PID 제어기를 이용한 쿼드로터 자세 안정화

김용영* · 신준희* · 이선익* · 이형곤* · 임현민* · 김광진* · 이상철**

Quadrotor Attitude Stabilization by Using PID Controller

Yongyoung Kim* · Junhee Shin* · Sunik Lee*
Hyounggon Lee* · Hyunmin Lim* · Kwangjin Kim* · Sangchul Lee**

ABSTRACT

Quadrotor is an aircraft which is possible in Vertical Take-off and Landing(VTOL). This aircraft can not only be created as an Unmanned Aerial Vehicle(UAV), but also can be easily used in various fields because of its simplicity of construction. This study is mainly conducted with two main purposes. The first goal is designing the quadrotor focusing on the lightweight and protecting the airframe. The second purpose is stabilizing the quadrotor's attitude by using the PID controller. MATLAB simulation is performed for obtaining PID gain based on equations of motion. We used the compensation filter technique for the calibration of sensor data. PID gain has been drawn out based on the MATLAB simulation. The efficiency of the attitude control is improved by calibration of sensor data.

Key Words: Moment of Inertia(관성모멘트), PID Controller(PID 제어기), Quadrotor(쿼드로터), Sensor(센서), Stabilization(안정화), UAV : Unmanned Aerial Vehicle(무인 항공기)

기 호 설 명

I_x, I_y, I_z : 관성 모멘트
I_{xy}, I_{yz}, I_{xz} : 관성 곱
P, V : 지구고정좌표계에서 위치, 속도
V_b : 기체고정좌표계에서 속도
ϕ, θ, ψ : 오일러 각
M_b : 기체의 질량
ω_b : 기체고정좌표계에서 각속도
α : 지구고정좌표계에서 기체의 자세각
X, Y, Z : 지구고정좌표계
x_b, y_b, z_b : 기체고정좌표계

* 학생회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
** 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
연락저자, E-mail: slee@kau.ac.kr

1. 서 론

복잡한 지역이나 사람이 자유롭게 드나들 수 없는 위험한 지역에서의 감시 및 정찰에 대한 활용도가 증가됨에 따라 무인항공기에 대한 관심이 높아지고 있다.[1],[2] 무인항공기의 한

종류인 쿼드로터는 4개의 로터에서 동력을 얻어 상승하는 회전익 비행체이다. 쿼드로터는 기체 구조와 동작원리가 단순하여 소형화가 가능하며, 수직이착륙 및 안정한 호버링이 가능하다는 장점을 가지고 있다. 이에 따라 무인항공기로 이용이 가능한 쿼드로터에 대한 관심도 높아지고 있다. Fig. 1은 쿼드로터의 자유물체도이다. 4개의 모터에서 나오는 추력의 합이 쿼드로터의 하중보다 크게 되면 쿼드로터는 상승을 하게 된다. [3],[4],[5]

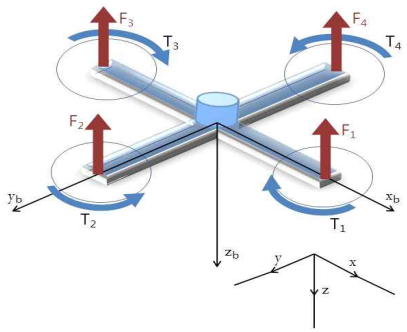

Fig. 1 Coordinate System

쿼드로터의 운동은 각 로터의 추력을 변화시킴으로써 제어가 가능하다.

본 논문에서는 쿼드로터의 수직 이착륙 및 PID 제어기를 통한 자세 안정화를 목표로 쿼드로터의 운동 방정식을 도출하고 시뮬레이션을 수행한다. 또한, 시뮬레이션 결과를 실제 기체에 적용하여 반복적인 실험을 통해 그 성능을 검증한다.

