

탄성 지지된 밸브 배관계의 동적 불안정

손인수[#], 허관도^{*}, 갈영민^{**}

Dynamic Instability of Elastically Restrained Valve-pipe System

In-Soo Son[#], Kwan-Do Hur^{*} and Young-Min Gal^{**}

(Received 14 September 2010; received in revised form 28 October 2010; accepted 29 October 2010)

ABSTRACT

The dynamic instability and natural frequency of elastically restrained pipe conveying fluid with the attached mass are investigated in this paper. Based on the Euler-Bernoulli beam theory, the equation of motion is derived by using extended Hamilton's Principle. The influence of attached mass and its position on the dynamic instability of an elastically restrained pipe system is presented. Also, the critical flow velocity for the flutter and divergence due to the variation in the position and stiffness of supported spring is studied. Finally, the critical flow velocities and stability maps of the pipe conveying fluid with the attached mass are obtained by changing the parameters.

Key Words : Stability(안정성), Flutter/Divergence Instability(플러터/좌굴 불안정), Pipe Conveying Fluid(유체이송 파이프), Attached Mass(부가질량), Critical Flow Velocity(임계유속)

1. 서 론

내부에 유체가 흐르는 파이프 시스템은 일반 건축물 및 기계 장치에서 흔히 볼 수 있는 구조물이다. 이러한 파이프 시스템은 내부 유속의 영향에 의하여 불안정을 유발하기도 하고^[1] 특히 밸브등과 같은 부가질량이 존재하는 경우 유속과 부가질량의 크기 및 위치의 연성관계에 의하여 배관계의 진동특성 및 안정성을 변화시킨다.^[2] 따라서 배관계의 진동을 적절히 억제하여 밸브를 보호하기 위하여 배관계의 불안

정 해석 및 진동특성을 파악하는 것은 공학적으로 중요한 문제라 할 수 있다. Païdoussis^[3]는 이론 및 실험을 통하여 유체유동 파이프의 진동특성과 동적 안정성에 관한 많은 연구결과를 발표하였다. 또 유체가 흐르는 파이프 구조물에 부가질량이 존재하는 경우 부가질량의 위치와 크기변화에 따른 계의 동적 안정성에 대한 연구 결과와 유체유동 파이프의 고유진동수에 미치는 부가질량의 회전관성 모멘트의 영향에 대한 연구결과가 발표되었다.^[4] 최근에는 송수관 안정성 문제에 있어서 고유치 분기와 불안정 모드의 정립을 위하여 수평 외팔 송수관 모델에 대한 고유치 분기의 차수와 이에 상응하는 플러터 모드 형상을 정의하기도 하였다.^[5] 또 크랙을 가진 탄성 지지된 유체유동 외팔 파이프의 임계 유속을 파악하고 계의 동적 안정성에 미치는 크랙 및 탄성 지지의

교신저자 : 동의대학교 기계공학과

E-mail : isson92@deu.ac.kr

* 동의대학교 기계공학과

** 동의대학교 대학원 기계공학과

영향에 대한 결과가 발표되기도 하였다.^[7]

하지만 이들 선행 연구에서는 부가질량을 갖고 탄성지지 된 유체유동 파이프의 동적 불안정 특히, 좌굴 / 플러터 불안정 영역에 미치는 부가질량과 탄성 지지 스프링의 영향에 대한 연구는 드문 실정이다. 따라서 이 연구에서는 밸브 등을 부가질량으로 간주하고 밸브를 보호하기 위하여 배관계를 지지하는 스프링 상수 및 그 위치의 영향에 의한 배관계의 동적 안정성 및 고유진동수 변화를 살펴보았다. 또 부가질량의 크기와 위치, 그리고 유속 및 파이프와 유체의 질량비 변화가 유체유동 파이프의 진동특성에 미치는 영향에 대하여 연구하였다.

