

## 측정 잡음을 고려한 위치 결정 기법의 성능비교

# A Performance Comparison of Positioning Methods Considering Measurement Noise

박 찬 식\*, 임 재 걸  
(Chansik Park<sup>1</sup> and Jaegool Yim<sup>2</sup>)

<sup>1</sup>Chungbuk National University

<sup>2</sup>Dongguk University

**Abstract:** This paper proposes three positioning algorithms using TOA measurements: 1) The well-known linearization method using Taylor series, 2) a modified Savarese method considering measurement noise, which does not need linearization, and 3) a modified Bancroft method where TOA measurements instead of pseudorange measurements are considered. Furthermore, through an error analysis, for Savarese method, divergence of altitude is anticipated if the transmitters are located at the same height. To prevent height divergence, the Savarese method is modified again for receivers which assumed moving on the even plane. Error analysis also shows the relationship between Bancroft and Savarese method. From the analysis it is expected that the performance of Savarese method is worse than Bancroft method because of error amplification during difference operation. Experiments using real TOA measurement from the time difference of ultra sound and RF validate the proposed methods and show that analysis is correct.

**Keywords:** positioning, Taylor series, linearization, Savarese, Bancroft, measurement noise

### I. 서론

위치를 구하기 위하여 실외에서는 GPS (Global Positioning System) [1,2]가 대표적으로 사용되고 있으나 극히 미약한 전파 세기로 실내에서는 WIFI 신호, 초음파, Zigbee 혹은 Bluetooth 신호의 RSSI (Radio Signal Strength Indicator)등을 이용하는 위치결정 기법이 사용되고 있다[3-7]. 이중 RSSI는 변환 함수를 이용하여 거리로 변환하여 사용하거나 fingerprint 기법을 이용하여 해당 위치를 구하는데 사용된다[8]. 반면 GPS 기반 위치결정 알고리즘은 측정치에 수신기 시계가 포함된 의사거리(pseudorange)를 이용하여 삼각측량법(tri-lateral)을 이용하는 것이 일반적이며, 실내 항법에서는 수신기 시계오차가 포함되지 않는 TOA (Time of Arrival) 기반 측정치를 이용하는 것이 일반적이다.

GPS 혹은 WSN (Wireless Sensor Network)등에서 위치를 구하기 위하여 테일러 급수(Taylor series)를 이용한 선형화 기법 [2]이 많이 사용되고 있다. 그러나 동작 범위가 좁은 WSN이나 실내 항법 등에서는 선형화 기준점(nominal point)으로 사용되는 초기위치의 오차에 민감하여 수렴하지 않는 경우가 발생한다[9]. 이는 초음파를 이용하는 위치 결정이나, 지상에 GPS 위성에 해당하는 PL (Pseudo Lite)을 사용하는 경우에도 종종 발생하는 문제이다.

이 문제를 피하기 위하여 선형화하지 않아 초기 위치의 영향을 받지 않는 여러 방법들이 발표되었다. 그 중 Savarese

기법[10]과 Bancroft 기법[11]이 대표적으로 잘 알려져 있다. 그러나 이들 방법은 측정 잡음의 특성을 고려하지 않고 유도되었으며, Bancroft 기법은 GPS의 의사거리를 사용하는 경우를 가정하고 유도되어 수신기 시계오차가 무시된 실내 항법에서 사용하기 위해서는 변경이 필요하다. Savarese 방법에서는 측정치를 제공하는 과정에서 제곱손실(squaring loss)이 발생하며 측정치의 차분 과정에서 다시 한번 오차가 증폭되므로 이를 고려한 위치결정 기법이 필요하다. 또한 같은 높이에 송신기를 설치하는 경우 고도 방향의 해가 발산하는 문제가 발생하므로 이에 대한 고려도 필요하다. 반면 Bancroft 기법은 Savarese 기법에 비하여 차분에 의한 오차의 증폭은 없지만 위칭 오차에 대한 측정오차의 영향을 해석하기가 힘들어 그 성능을 예측할 수 없다.

본 논문에서는 먼저 측정 오차의 특성을 고려한 테일러 급수를 이용한 선형화 기법, Savarese 기법과 TOA 측정치를 이용하는 Bancroft 기법을 유도하였다. 또 송신기의 고도가 일정한 경우 발생하는 고도의 발산을 억제할 수 있도록 Savarese 기법을 변경하였다. Bancroft 기법과 Savarese 기법을 해석을 통하여 Bancroft 기법으로 구한 위치 해의 오차 해석을 수행하였다. 초음파와 RF를 이용한 실내 위치결정 시스템에서 측정된 실제 측정치를 이용하여 제안한 기법들의 동작과 성능을 비교 분석하였다.

