

Roe의 Flux-difference Splitting 기법을 이용한 자유표면 유동 모사

신상묵^{†*}, 김인철*, 김용직*

부경대학교 조선해양시스템공학과*

Numerical Simulation of Free Surface Flows Using the Roe's Flux-difference Splitting Scheme

Sangmook Shin^{†*}, In Chul Kim* and Yong Jig Kim*

Dept. of Naval Architecture and Marine Systems Engineering,
Pukyong National University*

Abstract

A code is developed to simulate incompressible free surface flows using the Roe's flux-difference splitting scheme. An interface of two fluids is considered as a moving contact discontinuity. The continuities of pressure and normal velocity across the interface are enforced by the conservation law in the integral sense. The fluxes are computed using the Roe's flux-difference splitting scheme for two incompressible fluids. The interface can be identified based on the computed density distribution. However, no additional treatment is required along the interface during the whole computations. Complicated time evolution of the interface including topological change can be captured without any difficulties. The developed code is applied to simulate the Rayleigh-Taylor instability of two incompressible fluids in the density ratio of 7.2:1 and the broken dam problem of water-air. The present results are compared with other available results and good agreements are achieved for the both cases.

※Keywords: Free surface(자유표면), Contact discontinuity(접촉 불연속), Rayleigh-Taylor instability(Rayleigh-Taylor 불안정성), Broken dam(댐 붕괴), Incompressible fluids(비압축성 유체)

1. 서론

자유표면 유동해석을 위한 다양한 수치해석 기

법들이 개발되어 왔다. 격자를 사용하는 대부분의 방법들에서는 VOF 혹은 level set 등으로 유동의 속도장에 기초한 자유표면 포착 기법들이 사용된다(Yum and Yoon 2008, Park et al. 2005). 자유표면이 추정되면 그 면에서 동역학적 경계조건을 부여하여 자유표면이 한쪽 유동에 대해 완전한

접수일: 2009년 7월 15일, 승인일: 2009년 11월 10일

† 교신저자: smshin@pknu.ac.kr, 051-629-6617

경계조건을 제공하도록 하거나 혹은 자유표면 양쪽의 유동을 계산하기 위해 밀도 등의 종속변수가 자유표면 주위에서 미분 가능한 형태로 변화한다고 가정한다. 그러나 종속변수의 연속적인 변화에 대한 가정은 경계면 주위에서 비물리적인 확산을 초래한다. Shin and Kim(2004)은 level set 함수로 포착된 자유표면 양쪽으로 ghost fluid 절점들을 분포시킨 후 경계면에서 동역학적 조건이 만족되도록 ghost fluid 절점들에서의 종속변수들을 재구성함으로써 자유표면에서의 밀도 및 접선속도의 불연속을 확산 없이 계산하였다. 그러나 계산 과정 중에 자유표면에서 추가적인 처리가 요구되는 기존 기법들의 경우 유동 영역의 기하학적 위상 변화 혹은 두 유체의 혼합 영역의 발생 등에 따라 기법의 적용에 어려움이 초래된다.

해석 영역 내부의 종속변수에 발생하는 불연속을 처리하기 위한 기법들은 다양한 hyperbolic 형태의 문제들에서 발전되어 왔다. 그러한 예로서 천수파 경우 파고의 불연속, 교통 흐름에서 차량 분포 변화 혹은 압축성 유동에서의 충격파 및 접촉 불연속면 처리 등을 들 수 있다. 이러한 경우 불연속면을 경계로 두 영역으로 나눈 뒤 적절한 경계조건을 부여하는 대신 영역 내 종속변수들의 불연속을 허용하면서 적분 관점에서 지배방정식을 만족시키는 해를 찾는 기법들이 성공적으로 발전되어왔다. Roe는 압축성 유동의 불연속을 처리하기 위해 근사화된 Riemann 문제의 해석해를 이용하여 검사표면에서의 flux를 계산하는 flux-difference splitting(FDS) 기법을 제안하였다(Roe 1981). Roe의 FDS 기법은 가상시간에 대한 의사 압축성 도입에 의해 형성된 hyperbolic 문제의 Riemann 해를 이용하여 비정상 비압축성 유동에도 성공적으로 적용되었다. 이 경우 Roe의 FDS 기법은 종속변수의 변화와 국부 격자 해상도에 따라 수치해의 정확성 및 안정성 유지에 적합한 대류항 계산 방법을 제공한다(Shin et al. 2004).

