

원형노즐 출구 유동장의 수치해석

정의준*† · 오상한* · 손창호*

Numerical Analysis of the Flow Field of Circular Nozzle Exit Region

Wui-Jun Chung*†, Sang-Han Oh*, Chang-Ho Son*

Key Words : CFD(수치해석), Circular-Nozzle(원형노즐), Inflow(내향류), Similarity(상사성), Virtual-Origin(가상원점)

ABSTRACT

The programs of grid generation and flow analysis for the 3-D flow field. were developed. The finer results from numerical analysis could be obtained by using developed programs than those of the experimental data in the flow field of the circular nozzle exit region. Especially A virtual-origin of 3.2 times of nozzle diameter within three percent error inside from nozzle exit plane could be obtained.

1. 서 론

인간생활에 여러 용도로 사용되는 유체에 있어서 그 거동을 정확히 규명한다는 것은 유동구조를 이해한다는 것이며 이는 효율적인 에너지 사용을 유도하여 궁극적으로 인간생활을 풍요롭게 할 것이다.

자유 분사류인 노즐, 특히 원형노즐 유동은 자동차 또는 항공기의 엔진 내 연료분사, 수질향상을 위한 혼화과정, 수압절단, 화학세정, 분무 등 우리 생활에 다양하게 사용되고 있으며 현재 이에 대한 연구 또한 다양하게 진행되고 있다. 원형노즐 분사류의 구조 및 그 특성을 이해하기 위해서는 무엇보다도 분사류의 생성, 전개 및 소멸의 정확한 속도벡터가 필수적이다. 따라서 앞서 발표한 원형노즐 출구 유동장의 측정데이터에 기초한 실험연구⁽¹⁾는 측정 장치의 한계성으로 실험데이터로부터 확인할 수 없는 부분들이 있었는데 본 연구에서는 이러한 부분들을 수치적 방법으로 확인하고 보완하여 원형노즐 출구 유동장 해석의 정확성을 기하는데 목적이 있다.

수치적 방법에 의한 유동장 해석은 현재 다양하게 출시된 범용 상용 프로그램을 사용되고 있으나 특정한 연구에서는 이와 같은 범용 상용 프로그램의 사용이 용이하지 않다. 따라서 본 연구는 전처리 과정인 격자생성 및 유동장 해석 프로그램을 개발하여 유동장 해석에 사용하였다.

본 연구에서는 원형 노즐 출구 전 유동장 및 이에 크게 영

향을 미치는 출구 직후 초기 영역에 대하여 유동 특성을 분석하고자한다. 따라서 신뢰성 확보 차원에서 유동의 6단면(1d, 2d, 4d, 7d, 11d, 15d)에서의 속도를 수치해석으로 계산하여 기존 측정 데이터⁽¹⁾와 비교하고 측정데이터로 확인할 수 없었던 부분인 속도분포곡선의 속도영점을 수치해석 데이터로부터 구하여 미세한 내향류에 영향을 받은 속도분포곡선에 기초한 유동구조를 분석하였다.

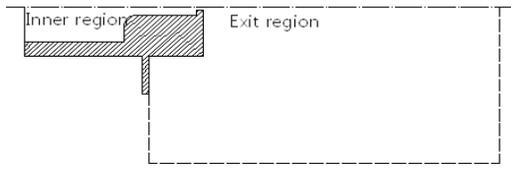
2. 이 론

2.1. 격자생성

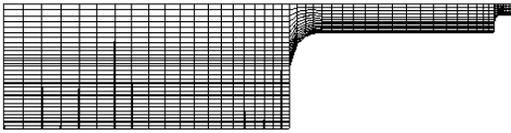
수치해석을 위한 노즐은 본 연구와 같은 조건의 실험적 연구⁽¹⁾의 노즐, 즉 노즐지름 6.25mm인 TSI사의 1125 형상을 사용하였다.

원형노즐의 유동은 축대칭유동이므로 원통좌표계에서 2차원 유동장으로 해석하는 것이 바람직하나 본 연구에서는 앞으로 프로그램 사용의 범용성을 고려하여 3차원 격자계를 개발하여 사용하였다.⁽⁴⁾ 즉 카테시안(Cartesian) 좌표계를 사용하여 사다리꼴 단면을 가진 축대칭 격자를 생성하였으며 이 또한 축 대칭이므로 계산영역은 Fig. 1과 같이 2차원 반 쪽 영역만 택하였다. Fig. 1은 비균일 정렬격자를 나타내며 (a)는 격자수 950개의 노즐 내부영역의 격자이고 (b)는 격자수 3580개의 노즐 출구영역 격자이다. 출구영역에서는 유동방향의 길이를 노즐직경의 80배, 반경방향의 길이를 노즐직경의 50배의 크기로 하였다.

