

봄의 탄성효과를 고려한 해상크레인의 유연 다물체 동역학 해석

박광필^{†*}, 차주환^{**}, 이규열^{**}

대우조선해양 선박해양연구소^{*}
서울대학교 조선해양공학과 및 해양시스템공학연구소^{**}

Analysis of Dynamic Response of a Floating Crane and a Cargo with
Elastic Booms Based on Flexible Multibody System Dynamics

Kwang-Phil Park^{†*}, Ju-Hwan Cha^{**} and Kyu-Yeul Lee^{**}

Ship and Ocean Research Institute, Daewoo Shipbuilding & Marine Engineering Co. Ltd.*
Department of the Naval Architecture and Ocean Engineering, and Research Institute of
Marine Systems Engineering, Seoul National University^{**}

Abstract

This study analyzes the dynamic response of a floating crane with a cargo considering an elastic boom to evaluate(or for evaluation of) its flexibility effect on their dynamic response. Flexible multibody system dynamics is applied in order to establish a dynamic equation of motion of the multibody system, which consists of flexible and rigid bodies. In addition, a floating reference frame and nodal coordinates are used to model the boom as a flexible body. The study also simulates the coupled surge, pitch, and heave motions of the floating crane carrying the cargo with three degrees of freedom by numerically solving the equation. Finally, the simulation results of the elastic and rigid booms are comparatively analyzed and the effects of the flexible boom are discussed.

※Keywords: Flexible multibody system dynamics(유연 다물체계 동역학), Floating crane(해상크레인), Elastic boom(탄성 붐), Floating frame(플로팅 프레임), Nodal coordinates(절점 좌표)

1. 서론

다물체계(multibody system)은 다수의 물체가 물리적으로 연결(구속)되어 구속력을 주고 받는 것이며, 다물체계 동역학 (multibody system

접수일: 2009년 6월 15일, 승인일: 2009년 11월 9일
†교신저자: kppark@dsme.co.kr, 02-880-8378

dynamics)은 다물체계 운동방정식을 구성하는 방법을 연구하는 학문 분야이다. 1970년대 초부터 본격적으로 시작된 연구를 기반으로 상용 프로그램이 개발되어 자동차, 철도 차량 등의 분야에 활용되었고, 1990년대 이후 탄성 및 대변형 해석 기술에 대해 연구가 진행되고 있다. 유연 다물체계 동역학(flexible multibody system dynamics)은 다물체계 동역학 방정식에 탄성체를 포함하는 것으로 일반 기계를 비롯하여 항공우주 구조물, 운송 기계, 인체 등 여러 분야에 적용되고 있다(Schiehlen 2004, Wasfy and Noor 2003, Shabana 1997). 조선 분야에 다물체계 동역학을 적용한 연구는 Cha et al.(2009a, 2009b) 이 있다. 이 연구는 해상크레인(floating crane)이 중량물을 인양, 이동하는 과정을 강체 다물체계(rigid multibody systems)로 모델링 하고, 중량물의 동적 거동을 해석하였다.

조선소에 대형 블록을 인양하는데 사용되는 해상크레인은 Fig. 1 과 같다. 이러한 해상크레인의 경우 붐(boom)의 길이와 인양하는 중량물의 하중을 고려할 때 붐의 탄성은 운동 해석에 영향을 미칠 것으로 예상된다. 따라서 본 논문에서는 붐의 탄성이 해상크레인 및 중량물의 동적 거동에 미치는 영향을 분석하기 위해 유연 다물체계 운동방정식을 구성하여 수치적으로 계산하였다. 2 장에서는 붐의 탄성이 고려된 관련 연구 현황을 분석하고 3 장에서는 유연 다물체계 운동방정식의 구성요소를 설명한다. 4 장에서 운동방정식을 유도하고 5 장에서 해석 결과를 고찰한다.

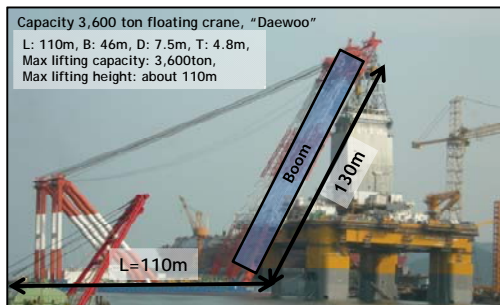


Fig. 1 Typical floating crane (Courtesy DSME)

2. 붐의 탄성을 고려한 유연 다물체계 동역학 응용 연구

Kilicaslan et al.(1999), Sun and Kleeberger(2003)는 육상에서 작동하는 이동 크레인(mobile crane)에 대해 붐을 탄성체로 고려하여 중량물의 거동을 해석하였다. Kilicaslan et al.(1999)은 와이어 로프(wire rope)의 길이가 고정된 강체로 가정하고, 중량물을 1 자유도를 갖는 질점으로 모델링 하였다. 플로팅 프레임(floating frame)을 사용하였으며 탄성 좌표(elastic coordinates)로는 모드 좌표(modal coordinates)를 사용하였다. 플로팅 프레임과 탄성 좌표에 대한 설명은 3 장을 참조한다. Sun and Kleeberger(2003)는 와이어 로프를 용수철로, 중량물은 3 자유도 운동을 하는 것으로 모델링 하였다. 붐을 12 개의 요소(element)로 나누고 탄성좌표로는 절점 좌표(nodal coordinates)를 사용하였다.

Ren et al.(2008)과 Al-Sweiti and Söffker (2007)는 해상크레인에 대해 붐을 탄성체로 고려하여 동적 거동을 해석하였다. Al-Sweiti and Söffker (2007)는 선체가 주기적인 횡동요(roll) 운동을 하는 것으로 가정하였고, 붐에 매달린 중량물은 1 자유도를 갖는 질점으로 모델링 하였다. 탄성에 의한 붐의 변위는 3 차 보간 함수(cubic interpolation function)와 절점 변수(nodal variable)를 사용하여 방정식을 구성하였다. 운동방정식은 자유물체도(free body diagram)로부터 유도하였다. Ren et al.(2008)은 해상크레인의 운동을 3 자유도로 표현하였고, 중량물은 질점으로 표현하였다. 외력은 유체정역학적 힘, 계류력, 점성 저항 그리고 해양파에 의한 기진력이 고려되었으나 유체동역학적 방사력(radiation force)은 포함되지 않았다. 붐의 탄성으로 인해 붐의 끝 지점에 추가적인 변위가 발생하는 것으로 모델링 하였다.

