한국기계가공학회지, 제9권, 제5호, pp.83～89 (2010. 10)
Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 9 No. 5, pp.83～89 (2010. 10)

CNC 5축 공작기계의 동응답 저감 해석

김기만#, 최성대*

Analysis of the Reduction of the Dynamic Response for the CNC 5 Axles Machining Center

Gi Man KIM#, Seong Dae CHOI*

(Received 13 September 2010; received in revised form 5 October 2010; accepted 14 October 2010)

ABSTRACT

In this paper, the dynamic response of a CNC 5 Axles machining center was analyzed and then controlled passively by using the dynamic absorber. For the simplification of the theoretical approach, the CNC 5 Axles machining center was modeled as a flexible beam(Bed) having a point mass(Column), two discrete systems(a Table-set and a dynamic absorber). Specifically by using the dynamic absorber, the dynamic response of a Table-set which be caused by the vibration of a flexible beam, was reduced down to the infinitesimal level. The optimal design factors of the dynamic absorber were obtained from the minimization of the cost function. It was found that the natural frequencies of a UT-380 machining center be varied due to the movement of the Table-set. In view of the dynamic response of a Table-set, the larger spring stiffness and mass of the dynamic absorber were found to give the greater reduction.

Key Words : Dynamic response(동응답), **Dynamic absorber**(동흡진기), **Natural frequencies**(고유주파수)

1. 서 론

산업현장에 사용되는 많은 공작기계의 주요 특징으로 다양한 가공 성능을 위한 자동 공구교환 기능, 제품 품질 향상을 위한 고정밀 가공기능, 제조 시간 단축을 위한 고속화를 말 할 수 있다.

고속화의 경우 가공속도를 높이기 위해 주축의 회전수(rpm)가 커지고 테이블이나 공구 이송속도 또한 빨라지게 된다. 고속화를 위한 회전수 증가는 소음과 진동으로 장시간 작동 시 기계 성능을 저하 또는 공진현상에 의한 치명적인 결과를 초래하게 된다. 따라서 생산성 및 정밀성 향상에 필수 조건인 고속화는 공작기계 구조의 동적 거동에 많은 변화를 가져왔고 그에 대한 연구가 지속적으로 진행되고 있다[1-6].

본 논문은 CNC 5축 초고속공작기계 모델인 UT-380 기종의 구조 및 진동해석[1]에서 얻어진 실험적 결과와 제원을 근거로 당 기계가 진동에 의해 경험하는 동응답 저감을 얻기 위한 이론적 방법을 수

* 금오공과대학교 기계공학부
# 교신저자 : 금오공과대학교 기계공학과
E-mail :giman@kumoh.ac.kr

행하였다. Fig. 1은 UT-380의 3D 모델을 나타내고 있다. 구조의 특성 상 전체 하중을 지지하는 Bed와 Head를 포함한 Column ,

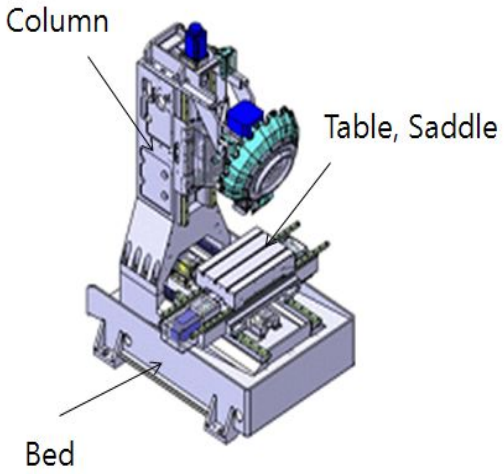


Fig. 1 3D Model of a UT-380 Machining center

가공물지지 및 이송을 담당하는 Table-set (Table 및 Saddle) 으로 크게 세 부분으로 구분하였다. 진동해석[1]에 의한 UT-380의 첫 번째 진동형이 Bed 길이 방향에서 발생한 것을 감안하여 기계 운행 시 Bed 길이 방향에 나타나는 진동을 2차원 보의 횡진동으로 간주하여 Table-set에 미치는 동응답을 해석하였다. Table-set은 질량/스프링/댐퍼로 구성된 1 자유도 이산계로 모델링 했고 Column은 크기만 고려한 점질량과 주축 회전에 의한 가진력(F_s)을 지닌 진동원(Vibrating source)으로 Bed에 표시하였다. Fig. 2는 공작기계의 이론 2D Model을 설명하고 있다.

