

# 열린 윤곽선 부재로 이루어진 판재의 절단가공경로 최적화를 위한 혼합형 유전알고리즘

이 문 규<sup>†</sup>

계명대학교 경영공학과

## A Hybrid Genetic Algorithm for Optimizing Torch Paths to Cut Stock Plates Nested with Open Contours

Moon-Kyu Lee<sup>†</sup>

Department of Industrial and Management Engineering, Keimyung University

This paper considers a problem of optimizing torch paths to cut stock plates nested with open contours. For each contour, one of the two ending points is to be selected as a starting point of cutting with the other being the exit point. A torch path is composed of a single depot and a series of starting and ending points of contours to be cut. The torch path optimization problem is shown to be formulated as an extended version of the standard travelling salesman problem. To solve the problem, a hybrid genetic algorithm with the local search of torch paths is proposed. The genetic algorithm is tested for hypothetical problems whose optimal solutions are known in advance due to the special structure of them. The computational results show that the algorithm generates very near optimal solutions for most cases of the test problems, which verifies the validity of the algorithms.

**Keywords :** Plate Cutting, Torch Path, Optimization, Genetic Algorithm, Open Contours

### 1. 서 론

금속, 고무, 피혁, 섬유 등의 소재로 된 얇은 판재로부터 다양한 형상을 한 부재(part)를 절단해내는 판재 절단작업은 산소연료가스, 레이저, 플라즈마, 전자빔, 워터젯(water jet) 등을 에너지원으로 하는 절단가공기에 의하여 주로 이루어진다. 이러한 절단가공기에는 절단 토치(torch)가 장착되어 있는데 판재에 배치된 각 부재들을 절단하기 위해서는 이 절단토치가 출발점으로부터 첫 번째 부재(part)의 절단시작점으로 이동하여 그 부재의 윤곽선(contour)상을 따라 절단가공한 후 그 지점으로부터 다음 부재의 절단시작점으로 이동한다. 이와 같이 하

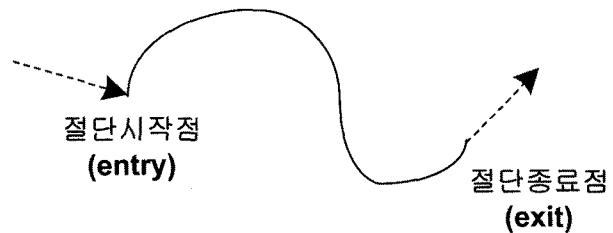
여 절단해야 할 모든 부재들을 순차적으로 절단한 후 최종적으로는 원래의 출발점으로 귀환하게 된다.

각 부재에서의 절단을 위한 토치의 이동작업은 생산적인 작업이지만 부재와 부재사이를 이동하는 작업은 최소화 되어야 할 비생산적인 것이다. 이러한 비생산적인 이동작업을 최소화하기 위해서는 각 부재들을 가공하는 토치의 절단경로가 최적으로 결정되어야 한다. 판재로부터 절단해내야 하는 부재는 닫힌 윤곽선 형태를 가지는 것과 자유로운 형상의 곡선을 따라 이동하여 홈을 만들어야 하는 열린 윤곽선 형태가 있다. 닫힌 윤곽선을 절단하기 위해서는 절단시작점에서 출발하여 윤곽선을 따라 가공하여 원래의 출발점으로 돌아오게 된다.

따라서, 주어진 부재들을 모두 가공하는 절단경로를 설정하기 위해서는 각 부재의 절단시작점과 그 순서가 결정되어야 한다.

판재 절단에 관한 기존의 연구는 이러한 닫힌 윤곽선으로 이루어진 판재들을 대상으로 하고 있는 경우가 대부분이다. Manber and Israni[15]는 절단시작점들의 개수를 최소화하는 문제에 대한 그래프 이론(graph theory) 기반의 알고리즘을 제시하였다. Raggenbass and Reissner[18]은 CAD도면으로부터 스텬핑(stamping)과 절단가공을 동시에 수행하기 위한 토치경로 생성 전문가 시스템을 제안하였다. Jackson and Mittal[9]은 다각형구조의 부재만으로 이루어진 판재의 CAD도면으로부터 부재정보를 추출하여 절단경로를 생성하는 알고리즘을 개발하였다. Han and Na[7]는 주어진 부재들의 절단순서와 각 부재의 절단시작점의 위치를 동시에 결정하기 위한 시뮬레이티드 어닐링 (Simulated Annealing : SA) 알고리즘을 발표하였다. 부재 배치와 절단 경로설정을 순차적으로 수행하는 PC 기반의 GUI(graphic user interface) 시스템이 Jang and Han[9]에 의하여 제안되었다. 이 시스템에서는 절단경로를 결정하기 위하여 시뮬레이티드 어닐링을 사용하였다. Kim et al.[11]은 각 절단점에서의 절단 시작시 온도가 특정온도 이하가 되도록 하는 절단경로를 구하기 위한 마이크로 유전알고리즘 (microgenetic algorithm)을 응용하였다. Castelino et al.[2]은 닫힌 다각형의 절단경로 설정 문제를 마디의 수가 2배로 확장된 방문판매원문제(traveling salesman problem : TSP)로 정형화한 후 이를 LinKernighan 발견적기법(Lin and Kernighan[14])과 Ascheuer et al.(2000)이 제시한 분지한계법(branch and bound method)을 이용하여 해결하는 결과를 제시하였다. Lee and Kwon[12]은 절단시작점이 윤곽선의 꼭지점에 한정되지 않고 윤곽선상의 임의의 점이라도 가능하다는 가정하에 절단 경로를 최적화하는 유전알고리즘을 개발하였다. 최근에는 Oysu and Bingul[17]이 유전알고리즘과 SA를 순차적으로 이용하는 하이브리드 기법을 제안한 바 있다.

닫힌 윤곽선의 경우에는 절단시작점과 절단종료점이 동일하기 때문에 윤곽선 상에 있는 가능한 꼭지점 중에서 오직 한 곳을 절단시작점으로 선정하면 된다. 반면에 열려진 윤곽선을 가공하기 위해서는 <그림 1>에서 보는 바와 같이 양 끝점 중 어느 한 곳을 절단시작점으로 하여 윤곽선을 따라 가공하면 나머지 다른 끝점인 절단종료점에 도달하게 되고 여기서 다른 부재로 이동한다. 그러므로 닫힌 윤곽선의 경우에는 닫리 각 부재의 절단시작점과 다른 부재로의 이동 출발점인 절단완료점이 서로 상이하다. 이러한 점에서 상기의 연구 결과들을 열린 윤곽선에 그대로 적용하는 데는 어려움이 있다.



