

치아교정용 호선의 굽힘 영향 예측

이기준*, 조영수**, 김시범***, 이권희#

Prediction of the Bending Effect of an Archwire for Orthodontics

Kee-Joon Lee*, Young-Soo Cho**, Si-Pom Kim***, Kwon-Hee Lee#

(Received 2 November 2010; received in revised form 3 December 2010; accepted 9 December 2010)

ABSTRACT

For orthodontic treatment, most commonly, an archwire is inserted into orthodontic brackets that can be made from stainless steel. Then, the archwires interact with the brackets to move teeth into the desired positions. However, the activation of an archwire may induce undesirable rotation of a tooth due to the moment application. An appropriate magnitude of the gable bends of an archwires prevents its rotation. However, it is not easy to predict the relationship between the rotation and the gable bend. This study presents the numerical approach to predict the rotation of a tooth with respect to the gable bend in the activation of an archwire. To predict the rotation of a tooth, the kriging interpolation method is introduced.

Key Words : Orthodontics(치아교정), 부정교합(malocclusion), 호선(archwire), V 굽힘(V bend), 크리깅(Kriging)

기호설명

- n : 설계변수 수
- n_k : 표본데이터 수
- q : n_k 개 성분을 갖는 단위벡터
- R : 상관행렬
- R^1 : 상관행렬 R 의 역행렬
- $Rotx$: x 방향 회전변위
- r : 상관벡터
- u : y 방향 변위
- x : 설계변수 벡터 g'
- y : n_k 개의 표본데이터 벡터
- $\hat{y}(x)$: 크리깅 근사모델

- $y(x)$: 실제 반응함수
- $a1$: 대칭면과 제 1전치 사이의 굽힘각
- $a2$: 제 1전치와 제 2전치 사이의 굽힘각
- $a3$: 제 2전치와 견치 사이의 굽힘각

1. 서 론

치아교정은 치아의 배열과 얼굴 모양에 대한 진단, 예방과 치료를 다루는 행위를 말한다. 이중에서 치아교정 치료는 부정교합인 치아를 브라켓, 호선, 스프링, 밴드, 리테이너 등의 교정장치를 이용하여 이루어진다. 즉, 치아 또는 주변 부위에 외력을 작용시켜 치아를 원하는 위치로 이동시키고 성장이 완료될 때까지 교합을 유지시키는 것이다.

생체의 골조직은 지속적인 압축을 받게 되면 조직의 흡수로 인한 영구적인 수축이 발생한다. 반대로 본래의 형상에 빈 공간이 생기면 조직이 성

* 연세대학교 치과대학 교정학교실
 ** 한국휴먼테크소프트
 *** 동아대학교 기계공학과
 # 교신저자 : 동아대학교 기계공학과
 E-mail : leekh@dau.ac.kr

장하여 그 공간을 채워주는 순응성을 가지고 있다. 이러한 골조직의 성질을 이용하여 대부분의 치아 교정치료는 치아에 브라켓을 부착하고 이에 물리적인 힘을 지속적으로 가하여 결과적으로 치아를 영구적으로 이동시키는 방법을 채택하고 있다. 그러나 치아에 가해지는 물리적인 교정력은 치아를 이동시키고 더불어 교정력의 편심작용으로 인한 불리한 회전을 발생시키므로, 교정시술 시에는 브라켓에 우수한 탄성을 가지는 호선을 장착하여 치아의 이동경로를 안내함과 동시에 호선에 여러 가지 형상의 만곡 또는 굽힘을 주어 불필요한 회전을 보상하는 역할을 하게 한다.

치아가 고정되는 부분인 치근부와 악궁부는 개인마다 형상이 다르며 치아의 배열상태 또한 개인차가 심하다. 그러므로 주어진 교정력에 따른 치아의 이동과 회전 양상을 개인별로 예측하기는 어렵다. 일반적으로 시술하는 의료진의 경험과 기존의 연구결과에 의존하여 교정력의 크기 및 방향과 호선의 종류, 형상 및 장착방법을 결정하지만, 대부분 의료진이 원하는 치료결과를 제대로 만족시키지 못하는 경우가 많다. 교정치료 시, 여러 가지 교정장치를 이용하여 교정력을 작용시키지만 교정력을 받는 이외의 치아가 원하지 않는 이동이 발생할 수 있다. 특히 모멘트에 의한 원치 않는 회전변위가 문제가 될 수 있다. 따라서, 교정력에 따른 각 치아의 이동량 또는 회전량의 예측은 교정치료에 큰 도움이 된다.