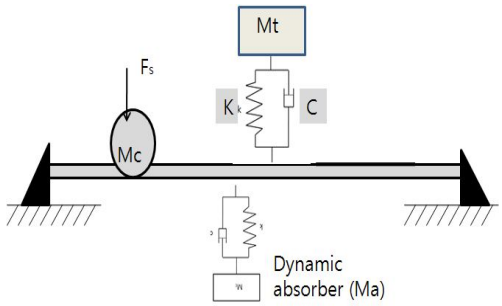


Fig. 2 Theoretical 2D Model of a UT-380 Machining center ; the Vibrating Source (mass M_c, external force F_s), the Table set (mass M_t, spring stiffness K_t, damping constant C_t), the Dynamic absorber (mass M_a, spring stiffness K_a, damping constant C_a)

2. Bed의 횡진동 해석

2.1 운동방정식 유도

가진력, 1 자유도 이산계, 질량점을 지닌 Bed의 운동 방정식은 Bed와 각 이산계의 상호작용을 고려하여 아래와 같이 나타난다[7].

$$EI\frac{\partial^4 W(x,t)}{\partial x^4}+(\rho A+M_c\delta(x-x_c))\frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial t^2}$$
$$=\left[C_t\left\{\frac{dY_t(t)}{dt}-\frac{\partial W(x,t)}{\partial t}\right\}+K_t\{Y_t(t)-W(x,t)\}\right]\delta(x-x_t)$$
$$+\left[C_a\left\{\frac{dY_a(t)}{dt}-\frac{\partial W(x,t)}{\partial t}\right\}+K_a\{Y_a(t)-W(x,t)\}\right]\delta(x-x_a)$$
$$+F_s e^{i\omega t}\delta(x-x_c) \quad (1)$$

여기서 $W(x,t)$는 Bed의 변위, Y(t)는 이산계 변위 (Table-set and 동흡진기(Dynamic absorber)), ω는 가진주파수, x_c는 가진력 및 Column 질량 위치, x_t는 Table-set의 위치, x_a는 동흡진기의 위치, EI는 Bed의 굽힘강성(bending stiffness), ρ는 Bed's 밀도(density), A는 bed의 단면적, $\boldsymbol{\delta}(\ )$는 Dirac delta 함수를 각각 나타낸다.

Table-set의 운동은 Bed의 반력을 고려하여 다음과 같이 정의된다.

$$M_t\frac{d^2Y_t(t)}{dt^2}+C_t\frac{dY_t(t)}{dt}+K_tY_t(t)=K_tW(x,t)\,\delta(x-x_t)$$
$$+C_t\frac{\partial W(x,t)}{\partial t}\delta(x-x_t) \quad (2)$$

조화가진력에 의해 Bed와 Table-set의 운동을 조화운동으로 정의하면 다음과 같다.

$$W(x,t) = w(x)\ e^{i\omega t} \text{ and } Y(t) = y\ e^{i\omega t} \tag{3}$$

여기서 $w(x)$ 와 y 는 각각 Bed와 Table-set 질량의 처짐을 나타낸다. 따라서 시간 항을 소거한 식 (1)의 완전해는 제차해와 특해의 합으로 나타나며 제차해는 Bed의 경계를 고정지지로 가정하여 얻어지고 특해는 매계변수분리법[7]을 이용하여 구해진다. 따라서 식 (1)의 완전해는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} w(x) = {} & H_1\{\cos(\beta x) + h_{11}M_c(x) + h_{12}M_t(x) + h_{13}M_a(x)\} \\ & + H_2\{\sin(\beta x) + h_{21}M_c(x) + h_{22}M_t(x) + h_{23}M_a(x)\} \\ & + H_3\{\cosh(\beta x) + h_{31}M_c(x) + h_{32}M_t(x) + h_{33}M_a(x)\} \\ & + H_4\{\sinh(\beta x) + h_{41}M_c(x) + h_{42}M_t(x) + h_{43}M_a(x)\} \\ & + P_c(x) + h_{51}M_c(x) + h_{52}M_t(x) + h_{53}M_a(x) \end{aligned} \tag{4}$$