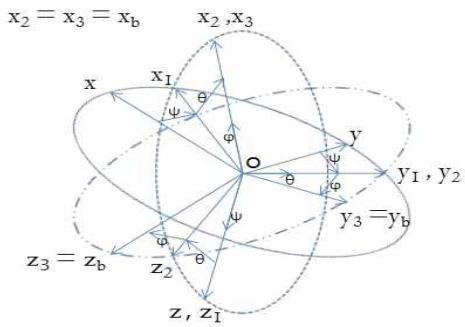

Fig. 2 Relationship Between Body and Inertial Axes System

2. 운동방정식

Figure 2는 기체고정좌표(x_b, y_b, z_b)와 지구고정좌표(x, y, z)를 표현한다. 이 모델을 사용하여 쿼드로터는 기체의 자세와 위치에 대한 식들을 6자유도 운동방정식으로 나타낼 수 있다. 기체 질량 중심의 위치 및 속도, 각과 각속도는 다음과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad V = \dot{P} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, \quad \omega = \dot{\alpha} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

여기서 ϕ, θ, ψ 는 롤, 피치, 요이다. 기체고정좌표와 지구고정좌표 사이에서의 선형 속도와 각 변환에 대한 식은 다음과 같다.

$$V_b = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = T_{bw}(\phi, \theta, \psi) \bullet V \tag{1}$$

$$\omega_b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = E(\phi, \theta) \bullet \omega \tag{2}$$

여기서, $T_{bw}(\phi, \theta, \psi) = R_x(\phi) R_y(\theta) R_z(\psi)$

$$E(\phi, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\phi)\sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \sin(\phi)\sin(\theta) \end{bmatrix}$$

추력이 발생한 상태에서 반시계방향으로 회전하는 프로펠러 1번과 3번은 토크(T_1 과 T_3)를 발생시켜 시계방향 요모멘트를 발생시킨다. 시계방향으로 회전하는 프로펠러 2번과 4번은 토크(T_2과 T_4)를 발생시켜 반시계방향 요모멘트를 발생시킨다. 각각의 로터의 추력들이 서로 같게 발생된다면 기체자세는 안정화 될 수 있다. 중력에 대해 기체중심에서 발생하는 토크와

추력에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$F_{tot} = M_b \dot{V}_b + \omega_b \times (M_b \bullet V_b) \quad (3)$$

$$M_{tot} = I_n \dot{\omega}_b + \omega_b \times (I_n \bullet \omega_b) \quad (4)$$

여기서, $M_b = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}$

$$I_n = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$

I_n는 기체의 관성모멘트 행렬이다. 기체중심에 발생하는 총추력(F_{tot})은 로터에서 발생하는 추력(F_{cg}), 중력(F_g), 외란에 의한 힘(F_a)의 합이다. 이때 외란에 의한 힘의 작용(F_a)은 무시한다.

$$F_{tot} = F_{cg} + F_g \quad (5)$$

여기서, $F_{cg} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(F_1 + F_2 + F_3 + F_4) \end{bmatrix}$

$$F_g = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \sin(\phi)\cos(\theta) \\ \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \bullet mg$$

기체중심에 발생하는 총토크(M_{tot})는 로터에 의한 토크(M_{cg}), 외란에 의한 토크(M_a)의 합이다. 이때 외란에 의한 토크(M_a)는 무시한다.

$$M_{tot} = M_{cg} = \begin{bmatrix} 0 & -l & 0 & l \\ l & 0 & -l & 0 \\ \lambda & -\lambda & \lambda & -\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 l은 기체의 중심에서 로터 중심까지의 거리이며, λ는 요 모멘트 계수이다.

병진운동의 가속도 식을 구하기 위하여 식(3)과 식(5)의 좌변을 $\dot{V}_b$으로 정리하면

$$\dot{V}_b = M_b^{-1} \bullet [F_{cg} + F_g - \omega_b \times (M_b \bullet V_b)] \quad (7)$$

회전운동의 각가속도 식을 구하기 위하여 식(4)과 식(6)의 좌변을 $\dot{\omega}_b$으로 정리하면

$$\dot{\omega}_b = I_n^{-1} \bullet [M_{cg} - \omega_b \times (I_n \bullet \omega_b)] \quad (8)$$

지구고정 좌표계에서의 위치는 P, 자세 각은 α, 기체고정 좌표계에서의 속도는 V_b, 각속도는 ω_b라 정의한다. 상태벡터를 X라 하면, X와 $\dot{X}$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X = \begin{bmatrix} P \\ V_b \\ \omega_b \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad \dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{V}_b \\ \dot{\omega}_b \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}$$

또한 식(1~8)을 통하여 쿼드로터의 동역학적 모델은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} T_{be}^{-1}(\alpha) \bullet V_b \\ M_b^{-1} \bullet [F_{tot} - \omega_b \times (M_b \bullet V_b)] \\ I_n^{-1} \bullet [M_{tot} - \omega_b \times (I_n \bullet \omega_b)] \\ E^{-1}(\alpha) \bullet \omega_b \end{bmatrix} \quad (9)$$

3. 시뮬레이션

3.1 관성모멘트

시뮬레이션에 이용된 관성모멘트는 복합진자법과 2줄 비틀림진자법을 이용하여 근사적으로 측정할 수 있다.