생체구조 해석에 유한요소 해석을 적용한 것은 약 40년 전이다^[1]. 그 이후 치과학에서는 보철을 이용한 교정에 유한요소해석을 도입하였고, 임플란트 분야에 활발히 적용되고 있다. 반면에 치아교정 분야에선 Brekelmans의 연구^[1]와 비슷한 시기에 간단한 정역학 이론을 기초로 힘 분석을 수행하였다. Burstone 등^[2-6]은 기초연구를 통해 교정장치와 호선의 관계에 따른 역학적 해석을 수행하였다. 그러나 이들 연구는 기초연구로서 높이 평가되지만, 매우 이상적으로 단순화 시킨 모델에 대한 것이다. 따라서 치아교정에 해석결과를 반영하기에는 부족한 면이 많았다. 그 이후 Lindauer 등^[7], Cattaneo 등^[8], Field 등^[9]과 다수의 국내 연구진들^[10-11]은 이를 3차원으로 확장한 해석 및 실험 결과를 발표하였다.

본 연구에서는 유한요소 해석에 기초한 크리깅 메타모델을 이용하여 V형 굽힘 각도에 따른 치아의 회전변위를 예측하고자 한다. 이를 위하여 메타모델 생성 기법 중 크리깅 내삽법을 적용하였다. 치아교정 시 관심 있는 치아의 회전변위 예측은 불필요한 모멘트에 의한 치아의 이상 변위를 막을 수 있다. 본 연구는 V형 굽힘 각도의 최적화를 위한 기초연구로서 32개의 치아 중 전치 2개와 1개의 견치로 구성된 대칭모델을 이용하였다.

2. 유한요소해석을 이용한 치아교정 구조해석

2.1 단순화한 유한요소 모델

본 연구에서는 상악 치아 중 2개의 전치와 1개의 견치에 대하여 관심을 갖고 치조골(alveolar bone), 치주근(root), 치주인대(ligament)를 3차원 유한요소인 테트라 요소로 모델링하였다. 또한 교정장치로서 브라켓을 테트라 요소인 SOLID45로,

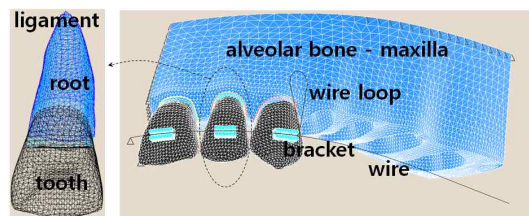


Fig. 1 Finite element model

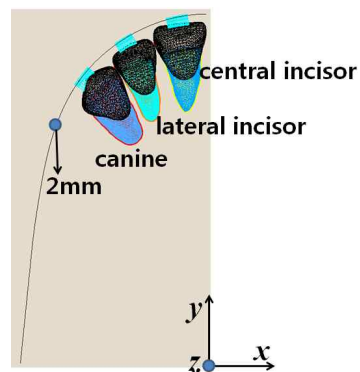


Fig. 2 Definition of global coordinate system

Table 1 Material properties for the FEA model

Material	Young's Modulus (MPa)	Poisson's ratio
tooth	20,000	0.3
alveolar bone	2,000	0.3
ligament	5×10^{-2}	0.3
bracket	200,000	0.3
wire	200,000	0.3

호선은 보 요소로 모델링하였다. 호선은 $0.017'' \times 0.025''$ 가 사용되었다.

본 연구에 사용된 치아 유한요소 모델을 Fig. 1에 표시하였다. 여기서 전치 부분은 대칭모델을 구성하기 위하여 왼쪽 경계부분은 대칭조건을 부여하였다. 또한 상악골의 끝단 부는 두개골과 접촉되어 있다는 가정 하에 모든 자유도를 구속시켰다. 치아모델에 대한 좌표계는 Fig. 2와 같이 좌우 제 3 대구치(molar)의 원심면 연결선을 x축, 치열의 중심선을 y축, 그리고 상하방향을 z축으로 정의하였다.