<그림 1> 열린 윤곽선의 절단 경로

닫힌 윤곽선의 경우와는 달리, 열린 윤곽선을 대상으로 하는 절단경로 최적화에 관한 연구는 매우 미미하다. Kahn et al.[10]은 닫힌 윤곽선들을 절단해야 할 경우의 경로설정문제의 해법으로 개발한 시뮬레이티드 어닐링을 열린 윤곽선 문제에 적용한 결과를 제시하였다. 그들은 닫힌 윤곽선 문제에 이동순서의 제약조건을 추가함으로써 열린 윤곽선 문제를 해결하였다. Chen and Zhong[3]은 닫힌 윤곽선 문제의 해법으로 부재 절단순서와 절단시작점 위치를 각각 하나의 염색체(chromosome)로 한 2층 구조의 혼합형 유전알고리즘을 제안하였고 열린 윤곽선의 경우는 닫힌 윤곽선의 특수한 경우로서 변환되어 적용될 수 있음을 보였다. Wah et al.[19]은 Chen and Zhong[3]의 혼합형 유전알고리즘과 동일한 유전알고리즘에다가 r-opt 탐색기법(Bentley[1])을 추가로 적용한 결과를 발표하였다.

상기의 열린 윤곽선의 절단경로를 설정하기 위한 유전알고리즘들은 모두 2개의 서로 다른 염색체가 하나의 해를 구성하는 2층 구조를 이루고 있다. 즉, 상위 염색체는 윤곽선들의 절단경로를 번호로 표시하고, 하위 염색체에서는 절단시작점을 0 또는 1로 표현하는 상하구조로 되어 있다. 그러므로 자손을 생성하기 위한 연산과정이 번거롭고 여러 단계를 거쳐야 하는 단점이 지적된다. 본 연구에서는 이러한 기존 유전알고리즘의 단점을 보완하여 보다 계산시간의 효율성과 최적해를 도출하는데 효과적인 간략한 형태의 염색체구조를 가진 새로운 유전 알고리즘을 제안하고자 한다. 제안된 유전 알고리즘의 염색체는 단순하게 절단경로만을 나타내고 있고, 주어진 절단경로에 대한 최적의 절단시작점은 제 2.2절에 소개되는 발견적 기법을 통하여 구하게 된다. 이러한 구조의 장점은 염색체가 구조가 간편할 뿐만 아니라 최적의 절단시작점을 항상 확보하고 있기 때문에 상대적으로 우수한 적합도를 가진 염색체를 쉽게 생성할 수 있다는 것이다.

본 논문은 다음과 같이 구성되었다: 제 2장에서는 대상 문제를 최적화 모형으로 정형화하였고, 제 3장에서는 이를 효과적으로 풀기 위한 혼합형 유전알고리즘을 제안되어 있다. 그리고 제안된 알고리즘의 타당성과 성능을

평가하기 위한 계산결과가 제 4장에 소개되어 있고, 마지막으로 결론이 주어져 있다.

## 2. 문제의 정형화

### 2.1 최적화 모형

<그림 2>에서는 5개의 열린 윤곽선 부제로 구성된 판재의 절단문제가 예시되어 있는데 토치의 이동경로 중 굵은 실선으로 표시된 부분은 절단이 이루어지는 부분이고, 점선은 다른 윤곽선으로의 이동하는 부분을 나타낸다. 그림에서 보는 것처럼 열린 윤곽선 절단의 경우에는 윤곽선상의 임의의 한 점이 아닌 개곡선의 양 끝점 중의 하나가 절단 시작점이 되고 나머지 하나는 절단 종료점이 되는 특성을 가진다. 이러한 경로절단 문제는 방문지의 위치가 고정되어 있지 않기 때문에 2가지 가능한 위치 중의 하나를 선정해야 하고 아울러 모든 윤곽선들의 방문순서를 결정해야 하는 최적화 문제로서 다음과 같이 확장된 TSP 모형으로 정형화 될 수 있다:

$$\text{Min} \quad Z = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_{ij}(u_i, u_j) \cdot w_{ij} \quad (1)$$

s.t.

$$d_{ij}(u_i, u_j) = \|p_i(1-u_i) - p_j(u_j)\| \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N w_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, N \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^N w_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, N \quad (4)$$

$$t_i - t_j + Nw_{ij} \leq N-1 \quad \text{for } 1 \leq i \neq j \leq N \quad (5)$$

$$w_{ij} = 0 \quad \text{or} \quad 1 \quad \forall i, j \quad (6)$$

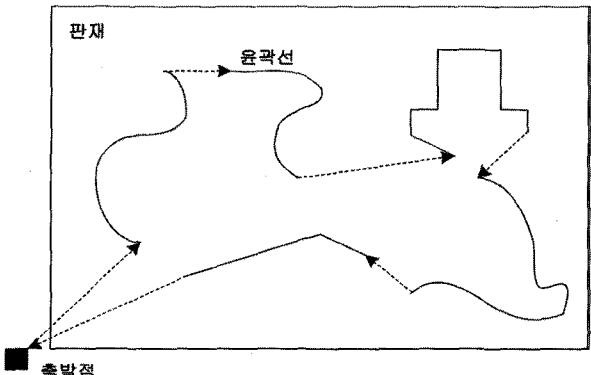
$$t_i = \text{실수} \quad \forall i \quad (7)$$

$$u_i = 0 \quad \text{or} \quad 1, \quad i = 1, \dots, N \quad (8)$$

여기서,  $d_{ij}(u_i, u_j)$ 는 윤곽선  $i$ 와  $j$ 사이의 이동길이이고  $u_i, t_i, w_{ij}$ 는 결정변수이다.  $u_i$ 는 열린 윤곽선  $i$ 의 절단시작점을 나타내는 변수인데  $p(u_i)$ 는 윤곽선의 양 끝점 중 하나의 좌표로서  $u_i$ 값에 따라 둘 중 하나로 정의된다. 그러므로, 윤곽선  $i$ 의 절단시작점이 정해지면  $d_{ij}(u_i, u_j)$ 는 그 절단종료점으로부터 윤곽선  $j$ 의 절단시작점간의 이동거리가 되어야 하므로 식 (2)와 같이  $p_i(1-u_i)$ 와  $p_j(u_j)$ 의 직선 거리로 표현된다.  $w_{ij}$ 는 윤곽선  $i$ 와  $j$ 가 경로에서 서로 인접되어 있는 경우에는 1이고 그렇지 않으면 0으로 정의된다. 식 (1)은 목적함수로서 총경로의 길이를 의

미하는데 두 윤곽선간의 거리  $d_{ij}(u_i, u_j)$ 가  $u_i$ 와  $u_j$ 의 합수이기 때문에 상수가 아니므로 비선형 식이 된다. 식 (2)는 직선거리로 표현되는 두 윤곽선 사이의 이동길이를 나타나 있다. 식 (8)는 이진 변수  $w_{ij}$ 에 대한 제약조건으로서 윤곽선의 양 끝단 중 임의의 하나는 0으로 나머지 하나는 1로 정의된다. 이 수리 모형은 목적함수의 비선형성 때문에 비선형혼합정수계획에 속하게 되는데 모든  $u_i$ 들의 값이 정해졌을 때는 두 윤곽선 사이의 길이  $d_{ij}$ 가 상수이므로 식 (3)~식 (7)은 일반 TSP의 제약조건이 된다(Mutty[16]).