2. 시스템의 운동방정식

Fig. 1은 이 연구에서 해석 예제로 사용한 밸브가 부착되고 스프링으로 탄성 지지된 유체유동 파이프 시스템을 나타낸 것이다. 여기서 L 은 파이프의 전체 길이를 나타내며, m_v 와 x_v 는 각각 밸브를 형상화 한 부가질량과 그 위치를 나타낸다. K 와 x_k 는 파이프를 탄성 지지하는 스프링 강성과 지지 위치를 표현하고 있으며, U 는 파이프 내부에 흐르는 유체의 속도를 의미한다. Fig. 1에 나타낸 전체 계의 운동방정식과 경계조건은 오일러-베르누이 보 이론을 적용하고 확장된 Hamilton 원리를 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + MU^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + 2MU \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} + K\delta(x-x_k)y(x,t) + [m+M+m_v\delta(x-x_v)] \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$x=0, \quad y(x,t)=0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = 0, \\ x=L, \quad y(x,t)=0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

여기서 $y(x,t)$ 는 횡방향 변위, E 는 영계수, 그리고 δ 는 디랙델타 함수(Dirac delta function)를 의미한

다. M 과 m 은 각각 유체 및 파이프의 단위길이당 질량을 나타낸다. 일반적으로 부가질량의 회전관성 모멘트는 계의 진동특성을 미치는 영향이 작으므로^[8] 이 연구에서는 그 영향을 무시하고 해석을 수행하였다. 식 (1)의 횡변위에 대한 운동방정식의 일반해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(x,t) = Y(x)e^{i\omega t} \quad (3)$$

여기서 ω 는 파이프의 고유진동수이며 $i = \sqrt{-1}$ 를 나타낸다. 계산의 편의와 연구 결과의 일반화를 위하여 다음과 같은 무차원 파라미터들과 좌표를 정의하였다.

$$\tau = \sqrt{\frac{EI}{M+m}} \frac{t}{L^2}, \quad u = \sqrt{\frac{M}{EI}} LU, \quad \xi_v = \frac{x_v}{L}, \\ \beta = \frac{M}{M+m}, \quad \mu = \frac{m_v}{(M+m)L}, \quad \eta = \frac{y}{L}, \\ \xi = \frac{x}{L}, \quad \xi_k = \frac{x_k}{L}, \quad k = \frac{KL^3}{EI} \quad (4)$$

식 (4)를 이용하면 다음과 같이 계의 무차원 운동방정식과 경계조건을 얻을 수 있다.

$$\eta'''' + u^2\eta'' + 2u\beta^{1/2}\eta' + k\delta(\xi-\xi_k)\eta + \{1 + \mu\delta(\xi-\xi_v)\}\ddot{\eta} = 0 \quad (5)$$

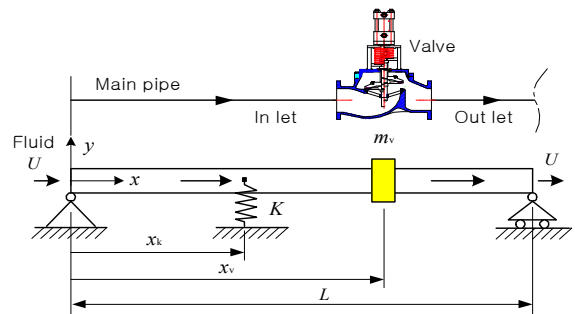


Fig. 1 Geometry of analytical pipe conveying fluid

$$\begin{aligned} \xi = 0, \quad \eta(\xi, \tau) = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \eta(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} = 0, \\ \xi = 1, \quad \eta(\xi, \tau) = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \eta(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

따라서 식 (3)으로 정의된 해를 운동방정식에 대입하고 Galerkin 적분을 행한 후 행렬형태의 식으로 정리하면 다음과 같다.