본 논문에서는 붐의 탄성을 고려한 해상크레인 3 자유도, 중량물 3 자유도 운동을 해석하였다. 해양파에 의한 외력은 비선형 유체정역학 힘, 선형화된 유체동역학 힘, 와이어 로프의 장력, 중력이

고려되었으며 이것은 Cha et al.(2009b)의 연구를 바탕으로 한 것으로 자세한 식은 Cha et al.(2009b)을 참고한다. 운동방정식은 유연 다물체계 동역학을 적용하여 구성하고 구조 감쇠 (structural damping)의 항을 추가 하였다. 플로팅 프레임과 절점 좌표를 이용하여 붐을 탄성체로 모델링 하였다. 관련 연구 현황 및 본 논문과의 비교 분석은 Table 1 에 정리하였다.

Table 1 Comparison of the features in related researches

	This Paper	Ren (2008)	Al-Sweiti (2007)	Sun (2003)	Kilicaslan (1999)
Formulation for Equations of Motion	Flexible MBS	Lagrange Equation	Newton Equation (free body diagram)	Flexible MBS	Flexible MBS
Flexible Body					
Reference Frame	Floating	-	-	Floating	Floating
Elastic coordinates	Nodal	-	Nodal	Nodal	Modal
DOF of the crane	3 Surge, Heave, Pitch	3 Surge, Heave, Pitch	1 Roll	-	-
DOF of the cargo	3	1	1	3	1
Interaction between the crane and the cargo	O	O	x	x	x

3. 유연 다물체계 운동방정식

유연 다물체계 운동방정식을 구성하기 위해 탄성체 상의 한 점을 가리키는 위치 벡터를 먼저 정의한다. 3.1 절과 3.2 절은 이에 대해 설명하고, 3.3 절부터는 탄성체에 작용하는 힘에 대해 설명한다.

3.1 좌표계와 기구학

Fig. 2 과 같은 강체 상의 한 점의 위치 $\mathbf{r}_{P/O}$ 는 식 (1) 과 같이 물체 고정 좌표계 (body fixed frame, A-frame)의 병진 위치 $\mathbf{r}_{A/O}$ 와 회전 변환 ${}^O\mathbf{R}_A$ 를 이용하여 관성 좌표계(inertial reference frame, O-frame)에서 표현한다. ${}^O\mathbf{r}_{P/O}$ 의 오른쪽 아래 첨자는 O-frame 에서 정의된 점 P 의 위치 벡터를 의미하며, 왼쪽 위의 첨자는 위치 벡터를 O-frame 의 단위 벡터로 분해한 것을 표현한다. Fig. 2 에서는 위치 벡터가 정의된 O-frame 과 단위 벡터가 분해된 O-frame 이 같기 때문에 왼쪽 위의 첨자가 생략되었다. ${}^O\mathbf{R}_A$ 는 A-frame 의 단

위벡터를 O-frame 의 단위벡터로 변환하는 행렬이다.

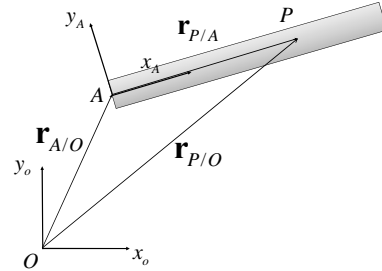


Fig. 2 Global position of an arbitrary point P on the rigid body

$$\mathbf{r}_{P/O} = \mathbf{r}_{A/O} + {}^O\mathbf{R}_A \mathbf{r}_{P/A} \quad (1)$$

탄성체의 운동을 기술하는 방법에는 Fig. 3 와 같은 플로팅 프레임을 사용하는 것이 대표적이다 (Wasfy and Noor 2003). 이 방법은 식 (2)와 같이 탄성체 상의 한 점을 강제 운동과 변형 벡터 ${}^A\mathbf{u}_{P'/P}$ 의 합으로 나타내는 방법이다. $\mathbf{r}_{A/O}$ 는 강체의 병진 위치를 나타내고, ${}^O\mathbf{R}_A$ 는 강체의 회전을 나타내며, ${}^A\mathbf{u}_{P'/P}$ 는 ${}^A\mathbf{r}_{P'/A}$ 의 위치에서 변형 벡터이다.

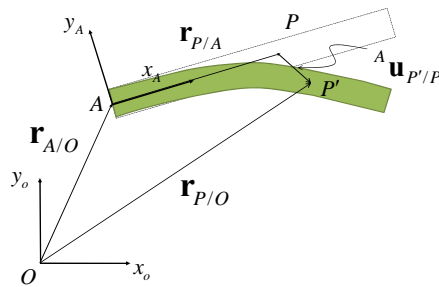


Fig. 3 Global position of an arbitrary point P on the elastic body

$$\mathbf{r}_{P/O} = \mathbf{r}_{A/O} + {}^O\mathbf{R}_A ({}^A\mathbf{r}_{P'/A} + {}^A\mathbf{u}_{P'/P}) \quad (2)$$

변형 벡터 ${}^A\mathbf{u}_{P'/P}$ 는 탄성체의 변위를 나타내는 근사함수로부터 유도되며, 이에 대해 3.2 절에서 설명한다. 3.2 절부터 ${}^A\mathbf{u}_{P'/P}$ 는 $\bar{\mathbf{u}}_f$ 로 표시한다.