유한요소의 각 재료는 등방성 선형 탄성체로 가정하였으며, 각 부의 재료 특성은 Table 1과 같다. 하중조건은 제 1 소구치(premolar) 전면에 대응하는 호선에 y방향으로 2mm의 후방 견인력을 작용시켰다. 이 힘은 치아교정 시 활성화(activation)하는데 이용된다.

2.2 유한요소 해석 결과

호선에 작용하는 교정력에 대한 치아의 회전량을 검토하기 위하여 Fig. 3과 같은 절점의 변위를 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS를 통해 산출하였다. 치아교정 시 문제가 되는 치아의 회전방향은 개인의 치아마다 다를 수 있지만 대개 x 방향 성분인 Rot_x 이다. 본 연구의 치아 유한요소 모델은 강체가 아니므로 각 절점마다 회전변위가 다르게 발생한다. 그러나 Rot_x 를 거시적인 치아의 회전량으로 고려하는 것이 바람직하다. 이때 Rot_x 값은 다음 식과 비례한다.

$$u_i = u_i' - u_i'' \quad (i=1, 2, 3) \quad (1)$$

각 브라켓 사이의 호선에 굽힘이 없는 초기해석

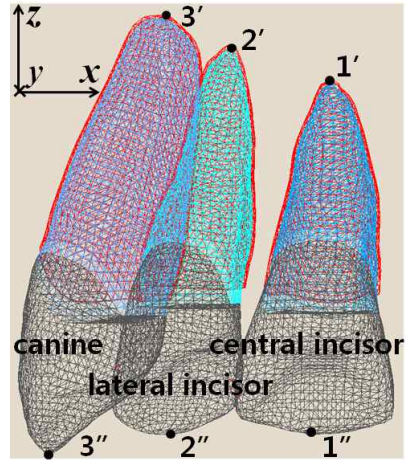


Fig. 3 Measurement of rotation

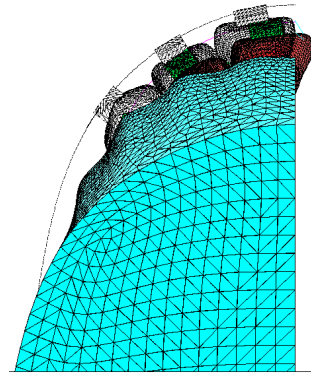


Fig. 4 Deformed shape

결과는 $u_1=0.241\text{mm}$, $u_2=0.317\text{mm}$, $u_3=0.469\text{mm}$ 이다. 초기해석 결과 중 전체 변형 형상을 Fig. 4에 표시하였다. 이상적인 치아교정은 이 값이 모두 0이어야 한다.

3. 메타모델을 이용한 굽힘 영향 예측

교정치료에서는 평면상에 위치한 호선을 브라켓에 설치하여 교정력을 부가한다. 그러나 이것은 원치 않는 치아의 회전을 유발할 가능성이 있다. 따라서 호선에 z 방향으로 V 굽힘을 주어 이러한 회전을 방지하려는 시도를 한다. 이는 결국 치아부의 모멘

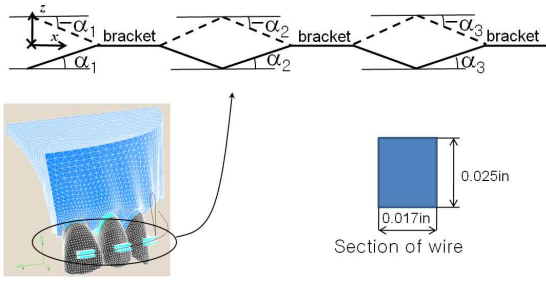


Fig. 5 V bend of a wire

트 대 외력 비를 조절하기 위한 시도라 볼 수 있다. 호선의 V 굽힘은 치아에 발생하는 모멘트 대 외력 비를 조절할 수는 있지만 굽힘 각도에 따른 비를 예측하기 어렵다. 즉 회전량 자체를 예측하기 어렵다. 또한 각 브라켓 사이에 설치되는 호선의 굽힘각도의 최적조합 역시 예측하기 어렵다. 본 장에서는 호선의 굽힘각도의 최적화에 대한 초기 연구로서 임의의 굽힘각도에 대한 회전량을 예측하는 방법을 제시하였다. 이를 위해 메타모델 기법 중 크리깅 내삽법을 적용하였다.

