한국공작기계학회지 Vol.19 No.5 2010. 10. pp. 589~595
Journal of the Korean Society of Machine Tool Engineers

변위 제한 조건하에서의 신뢰성 기반 형상 최적화

오영규[+], 박재용[+], 임민규[+], 박재용[+], 한석영[++]

(논문접수일 2010. 3. 10, 심사완료일 2010. 9. 3)

Reliability-Based Shape Optimization Under the Displacement Constraints

Young-kyu Oh[+], Jae-yong Park[+], Min-gyu Im[+], Jae-yong Park[+], Seog-young Han[++]

Abstract

This paper presents a reliability-based shape optimization (RBSO) using the evolutionary structural optimization (ESO). An actual design involves uncertain conditions such as material property, operational load, poisson's ratio and dimensional variation. The deterministic optimization (DO) is obtained without considering of uncertainties related to the uncertainty parameters. However, the RBSO can consider the uncertainty variables because it has the probabilistic constraints. In order to determine whether the probabilistic constraint is satisfied or not, simulation techniques and approximation methods are developed. In this paper, the reliability-based shape design optimization method is proposed by utilization the reliability index approach (RIA), performance measure approach (PMA), single-loop single-vector (SLSV), adaptive-loop (ADL) are adopted to evaluate the probabilistic constraint. In order to apply the ESO method to the RBSO, a sensitivity number is defined as the change of strain energy in the displacement constraint. Numerical examples are presented to compare the DO with the RBSO. The results of design example show that the RBSO model is more reliable than deterministic optimization.

Key Words : Reliability-Based Shape Optimization(신뢰성 기반 형상 최적화), Double-Loops Single-Vector Approach(이중루프 단일벡터 방법), Single-Loop Single-Vector Approach(단일루프 단일벡터방법), Adaptive-Loop Approach(적응형 루프 방법), Evolutionary Structural Optimization(진화적 구조 최적화)

1. 서 론

구조 최적설계의 목적은 구조물의 성능을 최대화, 무게, 부피를 최소화하는데 있다. 제한 조건으로는 변위, 응력, 고유진동수, 좌굴하중 등을 포함한 여러 제한조건이 있으며 목적함수(성능, 무게, 부피)를 만족하는 동시에 제한조건을 만

+ 한양대학교 기계공학과
++ 교신저자, 한양대학교 기계공학부 (syhan@hanyang.ac.kr)
주소: 서울시 성동구 행당동 17 한양대학교 공업센터 M202-1

족하는 최적설계가 진행되고 있다. 신뢰성 기반 최적설계(RBDO : reliability based design optimization)는 제약조건의 위반 확률(violation probabilistic)로 정의되는 확률론적 제약조건을 이용한 최적설계 방법으로 설계상의 불확실성을 고려하여 목표하는 구조물의 신뢰성을 만족하는 동시에 목적함수를 최적화 하는 해를 구해주는 방법으로 연구가 진행되어 왔다.[1] 확률구속조건에 있어서, 어떤형태로 적용되는가에 따라 RIA(reliability index approach)와 PMA (performance measure approach)[2,3]로 분류되고 있다. 그런데 RIA나 PMA에서는 과도한 계산비용이 문제가 되어 이러한 계산비용을 줄이기 위해 Chen 등[4]에 의해 SLSV (single loop single vector)방법이 제안 되었으며 Youn[5]에 의해 이중루프 단일벡터가 가지고 있는 수치적 안정성(stability)과 단일루프 단일벡터가 가지고 있는 속도의 장점을 가진 적응형 루프(Adaptive-loop, ADL)방법이 제안 되었다. 본 논문에서는 앞서 언급한 4 가지 신뢰성 기법을 적용 하여 최적해의 수렴성(convergence), 시간비용(time cost)을 비교 하여 보았다. 구조 최적화 기법중의 하나인 진화적 구조 최적화 기법(ESO, evolutionary structural optimization)은 Xie 와 Steven[6]에 의해 제안되었다. ESO기법의 기본개념은 구조물에 작용하는 외적 환경조건에 대응하여 불필요한 부재(removal material), 즉 비효율적인 부재를 삭제해 나가는 것으로부터 시작하여 점차적으로 최적의 구조형태를 형성해 나가는 것이다.