3.2 형상 함수와 탄성좌표

탄성체의 각 지점에서의 변위는 물체 고정 좌표 계 상에서 각 축에 대한 근사 함수로 가정할 수 있다. 축 방향의 변위를 1 차식으로 가정하면 변형 벡터를 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 $\mathbf{S} = [1-\xi \quad \xi]$ 는 절점 좌표 $\mathbf{q}_f = [u_1 \quad u_2]^T$ 를 보간(interpolation)하는 형상 함수(shape function) 또는 형상 행렬(shape matrix) 이라 한다. u_1 과 u_2 는 절점 1 과 2 에서 x_B 방향의 변위를 의미하며, $\xi = x/l$ 이다.

$$\bar{\mathbf{u}}_f = \mathbf{S}\mathbf{q}_f = [1-\xi \quad \xi] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Fig. 4 에서 x_B 방향으로 변위를 1 차식으로 가정하고, y_B 방향으로 변위를 3 차식으로 가정하면, 형상 행렬은 식 (4)와 같고, 절점 좌표는(5)와 같다. 여기서 v, θ 는 각 절점에서 y_B 방향의 변위와 미소 회전각을 의미한다.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1-\xi & 0 & 0 \\ 0 & 1-3\xi^2+2\xi^3 & l(\xi-2\xi^2+\xi^3) \\ \xi & 0 & 0 \\ 0 & 3\xi^2-2\xi^3 & l(-\xi^2+\xi^3) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{q}_f = [u_1 \quad v_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \theta_2]^T \quad (5)$$

변위를 나타내는 다른 방법은 진동 편미분 방정식의 해를 구하여 진동 모드로 나타내는 것이 있다. 이 때 형상 함수는 공간에 대한 함수가 되고 탄성 좌표는 시간에 대한 함수가 되며 이것을 모드 좌표(modal coordinate)라고 한다. 즉, 절점 좌표를 이용하는 것은 탄성체를 유한 개의 요소로 분할하고, 각 절점에서의 변위와 미소 회전각을 이용하여 요소 내부의 임의의 위치에서의 변위를 보간하는 방법이고, 모드 좌표를 이용하는 것은 유한요소 모드 해석법에 의해 계산된 진동 모드와 벡터를 이용하여 탄성체의 변형 형상을 계산하는 방법이다(Sohn and Yoo 2003). 유연 다물체계 동

역학 방정식에서는 이 탄성좌표가 방정식의 해로써 매 단위 시간 마다 구해지는 것이다.

식 (3)을 식 (2)의 변형 벡터 항에 대입하여 위치 벡터를 정의하고, 이것을 Fig. 4 의 기호로 다시 쓰면 식 (6)과 같다.

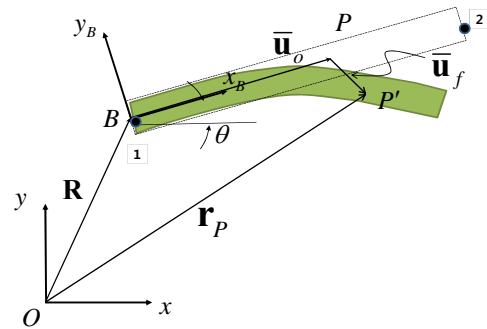


Fig. 4 Global position of an arbitrary point P on the elastic body

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{R} + \mathbf{A}(\bar{\mathbf{u}}_o + \bar{\mathbf{u}}_f) \quad (6)$$

결론적으로 탄성체 상의 한 점의 위치를 결정하기 위해서는 탄성체의 고정 좌표계의 위치 벡터 $\mathbf{R}(x, y)$ 과 회전 변환 $\mathbf{A}(\theta)$, 그리고 변형 벡터 $\bar{\mathbf{u}}_f(\mathbf{q}_f)$ 가 필요하며, 각각을 나타내는 좌표는 (x, y) , θ 그리고 탄성좌표 \mathbf{q}_f 이다. 따라서 운동 방정식에서 사용되는 일반화 좌표는 식 (7)과 같다.

$$\mathbf{q} = [\mathbf{R} \quad \theta \quad \mathbf{q}_f]^T \quad (7)$$

식 (6)의 위치 벡터를 시간에 대해 미분하면 식 (8)을 얻는다. 여기서 $\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}_o + \bar{\mathbf{u}}_f$ 이며 $\bar{\mathbf{u}}_o$ 는 시간에 대해 일정한 값이다. $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\theta)$ 이고 $\bar{\mathbf{u}}$ 는 θ 에 독립인 점을 이용하여 식 (8)의 두 번째 항을 식 (9)와 같이 변형할 수 있다. $\mathbf{B} = \partial(\mathbf{A}\bar{\mathbf{u}})/\partial\theta$ 라 두면 식 (8)은 식 (10)과 같이 표현된다. 여기에서 \mathbf{I} 는 단위행렬을 의미하고 \mathbf{q} 는 식 (9)에서 정의된 일반화 좌표이다. \mathbf{L} 은 속도 벡터를 일반화 좌표의 형식으로 변환하는 역할을 하며 속도 변환 행렬이라고 한다.

$$\dot{\mathbf{r}}_p = \dot{\mathbf{R}} + \dot{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{A}\mathbf{S}\dot{\mathbf{q}}_f \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{u}} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \bar{\mathbf{u}} = \frac{\partial (\mathbf{A}\bar{\mathbf{u}})}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (9)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_p = [\mathbf{I} \quad \mathbf{B} \quad \mathbf{AS}] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\mathbf{q}}_f \end{bmatrix} = \mathbf{L}\dot{\mathbf{q}} \quad (10)$$

식 (6)의 위치벡터와 식 (7)의 일반화 좌표, 그리고 식(10)의 속도 벡터를 이용하여 작용하는 힘의 항들을 유도하게 된다. 자세한 유도과정은 Shabana(2005)를 참조하며 3.3 절부터는 각 항의 의미를 간단히 언급한다.

3.3 외력

관성 좌표계에서 정의된 외력을 탄성체의 일반화 좌표의 성분으로 운동방정식에 포함하기 위하여, 식 (11.a)와 같이 외력에 의한 가상일(virtual work)를 고려한다. 여기서 \mathbf{Q}_e 는 일반화된 외력(generalized external force)이며 식 (11.b)에서 $\mathbf{Q}_R^T, \mathbf{Q}_\theta^T, \mathbf{Q}_{q_f}^T$ 는 각각 물체의 병진, 회전, 그리고 탄성 좌표와 연관된 일반화된 힘 성분을 나타낸다.

$$\delta W_e = \mathbf{Q}_e^T \delta \mathbf{q} \quad (11.a)$$

$$\mathbf{Q}_e = [\mathbf{Q}_R^T \quad \mathbf{Q}_\theta^T \quad \mathbf{Q}_{q_f}^T] \quad (11.b)$$