이 모형이 기존의 표준 TSP 모형과 다른 점은 두 윤곽선(즉, 방문점) 사이의 거리가 상수가 아니고 절단 시작점의 선택에 따라 가변적이기 때문에 목적함수가 비선형이고 이에 대한 제약식 (2)가 추가되어 있다는 것이다. 또한 두 윤곽선 사이의 거리가 비대칭(asymmetric)이라는 특성 때문에 대칭 TSP를 위하여 개발된 알고리즘들을 그대로 적용하기에는 무리가 있다.



<그림 2> 열린 윤곽선으로 이루어진 판재의 절단 경로의 예

### 2.2 절단순서가 고정된 경우의 절단시작점 결정

상기의 비선형혼합정수계획 문제는 각 윤곽선의 절단순서가 고정되어 있을 경우에는 최적의 절단시작점을 찾는 문제로 축소되고 이는 Wah et al.[19]이 제시한 바와 같이 0-1정수 모형으로 정형화된다. 이러한 정수 모형은 문제의 크기가 증가할수록 많은 시간을 요하고 또한 정수계획모형 알고리즘을 본 문제를 풀기 위한 프로그램에 포함시키게 되면 너무 복잡하게 되는 어려움이 있다.

이러한 어려움을 극복하기 위한 하나의 방법으로 다음과 같은 간단한 발견적기법을 제안한다. 각 윤곽선은 가능한 절단시작점이 모두 2개씩으로 주어져 있다. 그러므로 주어진 순서상에 있는 인접한 임의의  $n$ ( $3 \leq n \leq N+2$ ) 개의 윤곽선을 절단하는 모든 경로의 수는 첫 윤곽선의

절단종료점이 주어졌을 때 모두  $2^{n-1}$ 개이다. 이 경로 중 총길이가 최소인 경로를 찾아 이 경로 상에 있는 2번째 윤곽선에 대한 절단종료점을 기억해둔다(<그림 3>에는 주어진 첫 번째 윤곽선의 출발점에 대하여 가능경로들과 길이가 최소인 최적경로의 예가 주어져 있음). 다음은 이러한 2번째 윤곽선의 절단종료점을 출발점으로 하여 다음  $n-1$ 개의 윤곽선들에 대한 최적의 경로를 마찬가지 방법으로 구한다. 역시 출발점과 바로 연결된 윤곽선의 절단종료점을 기억하고 이를 새로운 출발점으로 하여 동일한 과정을 모든 윤곽선의 절단종료점이 결정될 때까지 반복 수행한다. 윤곽선의 개수가  $N$ 이고 토치 출발점(depot)에서 출발하여 모든 윤곽선을 거쳐 다시 되돌아와야 하므로 반복 수행회수는 모두  $N-n+3$ 이다.

#### 단계 1 : <초기화>

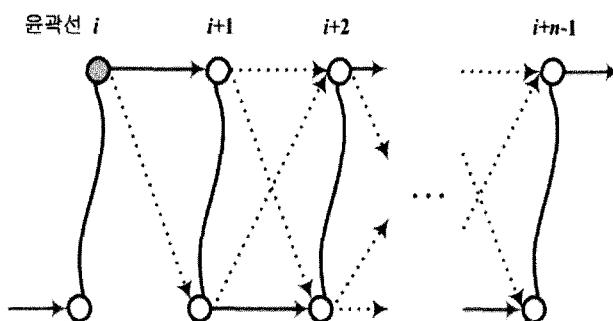
$i = 0$ ;  $n$ 값 설정; 출발점을 나타내는 가상의 윤곽선으로 0과  $N+1$ 을 정의하여 윤곽선 집합에 추가.

#### 단계 2 : <윤곽선 $i+1$ 에 대한 절단종료점 결정>

윤곽선  $i$ 부터  $i+n-1$ 까지의  $2n-1$ 개의 가능한 경로의 총 이동길이를 서로 비교하여 최소경로 결정. 이 최소경로 상에 있는 윤곽선  $i+1$ 의 절단종료점 저장.

#### 단계 3 : <종료조건 확인>

$i = N-n+2$ 이면 종료하고, 그렇지 않으면  $i=i+1$ 로 재정의 하여 단계 2 수행.



<그림 3>  $n$ 개의 윤곽선에 대한 가능 경로와 주어진 출발점(윤곽선  $i$ 의 회색 점)에 대한 최적경로(회색 화살표)의 예

이 방법은 당연하게도  $n$ 의 값에 따라 성능이 달라질 수 있는데 그 값이 증가함에 따라 성능이 향상된다. 그러므로  $n=N+2$ 인 경우에는 출발점을 포함한 모든 윤곽선을 대상으로 하여 단계 2를 한번만 적용하는 경우로서 모든 경우의 수를 고려한 최적해를 얻을 수 있다. 그러나 이 경우,  $n$ 이 일정 이상될 때는 실용적인 계산시간

내에 해를 구할 수 없으므로 계산시간의 단축을 위하여  $n$ 값을 최소화하여야 한다. 본 연구에서는 제 4장에 주어진 계산결과를 도출하기 위해서 시행착오를 거쳐  $n=4$ 를 사용하였다. 그 이유는  $n=4$ 일 경우, <그림 6>에 주어진 최적해를 알고 있는 문제에 적용하였을 때 대부분의 경우 최적경로를 무시할만한 시간내에 성공적으로 찾아내었기 때문이다.

### 3. 열린 윤곽선 절단경로 설정을 위한 혼합형 유전알고리즘

혼합형 유전알고리즘은 순수 유전알고리즘이 광역적 탐색에는 비교적 강하지만 지역적 탐색에는 열등한 성능을 나타낸다는 단점을 보완하는 데 흔히 사용되어온 순수 유전알고리즘의 변형 기법이다. 이러한 혼합형 유전알고리즘은 그동안 성능향상이 기대되는 다양한 분야에 응용되어 왔다(Freisleben and Merz[5]; Gen and Cheng[6]; Liu et al.[13]). 본 연구에서는 문제의 특성을 고려하여 개발된 혼합형 유전알고리즘을 제안하고자 한다. 본 알고리즘의 광역탐색에서는 윤곽선의 순서를 재설정하고, 지역탐색에서는 주어진 윤곽선의 순서를 바탕으로 r-opt 탐색기법을 이용하여 국소최적해를 탐색하게 된다. 하나의 해는 대응되는 하나의 염색체로 표현되는데 이 염색체의 적합도를 평가하기 위해서는 윤곽선의 순서와 함께 각 절단시작점의 위치정보가 필요하다. 그러므로 각 윤곽선의 절단시작점에 대한 최적해를 구하기 위하여 앞 절에 기술된 발견적 기법을 이용한다.