표면장력 등을 무시하면 두 가지 비압축성 유체의 자유표면은 압력과 법선속도의 연속이 유지되는 접촉 불연속면(contact discontinuity)이다. 접촉 불연속면을 제대로 처리할 수 있는 기법, 즉 유동 영역 내부에 밀도의 불연속이 허용되는 적분

형태의 보존식에서 종속변수들의 불연속이 존재해도 물리적으로 타당한 flux 처리가 가능한 기법들을 사용하면 자유표면에서 추가적인 처리 없이 자유표면 유동 해석이 가능하다. 이 경우 매질 경계면에서 법선속도 및 압력의 연속성은 두 유체들 각각의 비압축성 조건과 적분 형태의 운동량 보존에서 강제된다. 시간에 따른 자유표면 형상 변화는 질량 보존식으로부터 매순간 계산되는 밀도의 공간 분포로부터 결정할 수 있다. 그러나 계산의 전 과정을 통해 자유표면 위치 정보는 전혀 사용되지 않는다. 이러한 특성은 복잡한 자유표면 변화도 쉽게 처리하며 두 유체의 혼합 영역이 발생하더라도 평균 밀도 및 평균 운동량에 기초한 보존식이 만족되는 계산이 진행된다는 장점을 제공한다. Kelecy and Pletcher(1997)은 두 가지 비압축성 유체에 대한 Roe의 flux 계산 기법을 적용하여 자유표면 유동해석을 수행하였다. Gao et al.(2007)은 물과 공기에 대해 Roe의 FDS기법을 적용하고 Cartesian cut cell 기법에 의한 경계 처리를 통해 완만한 경사를 가지는 방파제에 접근하는 해양파의 거동을 모사하였다.

본 연구를 통해 Roe의 FDS 기법을 이용한 비압축성 자유표면 유동해석 코드가 개발되었다. Gao et al.(2007)이 사용한 Cartesian cut cell 기법에 비해 물체 형상의 두께 등에 대해 제약이 없으면서 움직이거나 변형하는 물체를 쉽게 처리할 수 있는 hybrid Cartesian/immersed boundary 기법(Shin et al. 2009, Shin and Kim 2006)으로의 확장을 고려하여 코드가 개발되었다. 법선속도를 기저로 하여 flux Jacobian의 eigensystem을 표현하고 가상절점에서의 종속변수 처리를 통해 물체 경계조건을 처리하였다. 개발된 코드를 이용하여 밀도비 7.2:1의 비압축성 유체들의 Rayleigh-Taylor 불안정성을 모사하고 시간에 따른 자유표면 변화를 다른 계산 결과들과 비교하였다. 실제 공기와 물의 물성치를 적용한 댐 붕괴 문제를 해석하고 시간에 따른 자유표면 형상 변화 및 물기둥의 높이와 선단의 전진 거리의 시간변화를 다른 계산 및 실험 결과들과 비교하였다.

2. 수치해석 기법

2.1 지배 방정식

지배 방정식은 밀도가 다른 비압축성 유체들에 대한 질량 및 운동량 보존식과 각각의 유체들에 대한 비압축성 조건이다. 임의의 검사체적 Ω 에 대해 체적력으로 음의 y -방향 중력만 고려하는 경우 적분 형태의 보존식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ 0 \end{Bmatrix} dV + \oint_{\partial\Omega} \begin{Bmatrix} \rho\theta \\ \rho u\theta + pn_x \\ \rho v\theta + pn_y \\ \theta \end{Bmatrix} dS \\ & - \oint_{\partial\Omega} \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{xx}n_x + \tau_{xy}n_y \\ \tau_{yx}n_x + \tau_{yy}n_y \\ 0 \end{Bmatrix} dS = \iint_{\Omega} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho g \\ 0 \end{Bmatrix} dV \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 ρ 는 각 유체의 밀도이고 θ 는 검사표면에서 유체의 법선속도 $un_x + vn_y$ 이다.

물리적 시간 미분은 2차 정도의 3점 후방차분 식으로 근사하고 각각의 물리적 시간단계마다 가상시간(pseudotime) τ 에 대해 의사압축성 (artificial compressibility)을 도입한다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ 0 \end{Bmatrix} dV + \frac{\partial}{\partial \tau} \iint_{\Omega} \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ p/\beta \end{Bmatrix} dV \\ & + \oint_{\partial\Omega} F_{inv} dS - \oint_{\partial\Omega} F_{vis} dS = \iint_{\Omega} B dV \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 β 는 의사압축성 계수이다.

