structural design*, Springer, London, pp. 10~16.
- (6) Y. L. Hsu., 1994, "A review of structural shape optimization," *Comput. in Industry*, Vol. 26, pp. 3~13.
- (7) Youn, B. D., 2006, "Adaptive-Loop Method For Non-Deterministic Design Optimization," *Proc. IMechE, Part O: J. Risk and Reliability*, Vol. 221, No. 2, pp. 107~116.
- (8) Azegami, H., 1992, "Shape Optimization of Solid Structures Using the Growth-Strain Method," *J. SAE*, No. 921063.
- (9) Han, S. Y. and Bai, H. W., 2000, "Shape Optimization for Multi-Connected Structures," *J. KSAE*, Vol. 8, No. 2, pp. 151~158.