3.1.1 복합진자법(Compound Pendulum Method)

실험 장치는 Fig. 3과 같이 구성 되며 실험은

x축을 중심으로 진자 운동을 측정하여 진행한다. 두 줄의 길이는 같게 구성하고 주기는 10회 진동할 때의 시간을 측정한다. 관성모멘트는 10회 진동을 반복한 후 측정값을 평균하여 구한다.

고정점에서 관성모멘트는 다음과 같다.

$$I_o = I_x + md^2 \tag{10}$$

여기서 I_o는 고정점의 관성모멘트, d는 고정점과 무게중심사이의 거리, m은 기체의 질량이다.

기체는 미소 각 θ만큼 움직이면 진자 운동을 하게 되고 그 진자운동은 다음의 Lagrange 방정식으로 표현된다.

$$\ddot{\theta} + \frac{Wd}{I_x}\theta = 0 \tag{11}$$

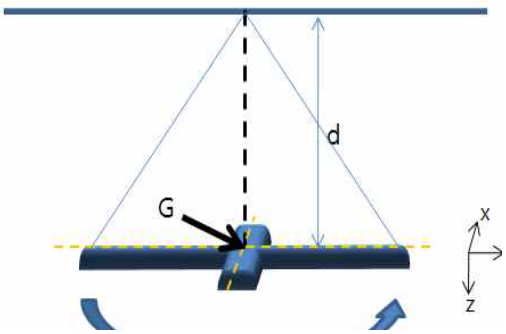

Fig. 3 Compound Pendulum Method

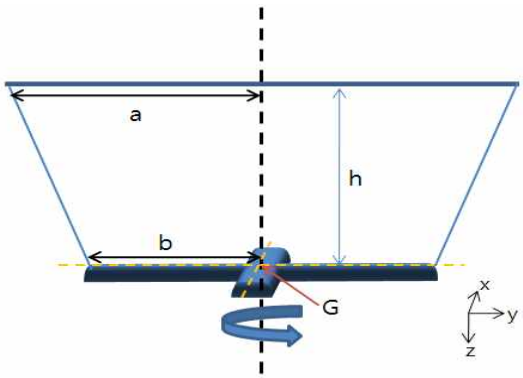

Fig. 4 Bifilar Torsional Pendulum Method

$$w^2 = (\frac{2\pi}{T})^2 = \frac{Wd}{I_o} \tag{12}$$

$$I_o = (\frac{T}{2\pi})^2 Wd \tag{13}$$

여기서, W는 기체의 무게이고 w는 진동수이다. 식(10)와 식(13)을 이용하면 I_x는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$I_x = I_o - md^2 = (\frac{T}{2\pi})^2 Wd - md^2 \tag{14}$$

3.1.2 2줄 비틀림진자법(Bifilar Torsional Method)

실험 장치는 Fig. 4와 같이 구성 된다. 실험은 Fig. 4처럼 z축 중심의 진자 운동을 측정하여 진행한다. 두 줄의 길이는 같게 구성하며 주기는 10번 진동할 때의 시간을 측정한다. 관성모멘트는 10회 진동을 반복한 후 측정값을 평균하여 구한다.

진자의 운동은 다음의 Lagrange 방정식으로 표현된다.

$$\ddot{\theta} + \frac{ab\,W}{I_z h}\theta = 0 \tag{15}$$

여기서 a, b, h는 위의 그림과 같고, W는 기체의 무게이다. 이 때 진동수는 다음과 같고 식을 정리하여 구한 I_z는 다음과 같다.

$$w^2 = (\frac{2\pi}{T})^2 = \frac{ab\,W}{I_z h} \tag{16}$$

$$I_z = (\frac{T}{2\pi})^2 \frac{Wab}{h} \tag{17}$$

2줄 비틀림진자법을 이용한 관성모멘트는 Table 1과 같다.

Table 1 Moment of Inertia

I_x	$0.0417\,kg \bullet m^2$
I_y	$0.0417\,kg \bullet m^2$
I_z	$0.006029\,kg \bullet m^2$

3.2 시뮬레이션

측정한 관성모멘트와 운동방정식을 기초로 하여 실제 기체에 적용할 수 있는 PID Gain을 얻기 위하여 MATLAB 시뮬레이션을 수행한다.