2.2 Roe의 FDS에 의한 flux 계산

가상시간에 대한 종속변수 벡터 Q 와 비점성 flux F_{inv} 에 대해 Roe의 FDS 기법을 적용하면 다음과 같다.

$$Q = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ p/\beta \end{Bmatrix} \quad F_{inv} = \begin{Bmatrix} \rho\theta \\ \rho u\theta + pn_x \\ \rho v\theta + pn_y \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} F_{inv}(Q_L, Q_R; \vec{n}) &= \frac{1}{2} [F_{inv}(Q_L; \vec{n}) + F_{inv}(Q_R; \vec{n})] \\ & - \frac{1}{2} |\hat{A}(Q_L, Q_R; \vec{n})| (Q_R - Q_L) \end{aligned} \quad (4)$$

$$|\hat{A}| = R|\Lambda|R^{-1} \quad (5)$$

여기서 Q_L 과 Q_R 은 법선 단위벡터가 \vec{n} 인 검사 표면 양쪽에서 재구성된 종속변수 벡터들이고 \hat{A} 는 Roe의 조건들을 만족시키는 근사화된 flux Jacobian 행렬이며 R 은 \hat{A} 의 right eigenvector 행렬이고 $|\Lambda|$ 는 \hat{A} 의 고유치의 절대값들로 구성된 대각행렬이다. 근사화된 flux Jacobian \hat{A} 는 다음의 세 가지 조건들을 만족시켜야한다.

- [1] $\hat{A}(Q_R - Q_L) = F_{inv}(Q_R) - F_{inv}(Q_L)$
- [2] \hat{A} 는 실수의 고유치들로 대각화가 가능
- [3] $\hat{A}(Q_L, Q_R; \vec{n}) \rightarrow \frac{\partial F}{\partial Q}|_{Q=\bar{Q}}$

smoothly as $Q_L, Q_R \rightarrow \bar{Q}$

밀도가 다른 두 가지 비압축성 유체들에서 가상 시간에 대한 의사압축성을 적용한 경우, 식 (6)과 같이 밀도의 제곱근을 기저로 가중 평균된 종속변수들로 계산된 flux Jacobian은 위의 세 가지 조건들을 모두 만족시킨다.

$$\bar{\rho} = \sqrt{\rho_L \rho_R},$$

$$\bar{u} = \frac{\sqrt{\rho_L} u_L + \sqrt{\rho_R} u_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}, \quad (6)$$

$$\bar{v} = \frac{\sqrt{\rho_L} v_L + \sqrt{\rho_R} v_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}},$$

$$\bar{p} = \frac{1}{2} (p_L + p_R)$$

본 계산에서 사용된 flux Jacobian과 고유치들은 다음과 같다.

$$\frac{\partial F}{\partial Q} = \begin{bmatrix} 0 & n_x & n_y & 0 \\ -u\theta + un_x & un_y & \beta n_x & \\ -v\theta + vn_x & \theta + vn_y & \beta n_y & \\ -\frac{\theta}{\rho} & \frac{n_x}{\rho} & \frac{n_y}{\rho} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_2 = \theta \\ \lambda_3 &= \frac{1}{2}(\theta + c), \quad \lambda_4 = \frac{1}{2}(\theta - c) \\ c &= \sqrt{\theta^2 + \frac{4\beta}{\rho}} \end{aligned} \quad (8)$$

고유치에 중근이 발생하지만 다음과 같이 선형독립인 right eigenvector들이 존재한다.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \lambda_3 & \lambda_4 \\ u & -n_y & u\lambda_3 + \frac{\beta n_x}{\rho} & u\lambda_4 + \frac{\beta n_x}{\rho} \\ v & n_x & v\lambda_3 + \frac{\beta n_y}{\rho} & v\lambda_4 + \frac{\beta n_y}{\rho} \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda_4}{\rho} & -\frac{\lambda_3}{\rho} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\rho\theta^2}{\beta} & -\frac{\rho\theta n_x}{\beta} & -\frac{\rho\theta n_y}{\beta} & -\rho \\ un_y - vn_x & -n_y & n_x & 0 \\ -\frac{\rho\theta\lambda_3}{\beta c} & \frac{\rho\lambda_3 n_x}{\beta c} & \frac{\rho\lambda_3 n_y}{\beta c} & \frac{\rho}{c} \\ \frac{\rho\theta\lambda_4}{\beta c} & -\frac{\rho\lambda_4 n_x}{\beta c} & -\frac{\rho\lambda_4 n_y}{\beta c} & -\frac{\rho}{c} \end{bmatrix}$$

2.3 고차 정도를 얻기 위한 종속변수 재구성

Roe의 FDS 기법에 의한 대류항 표현식 (4)는 검사표면 양쪽의 종속변수들에 의한 대류항의 평균에 양쪽 종속변수들의 차이에 따른 보정이 추가된다고 해석할 수 있다. 그러나 이러한 보정은 수치 기법의 안정성을 얻기 위해 대류항의 중앙차분 값에 고차 미분치에 비례하는 인공 소산을 도입하는 경우와는 다른 의미를 갖는다. 고차의 정도로 검사표면 양쪽에서 Q_L 과 Q_R 을 재구성하면 종속변수의 불연속이 없는 구간에서 Q_L 과 Q_R 의 차

가 영으로 감에 따라 Roe의 FDS 기법의 보정항이 완전히 영이 되지만 인공적인 소산의 경우 고차 미분치에 비례하는 값이 계속 유지된다.