3.1 호선의 굽힘각도 정의

치아교정 시 각 브라켓 사이에서 호선의 굽힘을 부여하여 회전량을 조절 할 수 있다. 본 연구에서는 2개의 전치와 1개의 견치에 대하여 호선의 3곳에 굽힘각을 줄 수 있다. 이를 Fig. 5에 표시하였다. 대칭면과 제 1전치 사이의 굽힘각을 α_1 , 제 1전치와 제 2전치 사이의 굽힘각을 α_2 , 제 2전치와 견치 사이의 굽힘각을 α_3 로 설정하였다. 각 각의 정부는 Fig. 5에 표시한 바와 같다.

본 연구에서는 크리깅 내삽법을 이용하여 제 1전치, 제 2전치, 견치의 회전량을 굽힘각 α_1 , 굽힘각 α_2 , 굽힘각 α_3 의 명시함수로 예측하고자 한다.

3.2 크리깅 내삽법

다음은 크리깅 이론에 대한 간단한 소개이다^[12-15]. 먼저 반응모델 $y(\mathbf{x})$ 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$y(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + z(\mathbf{x}) \quad (2)$$

여기서 \mathbf{x} 는 n 개의 성분으로 구성된 설계변수벡터,

$f(\mathbf{x})$ 는 알고 있는 함수이며 $z(\mathbf{x})$ 는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르는 확률변수이다. 반응함수 $y(\mathbf{x})$ 는 각각 u_1, u_2, u_3 로 대응되며 $\mathbf{x} = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]^T$ 이다. 그리고 이때 $f(\mathbf{x})$ 는 식 (3)과 같이 상수로 대치할 수 있다.

$$y(\mathbf{x}) = \beta + z(\mathbf{x}) \quad (3)$$

여기서 β 는 상수이다.

$\hat{y}(\mathbf{x})$ 를 근사모델이라고 하면 $y(\mathbf{x})$ 와 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 의 평균 제곱오차(mean squared error)가 최소가 되도록 하면 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 는 다음과 같이 예측된다.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \hat{\beta} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\beta})\mathbf{q} \quad (4)$$

여기서 $\hat{\beta}$ 는 β 의 추정치, \mathbf{R}^{-1} 은 상관행렬 \mathbf{R} 의 역행렬, \mathbf{r} 은 상관벡터, \mathbf{y} 는 n_s 개의 표본데이터 벡터이고, \mathbf{q} 는 n_s 개 성분을 갖는 단위벡터이다. 상관행렬 및 상관벡터는 다음 식과 같이 정의된다.

$$R(X^j, X^k) = \text{Exp} \left[- \sum_{i=1}^n \theta_i |x_i^j - x_i^k|^2 \right], \quad (5)$$

$(j = 1, \dots, n_s), (k = 1, \dots, n_s)$

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = [R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(1)}), R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(2)}), \dots, R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(n_s)})]^T \quad (6)$$

여기서 θ_i 는 i 번째 설계변수에 대응하는 i 번째 모수(parameter)이다. 이때 우도함수(likelihood function) L 은 다음과 같이 정의된다.

$$L(y, \theta, \beta, \sigma^2) = \frac{(2\pi\sigma^2)^{-n_s/2}}{\sqrt{|\mathbf{R}|}} \cdot \text{Exp} \left[- \frac{(\mathbf{y} - \beta\mathbf{q})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \beta\mathbf{q})}{2\sigma^2} \right] \quad (7)$$

식 (7)로부터 로그우도함수를 β 및 σ^2 에 대해 미분하고 0으로 놓으면, β 와 σ^2 의 최대우도 추정치는 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{\beta} = (\mathbf{q}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{q})^{-1} \mathbf{q}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y} \quad (8)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{y} - \hat{\beta}\mathbf{q})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\beta}\mathbf{q})}{n_s} \quad (9)$$

그리고 미지의 모수 $\theta_1, \dots, \theta_n$ 은 다음 식으로부터 구해진다.

$$\text{Maximize} - \frac{[n_s \cdot \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln |\mathbf{R}|]}{2} \quad (10)$$

여기서 $\theta_i (i=1, 2, \dots, n) > 0$ 이다. 식 (11)의 최적화 문제를 해결하기 위하여 VisualDOC^[16]에 내장되어 있는 SUMT(sequential unconstrained minimization technique) 알고리즘을 이용하였다. 본 연구에서는 수차례 초기치를 변경하면서 모수의 최적해의 변화를 고찰하였으나 동일한 최적해가 산출되었다.