### II. 측정 오차를 고려한 위치 결정 기법

전파의 전달시간을 이용하여 구해진 TOA (Time of Arrival) 신호를 이용하는 항법시스템에는 다수의 송신기에서 신호를 송출하고 수신기에서 이 신호를 이용하여 위치를 구하는 GPS 형태의 항법 시스템과, 사용자가 신호를 송출하고 이를 다수의 고정된 위치의 비콘에서 수신하여 사용자의 위치를 구하는 Active Badge 형태의 항법 시스템[4]으로 나눌 수 있

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2010. 9. 10., 수정: 2010. 10. 7., 채택확정: 2010. 12. 1.

박찬식: 충북대학교 전자정보대학 전자공학부, 컴퓨터정보통신연구소 (chansp@cbnu.ac.kr)

임재걸: 동국대학교 과학기술대학 컴퓨터멀티미디어학부

(yim@dongguk.ac.kr)

※ 이 논문은 2010년도 충북대학교 학술연구지원사업의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

다. 그러나 이들 내부의 항법 알고리즘은 같으므로 본 논문에서는 GPS 형태의 항법 시스템을 기준으로 설명한다.

송신기  $i$ 와 수신기 사이의 거리 측정치는 (1)로 나타낼 수 있다. 여기서  $S_i = [X_i \ Y_i \ Z_i]^T$ 는 송신기  $i$ 의 위치 벡터,  $u = [x \ y \ z]^T$ 는 수신기의 위치벡터, 측정잡음  $v_i$ 은 평균 0, 표준편차  $\sigma_i$ 인 AWGN (Additive White Gaussian Noise), 송신기와 수신기 사이의 거리는 (2)로 나타낸다.

$$\rho_i = r_i + v_i, \quad v_i \sim N(0, \sigma_i^2) \quad (1)$$

$$r_i = \|(S_i - u)^T (S_i - u)\|^{1/2} = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2 + (Z_i - z)^2} \quad (2)$$

1. 테일러 급수(Taylor series)를 이용한 선형화 기법

$m(\geq 3)$ 개 송신기에서 거리측정치를 구했다면 가장 최소자승법(weighted least square)으로 수신기의 위치를 구할 수 있다. (2)를  $u_0 = (x_0 \ y_0 \ z_0)^T$ 의 선형화 기준점을 기준으로 테일러 급수를 이용하여 선형화하면 (3)와 같으며, 이를 다시 (4)로 간략히 나타내자. 여기서  $r_{i0} = \sqrt{(X_i - x_0)^2 + (Y_i - y_0)^2 + (Z_i - z_0)^2}$ 는 알고 있는 송신기의 위치와 기준점을 이용하여 계산한 거리,  $(h_x^i = \frac{X_i - x_0}{r_{i0}}, h_y^i = \frac{Y_i - y_0}{r_{i0}}, h_z^i = \frac{Z_i - z_0}{r_{i0}})$ 는 기준점에서 송신기로의 시선(LOS: Line of Sight) 벡터를 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} \rho_1 - r_{01} \\ \vdots \\ \rho_m - r_{0m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_x^1 & h_y^1 & h_z^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h_x^m & h_y^m & h_z^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\delta \rho = H \delta u + v \quad (4)$$

각각의 거리 측정치가 서로 독립이므로, 측정잡음의 공분산은 다음과 같이 대각 행렬로 나타낼 수 있다.

$$Q_\rho = \text{cov}(v) = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_m^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

(4)에 가장 최소자승법을 적용하면 (5)의 위치오차와 (6)의 공분산을 구할 수 있다. 구해진 위치오차 추정치  $\delta \hat{u} = (\delta \hat{x}_A \ \delta \hat{y}_A \ \delta \hat{z}_A)^T$ 를 기준점  $(x_0 \ y_0 \ z_0)$ 에 더하여 최종 위치를 구할 수 있으며, 구해진 위치를 이용하여 위치 오차 추정치의 크기가 충분히 작아질 때까지 위의 과정을 반복하여 수행하기도 한다.

$$\delta \hat{u} = (H^T Q_\rho^{-1} H)^{-1} H^T Q_\rho^{-1} \delta \rho \quad (5)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{u}) = (H^T Q_\rho^{-1} H)^{-1} \quad (6)$$

일반적으로 각 송신기에서의 신호를 같은 정확도로 측정하므로,  $\sigma = \sigma_1 = \dots = \sigma_m$ 로 둘 수 있으므로  $Q_\rho = \sigma^2 I_m$ 가 성립한다. 여기서  $I_m$ 은 크기  $m \times m$ 의 단위 행렬을 나타낸다. 이 경우 가장 최소자승법의 해와 공분산인 (5)와 (6)은 다음과 같이 최소자승법을 적용한 것과 같은 결과를 나타낸다.

$$\delta \hat{u} = (H^T H)^{-1} H^T \delta \rho \quad (7)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{u}) = \sigma^2 (H^T H)^{-1} \quad (8)$$