유동 영역 내부에서 밀도의 불연속이 허용되는 경우 검사표면 양쪽에서 종속변수 재구성을 위해 필요한 구배(gradient)의 계산에 주의해야 한다. 요소 내부에 물리적인 불연속이 오는 경우 종속변수의 기울기는 그 요소의 인접 요소들 중 한 쪽만 고려하여 계산한다. 이러한 요구를 만족시키기 위한 다양한 기법들이 제안되어 있으며 본 연구에서는 Gao et al.(2007)가 제안한 superbee와 minmod 제한자들의 중간 형태를 이용하였다.

$$Q_L = Q_{i,j} + \nabla Q_{i,j} \cdot (\vec{r}_L - \vec{r}_{i,j}) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial x}|_{i,j} &= G \left[\frac{Q_{i+1,j} - Q_{i,j}}{\Delta x}, \frac{Q_{i,j} - Q_{i-1,j}}{\Delta x} \right] \\ G[a,b] &= s \max[0, \min(\kappa|b|, sa), \min(|b|, \kappa sa)] \\ s &= \text{sign}(b) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $\kappa=1$ 인 경우 minmod 제한자이며 $\kappa=2$ 인 경우 superbee 제한자이다. 임의의 κ 에 대해 이 제한자는 대칭성을 만족시키고 양쪽 기울기의 부호가 다르면 기울기를 영으로 한다. 양쪽 기울기들의 부호가 같은 경우, minmod 제한자는 절대 값이 작은 값을 사용하며, superbee 제한자는 두 기울기의 비가 2보다 작은 경우 큰 값의 영향이 포함된다. 본 계산에서는 $\kappa=1.5$ 로 주어졌다.

두 유체의 밀도차가 큰 경우, 정수력학적 압력 구배(ρg)의 불연속으로 인해 추가적인 고려가 필요하다. 각각의 유체 영역 내부에서는 정수력학적 압력구배가 일정하므로 사용되는 제한자에 관계없이 정확한 정수력학적 압력구배가 계산된다. 그러나 매질 경계가 포함된 요소에서 추정된 압력 구배는 제한자에 따라 양쪽 압력구배의 가중평균 형태로 추정된다. 이에 따라 검사표면에서 추정된 압력은 불연속적인 압력구배를 갖는 실제 경우와 비교하여 오차가 있다. 다른 종속변수들에서도 검사표면에서의 재구성 과정 동안 오차가 발생하지만 flux 계산과정을 통해 비물리적 종속변수 분포의 확산이 억제된다. 그러나 정수력학적 압력구배

가 정확히 고려되지 않는 경우, 그 요소의 밀도에 따라 추정되는 체적력과 정수력학적 압력 분포에 의한 힘이 상쇄되지 못하며 이 힘은 시간에 따라 계속 누적된다. 이러한 문제는 계산이 오래 진행 되면 경계면 주위에서 수직방향 속도 분포에 비 물리적인 진동을 초래한다. 이러한 어려움을 피하기 위해 Qian et al.(2006)은 정수력학적 압력구배가 배제된 압력구배를 계산하여 종속변수를 재구성한 후 정수력학적 압력구배 효과를 요소의 평균 밀도에 따라 추가함으로써 요소에 고려되는 체적력이 정수력학적 압력 분포에 의해 정확히 상쇄되도록 할 것을 제안하였다. 이러한 과정을 적용하면 물-공기와 같이 밀도비가 대단히 큰 경우에도 계산이 오래 진행되면서 발생하는 수직속도의 진동을 억제할 수 있다.

3. Rayleigh-Taylor 불안정성 모사

개발된 코드를 이용하여 Rayleigh-Taylor 불안정성을 모사하고 그 결과를 Popinet and Zaleski(1999)의 계산 결과와 비교하였다. Fig. 1은 이 문제에 대한 개략도를 보여준다. 계산 영역은 길이가 1 높이가 4인 직사각형이고 아래와 윗면에서는 정착조건 그리고 양 옆면에서는 대칭 조건이 주어졌다. 위와 아래에 놓인 유체들의 밀도

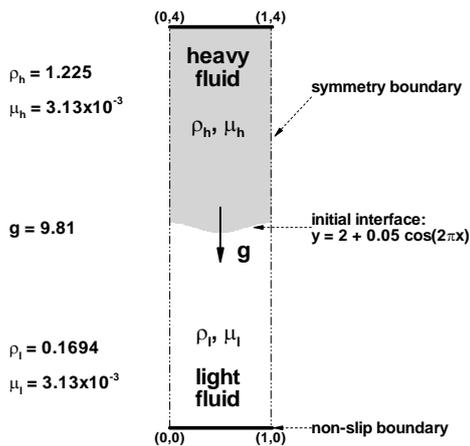


Fig. 1 Schematic drawing for the Rayleigh-Taylor instability

는 각각 1.225와 0.1694로서 약 7.23:1의 밀도비를 갖는다. 두 유체의 점성계수 μ 는 3.13×10^{-3} 로 동일하게 주어졌다. 중력가속도 g 는 9.81이고 의사압축성계수 β 는 1000이다. 초기에 두 유체의 경계는 $y=2+0.05\cos(2\pi x)$ 로 주어졌다.