여기서 파동수는 $\beta = \sqrt[4]{\frac{\rho A\ \omega^2}{EI}}$, 그리고 각 영향계수는 아래와 같다;

Column 질량 영향계수 -

$$\begin{aligned} M_c(x) = {} & \left[\frac{-M_c\omega^2}{2\beta^3 EI}\right]\{\sin(\beta(x-x_c)) \\ & -\sinh(\beta(x-x_c))\}U(x-x_c) \end{aligned} \tag{5a}$$

Table-set 영향계수 -

$$\begin{aligned} M_t(x) = {} & \left[\frac{-M_t\omega^2(K_t + i\omega C_t)}{2\beta^3 EI\{(K_t - M_t\omega^2) + i\omega C_t\}}\right] \\ & *\{\sin(\beta(x-x_t)) - \sinh(\beta(x-x_t))\}U(x-x_t) \end{aligned} \tag{5b},$$

Dynamic absorber 영향계수 -

$$\begin{aligned} M_a(x) = {} & \left[\frac{-M_a\omega^2(K_a + i\omega C_a)}{2\beta^3 EI\{(K_a - M_a\omega^2) + i\omega C_a\}}\right] \\ & *\{\sin(\beta(x-x_a)) - \sinh(\beta(x-x_a))\}U(x-x_a) \end{aligned} \tag{5c},$$

External force 영향계수 -

$$\begin{aligned} P_c(x) = {} & \left[\frac{-F_s}{2\beta^3 EI}\right]\{\sin(\beta(x-x_c)) \\ & -\sinh(\beta(x-x_c))\}U(x-x_c) \end{aligned} \tag{5d},$$

함수 U( )는 계단함수를 의미한다. 식 (4)의 계수 H_i, h_{ij} 는 식 (1)에서 Bed의 고정지지조건을 고려하여 얻어진다[7].

Bed의 변위에 비례하는 1 자유도 Table-set의 동응답은 다음과 같이 나타난다.

$$y = \frac{(i\omega C_t + K_t)w(x_t)}{(K_t - M_t\omega^2) + i\omega C_t} \tag{6}$$

2.2 동응답 저감 조건 정의

공작기계 작동 시 자체 회전체의 불균형으로 기계 구조물에 진동현상이 발생하여 많은 문제를 야기 시키고 있다, 특히 공진현상이 일어나면 가공 정밀성은 물론 기계 자체의 안전성에 심각한 결과를 초래할 수도 있다. UT-380의 가공 회전속도는 최대 12000 rpm까지 가능하지만 상용 회전속도는 8000 rpm 에서 작동되어지고 이를 주파수(Hz)로 환산하면 대략 133Hz의 가진주파수가 된다. 이는 실험[1]에 의한 Bed의 1차 모드 고유주파수가 140Hz가 나온 것을 감안하면 회전속도 증가나 이송에 의한 구조물의 위치 변동에 따라 고유주파수가 가진주파수와 일치하는 공진현상이 일어날 확률이 매우 높은 것으로 판단된다. 공진현상을 피하기 위해 기계 고유주파수를 가진주파수에 비해 높게 나타나도록 구조 변경을 하는 방법[2-5]과 동흡진기를 통해 공진 영역을 분산시키는 방법[6,7]이 사용되고 있다.