신뢰성 기반 최적설계(reliability-based design optimization)는 목적함수를 만족하는 동시에 제약조건의 위반 확률(violation probabilistic)로 정의되는 확률론적 제약조건을 이용한 최적설계 방법이다.

현재까지 밀도법, 균질화법, BESO를 이용한 신뢰성 기반 위상 최적화에 대해 연구되어 왔다. Hwang[7]은 BESO를 이용한 변위 제한조건하에 신뢰성 기반 위상 최적설계를 수행하였지만 ESO를 이용한 신뢰성 기반 형상 최적설계에 대한 연구는 수행 되지 않았으며 ESO기법을 이용한 3차원 구조물에 대한 형상최적설계 논문은 발표된 바가 없기에 본 논문에서는 형상이 아주 뚜렷하게 나타나는 ESO를 이용한 2차원, 3차원 구조물에 신뢰성 기반 형상 최적설계를 변위 제한조건에 대한 연구를 수행 하였다.

본 논문에서는 ESO를 이용한 변위 제한조건하에 신뢰성 기반 형상 최적설계를 RIA, PMA, SLSV, ADL에 각각 적용하였으며 그 결과를 결정론적 형상최적화(DO, deterministic optimization)의 결과와 비교하였다. RBSO의 적용을 위해서 유한요소해석에는 ANSYS를 이용하였고 신뢰성해석과 ESO기법의 적용을 위해서는 MATLAB을 사용하였다.

2. 신뢰성 기반 최적설계

신뢰성 기반 최적설계는 결정론적 최적설계에서 결정론적 제약조건을 사용하여 문제를 정의하는 것과 달리 설계변수와 함께 불확실성을 고려하기 위하여 다음과 같은 확률론적 제약조건을 이용하여 정의하게 된다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad P[G \le 0] \le P_t \\ &\qquad G = \delta_{allow} - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 G는 한계상태식(limit state function), d는 설계변수 이고 X는 확률변수 이다. 확률제약조건은 시스템의 실패확률이 목표실패 확률 P_t보다 작아야 함을 의미한다. 신뢰성 기반 형상최적화를 위하여 구조물의 체적을 목적함수로 고려하고, 최대 허용변위에 대한 제약을 한계상태식으로 정의하면 신뢰성 기반 형상최적화 문제는 다음과 같이 정식화 된다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad P[G \le 0] \le P_t \\ &\qquad G = \delta_{allow} - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{2}$$

2.1 이중루프 단일벡터(DLSV)

2.1.1 신뢰도 지수 기반 접근법(RIA)

신뢰도지수의 산정에 최적화 과정을 이용한 방법으로 확률변수들이 정규분포이며 서로 확률적으로 독립이라는 가정을 필요로 한다. 신뢰도지수의 정의에 의해 신뢰도 지수 산정을 위한 내부최적화 문제는 다음과 같이 정식화된다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad \beta = \| u \| = \sqrt{u^T u} \\ &S.t. \quad G(u) = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

신뢰도지수의 정의로부터 신뢰도지수는 다음과 같이 정의된다.

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{G(\mu_g)}{\sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial u}\right)^2}} \tag{4}$$

2.2 목표 성능치 접근법(PMA)

목표 성능치 기반 접근법은 신뢰도지수 기반 접근법을 역으로 적용한 방법이다. 목표 성능치 기반 접근법을 이용한 신뢰성 기반 최적설계의 내부최적화 문제는 다음과 같이 정식화 된다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad G_{target} = G(u) \\ &S.t. \quad \beta = \| u \| = \sqrt{u^T u} \end{aligned} \tag{5}$$

이 내부최적화 문제를 풀기위해서는 Youn, Chio 그리고 Park[3]에 의해 제안된 HMV기법(hybrid mean value method)을 이용하였다. HMV기법은 최적화 단계마다 한계상태식의 형태가 볼록인지 오목인지 판별하여 그에 합당한 방법으로 최적화를 수행하는 기법이다.