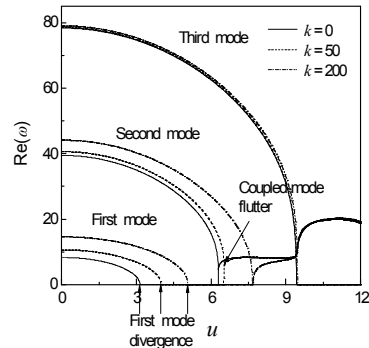
$$[M] \ddot{\mathbf{q}} + [C] \dot{\mathbf{q}} + [K] \mathbf{q} = 0 \quad (7)$$

여기서 $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \exp(i\omega\tau)$ 이고, 각 항의 행렬은 각각 질량, 감쇠 그리고 강성 행렬을 의미한다. 식 (7)을 이용하여 부가질량 및 탄성지지 된 단순지지 파이프의 고유진동수를 계산할 수 있으며, 이 연구에서는 고유진동수의 수렴성을 위하여 8차 모드까지 고려하여 계의 고유진동수를 구하였다.

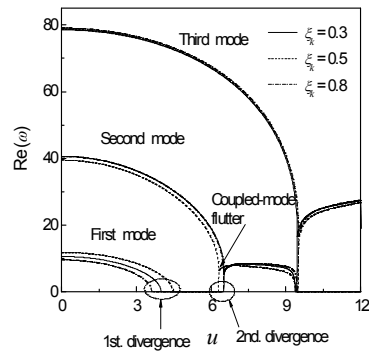
3. 수치해석결과 및 고찰

이 연구에서는 수치해석에서 유도된 계의 운동방정식을 이용하여 부가질량을 가지고 탄성 지지된 유체유동 파이프의 불안정 영역과 파이프의 고유진동수 변화를 살펴보았다.

Fig. 2는 부가질량의 크기와 위치가 각각 0.2, 0.5 이고 파이프와 유체의 질량비 $\beta = 0.4$ 인 경우 파이프의 탄성지지 스프링 상수의 영향에 따른 파이프의 고유진동수 변화를 도시하였다. 여기서 가로축은 유체의 속도를 그리고 세로축은 파이프 고유진동수의 실수부를 각각 나타낸다. Fig. 2(a)는 스프링 상수, 그리고 Fig. 2(b)는 스프링의 지지 위치에 대한 영향을 도시한 것이다. Fig. 2(a)에서 1, 2차 모드를 살펴보면, 스프링 상수가 클수록 좌굴(divergence) 불안정을 일으키는 임계유속의 값이 커짐을 알 수 있다. 즉, 스프링 상수 값이 클수록 더 빠른 유속에 대하여 안정하다는 것을 판단할 수 있다. 또 1, 2차 고유진동수가 동일하게 되는 점이 발생하며 따라서 일정 유속이상에서는 플러터 불안정을 유발한다. Fig. 2(b)의 1차 모드에서는 스프링의 지지 위치는 파이프의 가운데 부분에 위치할 때 가장 높은 임계유속을 가



(a) Effect of spring stiffness, $\xi_k = 0.5$

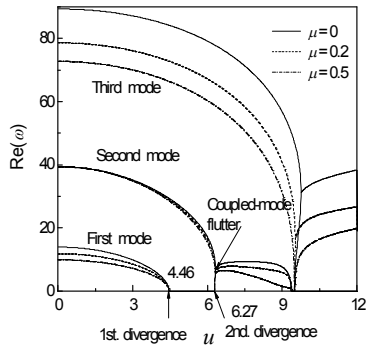


(b) Effect of spring position, $k = 50$

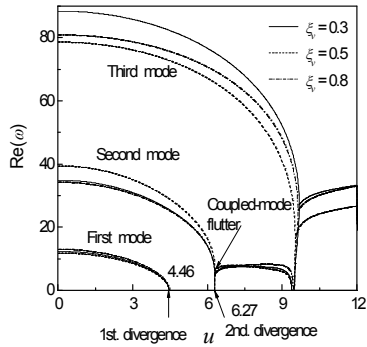
Fig. 2 Real component frequency of pipe conveying fluid with attached mass ($\beta = 0.4$, $\xi_v = 0.5$ and $\mu = 0.2$)

지며 1, 2차 모드에 비하여 3차 모드의 고유진동수에 미치는 영향은 매우 작음을 알 수 있다.