동일한 가상일을 관성 좌표계에서 정의된 외력과 좌표로 표현하면 식 (12.a)와 같다. 식 (10)을 참고하면 가상의 변위는 식 (12.b)와 같이 정의된다. 이것을 식 (12.a)에 대입하고 식 (11.a),(11.b)와 비교하면 일반화된 외력은 식(13)과 같다. 식 (13)는 유도된 식을 전치(transpose)한 형태이다. 속도 변환 행렬 \mathbf{L} 은 관성 좌표계에서 정의된 힘을 일반화 좌표와 연관된 힘의 성분으로 변환하는 역할을 한다.

$$\delta W = \mathbf{F} \delta \mathbf{r}_p \quad (12.a)$$

$$\delta \mathbf{r}_p = [\mathbf{I} \quad \mathbf{B} \quad \mathbf{AS}] \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R} \\ \delta \theta \\ \delta \mathbf{q}_f \end{bmatrix} = \mathbf{L} \delta \mathbf{q} \quad (12.b)$$

$$\mathbf{Q}_e = \mathbf{L}^T \mathbf{F} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{B}^T \quad (\mathbf{AS})^T] \mathbf{F} \quad (13)$$

3.4 탄성력

탄성력은 식 (14.a)와 같이 탄성 좌표와 연관된 가상일에서 유도된다. 여기서 $\boldsymbol{\sigma}$ 는 스트레스(stress) 벡터, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 는 스트레인(strain) 벡터, 그리고 \mathbf{V} 는 탄성체의 부피이다. 스트레인 벡터를 변형 벡터의 미분형식으로 표현하면 식 (14.b)와 같고, 이것을 스트레인과 스트레스의 관계에 대입하면 식(14.c)와 같다. 여기서 \mathbf{D} 는 미분 연산을 나타내는 행렬, \mathbf{E} 는 탄성계수(Young's modulus)로 이루어진 행렬을 각각 나타낸다. 식 (14.b)와 식 (14.c)를 식(14.a)에 대입하면 식 (15.a)와 같고 탄성 좌표와 연관된 강성 행렬은 (15.b)와 같다. 따라서 탄성 좌표와 연관된 탄성력은 식 (16)과 같다.

$$\delta W_s = - \int_V \boldsymbol{\sigma}^T \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV \quad (14.a)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}\bar{\mathbf{u}}_f = \mathbf{DS}\mathbf{q}_f \quad (14.b)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{EDS}\mathbf{q}_f \quad (14.c)$$

$$\delta W_s = -\mathbf{q}_f^T \mathbf{K}_{ff} \delta \mathbf{q}_f \quad (15.a)$$

$$\mathbf{K}_{ff} = \int_V (\mathbf{DS})^T \mathbf{EDS} dV \quad (15.b)$$

$$\mathbf{F}_s = -\mathbf{K}_{ff} \mathbf{q}_f \quad (16)$$

3.5 구속 조건과 구속력

다물체계 동역학은 서로 연결된 물체간의 구속력을 명시적으로 입력하여 운동방정식을 구성하지 않고 구속 조건을 이용하여 식을 쉽게 구성하는 접근 방법이다. '두 물체가 어떤 지점에서 서로 연결되어 있다'라는 구속 조건(constraint condition) $\mathbf{C}(\mathbf{q}, t) = 0$ 에 의한 구속력 $\mathbf{F}_{constraint}$ 는 식 (17)과 같다. 여기서 $\boldsymbol{\lambda}$ 는 Lagrange Multiplier이다. 이 힘은 운동방정식에 포함되지만 계산하여 입력

하는 값이 아니고 운동방정식을 풀 때 함께 구해 지는 것이다. \mathbf{C}_q^T 는 \mathbf{C} 를 일반화 좌표 \mathbf{q} 로 미분하여 전치한 것이다.

$$\mathbf{F}_{constraint} = \mathbf{C}_q^T \boldsymbol{\lambda} \quad (17)$$

3.6 운동에너지와 질량 관성 모멘트

탄성체는 변형 형상에 따라 질량 관성 모멘트가 달라지게 된다. 질량 관성 행렬은 운동 에너지의 식 (18)에 식 (10)을 대입한 식(19.a)에서 유도된다. 식 (19.b)의 \mathbf{M} 이 식(19.c)로 표현되는 질량 관성 행렬이며 속도 변환 행렬 \mathbf{L} 의 성분에 의해 식 (19.d)과 같이 각 성분이 유도된다.

$$T = \frac{1}{2} \int_{V'} \rho \dot{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} dV \quad (18)$$

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \quad (19.a)$$

$$\mathbf{M} = \left[\int_V \rho \mathbf{L}^T \mathbf{L} dV \right] \quad (19.b)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{RR} & \mathbf{M}_{R\theta} & \mathbf{M}_{Rf} \\ & \mathbf{M}_{\theta\theta} & \mathbf{M}_{\theta f} \\ & & \mathbf{M}_{ff} \end{bmatrix} \quad (19.c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{RR} &= \int_V \rho \mathbf{I} dV, \quad \mathbf{M}_{R\theta} = \int_V \rho \mathbf{B} dV \\ \mathbf{M}_{Rf} &= \int_V \rho \mathbf{S} dV, \quad \mathbf{M}_{\theta\theta} = \int_V \rho \mathbf{B}^T \mathbf{B} dV \\ \mathbf{M}_{\theta f} &= \int_V \rho \mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{S} dV, \quad \mathbf{M}_{ff} = \int_V \rho \mathbf{S}^T \mathbf{S} dV \end{aligned} \quad (19.d)$$

3.7 회전력과 코리올리 힘(Gyroscopic & Coriolis's force)

위치 벡터가 식 (6)과 같이 정의되기 때문에 탄성체 상의 한 점은 회전하고 있는 강체 시스템에서 병진 운동을 하는 것과 같다. 따라서 회전력과 코리올리 힘의 항이 나타나며, 이것은 라그랑지 식 (20.a)에 식 (18)을 대입한 식 (20.b)로부터 유도된다. 식 (20.b)의 좌변에서 일반화 좌표의 관성항을 제외한 항이 회전력과 코리올리 힘에 해당되며 식(20.c)와 같다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T - \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = 0 \quad (20.a)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{q}} - \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \right) \right]^T = 0 \quad (20.b)$$

$$\mathbf{Q}_v = -\dot{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{q}} + \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}^i} \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \right) \right]^T \quad (20.c)$$

따라서 식 (21)과 같이 Newton 의 제 2 법칙에 3.1 에서 3.7 절까지의 항을 대입하여 최종적인 운동방정식 식 (22)를 얻는다

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_{constraint} + \mathbf{Q}_e + \mathbf{Q}_v \quad (21)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} + \mathbf{C}_q^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}_e + \mathbf{Q}_v \quad (22)$$