위 식에서 테일러 급수를 이용하여 선형화를 하는 경우 위치의 정확도는 시선벡터  $(h_x^i, h_y^i, h_z^i)$ 로 이루어진 행렬  $H$ 에 영향을 받으며, 시선벡터는 선형화 기준점의 정확도에 영향을 받을 수 있다. GPS와 같이 거리가 먼 경우 선형화 기준점의 오차가 크더라도 분모인  $r_0^i$ 도 큰 값을 가지므로 시선벡터에 기준점의 오차가 미치는 영향은 무시할 수 있으므로, 많은 GPS 수신기에서 선형화 기준점을 지구 중심으로 둔다. 그러나 동작 범위가 좁은 실내 항법에서는 작은 선형화 기준점의 차이에도 시선벡터의 변화가 크게 나타나고, 이에 따라 위치 해가 발산하는 경우가 종종 발생하므로 초기 값의 결정은 중요하다.

2. 측정 잡음을 고려한 Savarese 기법[7,10]

Savarese 기법은 선형화가 필요 없는 방법으로 실내항법이나 WSN에서 많이 사용된다. Savarese 기법은 다음과 같이 유도된다. (1)의 측정치에서 측정잡음  $v_i$ 이 거리에 비하여 충분히 작다고 가정하고, 양변을 제곱하면  $\rho_i^2 = (r_i + v_i)^2 \approx r_i^2$ 을 얻는다.  $m$ 개의 송신기에서의 측정치 중  $m$ 번째 값을 기준으로  $i$ 번째 값을 빼면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \rho_i^2 - \rho_m^2 &= (S_i - u)^T (S_i - u) - (S_m - u)^T (S_m - u) \\ &= (X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2) - (X_m^2 + Y_m^2 + Z_m^2) \\ &\quad + 2[X_m - X_i \ Y_m - Y_i \ Z_m - Z_i] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

위 식을 정리하면 (10)을 얻고, 이를 다시 (11)의 간단한 형태로 나타내자.

$$\begin{aligned} 2[X_m - X_i \ Y_m - Y_i \ Z_m - Z_i] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \\ = \rho_i^2 - \rho_m^2 - (X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2) + (X_m^2 + Y_m^2 + Z_m^2) \end{aligned} \quad (10)$$

$$2[S_m^T - S_i^T] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \rho_i^2 - \rho_m^2 - S_i^T S_i + S_m^T S_m \quad (11)$$

$m(\geq 3)$ 개의 송신기에 대하여 다음의 측정 식을 얻으며 이를 (13)의 형태로 나타낸다.

$$\begin{aligned} 2 \begin{bmatrix} S_m^T - S_1^T \\ S_m^T - S_2^T \\ \vdots \\ S_m^T - S_{m-1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \rho_1^2 - \rho_m^2 - S_1^T S_1 + S_m^T S_m \\ \rho_2^2 - \rho_m^2 - S_2^T S_2 + S_m^T S_m \\ \vdots \\ \rho_{m-1}^2 - \rho_m^2 - S_{m-1}^T S_{m-1} + S_m^T S_m \end{bmatrix} \\ 2A_s u &= b_s \end{aligned} \quad (12)$$

(13)에 최소자승법을 적용하면 (14)를 얻는다.

$$\hat{u}_s = \frac{1}{2} (A_s^T A_s)^{-1} A_s^T b_s \quad (14)$$

이상의 Savarese 기법은 측정 오차의 특성을 전혀 고려하지 않은 방법이며, 측정잡음을 고려한 방법은 다음과 같다.

두 측정치  $\rho_i, \rho_m$  가 서로 독립이고, Gaussian 분포를 갖는다면 (9)에서 무시한 측정 잡음  $\varepsilon_i = (2r_i v_i + v_i^2) - (2r_m v_m + v_m^2)$  의 평균은 0이고 공분산은 다음과 같다[12].

$$\begin{aligned} \text{cov}(\varepsilon_i) &= E(v_i^4 + v_m^4 + 2r_i v_i^3 + 2r_m v_m^3 + 4r_i^2 v_i^2 + 4r_m^2 v_m^2) \\ &= 3\sigma_i^2 + 3\sigma_m^2 + 4r_i^2 \sigma_i^2 + 4r_m^2 \sigma_m^2 \end{aligned} \quad (15)$$

각 송신기에서의 신호를 같은 정확도로 측정하므로,  $\sigma = \sigma_1 = \dots = \sigma_m$  로 두면 다음을 얻는다.

$$\text{cov}(\varepsilon_i) = 6\sigma^4 + 4\sigma^2(r_i^2 + r_m^2) \quad (16)$$

여기서  $r_i, r_m$  는 해를 구하기 전에는 알 수 없으므로, 거리에 비하여 잡음이 작다는  $r_i \approx \rho_i$  의 가정으로 다음 (17)을 이용하여 공분산을 계산할 수 있다.