Fig. 3은 질량비 $\beta = 0.4$ 이고, 스프링 상수와 그 지지 위치가 각각 50, 0.5인 경우 부가질량의 크기와 위치에 따른 파이프의 고유진동수를 나타내었다. 계의 가장 낮은 세 개의 진동모드에서 부가질량의 크기와 위치에 관계없이 좌굴 임계유속은 1차 모드에서는 4.46, 2차 모드에서는 6.27로 항상 일정함을 알 수 있다. 전 모드에서 부가질량의 위치가 일정한 경우 부가질량의 크기와 파이프의 고유진동수는 서로



(a) Effect of attached mass, $\xi_v = 0.5$



(b) Effect of attached mass position, $\mu = 0.5$

Fig. 3 Real component frequency of pipe conveying fluid with attached mass ($\beta = 0.4$, $\xi_k = 0.5$ and $k = 50$)

반비례적인 경향을 보인다.

Fig. 4는 부가질량의 크기와 위치가 각각 0.2, 0.5로 일정하고 스프링의 지지 위치가 0.5인 경우 지지 스프링 상수의 크기에 따른 파이프의 안정, 좌굴 및 플러터 불안정 영역을 표현한 것이다. 이 결과는 2차 모드까지를 Galerkin 방법으로 수치해석하여 얻은 것이다.⁽³⁾ 가로축은 무차원 질량비, 세로축은 유속을 나타낸다. 스프링 상수가 커질수록 플러터 불안정 영역이 좁아지며 파이프의 안전한 영역은 넓어진다. $k = 50$ 인 경우, 질량비 $\beta < 0.3$ 인 영역에서는 유속이

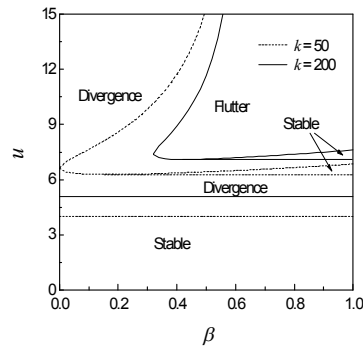


Fig. 4 Map of different kinds of instabilities for pipe conveying fluid for $\xi_v = \xi_k = 0.5$ and $\mu = 0.2$

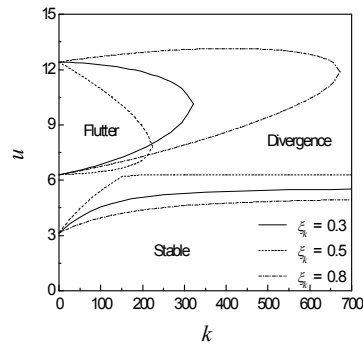


Fig. 5 Map of different kinds of instabilities for pipe conveying fluid ($\beta = 0.4$, $\xi_v = 0.5$ and $\mu = 0.2$)

증가함에 따라 파이프 시스템은 ‘안정 → 좌굴 불안정 → 플러터 불안정 → 좌굴 불안정’의 순서로 변화되어진다. 또 질량비가 0.3보다 큰 경우 파이프 시스템은 유속의 증가에 따라 ‘안정 → 좌굴 불안정 → 재안정 → 플러터 불안정’의 변화를 보인다. 스프링 상수 $k = 200$ 인 경우는 비교적 작은 질량비 ($\beta < 0.32$) 영역에서 유속이 증가하여도 플러터 영역이 존재하지 않고 파이프 시스템은 ‘안정 → 좌굴 불안정’의 변화를 가진다.