4. 해상크레인의 유연 다물체계 동역학 방정식

본 논문에서 대상으로 하는 Fig. 1 의 해상크레인을 도식화하여 나타내면 Fig. 5 와 같다. 해상크레인의 붐을 탄성체(elastic boom)로 고려하였으며, 해상크레인의 나머지 선체 부분과 해상크레인에 매달린 중량물은 강체로 고려하여 연성된 유연 다물체계 운동방정식을 구성하였다. G_1 , G_2 는 각각 해상크레인과 중량물의 질량 중심이고, \mathbf{B} 는 해상크레인과 붐 사이의 연결점이며, \mathbf{A} 는 변형 전의 붐 끝이고, \mathbf{A}' 는 변형 후의 붐 끝이다. \mathbf{C} 는 중량물에 와이어 로프가 연결된 지점이다. Fig. 5 에 각 물체의 좌표계와 위치벡터를 표시하였다.

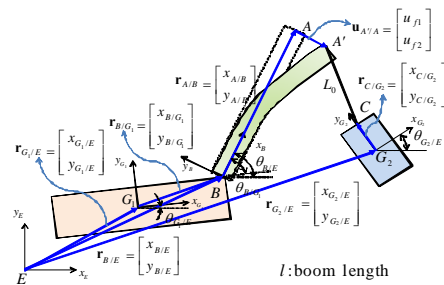


Fig. 5 Coordinate systems of a floating crane, an elastic boom, and a cargo

식 (7)과 같이 해상크레인과 중량물, 그리고 탄성 붐(elastic boom)의 위치와 자세를 표현하는 좌표는 각각 식(23.a), (23.b), (23.c)와 같고 이것을 다시 쓰면 식 (24)와 같다.

$$\mathbf{q}_{G_1} = \begin{bmatrix} x_{G_1/E} & y_{G_1/E} & \theta_{G_1/E} \end{bmatrix}^T \quad (23.a)$$

$$\mathbf{q}_{G_2} = \begin{bmatrix} x_{G_2/E} & y_{G_2/E} & \theta_{G_2/E} \end{bmatrix}^T \quad (23.b)$$

$$\mathbf{q}_B = \begin{bmatrix} x_{B/E} & y_{B/E} & \theta_{B/E} & q_{f1} & q_{f2} & q_{f3} \end{bmatrix}^T \quad (23.c)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{G_1} & \mathbf{q}_{G_2} & \mathbf{q}_B \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

붐을 하나의 탄성체 요소로 모델링 하기 위해 사용된 변형 벡터 성분은 식 (25)와 같다. 여기서 \mathbf{S} 와 \mathbf{q}_f 는 식(4)와 식(5)과 같고 절점 B 에서 고정되어 있기 때문에 절점 A 에 관계된 항만 사용된다. 그 성분은 식 (26.a)와 (26.b)와 같다. 식 (26.b)의 각 성분은 절점 A 에서 x_B 축 방향 변위, y_B 축 방향 변위, 그리고 미소 회전각을 각각 의미한다.

$$\mathbf{u}_{A/A} = \begin{bmatrix} u_{f1} \\ u_{f2} \end{bmatrix} = \mathbf{S}\mathbf{q}_f \quad (25)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \xi & 0 & 0 \\ 0 & 3\xi^2 - 2\xi^3 & l(\xi^3 - \xi^2) \end{bmatrix} \quad (26.a)$$

$$\mathbf{q}_f = \begin{bmatrix} q_{f1} & q_{f2} & q_{f3} \end{bmatrix}^T \quad (26.b)$$

3.6 절에 설명된 질량 관성 행렬은 식 (27)과 같고 각 성분은 식 (28.a), (28.b), (28.c) 그리고 식 (28.d)에 각각 표시하였다. 여기에서, m_{G_1} 은 해상크레인의 질량, m_{G_2} 는 중량물의 질량, m_B 는 붐의 질량이고, l 은 붐의 길이이다.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{G_1(3 \times 3)} & \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & \mathbf{0}_{(3 \times 6)} \\ \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & \mathbf{M}_{G_2(3 \times 3)} & \mathbf{0}_{(3 \times 6)} \\ \mathbf{0}_{(6 \times 3)} & \mathbf{0}_{(6 \times 3)} & \mathbf{M}_{B(6 \times 6)} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\mathbf{M}_{G_1} = \begin{bmatrix} m_{G_1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{G_1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{G_1} \end{bmatrix} \quad (28.a)$$

$$\mathbf{M}_{G_2} = \begin{bmatrix} m_{G_2} & 0 & 0 \\ 0 & m_{G_2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{G_2} \end{bmatrix} \quad (28.b)$$

$$\mathbf{M}_B = \begin{bmatrix} m_B & 0 & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ & m_B & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ & & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} \\ & & & m_{44} & 0 & 0 \\ & & & & m_{55} & m_{56} \\ & & & & & m_{66} \end{bmatrix} \quad (28.c)$$

$$m_{13} = -\frac{m_B}{2}(l + q_{f1})\sin\theta_{B/E}$$

$$-\frac{m_B}{12}(6q_{f2} - lq_{f3})\cos\theta_{B/E}$$

$$m_{14} = \frac{m_B}{2}\cos\theta_{B/E}, m_{15} = \frac{m_B}{2}\sin\theta_{B/E}$$

$$m_{16} = \frac{m_B l}{12}\sin\theta_{B/E}$$

$$m_{23} = \frac{m_B}{2}(l + q_{f1})\cos\theta_{B/E}$$

$$-\frac{m_B}{12}(6q_{f2} - lq_{f3})\sin\theta_{B/E}$$

$$m_{24} = \frac{m_B}{2}\sin\theta_{B/E}, m_{25} = \frac{m_B}{2}\cos\theta_{B/E}$$

$$m_{26} = -\frac{m_B l}{12}\cos\theta_{B/E}$$

$$m_{33} = m_B \begin{bmatrix} \frac{l^2}{3} + \frac{2lq_{f1}}{3} + \frac{1}{3}q_{f1}^2 + \frac{13}{35}q_{f2}^2 \\ -\frac{11}{105}lq_{f2}q_{f3} + \frac{1}{105}l^2q_{f3}^2 \end{bmatrix} \quad (28.d)$$