시뮬레이션을 위하여 Table 2와 같은 초기 조건을 설정한다.

Table 2 Initial Conditions and Final Goals

	Initial Conditions	Final Goals
Altitude	0m	20m
Roll Angle	3°	0°
Pitch Angle	3°	0°

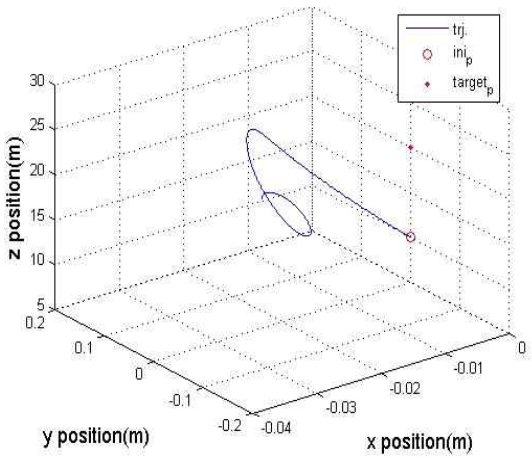

Fig. 5 3-D MATLAB Simulation

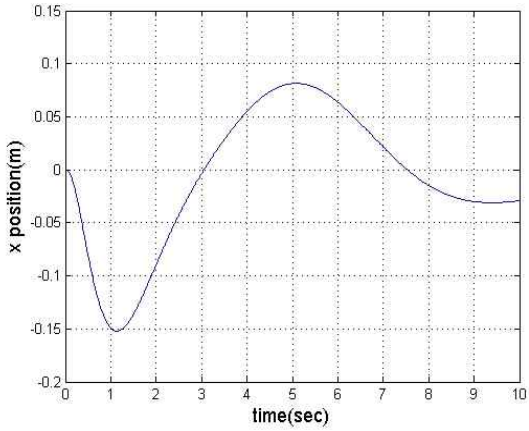

Fig. 6 X-Position MATLAB Simulation

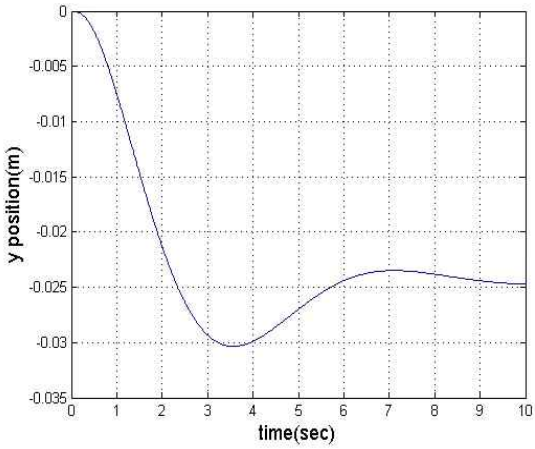

Fig. 7 Y-Position MATLAB Simulation

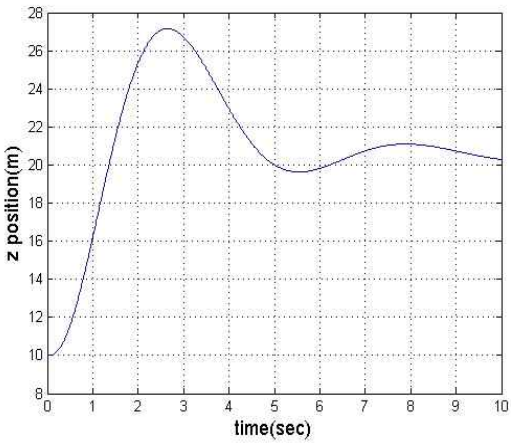

Fig. 8 Z-Position MATLAB Simulation

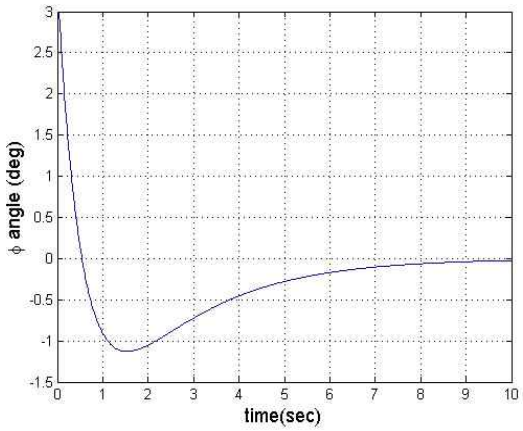

Fig. 9 ϕ-Angle MATLAB Simulation

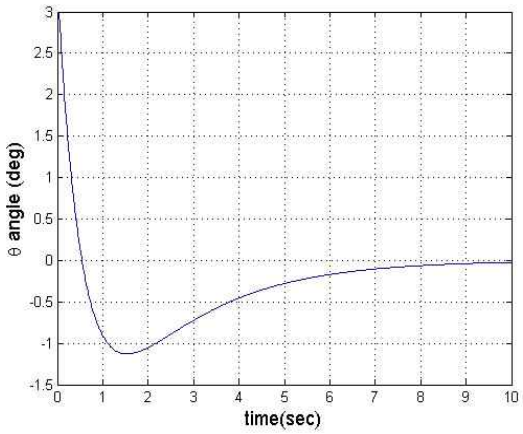

Fig. 10 θ-Angle MATLAB Simulation

시뮬레이션 결과 PID 제어기를 이용해서 쿼드로터를 안정화할 수 있음을 알 수 있다.[4,5]

4. 기체 제작

쿼드로터의 수월한 이착륙 및 자세안정화를 위해서는 무게가 최대한 가벼워야 하고 무게중심이 기체 중앙에 있어야 한다. 추락 및 충돌 가능성의 존재로 인해 기체의 강도 또한 충분하게 고려되어야 한다.