본 연구에서는 동흡진기를 사용하여 Bed 진동에 의해 발생하는 Table-set의 동응답 (Dynamic response) 저감효과를 최대화 하기 위한 동흡진기 최적 설계인자를 제시하였다. 동흡진기는 Bed의 임의의 위치에 장착 하였으며 설계 인자로 동흡진기 질량비(m_a), 위치(x_a), 스프링 강성(k_a) 이 고려되었다. 임의의 질량비와 위치에 따라 Table-set의 동응답이 최소가 되는 최적의 스프링 강성은 급강하법[8]을 적용하여 구해졌으며 그에 따른 목적함수와 최소화 과정이 다음과 같이 정의 된다.

$$\nabla_{k_a} \Pi \Rightarrow Minimization\ of\ \Pi(k_a \rightarrow k_{optimal}) \tag{7}$$

여기서, 목적함수 $\Pi = (Real[y])^2$. 식 (8)의 과정은 mathmatica의 최소값 판별 (FindMinimum) 프로그램을 이용하여 수행 되었다.

3. 계산 결과 및 분석

모든 위치와 질량은 Bed의 길이(L) 및 질량(M_b) 대비로 표현된 무차원 값으로 계산에 사용되었다. 가진주파수는 공작기계의 상용 회전속도 8000rpm에 해당하는 135Hz로 하였으며 가진력(F_s)의 크기는 UT-380의 서브모터의 질량이 대략 30kg, 편심 0.05m로 간주하여 계산하였다. 본 연구에 사용한 기본 물성치 및 계수는 Table 1에 기술되어있다.

Table 1 Parameters of Theoretical Model

	Expression	Value
a Bed mass	M_b	1100 kg
a Table-set mass ratio	$m_t = M_t/M_b$	0.37
a Column mass ratio	$m_c = M_c/M_b$	1
Young's Modulus	E	$2*10^{11}$ N/m^2
density	ρ	7850 kg/m^3
a Bed length	L	1585 mm
Moment of inertia of Bed cross section	I	$1.5*10^{-4}$ m^4
a Table-set spring constant	K_t	75 MN/m
a Table-set damping ratio	ζ_t	0.5
a Table-set position	$X_t = x_t/L$	0.5 ~ 0.85
a Column position	$X_c = x_c/L$	0.15
a external force magnitude	F_s	1 MN
a Dynamic absorber damping ratio	ζ_a	0.1
a Dynamic absorber position	$X_a = x_a/L$	0.15 ~ 0.85
a Dynamic absorber mass ratio	$m_a = M_a/M_b$	0.05 ~ 0.35

3.1 동흡진기 최적 조건

동흡진기 고유주파수는 가진주파수와 거의 같은 값을 유지하는 것이 최적의 조건임[9]을 고려하여 Bed 진동에 의한 Table-set의 동응답 최소화를 위한 동흡진기의 설계 조건으로 위치, 질량 변화에 따른 최적의 스프링 강성 값을 식 (7)의 방법으로 구하였다. Fig. 3은 Bed 임의의 위치에 장착된 동흡진기 네 질량비에 대한 고유주파수를 나타내는 것으로 가진주파수 135Hz 부근에서 크게 벗어나지 않는 것으로 나왔다.

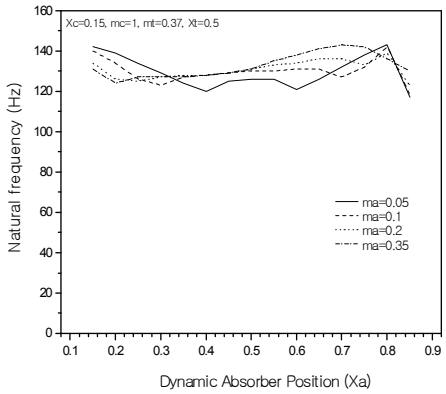
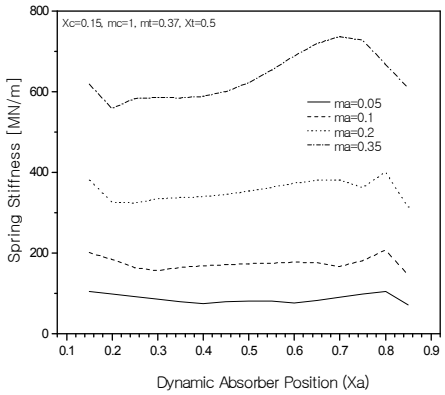
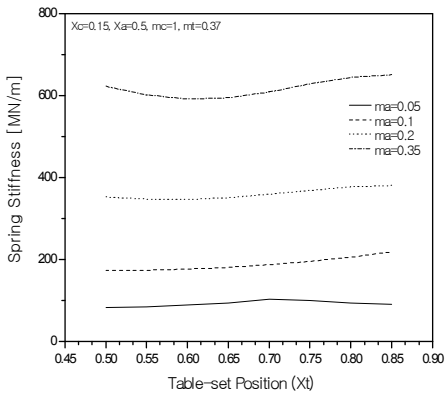