Table 2 Experiment matrix using latin hypercube design

No.	design variable(°)			responses(mm)		
	α_1	α_2	α_3	u_1	u_2	u_3
1	23.676	-28.230	-9.288	0.176	0.178	0.780
2	10.440	-17.310	16.002	0.069	0.085	0.514
3	-20.952	2.712	9.990	0.153	0.385	0.397
4	-10.068	29.556	9.516	0.384	0.390	0.227
5	-6.270	-1.974	6.546	0.193	0.305	0.424
6	-17.034	-7.164	-5.520	0.189	0.410	0.572
7	20.340	-4.300	19.800	0.218	0.120	0.303
8	-28.476	-19.866	-13.152	0.122	0.475	0.738
..						
50	5.100	26.346	18.990	0.346	0.256	0.139

4. 결과 및 검토

메타모델을 생성하기 위해서는 먼저 표본점을 정의해야 한다. 표본점을 생성하는 방법은 중심합성법, 직교배열표, 라틴하이퍼큐브 표본 등이 있다. 본 연구에서는 설계공간에 표본점이 골고루 분포 될 수 있도록 다음과 같은 라틴하이퍼큐브 표본 방법을 이용하였다. 즉, 실험점간의 최소거리를 최대화시키는 라틴하이퍼큐브 표본방법을 이용하였다. 이것을 수식화하면 다음과 같이 표시된다^[13-14].

$$Minimize \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{j=i+1}^{n_s} \frac{1}{d_{ij}} \quad (11)$$

여기서 d_{ij} 는 i, j 표본점 사이의 거리를 의미한다. 본 연구에서는 경험적^[13-15]으로 표본점 수를 $n_s=50$ 으로 하였다. Table 2는 $n_s=50$ 에 대한 실험을 표시한 것이다. 여기서 굽힘각 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 의 값은 $-30^\circ \sim 30^\circ$ 사이에서 결정되도록 하였다.

근사화된 모델의 타당성은 식 (12)의 RMSE (root mean square error) 또는 식 (13)로 평가 할 수 있다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n_i} \sum_{i=1}^{n_i} (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (12)$$

$$MAXERR = MAX \left[|y_i - \hat{y}_i|, i = 1, 2, \dots, n_i \right] \quad (13)$$

본 연구에서 $n_i=20$ 으로 하였다.

세 반응치 u_1, u_2, u_3 에 대한 식 (4)의 메타모델을 구성하

Table 3 Optimum parameter of kriging model

responses	optimum parameters			
	β	Θ_1	Θ_2	Θ_3
u_1	0.209	0.536	1.067	2.835
u_2	3.758	0.008	0.276	0.002
u_3	0.530	0.470	1.350	1.724

기 위한 최적의 모수 값들을 Table 3에 표시하였다. 이 모델을 기초로 임의의 20개의 시험점을 갖고 식 (12), (13)의 오차지수를 산출하였다. 이 때 20개의 시험점에 대한 실제값 y_i 는 임의의 변수값에 대하여 유한요소 해석을 통해 산출된 반응치인 u_1, u_2, u_3 이다. 그 결과 u_1, u_2, u_3 크리깅 모델의 RMSE는 각각 0.022, 0.023, 0.009가 산출되었다. 반면에 MAXERR는 u_1, u_2, u_3 크리깅 모델에 대하여 0.082, 0.091, 0.023이 산출되었다. 이는 u_1, u_2, u_3 의 값이 0.0~1.0 사이의 값을 갖는 것을 고려할 때 매우 정확한 근사모델이라 할 수 있다.

Table 4에 의해 정의된 제 1전치, 제2 전치, 견치의 굽힘정도에 대한 근사식은 호선의 굽힘각도 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 에 대해 간단한 명시함수(explicit function)임을 의미하는 것이다. 즉, 치아교정 시술 전에 호선의 굽힘각도 조합을 입력하면 각 치아의 회전정도를 미리 파악할 수 있다. 이 메타모델을 이용하면 각 교정 환자마다 치아교정 시 치아의 회전을 방지할 수 있는 호선의 최적의 굽힘각도를 제시할 수 있을 것이다.

5. 결론

본 연구에서는 치아의 단순 유한요소모델을 이

용하고, 크리깅 메타모델을 구성하여 호선의 V형 굽힘 각도에 따른 치아의 회전변위를 예측하였다. 제 1전치, 제 2전치, 견치로 구성된 대칭모델을 이용하여 각 치아의 회전량을 크리깅 메타모델로 예측하였다.