$$\text{cov}(\varepsilon_i) = 6\sigma^4 + 4\sigma^2(\rho_i^2 + \rho_m^2) \quad (17)$$

측정 잡음을 고려한 측정식은 (18)과 같으며, (19)의 간략한 형태로 나타낼 수 있다.

$$2 \begin{bmatrix} S_m^T - S_1^T \\ S_m^T - S_2^T \\ \vdots \\ S_m^T - S_{m-1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1^2 - \rho_m^2 - S_1^T S_1 + S_m^T S_m \\ \rho_2^2 - \rho_m^2 - S_2^T S_2 + S_m^T S_m \\ \vdots \\ \rho_{m-1}^2 - \rho_m^2 - S_{m-1}^T S_{m-1} + S_m^T S_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_{m-1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$2A_s u = b_s + \varepsilon_s \quad (19)$$

$$\text{여기서 } \text{cov}(\varepsilon_s) = \begin{bmatrix} \text{cov}(\varepsilon_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \text{cov}(\varepsilon_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \text{cov}(\varepsilon_{m-1}) \end{bmatrix} = Q_s \text{ 이}$$

며, 가중 최소자승법을 이용하면 (20)과 (21)의 위치와 공분산을 구할 수 있다.

$$\hat{u}_s = \frac{1}{2} (A_s^T Q_s^{-1} A_s)^{-1} A_s^T Q_s^{-1} b_s \quad (20)$$

$$\text{cov}(\hat{u}_s) = \frac{1}{4} (A_s^T Q_s^{-1} A_s)^{-1} \quad (21)$$

송신기가 천장에 설치되는 일반적인 실내 항법에서는 모든 송신기의 높이가 같으므로 (20)에서의 행렬  $(A_s^T Q_s^{-1} A_s)$  가

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & 0 \\ q_{21} & q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ 형태가 되고, 역 행렬은 } \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \infty \\ p_{21} & p_{22} & \infty \\ \infty & \infty & \infty \end{bmatrix} \text{ 의 형}$$

태가 되므로 (20)으로 구한 위치 해 중 고도 오차가 발산할 수 있다. 이 문제는 고도가 고정된 경우에는 다음과 같이 해결할 수 있다.

항체의 고도가  $z_s$  로 고정된 경우에는 (11)은 (22)로 나타낼 수 있다. 여기서  $S_i^* = [X_i \ Y_i]^T$  를 나타낸다.

$$2 \begin{bmatrix} S_m^* - S_i^{*T} \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \rho_i^2 - \rho_m^2 - 2(Z_m - Z_i)z_s - S_i^T S_i + S_m^T S_m \quad (22)$$

$m$ 개의 측정식은 (23)과 같으며, (24)의 간략한 형태로 나타낼 수 있다.

$$2 \begin{bmatrix} S_m^* - S_1^{*T} \\ S_m^* - S_2^{*T} \\ \vdots \\ S_m^* - S_{(m-1)}^{*T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1^2 - \rho_m^2 - 2(Z_m - Z_1)z_s - S_1^T S_1 + S_m^T S_m \\ \rho_2^2 - \rho_m^2 - 2(Z_m - Z_2)z_s - S_2^T S_2 + S_m^T S_m \\ \vdots \\ \rho_{m-1}^2 - \rho_m^2 - 2(Z_m - Z_{m-1})z_s - S_{m-1}^T S_{m-1} + S_m^T S_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_{m-1} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$2A_s u = b_s + \varepsilon_s \quad (24)$$

(24)에 가중 최소자승법을 적용하면 위치와 공분산을 구할 수 있다. 이 경우  $m$ 개의 측정치로 2개의 미지수를 구하므로 3개의 미지수를 구하는 3차원 위치결정에 비하여 위치 해의 신뢰도가 향상된다.

### 3. TOA 측정치에 대한 Bancroft 기법

Bancroft 기법은 수신기 시계오차가 포함된 GPS 형태의 측정치에 대한 해법으로 소개되었지만 본 논문에서는 WSN에 응용을 고려하여 수신기 시계오차가 포함되지 않은 경우의 Bancroft 기법을 유도하고 그 오차 특성을 살펴본다.