위 내용을 바탕으로 알루미늄 사각봉과 카본섬유판을 주재료로 선정하고, 제어모듈의 장착 공간을 고려하여 메인프레임을 설계 및 제작한다. 또한 강선을 이용하여 메인프레임을 보호하기 위한 구조를 제작한다.

총 무게를 고려하여 개당 $0.5kgf$이상의 추력을 가진 모터와 프로펠러를 선정하고 모터와 프로펠러의 소비전류를 충분히 공급 할 수 있는 변속기를 선정한다. 각 모터 당 동일한 전력 공급 및 비행시간을 고려하여 1개의 배터리와 병렬연결 회로로 전원장치를 구성한다.

Table 3 Fuselage Specification

Width	890mm
Height	560mm
Total Weight	1.8 kg
Flight Time	6분 이상

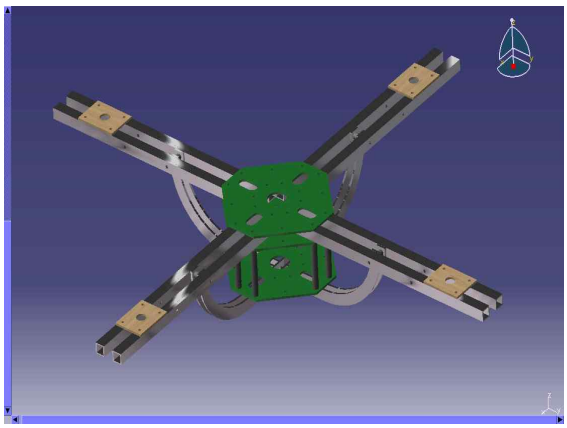

Fig. 11 Modeling of Main Frame

Fig. 12 Completed Quadrotor

5. 센 서

쿼드로터의 자세각을 측정하기 위해 기울기 센서 및 자이로를 장착한다.

기울기 센서는 병진운동에 영향을 받으며 진동에 민감하다. 또한 자이로 센서는 출력되는 각속도를 적분 할 경우 시간이 지남에 따라 오차가 누적되어 발산하는 경향을 보인다. 각 센서의 문제점을 보완하기 위해서 보상필터를 사용한다.[6]

보상필터의 제어도는 Fig.13과 같으며, 제어도를 따라 식을 작성하면 식(18)을 도출 할 수 있다.

$$\dot{\theta}_f = \dot{\theta}_g - \left(K_p + \frac{1}{s}K_i\right)(\theta_f - \theta_t) \qquad (18)$$

여기서 θ_f는 보상필터를 적용한 각도이며 θ_t는 기울기센서에서 측정한 각도이며, $\dot{\theta}_g$는 자이로 센서에서 측정한 각속도이다.