$$m_{34} = \frac{m_B}{20}(-7q_{f2} + lq_{f3})$$

$$m_{35} = \frac{7m_B}{20}(l + q_{f1}), m_{36} = -\frac{m_B l}{20}(l + q_{f1})$$

$$m_{44} = \frac{1}{3}m_B, m_{55} = \frac{13}{35}m_B$$

$$m_{56} = -\frac{11}{210}m_B l, m_{66} = \frac{1}{105}m_B l^2$$

3.4 절에서 설명된 탄성 행렬은 식 (29)와 같고 붐의 행렬 성분은 식 (30.a) 및 식 (30.b)와 같다.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & \mathbf{0}_{(3 \times 6)} \\ \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & \mathbf{0}_{(3 \times 6)} \\ \mathbf{0}_{(6 \times 3)} & \mathbf{0}_{(6 \times 3)} & \mathbf{K}_B \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\mathbf{K}_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{ff} \end{bmatrix} \quad (30.a)$$

$$\mathbf{K}_{ff} = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & \text{symmetry} \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Ea}{l} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{l^3} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (30.b)$$

Fig. 5 의 B 지점에서 뚱과 해상크레인이 서로 고정되어 있다는 구속 조건식은 식 (31)과 같다. 음함수 형태의 식 (31)을 일반화 좌표로 편미분한 것이 식 (32)이며, 성분은 식 (33)과 같다. 여기에 식 (34)의 Lagrange Multiplier 를 곱해서 식 (17) 과 같은 구속력 성분을 구성한다.

$$\mathbf{r}_{G_1/E} + {}^E \mathbf{R}_{G_1} \mathbf{r}_{B/G_1} - \mathbf{r}_{B/E} = \mathbf{0} \quad (31)$$

$$\mathbf{C}_q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & C_{q13} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & C_{q23} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$C_{q13} = -x_{B/G_1} \sin \theta_{G_1/E} - y_{B/G_1} \cos \theta_{G_1/E} \quad (33)$$

$$C_{q13} = x_{B/G_1} \cos \theta_{G_1/E} - y_{B/G_1} \sin \theta_{G_1/E}$$

$$\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3]^T \quad (34)$$

\mathbf{Q}_e 는 일반화 좌표로 표현된 외력 행렬로 식 (35)와 같다. 해상크레인에 작용하는 해양파에 의한 외력과 중량물에 작용하는 외력은 각각 식 (36) 과 식(37)과 같고 이에 대한 자세한 성분은 Cha et al.(2009b)을 참조한다. 뚱에 작용하는 중력과 와이어 로프에 의한 외력은 식 (38)과 같고, 각 성분은 식 (39)와 같다.

$$\mathbf{Q}_e = [\mathbf{Q}_{e,G_1(3 \times 1)} \quad \mathbf{Q}_{e,G_2(3 \times 1)} \quad \mathbf{Q}_{e,B(6 \times 1)}]^T \quad (35)$$

$$\mathbf{Q}_{e,G_1} = \mathbf{Q}_{e,G_1}^{Hydrostatics} + \mathbf{Q}_{e,G_1}^{Hydrodynamics} + \mathbf{Q}_{e,G_1}^{Mooring} + \mathbf{Q}_{e,G_1}^{Gravity} \quad (36)$$

$$\mathbf{Q}_{e,G_2} = \mathbf{Q}_{e,G_2}^{Wire Rope} + \mathbf{Q}_{e,G_2}^{Gravity} \quad (37)$$

$$\mathbf{Q}_{e,B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -m_B g \\ Q_{e,B30} \\ -\frac{1}{2} m_B g \sin \theta_{B/E} \\ -\frac{1}{2} m_B g \cos \theta_{B/E} \\ \frac{1}{8} m_B g l \cos \theta_{B/E} \end{bmatrix} + k \left(\frac{\|\mathbf{d}\| - L_0}{\|\mathbf{d}\|} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ Q_{e,B31} \cos \theta_{B/E} & Q_{e,B32} \sin \theta_{B/E} \\ -\sin \theta_{B/E} & \cos \theta_{B/E} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{d} \quad (38)$$

$$Q_{e,B30} = -m_B g \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} (l + q_{f1}) \cos \theta_{B/E} \\ -\left(\frac{1}{2} q_{f2} - \frac{1}{8} l q_{f3} \right) \sin \theta_{B/E} \end{array} \right\}$$

$$Q_{e,B31} = -(l + q_{f1}) \sin \theta_{B/E} - q_{f2} \cos \theta_{B/E} \quad (39)$$

$$Q_{e,B32} = (l + q_{f1}) \cos \theta_{B/E} - q_{f2} \sin \theta_{B/E}$$

3.7 절에서 설명된 회전력과 코리올리 힘은 식 (40)과 같으며, 뚱의 성분은 식 (41)과 같다. 뚱의 각 성분은 식 (42)와 같다.

$$\mathbf{Q}_v = [\mathbf{0}_{(3 \times 1)} \quad \mathbf{0}_{(3 \times 1)} \quad \mathbf{Q}_{v,B(6 \times 1)}]^T \quad (40)$$

$$\mathbf{Q}_{v,B} = [(\mathbf{Q}_{v,B})_R \quad (\mathbf{Q}_{v,B})_\theta \quad (\mathbf{Q}_{v,B})_f]^T \quad (41)$$