(1)로 주어진 측정치의 양변을 제곱하면 다음을 얻는다.

$$\rho_i^2 = u^T u - 2u^T S_i + S_i^T S_i + 2r_i v_i + v_i^2 \quad (25)$$

여기서  $\lambda = u^T u$ ,  $w_i = 2r_i v_i + v_i^2$  로 두면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$-\rho_i^2 + S_i^T S_i + \lambda = 2S_i^T u + w_i \quad (26)$$

$m(\geq 3)$  개의 측정치에 대하여 나타내면 (27)과 같고, 이를 (28)의 간단한 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\rho_1^2 + S_1^T S_1 \\ \vdots \\ -\rho_m^2 + S_m^T S_m \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} S_1^T \\ \vdots \\ S_m^T \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$R + \lambda \mathbf{1} = 2Su + w \quad (28)$$

$S$ 의 역 행렬  $S^+ = (S^T S)^{-1} S^T$  를 (28)의 양변에 곱하면 (29)가 되고,  $S^+ S = I$  임을 적용하고,  $w_s = S^+ w$  로 두면 (30)으로 나타낼 수 있다.

$$\lambda S^+ \mathbf{1} - 2S^+ S u + S^+ R = S^+ w \quad (29)$$

$$\lambda S^+ \mathbf{1} + S^+ R = 2u + w_s \quad (30)$$

의사거리 측정치를 이용하는 Bancroft 기법에서는 Lorentz 내적(Inner product)을 이용하여  $\lambda$  를 구하지만 TOA 측정치를 이용하는 본 논문에서는 일반 내적을 이용하여  $\lambda$  를 구한다. (30)의 내적은 (31)이 되고, 측정잡음이 크지 않아  $u^T u \gg u^T w_s$ ,  $u^T u \gg w_s^T w_s$  로 둘 수 있으므로, 최종적으로 (32)를 얻는다. 이를  $\lambda$  에 대하여 정리하면 (33)을 얻는다. 여기서  $\alpha = (S^+ \mathbf{1})^T (S^+ \mathbf{1})$ ,  $\beta = (S^+ \mathbf{1})^T (S^+ R) - 2$ ,  $\gamma = (S^+ R)^T (S^+ R)$  이다.

$$(\lambda S^+ \mathbf{1} + S^+ R)^T (\lambda S^+ \mathbf{1} + S^+ R) = (2u + w_s)^T (2u + w_s) \quad (31)$$

$$\begin{aligned} (S^+ R)^T (S^+ R) + 2\lambda (S^+ \mathbf{1})^T (S^+ R) + \lambda^2 (S^+ \mathbf{1})^T (S^+ \mathbf{1}) \\ = 4u^T u + 4u^T w_s + w_s^T w_s \approx 4u^T u = 4\lambda \end{aligned} \quad (32)$$

$$\alpha\lambda^2 + 2\beta\lambda + \gamma = 0 \quad (33)$$

(33)을 이용하여  $\lambda$  를 구하고, 이를 (30)에 대입하여 (34)과 같이 사용자의 위치를 구할 수 있다.

$$\hat{u} = \frac{S^+}{2}(\lambda \mathbf{1} + R) \quad (34)$$

이 때 (33)은 2차 식으로 2개의 해가 존재하며, 두 해에 대하여 구해진  $\hat{u}$  중 타당한 하나를 선택하여 최종 해를 결정한다. 본 논문에서는 두 개의  $\lambda$  를 이용하여 구해진 두 위치 해에 대하여 유수(residual)이 작은 해를 참 값으로 결정하는 방법을 사용하였다.

Bancroft 기법과 Savarese 기법의 관계는 (27)의 양변에 단

일 차분 연산자  $\nabla = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{(m-1) \times m}$  를 곱

하면 (18)과 같음을 볼 수 있다. 즉 (18)을 이용하는 Savarese 기법과 (27)을 사용하는 Bancroft 기법은 같은 결과를 주지만, 측정치를 처리하는 방법의 차이로 구해진 해의 공분산은 차이가 난다.  $\lambda$  가 구해진 경우 (27)을 이용하여 해의 공분산은 (35)가 된다.

$$\text{cov}(\hat{u}) = \frac{1}{4}[(S^+)^T Q_{\rho^2}^{-1} S^+]^{-1} \quad (35)$$

여기서  $Q_{\rho^2} = \text{cov} \left( \begin{bmatrix} \text{cov}(\rho_1^2) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \text{cov}(\rho_2^2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \text{cov}(\rho_m^2) \end{bmatrix} \right), \text{cov}(\rho_i^2)$

$= 3\sigma^4 + 4\rho_i^2\sigma^2$  를 나타낸다. 한편 차분 연산자  $\nabla$  을 곱해서 구해진 측정치는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla R = 2\nabla S u + \nabla w \quad (36)$$

이 식은 (18)과 같은 식이며 이를 이용하여 구해진 해의 공분산은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{cov}(\hat{u}) &= \frac{1}{4}[(\nabla S^+)^T \text{cov}(\nabla w)^{-1} (\nabla S^+)]^{-1} \\ &= \frac{1}{4}[(S^+)^T \nabla^T (\nabla Q_{\rho^2} \nabla^T)^{-1} \nabla S^+]^{-1} \end{aligned} \quad (37)$$

해석의 편의를 위하여 송신기들의 거리가 비슷하다고 가정하고  $Q_{\rho^2} = I$  로 두면 (37)은 (38)이 된다.