K_p와 K_i는 상수이다. 보상필터를 적용하기 위해서는 θ_f가 엔코더 출력 각도와 일치 할 때의 K_p와 K_i를 구해야 하며 이는 실험을 통해 구한다. 식(18)을 행렬식으로 변형하면 식(19)가 된다.

$$\begin{bmatrix}\theta_f - \theta_t & \frac{1}{s}(\theta_f - \theta_t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}K_p \\ K_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\dot{\theta}_g - \dot{\theta}_f\end{bmatrix} \qquad (19)$$

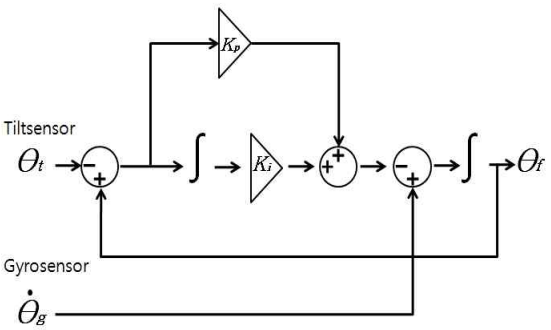

Fig. 13 Diagram of Filter

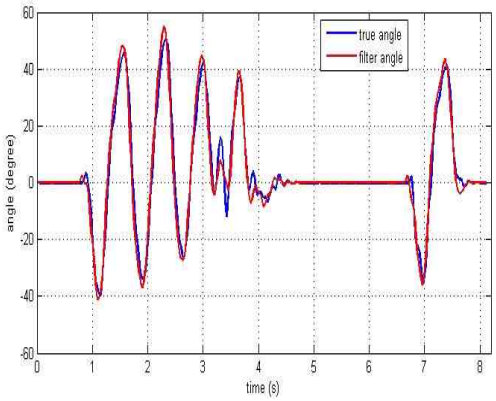

Fig. 14 Output Data of Filtered Sensor

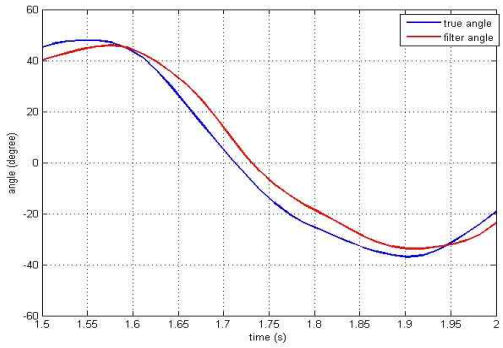

Fig. 15 Time Delay

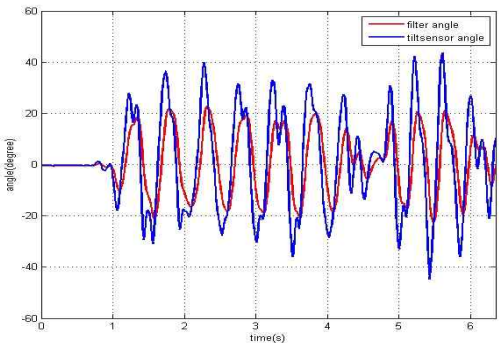

Fig. 16 Effect of Translation Motion

실험을 통해 각 변수를 측정하고 최소자승법을 사용해 K_p와 K_i를 구한다.

보상필터 적용 각도와 엔코더 각도를 비교했을 때 시간에 따른 각도변화 경향이 일치한다. 또한, 자이로센서 출력 각속도를 적분 할 때 발생

하는 누적오차는 발생하지 않는다.

하지만 기울기센서 자체의 시간지연과 보상필터 연산 과정으로 인해 약 $30ms$ 가량의 시간지연이 발생한다.

Fig.16의 그래프를 보면 기울기센서의 병진운동 영향에 비해 보상필터를 사용한 센서의 병진운동 영향이 적음을 알 수 있다.

6. 자세 제어

쿼드로터의 자세 제어를 위해 PID 제어기를 사용하였다. PID 제어기는 간편한 구조와 구현의 용이성 때문에 산업적으로 가장 선호되는 제어 방법으로 풍량, 유량, 온도, 모터 등 프로세서 제어의 다양한 분야에서 광범위하게 사용된다.

PID 제어기에서 P는 비례(Proportional), I는 적분(Integral), D는 미분(Differential)을 의미하고 각각에 Gain 파라미터(k_p, k_i, k_d)가 존재하며 목표치와 피드백치의 편차(Deviation)와의 조합으로 PID 제어기가 수행된다.