Figs. 5~7은 질량비 β 가 0.4로 일정한 경우 부가질량 및 지지 스프링의 각 파라미터 변화에 따른 파이프

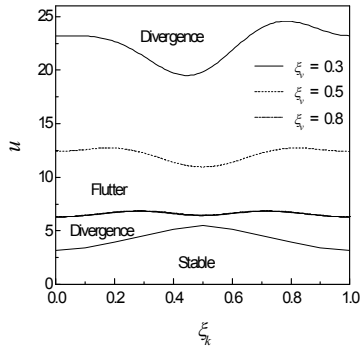


Fig. 6 Map of different kinds of instabilities for pipe conveying fluid($\beta = 0.4$, $k = 50$ and $\mu = 0.2$)

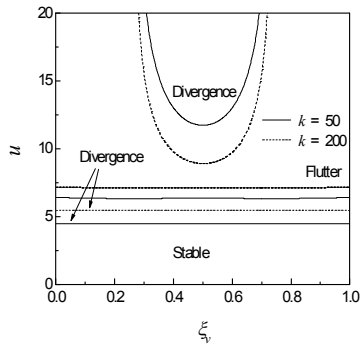
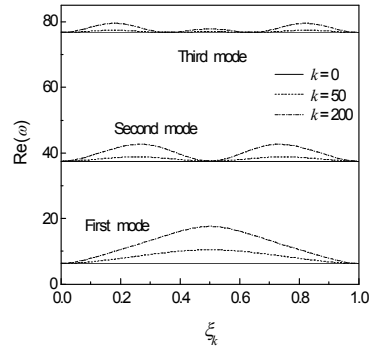


Fig. 7 Map of different kinds of instabilities for pipe conveying fluid($\beta = 0.4$, $\xi_k = 0.5$ and $\mu = 0.2$)

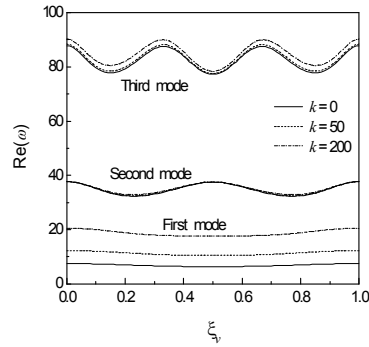
프 시스템의 안정 및 불안정 영역을 도시한 것이다.

Fig. 5는 부가질량의 크기 및 위치가 일정한 경우 스프링 상수의 크기와 위치에 따른 결과이다. 스프링 상수가 커질수록 안정한 영역은 증가하는 경향을 보이지만 스프링 지지 위치가 0.5인 경우 스프링 상수 180이상에서는 동일한 임계유속을 갖는다. 또 스프링 지지 위치가 0.3, 0.5, 그리고 0.8인 경우 스프링 상수가 각각 320, 222, 그리고 671이상에서는 플러터 불안정이 일어나지 않는다.

Fig. 6은 부가질량 및 스프링 상수가 각각 0.2, 50인 경우 부가질량과 스프링 지지 위치에 따른 파이



(a) Effect of spring position



(b) Effect of attached mass

Fig. 8 Real component frequency of pipe system

프의 안정 및 불안정 영역을 도시한 것이다. 부가질량의 위치와 관계없이 파이프 시스템의 안정영역은 항상 일정하며 스프링의 위치가 파이프의 중앙에 위치하는 경우 가장 큰 임계유속을 가진다. 부가질량의 위치가 0.8인 경우 파이프 시스템은 좌굴 불안정 이후 유속이 증가하여도 좌굴 불안정이 되지 않고 지속적인 플러터 불안정이 된다.

Fig. 7은 스프링 지지 위치가 0.5로 일정한 경우 스프링 상수의 크기와 부가질량의 위치에 따른 파이프 시스템의 안정 및 불안정 영역을 나타내었다. $k = 50$ 인 경우 부가질량의 위치가 $0.31 < \xi_v < 0.69$ 이외의 영역에서는 유속이 증가하여도 플러터 불안정에서 좌굴 불안정 영역을 거치지 않는다. 또 $k=200$ 인 경우 부가질량의 위치가 $0.28 < \xi_v < 0.72$ 이외의 영역

에서도 동일한 현상을 보인다.