Fig. 2는 $t=0, 0.2, 0.4$ 및 0.6 에서 계산된 밀도 contour들의 시간변화를 보여준다. $t=0.4$ 에서 형성된 경계면의 주름이 경계면이 늘어짐에 따라 다소 퍼지지만 그 영향은 경계면의 굴곡에 계속 남는다.

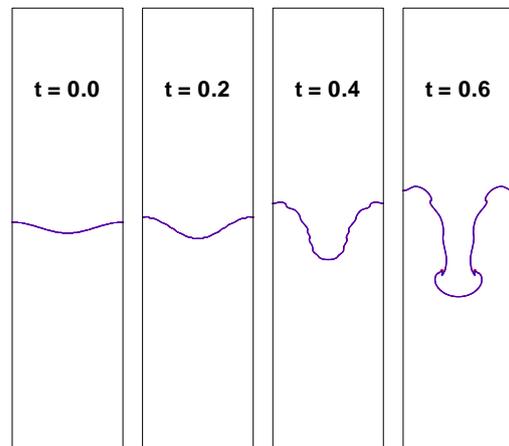


Fig. 2 Time evolution of an interface of the Rayleigh-Taylor instability

Fig. 3에서는 $t=0.7, 0.8$ 및 0.9 에서 추정된 경계면을 Popinet and Zaleski(1999)가 front tracking 기법을 이용하여 계산한 결과(정선)들과 비교하였다. 대부분의 영역에서 좋은 일치를 보이거나 본 계산 결과에 추가적인 굴곡이 남아 있음을 관찰할 수 있다. 초기 조건에 따른 영향을 관찰하기 위해 Sheu et al.(2009)의 경우와 같이 초기 경계면을 $y=2+0.1\cos(2\pi x)$ 로 준 경우에 대한 계산을 수행하고 $t=0, 0.4, 0.7$ 및 0.9 에서 계산된 경계면을 Fig. 4에 나타내었다. 이 경우에는 경계면의 중앙부와 위쪽에 발생했던 굴곡이 사라짐을 관찰할 수 있다. $t=0.9$ 의 경우 경계면이 가늘어지다 분리되어 무거운 유체의 방울이 형성되었음을 관찰할 수 있다.

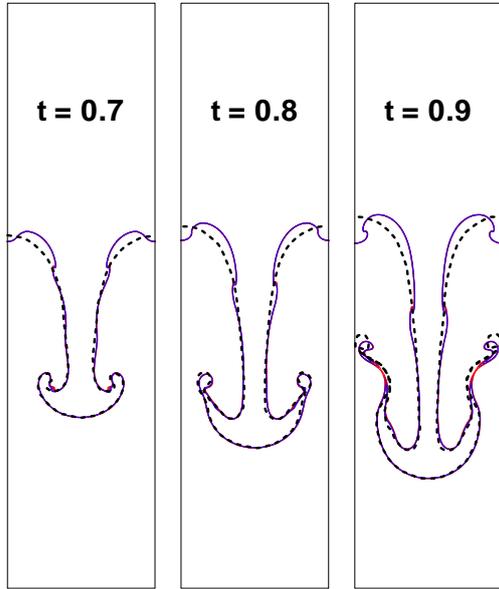


Fig. 3 Comparison of predicted interfaces with those of Popinet and Zaleski(1999)

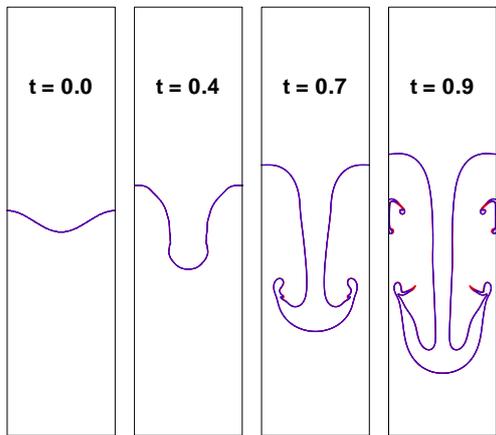


Fig. 4 Effects of the initial interface configuration on predicted interfaces

Fig. 5는 $t=0.8$ 에서 밀도, 압력, 수평 및 수직 속도 분포를 보여준다. 밀도 분포의 경우 경계면 길이가 국부적으로 인장 혹은 압축되면서 밀도 contour 들이 겹쳐지거나 벌어지고 있음을 관찰할 수 있다. 계산된 압력 분포에서 경계면을 가로지르면서 압력의 연속성이 잘 포착되고 있으나 유동