#### 3.1 해의 표현

유전알고리즘을 적용하기 위해서는 염색체표시자인 염색체가 적절하게 표현되어야 한다. 전술한 바와 같이 Wah et al.[19]과 Chen and Zhong[3] 등의 연구에서는 윤곽선들의 절단순서와 절단시작점 위치를 나타내기 위하여 각각 서로 다른 형태를 지닌 염색체(chromosome)를 사용하였기 때문에 프로그램 작성 및 수행 상 복잡한 절차를 거쳐야 하는 단점이 지적된다. 본 연구에서는 이를 극복하기 위해서 TSP나 스케줄링(scheduling) 문제에 관한 많은 선행연구(Gen and Cheng[6])에서와 마찬가지로 염색체 요소(gene)의 값을 윤곽선의 방문순서를 나타내는 숫자로 단순하게 정의되는 염색체를 그대로 사용한다.

하나의 염색체는 1부터  $N$ 까지의 숫자로 표현되는데 각 숫자는 윤곽선의 고유 번호를 나타낸다. 예로서  $N=7$ 인 경우 윤곽선의 절단 경로가 2-7-3-1-5-6-4이면 해당 염색체는  $U = (2 \ 7 \ 3 \ 1 \ 5 \ 6 \ 4)$ 로 표현된다(실제 토치의 이동

경로는 ‘출발점-2-7-3-1-5-6-4-출발점’임). <그림 4>에는 총 7개의 윤곽선을 절단하기 위한 기존 유전알고리즘의 염색체 구조와 본 연구에서 제시하는 염색체 구조의 예가 비교되어 있다. 기존 유전알고리즘의 염색체 구조는 윤곽선들의 절단순서가 그림에서 보는 바와 같이 위에 위치하고 절단시작점은 2개의 점 중에 하나이므로 이를 0 또는 1로 표현하여 아래에 위치시킨 구조를 하고 있다.

2	7	3	1	5	6	4
0	1	0	1	0	0	1

(a) 기존 유전알고리즘의 염색체 구조

2	7	3	1	5	6	4
---	---	---	---	---	---	---

(b) 본 연구에서 사용한 염색체 구조

<그림 4> 기존 유전알고리즘의 염색체 구조와 본 연구에서 사용한 염색체 구조 비교

기존의 2중 염색체 구조는 절단 시작점을 변수로 하여 [0 1 0 1 0 0 1]과 같이 하위 염색체로 표현하고 있으므로 교차변이와 돌연변이의 유전연산 과정에서 이들을 각각 따로 고려하여 연산해야 하므로 컴퓨터 프로그램상 복잡하다. 반면에 본 연구의 염색체는 단순히 절단 경로만 표시하고, 주어진 절단경로 하에서 최적의 절단 시작점은 제 2.2절의 발견적 기법을 통하여 구하게 된다. 이에 따라, 동일하게 주어지는 절단경로 염색체에 대하여 본 연구의 염색체가 구조가 간편할 뿐만 아니라 최적의 절단시작점을 항상 확보하고 있기 때문에 적합도 면에서도 항상 우월한 상태를 유지할 수 있다는 장점이 있다.

## 3.2 유전연산자

### 3.2.1 교차변이

교차변이를 위한 연산자는 Davis(1985)가 제안한 순서교차변이(order crossover)를 그대로 사용하였다. 이 교차변이 방법은 순열로 표현되는 유전자 표현이 점교차로 인하여 생성된 자손 중에서 비가능해가 존재할 수 있는 문제를 해결하기 위하여 고안되었다. 이 방법을 사용하면 임의의 두 절단점(또는 교차점)을 지정하여 절단점 사이에 있는 가운데 부분은 자손에게 그대로 상속하고, 다른 부분은 다른 부모염색체로부터 상대적인 순서가 보존되게 하여 유전시키게 된다. 아래에서는 이 순서교차변이 연산자를 이용하여 임의의 두 개의 부모 염색체

$P1$ 과  $P2$ 로부터 자손인  $C1$ 과  $C2$ 를 생성한 예를 보여주고 있다.

$$\begin{aligned} P1 &= (7 \ 6 \ | \ 3 \ 4 \ 5 \ | \ 1 \ 2); \\ P2 &= (2 \ 5 \ | \ 4 \ 1 \ 6 \ | \ 7 \ 3); \\ C1 &= (2 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7); \\ C2 &= (7 \ 3 \ 4 \ 1 \ 6 \ 5 \ 2). \end{aligned}$$

### 3.2.2 돌연변이

일반적인 돌연변이는 국소최적해에 빠지는 것을 방지하기 위한 도구로서 사용되는데 문제 유형에 따라 다양하게 정의될 수 있다. 본 연구에서 사용된 돌연변이는 가장 단순한 것으로서 임의의 두 인자의 위치를 교환하는 것이다. 예로서 염색체  $P = (m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_j, \dots, m_N)$ 에서  $m_i$ 와  $m_j$ 를 서로 교환하면 자손염색체  $C$ 는 다음과 같이 생성 된다 :

$$C = (m_1, m_2, \dots, m_j, \dots, m_i, \dots, m_N).$$

## 3.3 적합도 평가함수

제 2장에서 정형화된 본 연구의 대상 문제의 목적함수 값은 윤곽선과 윤곽선 사이의 비생산적인 이동거리인데 이를 최소화하고자 한다. 유전알고리즘을 구축하기 위해서는 각 염색체의 상대적인 적합성 수준을 나타내는 적합도를 정의해야 한다. 이러한 적합도는 다음 세대에서도 생존할 수 있는 가능성과 자손 염색체들을 생성하기 위한 선택 확률을 계산하는 데 사용된다. 당연하게도 적합도의 설정방법에 따라 알고리즘의 성능이 크게 좌우될 수 있으므로 신중하게 선택해야 한다. 본 연구에서는 토치의 비생산적인 총 이동거리를 최소화해야 하고, 그 값이 음이 아닌 실수이므로 통상 많은 문제에 응용되어 온 다음 식을 사용한다 :

$$f_i = 1/(1 + Z_i).$$

여기서  $Z_i$ 는 식 (1)에 정의된 염색체  $i$ 의 총 이동거리를 나타낸다.