Fig. 8은 질량비 $\beta = 0.4$, 부가질량의 크기가 0.2로 일정한 경우 지지 스프링 및 부가질량의 위치에 따른 파이프의 고유진동수 변화를 도시한 것이다. 전 모드에 걸쳐서 스프링 상수와 보의 고유진동수는 서로 비례적인 경향을 보인다. 1차 모드에서 스프링의 지지 위치가 보의 중앙에 존재하는 경우 가장 높은 고유진동수를 보이는 반면, 부가질량의 위치가 보의 중앙에 존재하는 경우 파이프 시스템은 가장 낮은 고유진동수를 가진다.

4. 결론

내부에 유체가 흐르는 파이프 구조물에 있어 벨브 등을 부가질량으로 간주하고 그 구조물이 탄성 지지 되는 경우 파이프의 안정성을 평가하였다. 즉, 탄성 지지 스프링과 부가질량이 파이프 시스템의 안정영역 및 좌굴, 플러터 불안정 영역에 미치는 영향에 대하여 수치해석 하였다. 스프링 상수가 커지면 플러터 불안정 영역이 좁아지며, 초기 안정영역은 증가하지만 재 안정화 영역은 줄어든다. 또 스프링 상수가 커짐에 따라 파이프 시스템은 플러터 불안정을 일으키지 않고 오직 좌굴 불안정만을 유발하는 질량비의 영역을 가짐을 확인하였다. 부가질량의 크기와 위치에 관계없이 파이프 시스템은 동일한 임계유속 값을 갖는다.

향후 연구에서는 벨브의 동적 모델링을 구현하고 거동을 해석하여 그 결과를 직접 벨브-파이프 시스템에 적용하여 전체 시스템의 동적특성 및 안정성 연구를 수행하고자 한다.

후 기

본 연구는 중소기업청에서 지원하는 2010년도 산학연공동기술개발사업(No. 000426980110)의 연구수행으로 인한 결과물임을 밝힙니다.

참고문헌

1. Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I. Theory)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 261, pp. 457~486.
2. Son, I. S., Cho, J. R. and Yoon, H. I., 2007, "Effects of Attached Mass on Stability of Pipe Conveying Fluid with Crack", Transactions of KSNVE, Vol. 17, No. 10, pp. 1002~1009.
3. Païdoussis, M. P., 1998, Fluid-Structure Interactions(Volume 1), Academic Press.
4. Kang, M. G., 2000, "The Influence of Rotary Inertia of Concentrated Masses on the Natural Vibrations of a Clamped-supported Pipe Conveying Fluid", Nuclear Engineering and Design, Vol. 196, pp. 281~292.
5. Ryu, S. W., Sugiyama, Y. and Ryu, B. J., 2002, "Eigenvalue Branches and Modes for Flutter of Cantilevered Pipes Conveying Fluid", Computers and Structures, Vol. 80, pp. 1231~1241.
6. Ryu, B. J., Ryu, S. W. and Lee, J. W., 2003, "Eigenvalue Branches and Flutter Modes of a Cantilevered Pipe Conveying Fluid and Having a Tip Mass", Transactions of KSNVE, Vol. 13, No. 12, pp. 956~964.
7. Son, I. S. and Yoon, H. I., 2008, "Dynamic Stability of Elastically Restrained Cantilever Pipe Conveying Fluid with Crack", Transactions of KSNVE, Vol. 18, No. 2, pp. 177~184.
8. Dado, M. H. F and Abuzeid, O., 2003, "Coupled Transverse and Axial Vibratory Behaviour of Cracked Beam with End Mass and Rotary Inertia", Journal of Sound and Vibration, Vol. 261, pp. 675~696.