Fig. 3 The Natural frequencies of the Dynamic absorber : Xt = 0.5
solid (m_a=0.05), long dash (m_a=0.1), dot (m_a=0.2), dash-dot (m_a=0.35)

Fig. 4은 Table-set의 동응답을 최소화 하는 동흡진기 스프링 강성 최적 값의 분포를 네 가지의 질량비(m_a) 별로 보여 주고 있다. Fig. 4 (a)는 Table-set 위치 (X_t = 0.5) 를 고정하고 동흡진기 위치에 따른 강성의 변화, (b)는 동흡진기 위치 (X_a=0.5)를 고정하고 Table-set 위치에 따른 강성의 변화를 보여 주고 있다. 두 경우 다 비슷한 유형을 나타내고 스프링 강성의 크기가 동흡진기 질량에 비례하여 나타나는 것으로 나왔다.



(a) X_t = 0.5



(b) X_a = 0.5

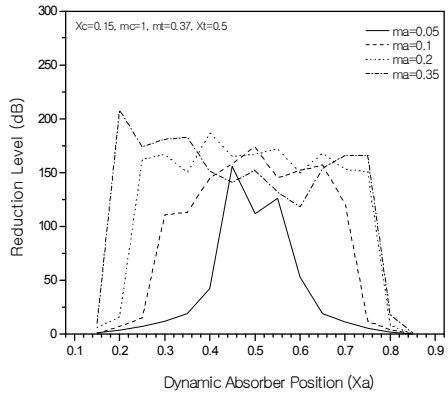
Fig. 4 Spring stiffness of the Dynamic absorber : solid (m_a=0.05), long dash (m_a=0.1), dot (m_a=0.2), dash-dot (m_a=0.35)

3.2 동응답 저감

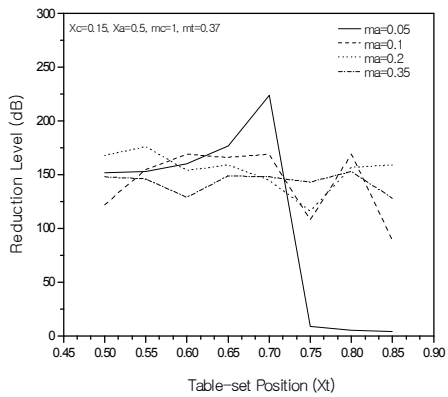
질량/스프링/댐퍼 1 자유도 이산계로 모델링한 Table-set의 동응답은 Bed 진동과 상호작용에 의해 결정된다. 135Hz의 가진주파수는 Table-set 고유주파수(440Hz)에 비해 낮고 Bed의 1차 고유주파수 영역에 근접하는 저주파수대인 것으로 판단된다. 따라서 동흡진기 장착에 의한 Table-set의 동응답 감소는 동흡진기 장착 전 후 동응답 값을 아래의 대수비로 표현하였다.

$$Reduction\,Level(dB) = \ 20\ Log_{10}\left|\frac{Real[y]_{before}}{Real[y]_{after}}\right| \qquad (9)$$

Fig. 5는 Fig. 4에서 얻어진 동흡진기 최적 스프링 강성을 사용한 결과로서 Fig. 5 (a)의 경우 동흡진기가 Bed 중앙에 위치되면 동흡진기 질량비에 관계없이 Table-set 동응답 저감 효과가 100dB 이상 나타났다. 하지만 동흡진기 질량이 커 질 수 록 장착 위치에 따른 저감 효과가 영역이 넓어지는 것으로 나왔다. Fig. 5 (b)의 경우는 중앙(X_a = 0.5)에 장착된 동흡진기와 Table-set 위치 변화에 따른 Table-set 동응답 저감 효과를 보여 주고 있다. 대부분 저감이 100dB 이상 나타나고 있지만 동흡진기 질량비(m_a)가 0.05인 경우 그 장착 위치가 0.75 이상일 때 동응답 저감이 다른 부분에 비해 매우 작게 나타나고 있다.