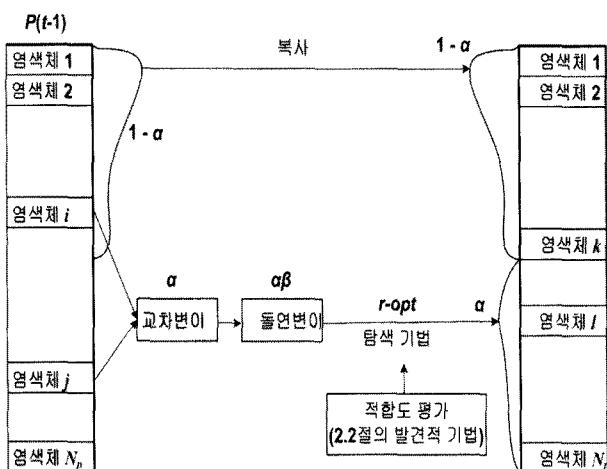
## 3.4 알고리즘

알고리즘의 기술상 편의를 위하여 다음의 용어를 사용한다:

$$\begin{aligned} t &= \text{세대}; \\ T &= \text{총 세대수}; \\ P(t) &= \text{세대 } t \text{의 모집단}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_p &= \text{모집단의 염색체 수 } (|P(t)|); \\
 C(t) &= \text{모집단 } P(t-1) \text{로부터 생성된 세대 } t \text{의 자손집단}; \\
 a &= \text{교차변이율 (crossover rate, } 0 \leq a \leq 1\text{)}; \\
 \beta &= \text{돌연변이율 (mutation rate, } 0 \leq \beta \leq 1\text{).}
 \end{aligned}$$

본 연구에서 제안하는 혼합형 유전알고리즘의 개념이 <그림 5>에 주어져 있다. 우선 현재의 모집단  $P(t-1)$ 의 염색체들을 적합도가 우수한 순서대로 정렬하고 그 중  $100(1-a)\%$ 만큼의 염색체를 다음 세대에 그대로 복사하여 유전한다. 나머지  $100a\%$ 는 교차변이와 돌연변이를 거쳐 생성된 염색체에 r-opt 탐색기법을 적용하여 구한 국소 최적해에 해당되는 염색체로 구성된다. 교차변이는 적합도에 비례하여 선택된 임의의 두 염색체에 적용된다.



<그림 5> 제안된 혼합형 유전알고리즘의 구조

다음으로 교차변이 하여 얻은 염색체 중  $100\beta\%$ 에 해당되는 염색체에 전술한 순서교환에 의한 돌연변이가 적용된다. 이렇게 생성된 염색체의 절단순서를 초기해로 하여 2-opt 탐색기법과 3-opt 탐색기법을 혼합·적용하여 절단순서에 대한 국소최적해를 구한다. 2-opt 탐색기법은 절단 순서를 네트워크로 표현하였을 때 임의의 2개의 링크를 선택하여 제거하고 대신에 다른 2개의 링크를 추가함으로써 순서를 변경하는 방법이다. 3-opt 탐색기법은 3개의 링크를 다른 링크로 교환하는 방법인데 여러 가지 경우가 있을 수 있다. 여기서는 속도가 빠르고 비교적 해의 개선 가능성이 커서 흔히 사용되는 fast-3-opt 탐색기법(Bentley, 1992)을 사용하였다. 이러한 탐색기법들은 정해진 유팽선 링크를 서로 변경하게 되는데 이에 따라 유팽선 절단순서도 바뀌게 된다.

일반적인 TSP 문제에서 r-opt 탐색기법을 적용할 때  $r$  개의 링크 교환시 목적함수 값의 개선가능성을 직접적으로 쉽게 계산할 수 있다. 그러므로 개선 가능성이 있

는 것만을 골라 교환하여 더 이상의 교환이 불가능할 때까지 반복수행하는 방법을 취하기 때문에  $r$ -opt이라는 용어를 사용한다. 그러나, 본 연구대상 문제의 경우에는  $r$ 개의 링크 교환시 그에 따른 최적의 절단시작점들의 위치가 미리 정해져야 하므로 목적함수 값의 개선가능성을 직접적으로 쉽게 계산할 수 없다. 그러므로 탐색기법 적용시 임의의 링크를 선택하여 교환한다고 할 때 그 개선가능성을 확인하기 위하여 제 2.2절의 발견적기법을 이용하여 최적의 절단시작점들을 구한 후 교환 전후의 목적함수 값의 변화를 관찰해야 한다. 이러한 탐색기법의 종료조건으로 최대 계산시간이나 교환회수 등의 제한을 두는 것을 생각하여 볼 수 있는데 여기서는 총 교환회수를 설정하는 것으로 하였다. 이러한 혼합형 유전 알고리즘 절차는 다음과 같이 요약된다:

#### 단계 0 : <초기화>

$t = 0$ ;  $P(0)$ 를 임의로 설정하고  $P(0)$ 의 각 염색체에 대하여 적합도를 평가한다.

#### 단계 1 : $t = t + 1$ ; $P(t) = C(t) = \emptyset$ ;

#### 단계 2 : <복사 유전>

$P(t-1)$ 로부터 가장 우수한 염색체를 포함하여 적합도 순으로  $(1-\alpha)N_p$ 개의 염색체를 중복시키지 않게 선택하여  $P(t)$ 에 그대로 유전시킨다.

#### 단계 3 : <교차변이>

$P(t-1)$ 에서 염색체 쌍을 중복에 상관없이 적합도에 비례하게 선택한 후 교차변이를 통하여 2개의 자손염색체 생성한다.

#### 단계 4 : <돌연변이>

단계 3에서 교차변이된 염색체 중  $100\beta\%$ 에 해당되는 염색체를 돌연변이 시킨다.

#### 단계 5 : <r-opt 탐색>

단계 3~4를 거친 염색체에 대하여 2-opt + 3-opt 탐색 기법을 수행하여 최종적으로 얻어진 염색체를  $C(t)$ 에 추가한다.  $C(t)$ 의 크기가  $aN_p$ 개에 도달하면 다음 단계로 가고 그렇지 않으면 단계 3으로 간다.

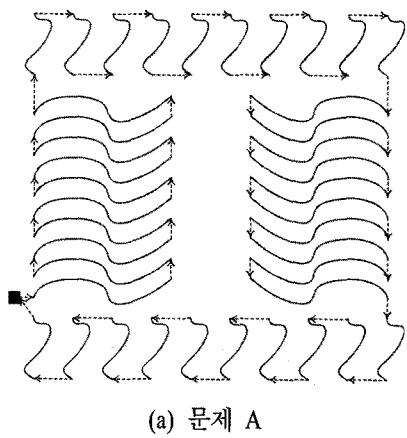
#### 단계 6 : <적합도 평가 및 정렬>

$C(t)$ 에 속한 모든 염색체들에 대하여 적합도를 평가한 후 이들을  $P(t)$ 에 추가한 후  $P(t)$ 에 속한 모든 염색체들을 적합도의 내림차순으로 정렬한다. 만약  $t \geq T$ 이면 종료하여  $P(T)$ 내의 가장 우수한 염색체를 최종해로 선택하고, 그렇지 않으면 단계 1부터 반복 수행한다.