2.3 단일루프 단일벡터 방법(SLSV)

단일루프 단일벡터 방법[4]은 구속조건의 평가가 필요한 곳에서 매번 MPP(most probable point)를 구하는데 필요한 반복과정을 없앤 것이다. 단일루프 단일벡터 방법을 이용한 신뢰성 기반 최적설계의 문제는 다음과 같이 정식화 된다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad G = \delta_{allow} - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{6}$$

평균점으로부터 한계 상태방정식까지의 벡터를 표현하면 다음과 같다.

$$S^* - \mu_s = \pm \beta_t \alpha^* \tag{7}$$

여기서 S^*는 확률변수 S와 평균점 μ_s간의 최소거리이며, α^*는 최대 파괴 가능점에서의 단위 법선 벡터로 다음과 같이 표기 될 수 있다.

$$\alpha^* = \frac{\nabla_s G(S)}{\| \nabla_s G(S) \|} \tag{8}$$

2.4 적응형 루프 방법(ADL)

적응형 루프(adaptive-loop, ADL)[5]방법은 3단계로 나누어 진행한다. 단계1에서는 결정론적(deterministic desgin) 설계 최적화, 단계2에서는 병렬루프(parallel-loop), 단계3에서는 단일루프(serial-loop)로 이루어진다. 즉, 초기에는 DO로 빠른 최적화를 수행하고 최적형상 근처에서 신뢰성 해석을 두 단계로 나누어 진행한다. 단계2 병렬루프에서는 PMA를 사용하고 파괴 확률점(MPP)에 근접할 경우 단계3 SLSV를 수행한다. 적응형 루프 방법을 이용한 신뢰성 기반 최적설계의 문제는 다음과 같이 정식화 된다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad G = \delta_{allow} - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{9}$$

결정론적 최적설계와 신뢰성 기반 최적설계를 연결하는 조건은 다음과 같다.

$$q_j = \frac{|g_j(d^0)|}{|g_j(d^0 + x^*_{MV}) - g_j(d^0)|} \tag{10}$$

여기서 q_j는 거리지수이고 설계자의 경험상으로 통상 1을 기준으로 결정론적 최적설계와 신뢰성 설계를 구분하는 역할을 한다. 1보다 클 때는 결정론적 최적설계를, 작을 때는 신뢰성 해석을 한다.

3. 적용예제

3.1 외팔보

Fig. 1과 같은 외팔보에 대하여 RIA, PMA, SLSV, ADL 확률 제한조건을 고려한 신뢰성 기반 형상 최적화를 수행하고, DSO의 결과와 비교해 보았다.

외팔보의 치수는 $L = 80mm$, $h = 50mm$ 그리고 $t = 1mm$ 이다. 재료 물성치는 $E = 100\,GPa$, 포아송비는 $\nu = 0.3$ 이다. 하중은 자유단 중앙에 $100N$을 주었다. 설계영역은 4000 (80×50) 개의 4절점 유한요소로 나누었으며 한계상태 방정식은 하중점에서 변위가 $0.06mm$ 이하로 되게 하는 제한조건을 설정하였으며, 탄성계수, 하중 그리고 두께를 확률변수로 고려하였다. 확률변수는 각각 정규분포 특성을 가지며 확

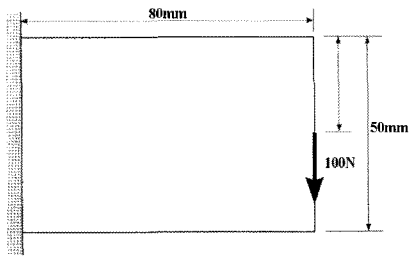

Fig. 1 Design domain of a 2-D cantilever beam

률적으로 서로 독립적이며 평균값에 10%의 분산을 갖는다고 가정하였다. 목표 신뢰도 지수는 파괴확률 $P_f = 0.125\%$를 가지는 $\beta_t = 3$으로 정의하였다. 이는 99.87%의 신뢰성을 만족해야 한다는 의미이다.