PID 제어기의 최적의 Gain 파라미터는 상태와 시스템에 따라서 달라진다. 일반적으로 비례 제어기는 Gain 값을 크게 하면 빠른 반응을 얻을 수 있다. 하지만 너무 크면 오버슈트가 발생하게 되고 또 너무 작으면 잔류편차를 발생시킨다. 적분제어기는 단독으로 사용할 수 없으며 적분시간을 조정하여 비례 제어기의 잔류편차를 없앨 수 있다. 그러나 적분시간이 너무 짧으면 제어 불능 상태에 빠질 수 있다. 미분제어기는 목표 값에 빠르게 도달할 수 있도록 하고 외란을 억제하는 효과가 있다. 따라서 사용자의 시스템에 적합한 제어 특성을 고려하여 개인 파라미터를 설정하는 것이 필요하다.

6.1 단축 제어 실험

PID 제어기의 경향성을 보기 위해 Fig. 17과 같은 단축 테스트베드를 제작하여 실험을 진행하였다. 다양한 Gain 파라미터를 적용하여 PID 제어기의 경향성을 확인 할 수 있다.

Fig. 17 One-Axis PID Controller Test

6.2 2축 제어 실험

실제 쿼드로터의 PID 제어기에 Gain 파라미터 값을 적용 후 실험을 진행한다. Fig. 18과 Fig. 19는 자세안정화를 이룬 후 각축에 외란을 주었을 때 자세안정화에 이르는 경향성을 보여준다.

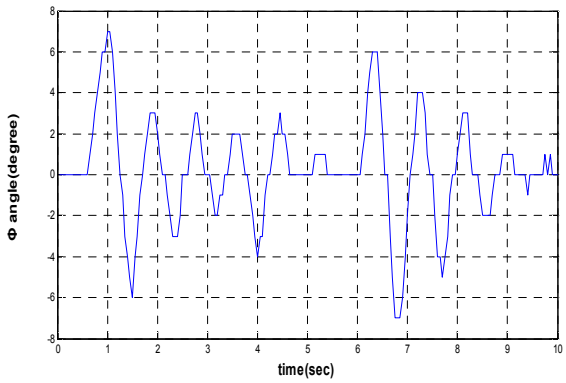

Fig. 18 Pitch Angle

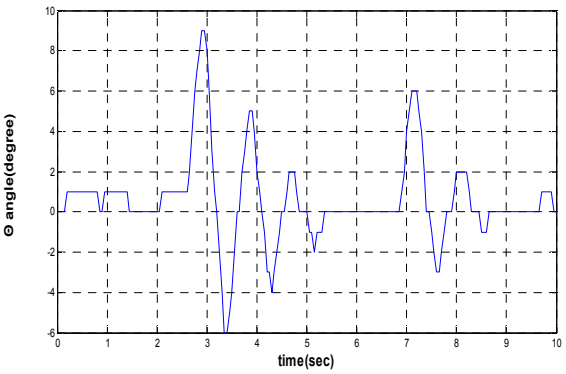

Fig. 19 Roll Angle

7. 통 신

통신 방식에는 바이너리 통신 방식을 사용한다. 바이너리 통신은 스트링 통신보다 적은 바이트 수가 필요하기 때문에 통신 효율이 높은 장점이 있다.

7.1 통신 프로토콜

쿼드로터의 제어를 위해서는 지상시스템과 기체 사이에서 서로 약속된 신호를 보내도록 규정을 하는 작업이 필요하다. Table. 5는 지상시스템과 쿼드로터 사이의 송수신 프로토콜이다.

송신부 프로토콜에서 프로토콜의 1,2번은 쿼드로터에서 받은 신호의 시작을 알려주는 헤더이고, 3~6번은 쿼드로터의 각 모터에 대한 회전수치로서 이 수치로 모터 회전속도를 제어한다. 마지막 7번은 본문에 대한 신호를 점검하는 체크섬이다.

수신부는 본문이 쿼드로터의 측정 모터 RPM 데이터와 센서 데이터 부분으로 이루어진다. 나머지 부분은 송신부와 동일하다.

7.2 GCS 구현

지상에서 제어신호를 쿼드로터에 보내 줄 수 있는 시스템인 GCS(Ground Control Station)는 Labview로 제작하였다. GCS는 통신 설정부분, 송신 부분, 수신부분으로 구성되어 있다. Fig. 20은 Labview의 프론트패널이다.