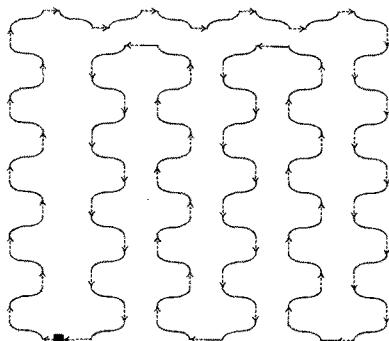
## 4. 컴퓨터 실험

본 연구에서 제시된 유전알고리즘의 성능평가를 위해서 최적해를 미리 알 수 있는 문제들을 <그림 6>에 주어진 바와 같이 임의로 생성하여 적용하여 보았다. <그림 6(a)>에는 모두 40개의 열린 윤곽선들이 크게 보아 4각형의 4변들 위에 배치되어 있는 문제 A가 그들의 최적 절단경로(그림의 점선)와 함께 도시되어 있다. 또한, <그림 6(b)>에는 총 61개의 윤곽선이 좌우 반복적인 보다 실제적인 형태로 배치되어 있는 문제 B가 주어져 있다.

알고리즘 적용시 문제 A는 그 구조상 최적해를 찾기가 비교적 용이하나 문제 B는 최적해에 근접하는 유사한 형태의 해가 많아 국소 최적해에 빠질 가능성이 크다. 그러므로 알고리즘의 성능을 다양하게 평가하기 위하여 문제 B에서 출발점으로부터 시계방향으로 하여 각각 처음 20개, 41개, 61개의 윤곽선으로 이루어진 문제들인  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ 를 고려하였다.



(a) 문제 A



(b) 문제 B

&lt;그림 6&gt; 최적해를 미리 알 수 있는 실험 대상 문제들

이 문제들에 대하여 개발된 혼합형 유전알고리즘의 성능평가 실험을 위해서는 교차변이율, 돌연변이율, 모집단의 크기 등의 조정변수들에 대한 적합한 값을 선택

하여야 한다. 이를 위하여 예비실험을 실시하였는데 본 실험에서는 이 결과로 얻어진 조정변수 값인  $a = 0.5$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $N_p = 30$ 을 사용하였다. 또한  $r\text{-}opt$  탐색기법을 적용할 때 계산시간을 고려하여 총 교환회수를 임의로 50회로 제한하였다. 일반적인 유전알고리즘의 종료조건으로 총 세대수를 제한하고 있다. 여기서는 최적해에 도달하였을 경우거나 또는 총 1000세대 이상 목적함수 값의 변화가 없을 때 종료하도록 하였다. 한편, 제안된 유전알고리즘을 적용할 때마다 난수를 이용하기 때문에 최종적으로 구해지는 해가 달라진다. 그러므로 실험의 신뢰도를 높이기 위하여 각 문제에 대하여 난수를 변화시켜 가면서 총 50회씩 반복 실험하였다. 알고리즘은 C를 이용하여 구현하였고 실험은 Intel 3.0GHz CPU가 장착된 Pentium IV 컴퓨터에서 수행되었다.

### 4.1 알고리즘의 일반적 성능평가

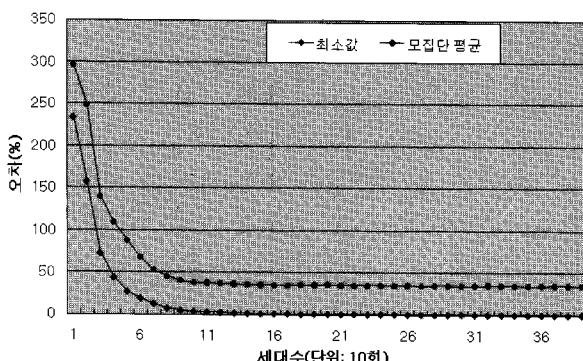
본 연구에서 제시한 혼합형 유전알고리즘의 일반적인 성능과 타당성을 평가하기 위하여 우선 문제 A에 대하여 본 알고리즘을 적용한 결과 50회 모두 예외 없이 최적해를 생성하였다. 이로서 개발된 혼합형 유전알고리즘의 타당성을 일부 확인할 수 있다.

또한 진화가 진행됨에 따라 적합도가 어떻게 향상되어 가는지를 <그림 7>을 보면 알 수 있는데 여기서 오차는

$$\text{오차}(\%) = 100 \times (\text{한 염색체의 목적함수} - \text{최적해의 목적함수값}) / \text{최적해의 목적함수값}$$

으로 정의된다. 그림에서 평균 목적함수 값은 모집단의 평균 목적함수 값에 대한 총 50회 실험결과의 평균값이고, 최소값은 모집단 중 가장 우수한 해를 제공하는 염색체의 목적함수값의 평균값을 의미한다. 그림에서 보듯이 평균적으로 대략 110세대에 이르기까지 목적함수 값이 급격하게 감소하다가 그 이후에는 완만하게 감소하여 대략 230세대를 초과하면 거의 최적해에 도달함을 보여주고 있다. 그리고 <표 1>에는 최종해에 대한 평균 오차, 최종해에 도달하였을 때의 평균 세대수, 최적해 도달 평균 세대수, 최적해 도달 비율, 그리고 평균 계산 시간 등이 주어져 있다. 이 표로부터 문제 A의 경우, 최적해 도달 평균 세대수가 17.66로서 초기에 최적해를 생성하고 있음을 알 수 있다.

문제 A와는 윤곽선들의 배치 형태가 다른 문제 B는 알고리즘 적용시 그 성능에 차이가 있을 수 있다는 가능성을 검토하기 위하여 주어졌다. 역시 <표 1>에서 보는 것처럼 문제 크기가 증가함에 따라 최종해의 오차가 증가함을 알 수 있다. 즉, 문제  $B_1$ 의 경우에는 항상 최적



&lt;그림 7&gt; 문제 A에 대한 세대수 변화에 따른 평균오차

해를 생성하였으나  $B_2$ 의 경우에는 오차가 2.60%,  $B_3$ 의 경우에는 4.37% 등으로 증가하였다. 문제의 규모가 커짐에 따라 오차가 증가하는 것은 유전알고리즘을 포함한 모든 발견적 기법의 특징이기도 하다. 이러한 오차는  $r\text{-}opt$  탐색기법에서  $r$ 의 값을 4, 5 등으로 증가시킨다면 상당히 감소할 것이다. 그러나 이 경우에는 계산시간이 상당히 증가할 것이므로 요구하는 최종해의 수준에 따라 상쇄효과를 고려하여야 할 것으로 보인다.