결정론적 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad G = 0.06 - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{11}$$

신뢰성 기반 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad P[G(d,X) \le 0] \le P_t = 0.135\% \\ &\qquad G = 0.06 - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{12}$$

Fig. 2(a) 는 허용범위를 0.06mm로 하여 수행한 결정론적 최적설계의 결과이다. Fig. 2(b), (c), (d), (e)는 신뢰도를 99.87% 로 하여 RIA, PMA, SLSV, ADL 수행해 본 결과의 형상이며, 이것에 대한 각각의 체적, 변위, 신뢰도 지수의 값은 Table 1에 나타나있다. 결정론적 형상 최적설계와 신뢰성 기반 형상 최적설계의 결과를 비교해 보면, RBSO를 적용하게 되면 체적이 약 4% 정도 더 커진다는 것을 알 수

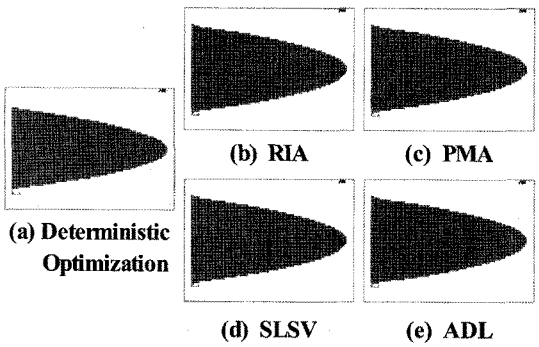

Fig. 2 The results of DSO and RBSO with 3 uncertainties

Table 1 Results of a 2-D cantilever beam

	Volume(%)	deflection	Reliability	Time
DSO	58.0	0.0610	0.02	1.00
RIA	62.1	0.0508	3.00	2.49
PMA	62.1	0.0508	3.00	3.58
SLSV	61.9	0.0512	2.99	1.84
ADL	62.1	0.0508	3.00	1.65

있다. 신뢰성 기반 형상 최적설계 RIA, PMA, SLSV, ADL을 각각 적용해 본 결과 최적형상에 수렴성은 PMA, SLSV, ADL의 경우 같은 형상에서 수렴한 것을 알 수 있고 시간비용을 보면 SLSV, ADL에서는 시간비용이 짧은데 비해 RIA, PMA에서는 시간비용이 다소 오래 걸리는 것을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad G = 0.11 - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{13}$$

Fig. 3과 같은 3차원 외팔보에 대하여 확률 제한조건을 고려한 신뢰성 기반 형상 최적화(RIA, PMA, SLSV, ADL)를 수행하고, DSO의 결과와 비교해 보았다. 외팔보의 치수는 $L = 200mm$, $w = 100mm$, 그리고 $h = 100mm$이다. 재료의 물성치는 $E = 210GPa$, 포아송비는 $v = 0.3$이며 자유단에 작용하는 하중은 $P = 100kN$이다. 설계영역은 8192 ($32 \times 16 \times 16$) 개의 8절점 유한요소로 나누었으며 한계상태방정식은 하중점에서 변위가 $0.11mm$ 이하로 되게 하는 제한조건을 설정하였으며, 탄성계수, 하중 그리고 포아송비를 확률변수로 고려하였다. 결정론적 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

신뢰성 기반 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad P[G(d,X) \le 0] \le P_t = 0.135\% \\ &\qquad G = 0.11 - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{14}$$

Fig. 4, 5(a) 는 허용범위를 0.11mm로 하여 수행한 결정론적 최적설계의 결과이다. Fig. 4, 5(b), (c), (d), (e)는 신뢰도를 99.87% 로 하여 RIA, PMA, SLSV, ADL 수행해 본 결과의 3차원 외팔보 형상이며, 이것에 대한 각각의 체적, 변위, 신뢰도 지수의 값은 Table 2에 나타나있다. 결정론적 형상 최적설계와 신뢰성 기반 형상 최적설계의 결과를 비교해 보면, 최적형상에 수렴성은 PMA, ADL의 경우 같은 형

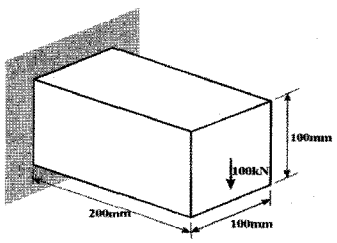

Fig. 3 Design domain of a 3-D cantilever beam

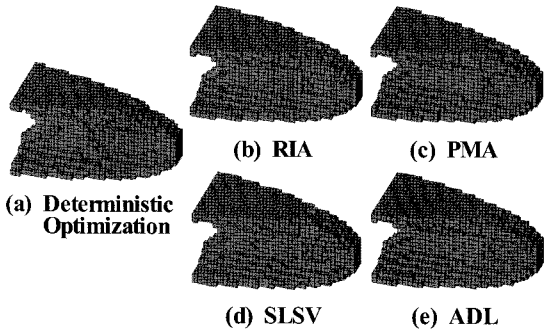

Fig. 4 The results of DSO and RBSO with 3 uncertainties (front view)