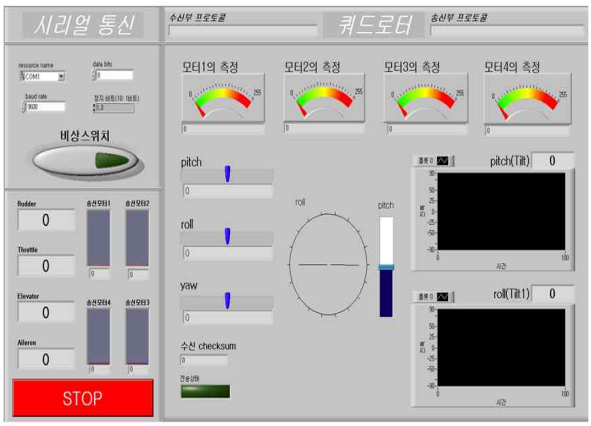

Fig. 20 GCS Front panel

Table. 5 Communications Protocol

송신부 프로토콜 (GCS→쿼드로터)	Byte	Data
	2	헤더
	1	1번모터 회전수치
	1	2번모터 회전수치
	1	3번모터 회전수치
	1	4번모터 회전수치
	1	체크섬

수신부 프로토콜 (쿼드로터→GCS)	Byte	Data
	2	헤더
	1	1번모터 RPM수치
	1	2번모터 RPM수치
	1	3번모터 RPM수치
	1	4번모터 RPM수치
	2	Pitch Angle
	2	Roll Angle
	2	Yaw Angle
	1	체크섬

Xbee specification	
Frequency	2.4GHz
Transfer Rate	250kbps
Range	1Km
Output Power	10mW
The Number of Channel	12

Fig. 21 Xbee Module & Specification

7.3 무선 통신

무선 통신 모듈은 저전력, 저가격, 편의성을 장점으로 하는 근거리 무선 통신 모듈 중의 하나인 지그비 모듈 (Xbee_PRO)을 사용한다.

8. 결론

본 논문에서는 쿼드로터의 설계 및 PID 제어기를 이용한 쿼드로터의 자세 안정화를 목표로 쿼드로터의 운동방정식 및 PID 제어기를 설계하였다. 또한, 복합진자법으로 구한 관성 모멘트

를 이용한 MATLAB 시뮬레이션을 수행하였다.

PID 제어는 쿼드로터에 장착된 MCU(Micro Controller Unit)를 통해 수행되고, 지상에서 Labview로 구현한 GCS를 통해 비행 상태를 확인할 수 있다.

보상필터를 통한 센서 보정 작업으로 센서의 병진 운동에 의한 각도 오차는 줄일 수 있었다. 하지만 약 $30ms$의 센서시간지연으로 인해 PID 제어기의 시간지연이 발생하였다.

차후 연구는 개선된 센서 보정 필터링을 적용하여 올바른 PID Gain을 도출하는데 중점을 두어야 할 것이다.

참 고 문 헌

(1)원대연, 최대형, 탁민제, 이종혁, 권오준. 2008. “쿼드-로터 방식 비행체 개념 설계”. 한국항공우주학회 2008년도 춘계학술발표회 논문집. PP. 197~201.

(2)Kaan T. Oner, 2008, "Dynamic Model and Control of a New Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle with Tilt-Wing Mechanism", Proceedings of world academy of science, engineering and technology, Vol. 35, ISSN 2070-3740

(3) 김진헌, 강민성, 박상덕, 2008, “4개의 회전날개를 갖는 수직이착륙 비행체의 모델링과 강인 정지비행 제어”, 제어・로봇・시스템학회 논문지 제 14 1260 권, 제 12 호

(4) Daewon Lee, H. Jin Kim, and Shankar Sastry, 2009, "Feedback Linearization vs. Adaptive Sliding Mode Control for a Quadrotor Helicopter", International Journal of Control. Automation, and Systems(2009) 7(3): 419-428

(5) Ashfaq Ahmad Mian, Wang Daobo, "Nonlinear Flight Control Strategy for an Underactuated Quadrotor Aerial Robot"

(6) Ji Hoon Kim, Hyung Gi Min, Jae Dong Cho, Jae Hoon Jang, Sung-Ha Kwon, Eun Tae Jeung, 2009 “Design of angular estimator of inertial sensor using the least square method”, WASET(World Academy of Science, Engineering and Technology) Volume 60, December 2009