의 변화가 심한 영역에서 작은 진동이 나타남을 관찰 할 수 있다. 이러한 진동은 고차의 정도를 얻기 위한 구배 계산과정에서 도입한 제한자에 영향을 받는다. 속도 분포는 경계면 주위에서 법선 속도의 연속과 경계층 형성에 의한 접선속도의 급격한 변화를 보여준다. 이는 Fig. 6의 속도 벡터 분포에서도 관찰 할 수 있다. 수평방향의 경계면이 내려가는 중앙에서는 수직방향 속도 변화가 부드러우나 아래쪽 유체가 올라가면서 경계층을 형성하는 옆쪽에서는 수직방향 속도의 급격한 변화가 경계면 주위에서 발생한다.

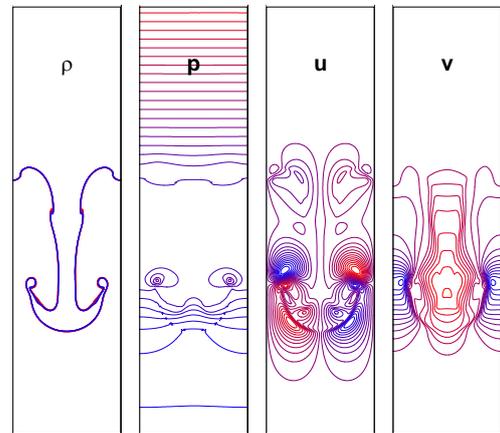


Fig. 5 Contours of density, pressure and velocity components, at $t=0.8$

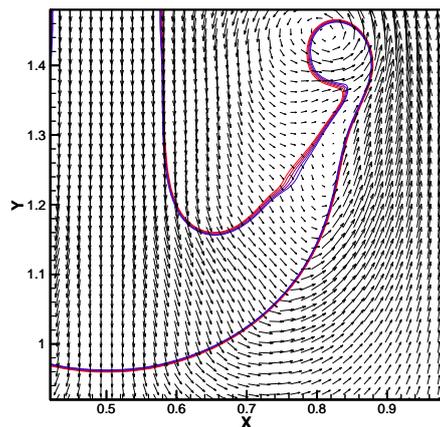


Fig. 6 Velocity vector distribution around an interface

4. 댐 붕괴 유동 모사

물과 공기에 대한 응용 예로서 댐 붕괴 유동을 모사하고 자유표면의 시간 변화를 level set 기법을 이용한 최근 계산 결과(Sheu et al. 2009) 및 실험 결과(Martin and Moyce 1952)와 비교하였다. Fig. 7은 이 문제에 대한 개략도를 보여준다. 초기에 물기둥은 가로 및 세로 길이 h 가 0.05715 이고 계산영역의 길이와 높이는 각각 $5h$ 및 $1.25h$ 이다. 윗면을 제외하고는 점착조건이 적용되었고 윗면에서는 종속변수들이 외삽되었다. 물과 공기의 밀도는 1000과 1.2로 주어졌고 점성계수는 1.0×10^{-3} 및 1.8×10^{-5} 로 주어졌다. 중력 가속도 g 는 9.81이며 의사 압축성 계수 β 는 10^4 로 주어졌다. 초기 조건으로 압력은 물과 공기에 의한 정수력학적 압력 분포가 가정되었으며 속도장의 경우 정지 상태로 주어졌다.

유동영역 내부에 400×100 개의 절점들이 균일하게 분포되었으며 유동 영역 바깥 절점에서의 종속변수들을 다음과 같이 조절하여 경계조건이 만족되도록 하였다. 밀도는 경계에 수직하게 외삽하였으며 압력의 경우에는 외삽된 압력에 중력에 의한 정수력학적 보정을 아랫면과 윗면에서 추가하였다. 속도의 경우 경계면에 수직 방향으로의 선형적 변화에 의해 경계에서 점착조건이 만족되도록 결정하였다.