문제  $B_2$ 와  $B_3$ 의 경우 최적해에 도달하는 회수가 각각 76.0%, 40.0%이고 나머지는 1000세대 이상 목적함수 값의 변화가 일어나지 않아 알고리즘이 강제 종료된 경우였다. 표에 주어진 최적해 도달 세대수는 강제 종료 전에 최적해에 도달하는 경우에 대한 평균 세대수를 의미한다. 또한 최종해 도달 세대수는 1000세대 이상 최적해에 도달하지 않아서 강제 종료된 경우를 포함하여 평균한 값으로서 최적해 도달 세대수와 차이가 크게 나타났다. 당연히 최종해 도달 세대수는 종료조건에 따라 크게 달라질 수 있는데 이는 역시 구하고자 하는 해의 수준과 계산시간과의 상쇄효과를 고려하여 결정되어야 할 것이다.

#### 4.2 순수 유전알고리즘과의 성능 비교

주지하다시피 본 연구에서 제시한 알고리즘은 순수 유전알고리즘에다가 국소최적해를 탐색하는 과정이 추

가된 혼합형 유전알고리즘이다. 그러므로, 혼합형 유전알고리즘에서 국소최적해의 탐색 회수를 0으로 설정하게 되면 순수 유전알고리즘과 동일하다. 이에 따라 하나의 염색체에 대한 국소최적해를 생성해 내는  $r\text{-}opt$  탐색의 효과를 알아보기 위하여  $r\text{-}opt$  탐색회수를 0으로 설정하고 동일한 문제들에 대하여 알고리즘을 적용하였다.

실험에서  $T = 200000$ 으로 하고 종료조건은 50000세대 이상 목적함수의 변화가 없는 것으로 주어졌다. 이 실험 결과가 <표 2>에 주어져 있다. 이 결과를 <표 1>에 주어진 결과와 비교해 보면 최종해의 평균 오차와 계산시간은 월등히 크고, 최적해 도달 비율이 현저히 낮은 것으로 나타난 바, 국소최적해를 생성해 내는  $r\text{-}opt$  탐색이 매우 유효함을 알 수 있다. 한편, 순수 유전알고리즘은 염색체의 국소최적해 탐색이 생략되기 때문에 하나의 세대를 경과하는 데 소요되는 시간이 혼합형 유전알고리즘에 비하여 상대적으로 적게 걸린다. 그러나 해의 개선이 매우 느리게 진행되기 때문에 최적해에 도달하기 까지 많은 세대를 진화해야 하므로 표에서 보는 바와 같이 최적해 도달 세대수와 최종해 도달 세대수의 평균 값이 매우 크게 나타나게 된다.

#### 4.3 기존 알고리즘과의 성능 비교

본 연구 대상의 문제와 직접적으로 관련되는 기존의 알고리즘은 Wah et al.[19]와 Chen and Zhong[3]이 발표한 유전알고리즘 들이다. 이 중 Wah et al.[19]의 혼합형 유전알고리즘이 보다 우수한 것으로 평가된다. Wah et al.[19]의 혼합형 유전알고리즘은 염색체 구조가 전술한 바와 같이 2층 구조이고,  $r\text{-}opt$  탐색기법을 이용하는데 각 윤곽선들이 서로 다른 2가지의 절단시작점이 있다는 변동성을 고려하여 윤곽선들의 절단 순서를 변경하는 방법이다. 이에 반하여 본 연구에서 제시하는 혼합형 유전알고리즘은 염색체 구조가 단순하게 윤곽선들의 절단 순서만을 나타내고, 임의의 절단순서가 주어지면 그에 대한 각 윤곽선들의 최적 절단시작점들은 제 2.2절의 발견적 기법을 활용하여 구하게 된다. 그리고, 주어진 염색체에 대한 국소최적 절단순서를 구하기 위하여 역시  $r\text{-}opt$  탐

&lt;표 1&gt; 최종해의 평균 오차, 총 세대수 및 계산시간

문제	총 윤곽선 수	최적해	최종해(오차(%))	최적해 도달 세대수	최종해 도달 세대수	최적해 도달 비율(%)	평균계산시간 (Sec.)
A	40	3070.71	3070.71(0)	101.09	101.09	100.0	17.66
$B_3$	62	3200.0	3339.89 (4.37)	113.54	869.26	40.0	291.50
$B_2$	41	2150.0	2206.0(2.60)	102.14	438.86	76.0	112.53
$B_1$	20	1081.78	1081.78(0)	5.80	5.80	100.0	0.71

〈표 2〉 국소최적해 탐색 과정이 제외된 순수 유전알고리즘 적용결과

문제	총 윤곽선 수	최적해	최종해 (오차(%))	최적해 도달 세대수	최종해 도달 세대수	최적해 도달 비율(%)	평균계산시간 (Sec.)
A	40	3070.71	3179.40(3.54)	93841.59	139843.57	54.00	715.08
B <sub>3</sub>	62	3200.00	4088.08(27.75)	-	200000.00	0.00	1478.25
B <sub>2</sub>	41	2150.00	2539.94(18.14)	112042.00	196409.88	4.00	907.07
B <sub>1</sub>	20	1081.78	1104.12(2.07)	40423.48	62326.14	96.50	212.02

〈표 3〉 Wah et al.의 혼합형 유전알고리즘 적용결과

문제	총 윤곽선 수	최적해	최종해 (오차(%))	최적해 도달 세대수	최종해 도달 세대수	최적해 도달 비율(%)	평균계산시간 (Sec.)
A	40	3070.71	3421.71(11.43)	20505.33	33190.97	16.00	280.62
B <sub>3</sub>	62	3200.00	4089.94(27.81)	-	22884.87	0.00	300.0
B <sub>2</sub>	41	2150.00	2322.71(8.03)	8574.0	24443.08	36.0	222.27
B <sub>1</sub>	20	1081.78	1084.26(0.23)	38.58	467.42	98.0	2.61

색기법을 이용한다.

실험을 위한 종료조건으로 역시 최적해를 발견하거나 아니면 계산시간이 300초를 초과하면 종료하는 것으로 하였다. Wah et al.[19]의 혼합형 유전알고리즘 적용시 1세대 수행하는 데 요구되는 계산시간이 본 연구에서 제시하는 혼합형 유전알고리즘의 계산시간과 현저히 다르기 때문에 제 4.1절의 종료조건과 동일하게 설정할 수가 없다. 실제로 Wah et al.[19]의 혼합형 유전알고리즘 적용시 훨씬 적게 걸리는데 그 이유는 r-opt 탐색기법에서 절단시작점을 최적화를 수행하지 않고 절단순서만의 변경을 주로 고려하기 때문이다. 계산결과에서 알 수 있듯이 이렇게 1세대 수행을 위한 계산시간은 적게 걸리지만 우수한 해를 찾는 데는 성능이 크게 떨어지는 것으로 나타나고 있다. 따라서, 실험에서는 편의상 본 연구에서 제시하는 혼합형 유전알고리즘이 요구하는 평균 최대시간(문제 B<sub>3</sub>의 경우)을 약간 상회하도록 설정하였다.