(a) X_t = 0.5



(b) X_a = 0.5

Fig. 5 Reduction of Dynamic response for a Table-set : solid (m_a=0.05), long dash (m_a=0.1), dot (m_a=0.2), dash-dot (m_a=0.35)

4. 고찰 및 검토

일반적으로 기계 구조물의 공진현상을 피하기 위한 방법은 구조물 경량화 및 고강성화를 통해 고유주파수를 가진주파수에 비해 큰 차이가 나게 하는 것이다. UT-380 공작기계의 경우는 자체 Table-set

이송에 의한 위치 변동과 동흡진기 같은 부속 장치의 장착으로 전체 구조물의 질량과 강성 변화에 의한 고유주파수의 변화를 우선 검토해야 한다. 상용 가진주파수 135Hz는 UT-380의 첫 번째 고유주파수 영역을 크게 벗어나지 않고 Bed의 진동은 1차 모드에 국한 되어 있으므로 동흡진기를 Bed 중앙부위에 설치하는 것이 동응답 저감에 있어 최대의 효과를 얻는 것으로 판단된다 [참고 Fig. 5 (a)]. Table-set 위치 이동에 따른 UT-380의 첫 번째 고유주파수 변화 분포를 Fig. 6에서 보여 주고 있다. Bed 중앙에 장착된 각기 다른 질량을 지닌 네 종류의 동흡진기 효과와 동흡진기가 없는 경우를 비교 분석하였다. 동흡진기가 있을 시 없는 경우에 비해 전체적으로 고유주파수가 커졌다. 동흡진기 질량이 커지면 전체 질량도 증가하지만 동흡진기 스프링 강성이 또한 커지면서 전체 강성 증가가 질량 증가에 비해 더 많기에 고유주파수가 동흡진기 질량 증가에 따라 커지고 있다. 또한 Table-set의 위치가 고정 지지단 쪽으로 가까워 질 수 록 고유주파수가 커지는 것으로 나왔다. 이는 횡 진동 보의 강성과 1 자유도계 스프링 간의 복합 스프링 구조에 대한 등가 단일 강성(Equivalent spring stiffness)을 구하면 1 자유도계의 위치가 보 중앙에서 멀어 질 수 록 등가 단일 강성 값이 커지는 경향과 일치한다. Fig. 7는 동흡진기 장착 전에 Table-set의 처짐이 가진주파수에서 매우 크게 나타났으나 동흡진기에 의해 공진현상이 다른 주파수대로 분산되고 가진주파수에서 처짐이 거의 사라지는 결과를 보여 주고 있다.

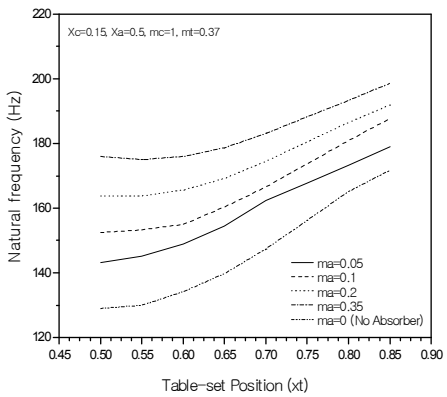


Fig. 6 The first natural frequencies of the UT-380 vs. Table-set position : Xa = 0.5, solid (m_a=0.05), long dash (m_a=0.1), dot (m_a=0.2), dash-dot (m_a=0.35), dash-dot-dot (No absorber)