$$\text{cov}(\hat{u}) = \frac{1}{4}[(S^+)^T \nabla^T (\nabla \nabla^T)^{-1} \nabla S^+]^{-1} \quad (38)$$

여기서  $\nabla^T (\nabla \nabla^T)^{-1} \nabla = \frac{\begin{bmatrix} m-1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & m-1 & \dots & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & \dots & m-1 \end{bmatrix}}{m} = I - \frac{\mathbf{1}\mathbf{1}^T}{m}$

임을 이용하고 역행렬 정리[13]를 적용하면 (38)은 다시 (39)

로 나타낸다.

$$\begin{aligned} \text{cov}(\hat{u}) &= \frac{1}{4}[(S^+)^T S^+ - \frac{(S^+)^T \mathbf{1}\mathbf{1}^T S^+}{m}]^{-1} \\ &= \frac{1}{4}[(S^+)^T S^+]^{-1} + \frac{((S^+)^T S^+)^{-1} (S^+)^T \mathbf{1}\mathbf{1}^T S^+ ((S^+)^T S^+)^{-1}}{m - \mathbf{1}^T S^+ ((S^+)^T S^+)^{-1} (S^+)^T \mathbf{1}} \end{aligned} \quad (39)$$

(39)는 차분에 의하여 공분산의 증가가

$$\frac{((S^+)^T S^+)^{-1} (S^+)^T \mathbf{1}\mathbf{1}^T S^+ ((S^+)^T S^+)^{-1}}{4(m - \mathbf{1}^T S^+ ((S^+)^T S^+)^{-1} (S^+)^T \mathbf{1})}$$

만큼 나타내며, 이로부터 차분을 취하지 않고 직접 위치를 구하는 Bancroft 기법으로 구한 해의 공분산이 Savarese 기법보다 적으며, 더 정밀한 위치를 얻을 수 있음을 예측할 수 있다.

또한 Bancroft 기법은 Savarese 기법에 비하여 고도 오차가 발산하는 문제가 발생하지 않으며, 테일러 급수를 이용한 선형화 기법에 비하여 초기 값에 따른 성능 저하 문제도 발생하지 않는 장점을 갖는다. 그러나 측정잡음의 영향으로 (33)에서  $\lambda$  가 실근을 갖지 못하는 문제가 발생할 소지가 있다.

### III. 성능 분석

초음파와 Zigbee의 시간차를 이용하여 거리 측정치를 구하고 이를 이용하여 제시한 위치결정 알고리즘의 동작과 성능을 확인하였다[7]. 충북대학교 실험실 내에 4개의 송신기를 (0, 0, 3.02), (3, 0, 3.021), (3, 3, 3.022), (0, 3, 3.023)m에 설치하였고, 사용자는 (0.305, 0.3, 0.075)m의 초기 위치에서 고도는 고정된 상태에서 x축과 y축 방향에 0.4m 간격의 격자로 7개 위치, 총 49개의 위치에서 측정치를 수집하였다. 각 지점에서 205개의 측정치를 PC에 저장하고 Matlab으로 작성된 알고리즘을 적용하여 성능을 비교하였다. 표 1에 구해진 위치의 오차의 평균과 표준편차를 포함한 위치 결정 알고리즘의 성능을 비교하여 나타내었다.

표 1에서 보는 바와 같이 테일러 급수를 이용한 선형화 기법에 의하여 구해진 위치는 수평면에서 오차 제곱의 합은 0.2649m<sup>2</sup>이며, 고도까지 포함한 오차 제곱의 합은 0.3699m<sup>2</sup>로 증가하였다. 그림 1에 테일러 급수를 이용한 선형화 기법을 적용하여 구한 수평면에서의 위치를 나타내었다. 본 실험에서는 초기 값을 (0, 0, 0)으로 두었으나 수렴하지 않는 경우는

표 1. 위치 결정 알고리즘의 성능.

Table 1. Performance of positioning methods.

	테일러급수 기반 선형화	측정오차 포함 Savarese	고도고정 Savarese	TOA 측정치 Bancroft
X 축 평균 /표준편차(m)	0.0235 0.0089	0.0132 0.0143	0.0293 0.0075	0.0200 0.0106
Y 축 평균 /표준편차(m)	0.0120 0.0063	0.0704 0.0320	0.0053 0.0051	0.0085 0.0047
Z 축 평균 /표준편차(m)	0.0146 0.0105	103.191 49.1095	-	0.0124 0.0119
수평 오차 제곱 합(m <sup>2</sup> )	0.2649	2.0718	0.3152	0.1983
수평+고도 오차 제곱 합(m <sup>2</sup> )	0.3699	4255180	-	0.2946