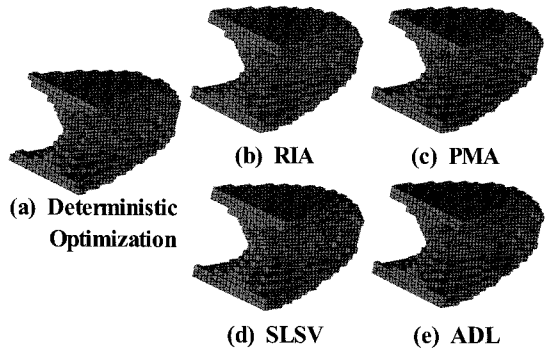

Fig. 5 The results of DSO and RBSO with 3 uncertainties (rear view)

Table 2 Results of a 3-D cantilever beam

	Volume (%)	deflection	Reliability	Time
DSO	29.98	0.1122	0.02	1.00
RIA	35.99	0.0987	2.99	2.33
PMA	35.99	0.0987	3.00	2.71
SLSV	35.38	0.0992	2.97	1.42
ADL	35.99	0.0987	3.00	1.27

상에서 수렴한 것을 알 수 있고 시간 비용을 보면 SLSV, ADL에서는 시간비용이 짧은데 비해 RIA, PMA에서는 시간비용이 다소 오래 걸리는 것을 알 수 있다.

3.2 Michell-Type beam

Fig. 6과 같은 Michell-Type beam에 대하여 확률 제한조건을 고려한 신뢰성 기반 형상 최적화를 수행하고 DSO

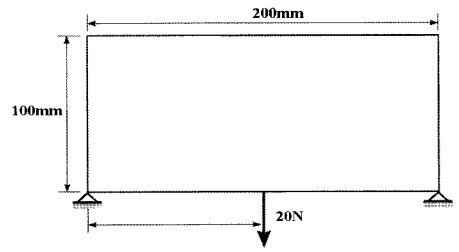

Fig. 6 Design domain of a 2-D Michell-Type beam

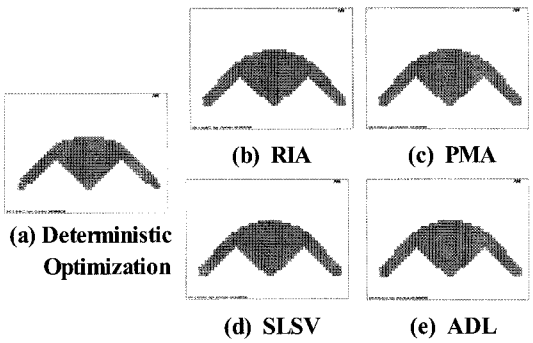

Fig. 7 The results of DSO and RBSO with 3 uncertainties

의 결과와 비교해 보았다. Michell-Type beam의 치수는 $L=200mm$, $h=100mm$ 그리고 $t=1mm$ 이다. 재료 물성치는 $E=100\,GPa$, 포아송비는 $\nu=0.3$ 이다. 하중은 하단 부 중앙에 $20N$을 주었다. 설계영역은 1250 (50×25) 개의 4 절점 유한요소로 나누었으며 한계상태 방정식은 하중 점에서 변위가 $0.03mm$ 이하로 되게 하는 제한조건을 설정하였으며, 탄성계수, 하중 그리고 두께를 확률변수로 고려하였다. 결정론적 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad G = 0.03 - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{15}$$

신뢰성 기반 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad P[G(d,X) \le 0] \le P_t = 0.135\% \\ &\qquad G = 0.03 - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{16}$$

Fig. 7(a)는 허용범위를 0.3mm로 하여 수행한 결정론적 최적설계의 결과이다. Fig. 7(b), (c), (d), (e)는 신뢰도를

99.87% 로 하여 RIA, PMA, SLSV, ADL 수행해 본 결과의 형상이며, 이것에 대한 각각의 체적, 변위, 신뢰도 지수의 값은 Table 3에 나타나있다. 결정론적 형상 최적설계와신뢰성 기반 형상 최적설계의 결과를 비교해 보면, RBSO를 하게 되면 체적이 약 5% 정도의 재료가 더 필요하다는 것을 알 수 있다.