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{Q}_{v,B})_R &= \begin{bmatrix} (Q_{v,B})_{R11} \\ (Q_{v,B})_{R21} \end{bmatrix} \\
 (\mathbf{Q}_{v,B})_\theta &= \begin{bmatrix} (Q_{v,B})_{\theta11} \end{bmatrix} \\
 (\mathbf{Q}_{v,B})_f &= \begin{bmatrix} (Q_{v,B})_{f11} \\ (Q_{v,B})_{f21} \\ (Q_{v,B})_{f31} \end{bmatrix} \\
 (Q_{v,B})_{R11} &= \frac{m_B \dot{\theta}_{B/E}^2}{2} (l + q_{f1}) \cos \theta_{B/E} \\
 &\quad - \frac{m_B \dot{\theta}_{B/E}^2}{12} (6q_{f2} - lq_{f3}) \sin \theta_{B/E} \\
 &\quad + m_B \dot{\theta}_{B/E} \dot{q}_{f1} \sin \theta_{B/E} \\
 &\quad + \frac{m_B \dot{\theta}_{B/E}}{6} (6\dot{q}_{f2} - l\dot{q}_{f3}) \cos \theta_{B/E} \\
 (Q_{v,B})_{R21} &= \frac{m_B \dot{\theta}_{B/E}^2}{2} (l + q_{f1}) \sin \theta_{B/E} \\
 &\quad + \frac{m_B \dot{\theta}_{B/E}^2}{12} (6q_{f2} - lq_{f3}) \cos \theta_{B/E} \\
 &\quad - m_B \dot{\theta}_{B/E} \dot{q}_{f1} \cos \theta_{B/E} \\
 &\quad + \frac{m_B \dot{\theta}_{B/E}}{6} (6\dot{q}_{f2} - l\dot{q}_{f3}) \sin \theta_{B/E} \\
 (Q_{v,B})_{\theta11} &= -2\dot{\theta}_{B/E} m_B \left(\frac{1}{3} q_{f1} \dot{q}_{f1} + \frac{13}{35} q_{f2} \dot{q}_{f2} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{11}{210} l q_{f3} \dot{q}_{f2} - \frac{11}{210} l q_{f2} \dot{q}_{f3} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{105} l^2 q_{f3} \dot{q}_{f3} + \frac{l}{3} \dot{q}_{f1} \right) \\
 (Q_{v,B})_{f11} &= \frac{1}{3} \dot{\theta}_{B/E}^2 m_B (q_{f1} + l) + \frac{7}{10} \dot{\theta}_{B/E} m_B \dot{q}_{f2} \\
 &\quad - \frac{1}{10} \dot{\theta}_{B/E} m_B l \dot{q}_{f3} \\
 (Q_{v,B})_{f21} &= \frac{13}{35} \dot{\theta}_{B/E}^2 m_B q_{f2} - \frac{11}{210} \dot{\theta}_{B/E}^2 m_B l q_{f3} \\
 &\quad - \frac{7}{10} \dot{\theta}_{B/E} m_B \dot{q}_{f1} \\
 (Q_{v,B})_{f31} &= -\frac{11}{210} \dot{\theta}_{B/E}^2 m_B l q_{f2} + \frac{1}{105} \dot{\theta}_{B/E}^2 m_B l^2 q_{f3} \\
 &\quad + \frac{1}{10} \dot{\theta}_{B/E} m_B l \dot{q}_{f1}
 \end{aligned} \tag{42}$$

유도된 식 (24), (27), (29), (32), (34), (35) 그리고 (40)식을 식 (22)에 대입하여 탄성 붐이 포함된 해상크레인과 중량물의 운동 방정식을 구성하였다. 구현에는 속도에 비례하는 구조 감쇠

(structural damping)항이 포함되었다.

해상크레인은 해양파에 대해 상하동요(heave), 전후동요(surge), 종동요(pitch) 3 자유도 운동을 하는 것으로 모델링 하였다. 중량물은 xy 평면상에 3 자유도 운동을 하는 강체이다.

5. 해상크레인의 유연 다물체계 동역학 해석

동적 거동 시뮬레이션에 사용된 붐의 중량은 1,200ton 이며, 붐을 제외한 해상크레인의 중량은 12,600ton 이다. 붐에 와이어 로프를 통해 연결된 블록의 중량은 1,300ton 이다. 해양파의 외력으로는 파고 1m, 10 초의 주기를 갖는 선미파(following sea)를 가정하였고, 이것은 조선소 작업 해상에서 예측되는 파고와 주기 중에서 비교적인 값을 사용한 것이다. 해상크레인과 중량물의 제원은 Fig. 6 과 같다.

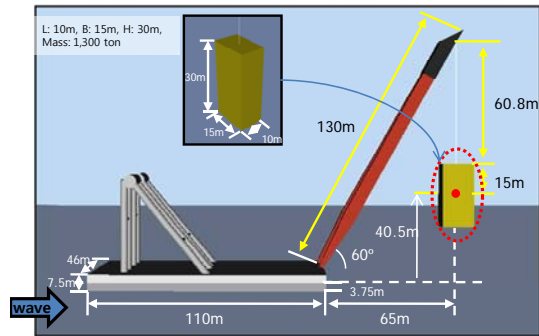


Fig. 6 Dimension of the floating crane and the cargo

탄성체로 모델링 된 붐과 해상크레인, 그리고 중량물의 거동을 해양파가 작용하는 상태에서 시뮬레이션 하였다. 해상크레인의 동적 거동 시뮬레이션 결과는 Fig. 8 및 Fig. 9 와 같다. 그래프에서 나타내는 값은 Fig. 7 에 표시된 해상크레인 상하동요 변위와 종동요 각도이다. 붐을 강체로 모델링 한 경우와 비교할 때, 종동요의 경우 다소 불규칙한 영향을 보이지만, 수직동요와 종동요 모두 그 영향이 크지 않았다.