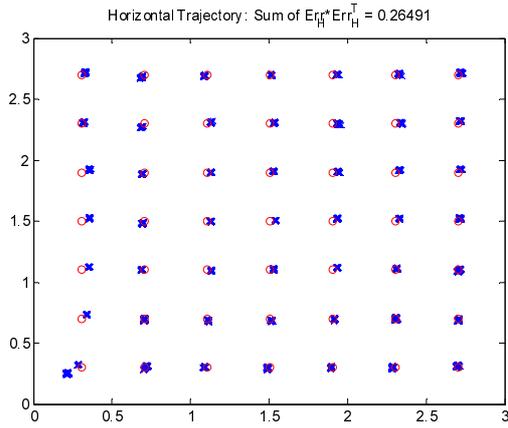


그림 1. 테일러 급수 기반 선형화 기법으로 구한 수평위치.  
Fig. 1. Horizontal position from Taylor series linearization method.

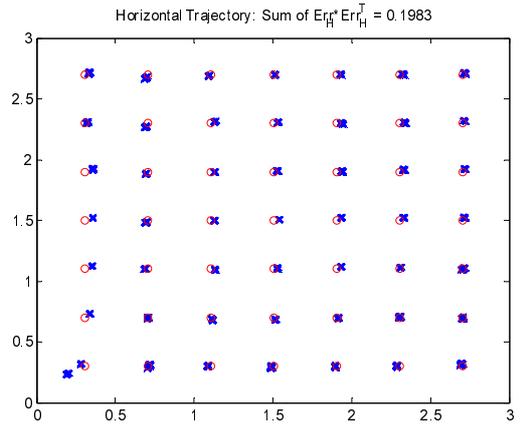


그림 4. TOA 측정치에 대한 Bancroft 기법으로 구한 수평 위치.  
Fig. 4. Horizontal position from Bancroft method modifying to TOA measurements.

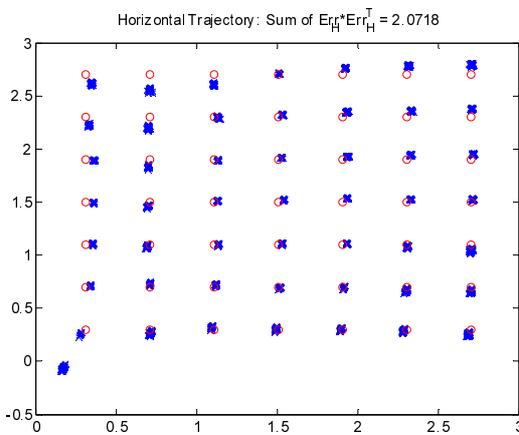


그림 2. 측정오차를 고려한 Savarese 기법으로 구한 수평위치.  
Fig. 2. Horizontal position from Savarese method considering measurement noise.

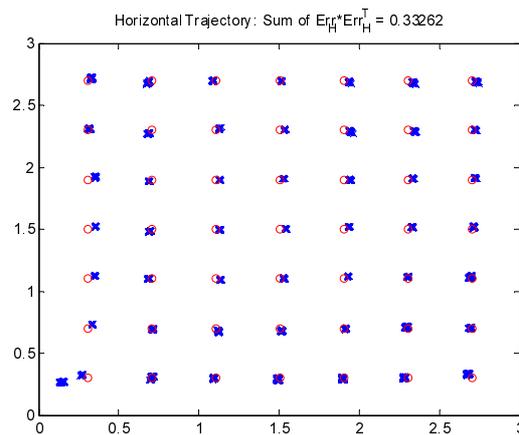


그림 3. 고도를 고정한 Savarese 기법으로 구한 수평위치.  
Fig. 3. Horizontal position from Savarese method fixing altitude.

발생하지 않았다. 이는 측정 잡음의 크기가 참 거리에 비하여 작기 때문이며, 오차의 크기가 커지거나 실험 공간이 줄어들면 수렴이 보장되지는 않는다.

그림 2에 측정잡음을 고려한 Savarese 기법을 적용하여 구한 위치를 나타내었다. 수평면 오차제곱의 합은  $2.0718m^2$ 로

다른 방법에 비하여 나쁘며, 이는 제곱과 차분에 의하여 오차가 증폭되는 효과 때문이다. 고도까지 포함하면 오차제곱합이  $4255180m^2$ 이며 이는 송신기의 높이가 거의 같아 발생하는 고도 발산 현상을 볼 수 있다.

그림 3에 고도를 고정한 Savarese 기법으로 구한 위치를 나타내었다. 수평면 오차제곱 합은  $0.3152m^2$ 로 고도를 고정하지 않고 3차원 위치를 구한 결과에 비하여 성능의 향상을 보여준다. 그러나 아직 테일러 급수나 Bancroft 기법에 비하여 오차가 크며 이는 제곱과 차분에 의한 오차의 증폭에 따른 영향이다.