신뢰성 기반 형상 최적설계 RIA, PMA, SLSV, ADL을 각각 적용해 본 결과 최적형상에 수렴성은 PMA, ADL의 경우 같은 형상에서 수렴한 것을 알 수 있고 시간 비용을 보면 SLSV, ADL에서는 시간비용이 짧은데 비해 RIA, PMA에서는 시간비용이 다소 오래 걸리는 것을 알 수 있는데 이것은 이중루프 이중벡터, 단일루프 단일벡터, 적응형 루프의 특징을 각각 검증했다고 볼 수 있다.

Fig. 8과 같은 3차원 Michell-Type beam에 대하여 확률제한조건을 고려한 신뢰성 기반 형상 최적화를 수행하고 DSO의 결과와 비교해 보았다. Michell-Type beam의 치수는 $L=200mm$, $w=20mm$, 그리고 $h=100mm$이다. 재료의 물성치는 $E=210GPa$, 포아송비는 $v=0.3$이며 하중은 하단부 중앙에 $10kN$을 주었다. 설계영역은 10800 $(60\times6\times30)$개의 8절점 유한요소로 나누었으며 한계상태방정식은 하중점에서 변위가 $0.11mm$ 이하로 되게 하는 제한조건을 설정하였으며, 탄성계수, 하중 그리고 포아송비를 확률변수로 고려하였다. 결정론적 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

Table 3 Results of a 2-D Michell-Type beam

	Volume (%)	deflection	Reliability	Time
DSO	30.32	0.0309	0.02	1.00
RIA	35.52	0.0255	2.99	2.13
PMA	35.52	0.0255	3.00	2.75
SLSV	35.72	0.0248	3.02	1.93
ADL	35.52	0.0255	3.00	1.24

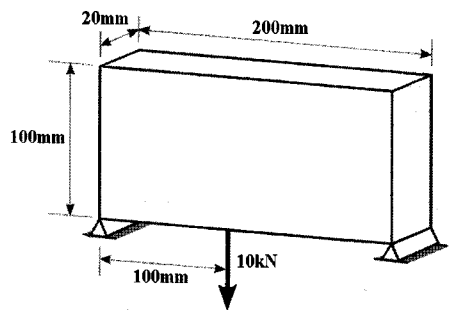

Fig. 8 Design domain of a 3-D Michell-Type beam

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad G = 0.11 - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{17}$$

신뢰성 기반 형상 최적설계의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &Min. \quad Volume \\ &S.t. \quad P[G(d,X) \le 0] \le P_t = 0.135\% \\ &\qquad G = 0.11 - \delta_{\max} \end{aligned} \tag{18}$$

Fig. 9, 10(a)는 허용범위를 0.11mm로 하여 수행한 결정론적 최적설계의 결과이다. Fig. 9(b), (c), (d), (e), 10(b), (c), (d), (e)는 신뢰도를 99.87% 로 하여 RIA, PMA, SLSV, ADL 수행해 본 결과의 형상이며, 이것에 대한 각각의 체적,

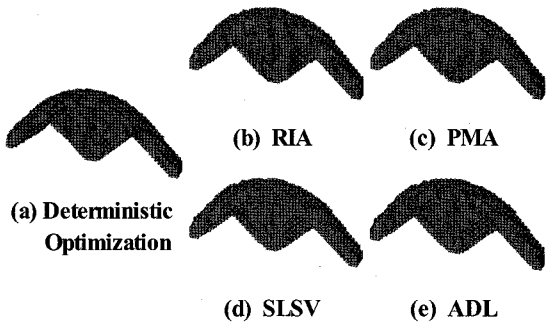

Fig. 9 The results of DSO and RBSO with 3 uncertainties (front view)