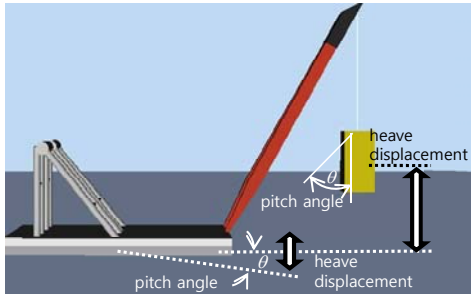


Fig. 7 Heave displacement and pitch angle of the floating crane and the cargo

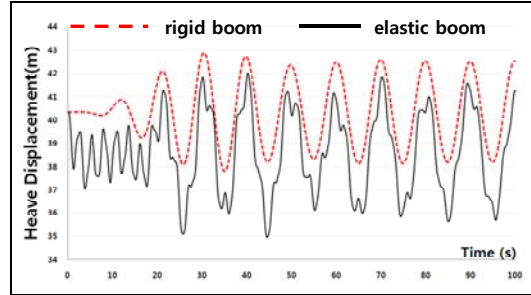


Fig. 10 Heave motion of the cargo

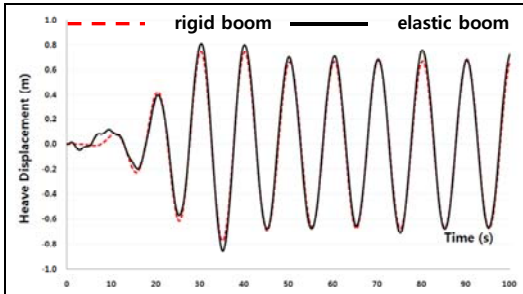


Fig. 8 Heave motion of the floating crane

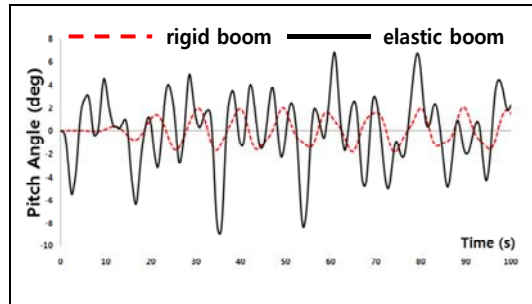


Fig. 11 Pitch motion of the cargo

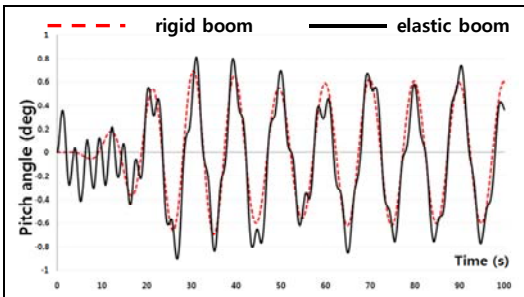


Fig. 9 Pitch motion of the floating crane

중량물의 동적 거동 시뮬레이션 결과는 Fig. 10 및 Fig. 11 과 같다. 그래프에서 나타내는 값은 Fig. 7 에 표시된 중량물의 상하동요 변위와 중동요 각도이다. 탄성의 영향으로 봄의 변형이 발생하여 중량물의 수직위치가 강제 봄을 사용한 경우보다 낮은 위치에서 거동하는 것을 볼 수 있다. 각도 변화 그래프에서 탄성 봄을 사용할 경우 중량물의 자세가 더 크고 불규칙적으로 변한다는 것을 확인할 수 있다.

6. 결론 및 향후 연구

본 논문에서는 해상크레인 및 중량물의 연성된 동적 거동을 해석하는데 있어 봄의 탄성을 고려하기 위하여 유연 다물체 동역학을 적용하였다. 이를 바탕으로 3 자유도를 가진 해상크레인과 3 자유도를 가진 중량물을 대상으로 수치적인 시뮬레이션을 수행하였다. 봄을 탄성체로 고려한 시뮬레이션의 결과를 강체로 고려한 기존 연구의 결과 (Cha et al. 2009b)와 비교하였다. 봄의 탄성은 해상크레인과 중량물의 동적 응답에 영향을 미치며, 해상크레인 보다는 중량물의 응답이 더 크게 발생하는 것을 확인하였다.

향후에는 좀 더 정확한 해석을 위하여 해상크레인으로부터 봄에 연결되어 지지하고 있는 back stay 와이어 로프의 모델을 추가하고 초기 조건에 대한 자세를 계산하여 반영할 예정이다. 또한 봄의 구조 감쇠 계수를 반영하고 해상크레인 및 중량물의 6 자유도를 모두 고려하여 탄성체를 고려할 수 있는 상용 시스템과 결과를 비교할 계획이다.

후 기

본 연구는

a) 대우조선해양(주)

b) 국방과학연구소 수중운동체기술특화센터 SM-11 과제 “수중 운동체의 체계/부체계 기능 및 성능 시뮬레이션을 위한 네트워크 기반의 가상(Virtual) 복합 시스템 모델 구조(Architecture) 연구”

c) 서울대학교 해양시스템공학 연구소

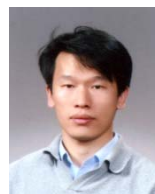
d) 서울대학교 BK 21 해양기술인력양성사업단

e) 한국학술진흥재단(KRF-2008-314-D00494)의 지원을 받아 연구되었음을 밝히며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- Al-Sweiti, Y. and Söffker, D., 2007, “Cargo Pendulation Suppression of Ship Cranes with Elastic Booms,” Mathematical and Computer Modeling of Dynamical Systems, Vol. 13, No. 6, pp. 503-529.
- Cha, J.H., Roh, M.I., Cho, D.Y. and Lee, K.Y. 2009a, “Block Erection Simulation Using the Integrated System of Combined Discrete Event and Discrete Time Simulation Kernel,” Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 46, No. 3, pp. 303-312.
- Cha, J.H., Lee, K.Y., Ham, S.H., Roh, M.I. and Park, K.P., 2009b, "Erection Simulation Considering Interaction between a Floating Crane and a Heavy Cargo," Proceeding of Korean Society of CAD/CAM Engineers, pp. 654-668.
- Kilicaslan, S., Balkan, T. and Ider, S.K., 1999, “Tipping Loads of Mobile Cranes With Flexible Booms,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 223, No. 3, pp. 645-657.

- Ren, H., Wang, X., Hu, Y. and Li, C., 2008, “Dynamic Response Analysis of a Moored Crane-ship with a Flexible Boom,” Journal of Zhejiang University Science A, Vol. 9, No. 1, pp. 29-31.
- Schiehlen, W., 2004, “Recent Developments in Multibody Dynamics,” Proceedings of ACMD.
- Shabana, A.A., 1997, “Flexible Multibody Dynamics: Review of Past and Recent Development,” Multibody System Dynamics, Vol. 1, pp. 189-222.
- Shabana, A.A., 2005, Dynamics of Multibody Systems, Third edition, Cambridge University Press.
- Sohn, J.H. and Yoo, Y.S., 2003, “Study on the Dynamic Analysis Method using the Modal Coordinates and the Absolute Nodal Coordinates,” Proceedings of the KSME Conference, pp.1730-1735.
- Sun, G. and Kleeberger, M., 2003, “Dynamic Responses of Hydraulic Mobile Crane with Consideration of the Drive System,” Mechanism and Machine Theory, Vol. 38, pp. 1489-1508.
- Wasfy, T.M. and Noor, A.K., 2003, “Computational Strategies for Flexible Multibody Systems,” Applied Mechanics Reviews, pp. 553-613.



< 박 광 필 >



< 차 주 환 >



< 이 규 열 >