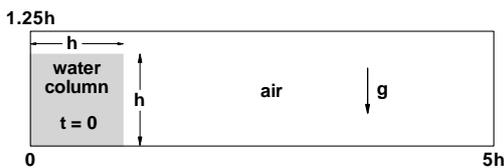


Fig. 7 Schematic drawing for the broken dam problem

Fig. 8은 $\sqrt{h/g}$ 로 무차원화된 시간 $t=0.6, 1.2, 1.8, 2.4$ 및 3.0 에서 계산된 밀도 contour들을 보여준다. 결과가 발표되지 않은 $t=1.2$ 를 제외한 시간들에서는 Sheu et al.(2009)의 결과를 점선으로 나타내었다. $t=1.8$ 이후의 surge front 주위에서 두 계산 결과들에서 약간의 차이가 발생하

나 그 외의 영역에서는 좋은 일치도를 보임을 관찰할 수 있다. 본 계산 결과의 경우 그러한 영역들, 특히 $t=3.0$ 에서 벽에 부딪힌 후 올라간 영역에서 밀도 분포가 다소 넓어진다. 이러한 영역은 바닥의 경계층 및 자유표면 주위에서의 급격한 속도 변화 등으로 인해 수치인자들에 따른 계산결과와의 의존도가 발생하는 영역이다.

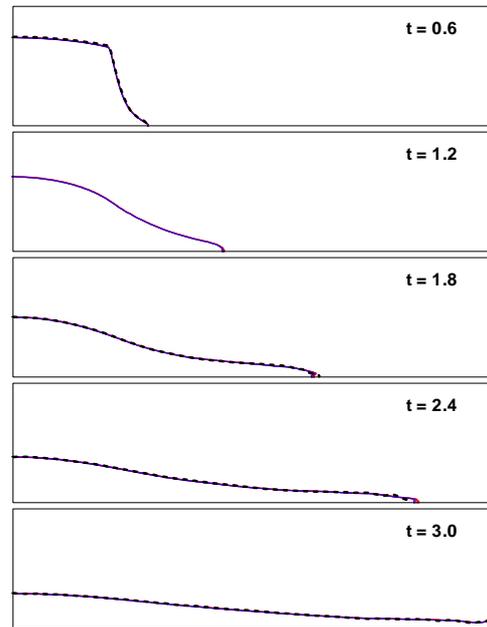


Fig. 8 Time evolution of free surface of the broken dam problem (solid: present, dashed: Sheu et al. 2009)

Fig. 9와 10은 무차원화된 시간에 따라 h 로 무차원화된 물기둥 높이와 surge front의 변화에 대한 본 계산 결과(실선)를 Sheu et al.(2009)의 계산 결과(점선)와 Martin and Moyce(1952)의 실험 결과(기호)들과 비교하였다. 물기둥의 높이 변화는 세 가지 결과가 거의 유사하게 나타나지만 surge front에는 다소 차이가 발생하며 계산 결과들이 실험결과에 비해 빠른 전파를 예측하고 있다.

Fig. 11은 $t=0.6$ 에서의 물과 공기 영역에서의 압력분포를 보여준다. 초기조건으로 주어진 정수력학적 분포로부터 자유표면을 따라 일정한 압력이 분포되는 결과가 곧 얻어진다. 압력 contour

범위는 자유표면에서의 압력보다 낮은 값들도 표시하게 하고 있지만 공기의 압력장은 surge front 부근에서 발생하는 작은 압력 교란을 제외하면 물에서의 압력 변화와 비교하여 거의 균일하게 나타남을 관찰할 수 있다.