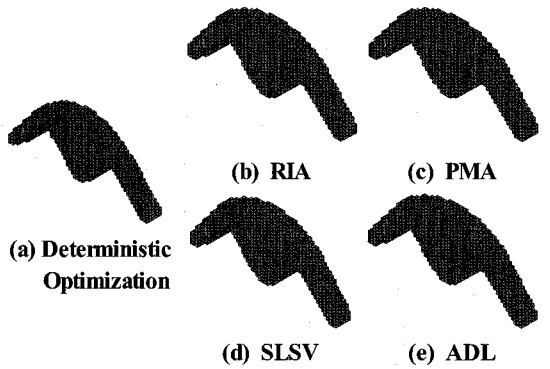

Fig. 10 The results of DSO and RBSO with 3 uncertainties (upper view)

Table 4 Results of a 3-D Michell-Type beam

	Volume (%)	deflection	Reliability	Time
DSO	26.01	0.1105	0.04	1.00
RIA	33.03	0.0985	3.00	2.69
PMA	33.03	0.0985	3.00	3.11
SLSV	32.62	0.0991	2.99	1.87
ADL	33.03	0.0985	3.00	1.45

변위, 신뢰도 지수의 값은 Table 4에 나타나있다. 신뢰성 기반 형상 최적설계 RIA, PMA, SLSV, ADL을 각각 적용해 본 결과 최적형상에 수렴성은 RIA, PMA, ADL의 경우 같은 형상에서 수렴한 것을 알 수 있고 이것은 이중루프 이중벡터, 적응형 루프의 최적해를 각각 검증했다고 볼 수 있으며 시간비용에는 SLSV, ADL이 우수한 것을 확인 할 수 있었다.

4. 결 론

신뢰성 기반 형상 최적화에 RIA, PMA, SLSV, ADL을 각각 적용해 본 결과, 최적형상의 수렴성은 RIA, PMA, ADL의 경우 같은 형상으로 수렴한 것을 알 수 있고, 이것은 SLSV, ADL의 최적해를 각각 검증했다고 볼 수 있으며 시간비용에는 SLSV, ADL이 우수한 것을 확인할 수 있었다. 따라서, ESO기법을 이용한 형상최적화에 RBSO를 수행하여 목표 신뢰도지수를 만족하는 결과를 얻을 수 있었고 확률제약조건의 만족 여부판정에 한계상태식의 변위 제한조건하에 선형 근사화를 통한 RIA, PMA, SLSV, ADL를 각각 적용하여 얻어진 결론은 다음과 같다.

(1) 위상이 아닌 형상에 ESO를 이용한 신뢰성 기반 최적설계가 효과적으로 적용되는걸 알 수 있었다. RBSO를 이용하여 구한 최적형상이 DSO에 의한 최적형상에 비하여 부재 내부의 부피가 커지는 것 을 볼 수 있었다.

(2) 신뢰성 기반 최적설계 중 이중루프 이중벡터(RIA, PMA), 단일루프 단일 벡터방법(SLSV), 적응형 루프방법(ADL)으로 풀어 비교한 결과 수렴성에는 DLSV, ADL이 시간비용에는 SLSV, ADL이 좋은 것을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) Kim, C. I., Wang, S. M., Bae, K. R., and Moon H. G., 2007, "Reliability-Based Topology Opimization with Uncertainties," *Int. J. KSME.*, Vol. 20, No. 4, pp. 494~504.

(2) Lee, J. O., Yang, Y. S., and Ruy, W. S., 2002, "A Comparitive study on reliability and target- performance-based probabilistic structural design optimization," *Computers and Structure*, Vol. 80, pp. 257~269.

(3) Youn, B. D., Choi, K. K., and Park, Y. H., 2003, "Hybrid Analysis Method for Reliability-Based Design Optimization," *ASME. J. Mech. Desing*, Vol. 125, pp. 221~232.

(4) Chen, X., Hasselman, T. K. and Neill, D. J., 1997, "Reliability-Based Structural Design Optimization For Practical Applications," *AIAA-97-1403.*

(5) Youn, B. D., "Adaptive-loop method for non-deterministic design optimization," *IMechE.* Vol. 221, pp. 1~13.

(6) Xie, Y. M. and Steven, G. P., 1997, *Evolutinary Structural Optimization*, Springer-Verlog, London.

(7) Hwang, S. M., Park, J. Y., Im, M. G. Oh, Y. K., Park, J. Y., and Han, S. Y, 2009, "Reliability-Based Topology Optimization Using Adaptive Loop Method," *Proc. of KSMTE*, pp. 179~184.