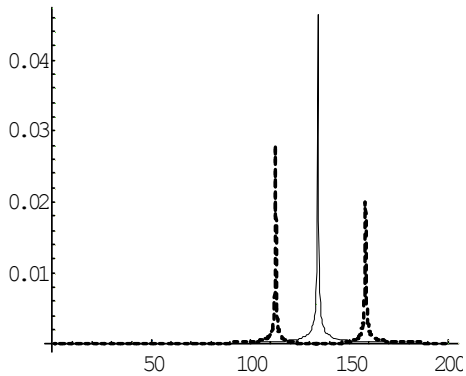


Fig. 7 Dynamic response of the Table-set vs. Driving frequency (Hz) : X_a = 0.5, X_t = 0.6 solid (No absorber), dot (m_a=0.1)

5. 결 론

본 연구에서는 내부 회전체에 의해 진동을 경험하는 UT-380 공작기계 Table-set의 동응답 저감에 대한 이론적 해석을 실현하였다. 공작기계를 보(Beam)로 모델링하여 횡 진동 해석을 수행 하였고 동흡진기를 적용하여 Table-set의 동응답 최소화를 실행하였다.

Table-set의 동응답은 동흡진기 사용으로 최소화가 가능한 것으로 나왔다. 동흡진기의 질량이 클 수록 장착 위치 및 가진주파수 변화에 적용 범위가 넓어진다. 위치에 관계없이 동흡진기 질량 및 스프링 강성은 비례관계를 보여주고 있으며 장착 후 공작기계 전체 고유주파수가 40 ~ 50Hz 커지는 것으로 나왔다. 동흡진기 질량과 스프링 강성이 클 수 록 Table-set 동응답 저감 효과가 대략 150dB 이상으로 나타났지만 동흡진기 자체 피로(Fatigue)나 반발력을 고려한 차 후 대책도 필요하고 판단된다. 또한 보의 횡진동 경우만 고려한 본 연구의 이론 모델링보다

실 구조물은 더욱 복잡하고 많은 조건들이 수반되므로 추후 3차원 모델링을 이용한 진동 현상 규명에 대한 연구가 수행되어져야 할 것으로 본다.

후 기

본 연구는 금오공과대학교 학술연구비 지원에 의하여 수행되었습니다.

참고문헌

1. Choi, S.D., Kim, G.M., Kim, J.K., Xu,B., Kim, J. H., and Lee, D.S., "Analysis of structural and vibration for UT-380 machining center," Proc. of the KSMPE Spring Conference 2009, pp. 97～100.
2. Lee, C.S., Chae, S.S., Kim, T.S, Lee, S.M., Park, H.K., Jo, H.T. and Lee, J.C.,"A study on the Vibration Analysis of Tapping Center," Proc. of the KSMPE Spring Conference 2009, pp. 233～238.
3. Jang, S.H., Kwon, B.C., Choi, Y.H., and Park, J. K., “Structural Design Optimization of a Micro Milling Machine for Minimum Weight and Vibrations,” Transactions of the KSMTE, Vol. 18, No. 1, pp. 103~109, 2009.
4. Kim, S.M., Jang, S.H., Kim, S.G., Ha, J.S., and Choi, Y.H., “Dynamic Characteristics Analysis of a 5-Axed Multi-tasking Machine Tool by using FEM and Impulse Hammer Test,” Proc. of the KSMTE Autumn Conference 2007, pp. 190～194.
5. Lee, S.M.. and Ahn, K.H., "Vibration Characteristics of Large Machine-Tool Structures," Proc. of the KSNVE Spring Conference 1994, pp. 34~38.
6. Lin, S.Y., Fang, Y.C., and Huang, C.W.,"Improvement strategy for machine tool vibration induced from the movement of a counterweight during maching process," Int. J. of Machine Tools & Manufacture. Vol 48, pp. 870~877, 2008.
7. Kim, G.M., and Choi, S.D., "Analyses of the Cost function for the Reductions of the Dynamic Response and the Vibrational Intensity of a Discrete System and its Elastic Supporting Beam," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No.1, pp. 83~91., 2010.
8. Kreyszig, E., Advanced Engineering mathematics, John Wiley and Sons, chap. 22, 1983.
9. Snowdon, J.C., Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems, Wiley, New York, pp 316-331, 1968.