각 반응치에 대한 크리깅 모델의 신뢰도가 매우 높게 나타났으며, 이는 치아교정 시 중요한 정보로 제공될 수 있음을 보여 준다. 또한 신뢰도 높은 크리깅 근사모델을 가지고 각 치아 사이의 V 굽힘각도에 대한 최적화를 수행하는 것이 가능하다. 이는 향후과제로 수행할 예정이다.

후 기

이 논문은 동아대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. Brekelmans, W.A.M., Poort, H.W. and Slooff, T.J.J.H., "A New Method to Analyze the Mechanical Behaviour of Skeletal Parts," *Acta Orthop. Scand.*, Vol. 43, pp 301-317, 1972.
2. Burstone, C.J. and Koeing, H.A., "Force Systems from an Ideal Arch," *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, Vol. 65, No.3, pp. 270-289, 1974.
3. Kusy, R.P. and Tulloch, J.F.C., "Analysis of Moment/Force Ratios in the Mechanics of Tooth Movement," *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, Vol. 90, pp. 127-131, 1986.
4. Burstone, C.J. and Koeing, H.A., "Creative Wire Bending- The force system from Step and V Bends," *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, Vol. 93, No.1, pp. 59-67, 1988.
5. Tanne, K., and Koenig, H.A. and Burstone C.J., "Moment to Force Ratios and the Center of Rotation," *Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, Vol. 94, pp. 426-431, 1988.
6. Ronay, F., Kleinert, W., Melsen, B. and Burstone, C.J., "Force System Developed by V Bends in an Elastic Orthodontic Wire," *American Journal of Orthodontics and*

Dentofacial Orthopedics, Vol. 96, No.4, pp. 295-301, 1989.

7. Lindauer, S.J., Isaacson, R.J. and Britto, A.D., "Three-Dimensional force Systems From Activated Orthodontic Appliances, *Seminars in Orthodontics*, Vol. 7, No. 3, pp. 207-214, 2001.

8. Cattaneo, P.M., Dalstra, M. and Melsen, B., "Moment-to-Force Ratio, Center of Rotation, and Force Level: A Finite Element Study Predicting Their Interdependency for Simulated Orthodontic Loading Regimens, *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, Vol. 133, No.5, pp. 681-689, 2008.

9. Field, C., Ichim, I., Swain, M.V., Chan, E., Darendeliler, M.A., Li, W. and Li, Q., "Mechanical Responses to Orthodontic Loading: A 3-dimensional Finite Element Multi-Tooth Model," *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, Vol. 135, No.2, pp. 174-181, 2009.

10. Chung, A.J., Kim, U.S., Lee, S.H., Kang, S.S., Choi, H.I., Jo, J.H., and Kim, S.C., "The Pattern of Movement and Stress Distribution during Retraction of Maxillary Incisors Using a 3-D Finite Element Method," *Korean Journal of Orthodontics*, Vol. 37, No. 2, pp. 98-113, 2007.

11. Jeong, G.M., Sung, S.J., Lee, K.J., Chun, Y.S. and Mo, S.S., "Finite-Element Investigation of the Center of Resistance of the Maxillary Dentition," *Korean Journal of Orthodontics*, Vol. 39, No. 2, pp. 83-94, 2009.

12. Martin, J. D. and Simpson, T. W., "Use of Kriging Models to Approximate Deterministic Computer Models," *AIAA J.*, Vol. 43, No. 4, pp. 853-863, 2005.

13. Lee, K.H., Park, G.J., "A Global Robust Optimization Using Kriging Based Approximation Model," *JSME International J., Series C*, Vol. 49, No. 3, Sep., 779-788, 2006.

14. Lee, K.H. and Kang, D.H., "Structural Optimization of an Automotive Door Using the Kriging Interpolation Method," *Journal of Automobile Engineering*, Vol. 221, No. 12, pp. 1525 - 1534, 2007.

15. Song, B.C., Park, Y.C., Kang, S.W. and Lee, K.H., "Structural Optimization of an Upper control Arm, considering the Strength," *Journal of Automobile Engineering*, Vol. 223, No. 6, pp. 727 - 735, 2009.

16. VR & D, VisualDOC ver. 6.0.