그림 4에 TOA 측정치에 대한 Bancroft 기법으로 구한 위치를 나타내었다. 수평면 오차제곱 합이  $0.1983m^2$ 으로 다른 방법에 비하여 조금 나은 결과를 보여준다. 고도가 포함된 경우에도 다른 방법에 비하여 조금 나은 결과를 보여준다. 그러나 테일러 급수를 이용한 선형화 기법에 비하여 성능이 나아질 이유는 없으며 통계적으로는 비슷한 성능을 나타낼 것으로 예측된다.

**IV. 결론**

본 논문에서는 TOA 측정치를 이용하여 위치를 결정하는 대표적인 기법인 테일러 급수를 이용한 선형화 기법과, 측정 오차를 고려한 선형화가 필요 없는 Savarese 기법과, 의사거리를 이용하는 Bancroft 기법을 TOA 측정치를 이용하여 위치해를 구할 수 있도록 유도하였다. 오차해석을 통하여 송신기의 고도가 같은 경우 Savarese 기법으로 구한 고도가 발산할 수 있음을 보이고, 이를 해결하기 위하여 사용자의 고도가 고정된 경우에 적용할 수 있도록 변경한 Savarese 기법을 추가로 제안하였다. 또한 Bancroft 기법과 Savarese 기법의 관계를 구하고 이로부터 Bancroft 기법이 차분에 의한 오차의 증폭이 없어 더 나은 성능을 보임을 보였다. 초음파와 RF의 시간차로 구한 실제 TOA 측정치를 이용한 실험에서 제안한 방법의 동작과 성능이 예측과 일치함을 확인하였다.

본 논문에서 제안한 방법은 WSN 등에서 위치 결정 시스템의 설계 및 위치 결정 알고리즘의 선정에 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

**참고문헌**

[1] B. W. Parkinson, J. J. Spilker Jr., *Global Positioning System: Theory and Applications*, AIAA, Washington, 1966.

[2] P. Misra and P. Enge, *Global Positioning System: Signals, Measurements, and Performance*, 2nd Ed., Ganga-Jamuna Press, 2006.

[3] P. Bahl and V. N. Padmanabhan, "RADAR: An in-building RF-based user location and tracking system," *Proc. IEEE Infocom*, Tel-Aviv, Israel, vol. 2, pp. 775-784, April 2000.

[4] R. Want, A. Hopper, V. Falcao, and J. Gibbons, "The active badge location system," *ACM Transactions on Information Systems*, vol. 10, no. 1, pp. 91-102, Jan. 1992.

[5] Ubisense homepage. <http://www.ubisense.net/>

[6] N. B. Priyantha, *The Cricket Indoor Location System*, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, June 2005.

[7] S. B. Kim, C. S. Park, D.-Y. Kang, H. H. Yun, B.-C. Ahn, E. J. Cha, and S. J. Lee, "An efficient positioning algorithm using ultrasound and RF," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 6, no. 4, pp. 544-550, Aug. 2008.

[8] A. Ward, A. Jones, and A. Hopper, "A new location technique for the active office," *IEEE Personal Communications*, vol. 4, no. 5, pp. 42-47, Oct. 1997.

[9] S. B. Kim, C. Park, H. H. Yun, D.-Y. Kang, E. J. Cha, and S. J. Lee, "Positioning algorithm reducing blundered error in wireless sensor networks (in Korean)," *Proc. of 14th GNSS Workshop*, Jeju, Korea, Nov. 2007.

[10] C. Savarese, K. Langendoen, and J. Rabaey, "Robust positioning algorithms for distributed ad-hoc wireless sensor networks," *USENIX Technical Annual Conference*, pp. 317-328, Monterey,

CA, 2002.

[11] S. Bancroft, "An algebraic solution of the GPS equation," *IEEE transaction on Aerospace and Electronic System*, vol. AES-21, no. 7, pp. 56-59, 1985.

[12] Hyvarinen, A., J. Karhunen, E. Oja, *Independent Component Analysis*, John Wiley and Sons, 2001.

[13] G. H. Golub and van Loan, *C. F.: Matrix computations*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland, USA, 2nd Ed., 1998.



**박 찬 식**

1984년 서울대학교 제어계측공학과(공학사). 1986년 서울대학교 제어계측공학과(공학석사). 1984년~1997년 삼성전자 연구원. 1997년 서울대학교 제어계측공학과(공학박사). 1997년~현재 충북대학교 교수. 관심분야는 GNSS, SDR, AJ,

ITS and WSN.



**임 재 길**

1987년 University of Illinois at Chicago, Computer Science 석사. 1990년 동 대학 박사. 현재 동국대학교 과학기술대학 컴퓨터멀티미디어학부 교수. 관심분야는 Petri net 이론 및 응용, Location-Based Service, computer networks, Korean

Language manipulation, AI systems, and multimedia systems.