<표 3>에는 Wah et al.[19]의 혼합형 유전알고리즘을 문제 A, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub>에 각각 적용하여 얻은 계산결과가 정리되어 있다. 이 결과를 <표 1>의 계산결과와 비교하여 보면 최종해의 평균오차, 최적해 도달 비율, 그리고 계산시간 등의 모든 면에서 본 연구에서 제시한 혼합형 유전알고리즘이 우월하다는 것을 알 수 있다. 이러한 우월성에 대한 이유는 다음과 같이 두 가지 요약될 수 있다. 첫째로는, Wah et al.[19]의 혼합형 유전알고리즘에서는 2층 구조의 염색체를 사용하기 때문에 다루기가 불편한 반면 본 연구의 혼합형 유전알고리즘은 염색체의 구조가 단순하여 이를 다루는 시간이 적게 걸린다. 둘째로는 각 윤곽선의 절단시작점을 구하기 위하여 Wah et al.[19]의 방법은 염색체에 직접적으로 그 정보를 포함하고 있

어서 보다 우수한 절단시작점을 찾기가 어렵다. 그러나, 본 알고리즘은 염색체로 주어진 윤곽선들의 순서에 가장 적합한 절단 시작점들을 앞 절에 제시된 발견적 기법에 의하여 신속하게 탐색할 수 있어서 최적해를 보다 빨리 찾을 수 있다.

이상의 성능평가 실험으로부터 각 염색체의 국소최적해를 생성해 내는 r-opt 탐색 절차가 알고리즘의 성능에 결정적으로 작용하는 것을 알 수 있는 바 본 연구에서 제시한 혼합형 유전알고리즘의 유효성(effectiveness)을 확인할 수 있었다. 실험에 사용된 문제들보다 더 복잡한 문제에 대해서도 총 세대수를 충분히 크게 하고 아울러 국소최적해를 구하기 위한 탐색기법을 확장하여 교환대상의 링크 수를 증가시킨다면 최적해에 근접한 해를 항상 찾아낼 수 있을 것으로 생각된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 열린 윤곽선만으로 구성된 판매의 절단문제를 다루었다. 이 문제에 대하여 TSP를 확장한 최적화 모형으로 정형화하였고, 이를 풀기 위한 혼합형 유전알고리즘을 제시하였다. 제안된 알고리즘은 기존의 발표된 유전알고리즘에 비하여 해의 표현이 매우 간결하여 프로그래밍이 쉽고 효율적인 것으로 판단된다. 또한 최적해를 미리 알 수 있는 문제들에 적용한 결과 대부분의 경우 최적해에 도달하거나 매우 근접한 해를 생성하는 것으로 나타났다. 따라서 대규모의 문제에도 국소최적해의 탐색기법을 보완한다면 제시된 혼합형 유전알고리즘이 충분히 활용될 수 있을 것으로 판단된다.

## 참고문헌

- [1] Bentley, J. L.; "Fast Algorithms for Geometric Traveling Salesman Problems," *ORSA Journal on Computing*, 4(4) : 387-411, 1992.
- [2] Castelino, K., D'Souza, R., and Wright, P. K.; "Toolpath Optimization for Minimizing Airtime during Machining," *Journal of Manufacturing Systems*, 22(3) : 173-80, 2002.
- [3] Chen, J. C. and Zhong, T. X.; "A Hybrid-coded Genetic Algorithm based Optimization of Non-productive Paths in CNC Machining," *Int. J. of Advanced Manufacturing Technology*, 20 : 163-168, 2002.
- [4] Davis, L.; "Applying Adaptive Algorithms to Epistatic Domains," *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 162-164, 1985.
- [5] Freisleben, B. and Merz, P.; "A Genetic Local Search Algorithm for Solving Symmetric and Asymmetric Traveling Salesman Problems," *Proceedings of IEEE Int'l Conference on Evolutionary Computation*, 616-621, 1996.
- [6] Gen, M. and Cheng, R.; *Genetic Algorithms and Engineering Optimization*. John Wiley and Sons, 2000.
- [7] Han, G. C. and Na, S. J.; "Global Torch Generation for 2-D Laser Cutting Process using Simulated Annealing," *Intelligent Automation for Soft Computing*, 4(2) : 97-108, 1998.
- [8] Jackson, S. D. and Mittal, R. O.; "Automatic Generation of 2-axis Laser Cutter NC Machine Program and Path Planning from CAD," *Computers in Industry*, 21 : 223-231, 1993.
- [9] Jang, C. D. and Han, Y. K.; "An Approach to Efficient Nesting and Cutting Path Optimization of Irregular Shapes," *Journal of Ship Production*, 15(3) : 129-135, 1999.
- [10] Khan, W. A., Hayhurst, D. R., and Cannings, C.; "Determination of Optimal Path under Approach and Exit Constraints," *European Journal of Operational Research*, 117 : 310-325, 1999.
- [11] Kim, Y., Gotoh, K., and Toyosada, M.; "Global Cutting-path Optimization Considering the Minimum Heat Effect with Microgenetic Algorithm," *Journal of Marine Science and Technology*, 9 : 70-79, 2004.
- [12] Lee, M.-K. and Kwon, K.-B.; "Cutting Path Optimization in CNC Cutting Processes Using a Two-step Genetic Algorithm," *International Journal of Production Research*, 44(24) : 5307-26, 2006.
- [13] Lin, S.; "Computer Solutions of the Traveling Salesman Problem," *Bell systems Technical Journal*, 44 : 2245-2269, 1965.
- [14] Liu, T. K., Chen, C. H., and Chou, J. H.; "Optimization of Short-haul Aircraft Schedule Recovery Problems Using a Hybrid Multiobjective Genetic Algorithm," *Expert Systems with Applications*, 37(3) : 2307-2315, 2010.
- [15] Manber, U. and Israni, S.; "Pierce Point Minimization and Optimal Torch Path Determination in Flame Cutting," *J. of Manufacturing Systems*, 3(1) : 81-99, 1984.
- [16] Mutty, K.; *Linear and Combinatorial Programming*. John Wiley and Sons, USA, 1976.
- [17] Oysu, C. and Bingul, Z.; "Application of Heuristic and Hybrid-GASA Algorithms to Tool-Path Optimization Problem for Minimizing Airtime during Machining," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 22 : 389-396, 2009.
- [18] Raggenbass, A. and Reissner, J.; "Stamping-laser Combination in Sheet Processing," *Annals of the CIRP*, 38(1) : 291-294, 1989.
- [19] Wah, P. K., Murty, K. G., Joneja, A., and Chiu, L. C.; "Tool Path Optimization in Layered Manufacturing," *IE Transactions*, 34 : 335-347, 2002.