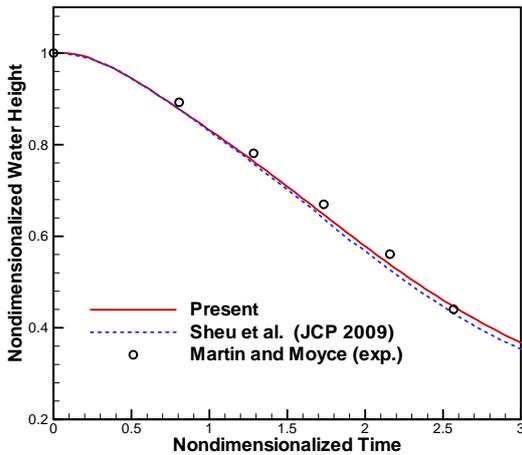


Fig. 9 Comparison of predicted water height of the broken dam problem

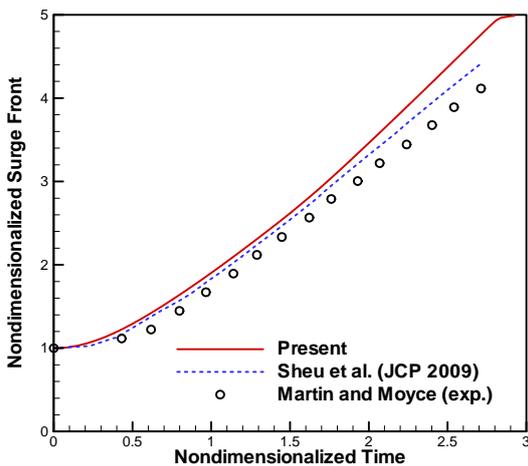


Fig. 10 Comparison of predicted surge front of the broken dam problem

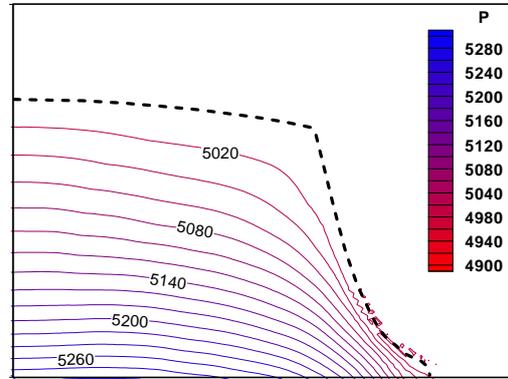


Fig. 11 Pressure distribution of the broken dam problem, at t=0.6

5. 결론

Roe의 flux-difference splitting 기법을 이용하여 비압축성 자유표면 유동을 해석하기 위한 코드가 개발되었다. 개발된 코드는 밀도비 7.2:1의 유체들이나 물-공기 유동과 같이 다양한 밀도비의 비압축성 유동에 적용되었다.

밀도의 불연속적 분포를 허용하는 적분 형태의 보존식을 사용하여 자유표면에서의 추가적인 처리 없이 압력 및 법선속도의 연속이 유지되는 유동장을 얻을 수 있었다.

계산의 전 과정을 통해 자유표면에 대한 정보를 요구하지 않음으로서 떨어져 나온 방울 형성 등과 같은 유체 영역의 위상 변화도 쉽게 처리할 수 있었다.

개발된 코드를 이용한 계산 결과는 Rayleigh-Taylor 불안정성 및 물-공기의 댐 붕괴 문제들에서 다른 결과들과 좋은 일치성을 확인하였다.

개발된 기법은 향후 수면 입수나 sloshing 등의 복잡한 자유표면 유동이나 해수로 유출되는 기름의 거동 모사 등에 적용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- Gao, F., Ingram, D.M., Causon, D.M., Mingham, C.G., 2007, "The Development of a Cartesian

Cut Cell Method for Incompressible Viscous Flows," International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 54(9), pp. 1033-1053.

- Kelececy, F.J. and Pletcher, R.H., 1997, "The Development of a Free Surface Capturing Approach for Multidimensional Free Surface Flows in Closed Containers," Journal of Computational Physics, Vol. 138(2), pp. 939-980.
- Martin, J. and Moyce, W., 1952, "An Experimental Study of the Collapse of Liquid Columns on a Rigid Horizontal Plane," Philosophical Transactions of the Royal Society A, Vol. 244, No. 882, pp. 312-324.
- Park, I.R., Kim, W.J., Kim, J. and Van, S.H., 2005, "A Study on a VOF Method for the Improvement of Free Surface Capturing," Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 42, No. 2, pp. 88-97.
- Popinet, S. and Zaleski S., 1999, "A Front-Tracking Algorithm for Accurate Representation of Surface Tension," International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 30(6), pp. 775-793.
- Qian, L., Causon, D.M., Mingham, C.G. and Ingram, D.M., 2006, "A Free-surface Capturing Method for Two Fluid Flows with Moving Bodies," Proceedings of the Royal Society, Vol. 422, pp. 21-42.
- Roe, P.L., 1981, "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes," Journal of Computational Physics, Vol. 43(2), pp. 357-372.
- Sheu, T.W.H., Yu, C.H. and Chiu, P.H., 2009, "Development of a Dispersively Accurate Conservative Level Set Scheme for Capturing Interface in Two-phase Flows," Journal of Computational Physics, Vol. 228(3), pp. 661-686.
- Shin, S., Bae, S.Y., Kim, I.C. and Kim, Y.J., 2009, "Effects of Flexibility on Propulsive Force Acting on a Heaving Foil," Ocean Engineering, Vol. 36(3-4), pp. 285-294.
- Shin, S. and Kim, H.T., 2006, "Numerical Simulation of a Viscous Flow Field Around a Deforming Foil Using the Hybrid Cartesian/Immersed Boundary Method," Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 43, No. 5, pp. 538-549.
- Shin, S., Kim, C.K. and Bai, K.J., 2004, "Numerical Simulation on an Interaction of a Vortex Street with an Elliptic Leading Edge Using an Unstructured Grid," International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 44(3), pp. 331-346.
- Shin, S. and Kim, D.H., 2004, "Internal Wave Computations Based on a Discontinuity in Dynamic Pressure," Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 41, No. 4, pp. 17-29.
- Yum, D.J. and Yoon, B.S., 2008, "Numerical Simulation of Slamming Phenomena for 2-D Wedges," Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 45, No. 4, pp. 477-486.



< 신 상 목 >



< 김 인 철 >



< 김 용 직 >