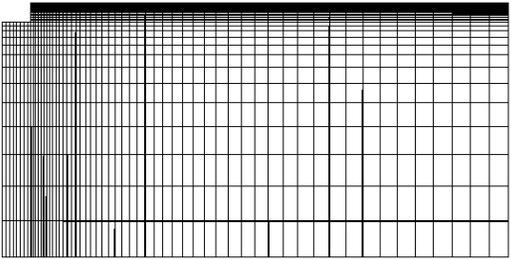
* 울산대학교 기계자동차공학부
교신저자, E-mail : wjchung@mail.ulsan.ac.kr



(a) Entire calculation region of nozzle



(b) Grids in inner region of nozzle



(c) Grids in exit region of nozzle

Fig. 1 Grids around nozzle

2.2. 지배방정식

지배방정식은 기본적으로 카테시안 좌표계(x_1, x_2, x_3)를 전역좌표계(Global coordinate)로 택하여 유도되지만 일반적인 형상조건에서 해석이 가능한 일반 곡선좌표계(η_1, η_2, η_3)를 도입하는 것이 편리하다. 카테시안 좌표계와 곡선좌표계 사이에 편미분 사슬법칙을 적용하면 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{1}{J} \beta_{ij} \frac{\partial}{\partial \eta_j} \quad (1)$$

여기서 J 는 자코비안이고, β_{ij} 는 변환계수이다.

이 관계를 이용하여 변환된 지배방정식은 다음과 같다.

연속방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta_i} (\rho u_i \beta_{ij}) = s^m \quad (2)$$

여기서 s^m 은 생성항이다.

운동량방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta_j} [U_j u_i - \frac{\mu}{J} (\frac{\partial u_i}{\partial \eta_m} \Lambda_{mj} + \beta_{kj} \beta_{im} \frac{\partial u_k}{\partial \eta_m}) + p \beta_{ij}] = s_i^u \quad (3)$$

여기서 $U_j = \rho u_m \beta_{mj}$ 이고, $\Lambda_{mj} = \beta_{km} \beta_{kj}$ 이고, s_i^u 는 생성항이다.

$k-\epsilon$ 방정식

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta_j} (\rho u_j k \beta_{ij}) - \frac{1}{Pr_k} \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta_j} \left(\frac{\mu_t}{J} \beta_{ij} \beta_{im} \frac{\partial k}{\partial \eta_m} \right) = G - \rho \epsilon \quad (4)$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta_j} (\rho u_j \epsilon \beta_{ij}) - \frac{1}{Pr_\epsilon} \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta_j} \left(\frac{\mu_t}{J} \beta_{ij} \beta_{im} \frac{\partial \epsilon}{\partial \eta_m} \right) = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} G - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (5)$$

여기서 $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$ 이고 $G = \frac{1}{2} \frac{\mu_t}{J^2} \left(\beta_{jm} \frac{\partial u_i}{\partial \eta_m} + \beta_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial \eta_k} \right)^2$ 이다.

또한 여기에 사용된 상수는 다음과 같다.

$$C_\mu = 0.09, C_{\epsilon 1} = 1.44, C_{\epsilon 2} = 1.92, Pr_k = 1.0, Pr_\epsilon = 1.3$$

2.3. 수치해석기법

본 연구에서 원형 노즐 출구 유동장 해석을 위한 수치해석 기법은 지배방정식을 검사체적에 적용하여 이산화된 방정식을 유도하였고 유동의 속도와 압력 등을 SIMPLE 알고리즘(2.3.4.5)을 이용하여 구하였다. 수치 계산시 각 변수의 수렴 조건으로 초기 잔류값이 10^{-3} 이르면 수렴하는 것으로 판단하였으며 반복 계산시 해의 수렴성을 향상시키기 위해 모든 종속변수에 대하여 확산항과 대류항을 구할 때 멱승도식(6)을 이용하였다.

2.4. 경계조건

유동장을 해석하기 위해서는 전 계산영역을 구성하고 있는 노즐 내부 영역과 노즐 출구 영역 각각의 경계면에 경계 조건이 주어져야 한다. 본 연구에서는 각각의 영역에 입구, 출구, 대칭, 벽경계면이 있다. 먼저 노즐 내부 입구경계면에서 속도는 실험조건과 동일하게 하기 위하여 입구 전 영역에 0.186 m/s로 균일하게 하였다 또한 입구에서 난류운동에너지 k_{in} 와 소산율 ϵ_{in} 은 다음의 식들을 이용하였다.

$$k_{in} = (0.01 u_{in})^2, \epsilon_{in} = 0.1643 k_{in}^{1.5} / 0.1d \quad (6)$$

여기서 d 는 노즐직경이다. 내부 노즐 영역 출구경계면에서 유동은 유출만 있고 유입은 없다는 조건을 사용하였다. 한편 내부 계산영역에서는 유입 및 유출 총 질량유량은 동일하다는 조건을 사용하였다.

외부 노즐 영역인 경우 내부 노즐 영역 출구경계면과 접한 부분의 경계조건은 내부 노즐 영역 출구경계면에서 유출되는 유동 조건을 유입 유동 조건으로 사용하였으며 외부 노즐 영역의 오른쪽 출구 경계면에서는 유동의 유출만 있고 유입은 없다는 조건을 사용하였다. 그리고 벽면 및 대칭 경계면을 제외한 경계에서 조건은 반복계산 수행시 속도분포에 따

라 경계조건이 변하는 자유 경계조건으로 하였다.

대칭경계면에서는 대칭경계에 수직한 속도는 0으로 주고 수직방향의 속도변화량도 0으로 주었다. 벽경계면에서는 점착조건을 사용하였고 벽면근처에서는 표준 $k-\epsilon$ 방정식의 벽 함수⁽⁴⁾를 사용하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1. 측정 데이터와 비교

Fig. 2와 Fig. 3에서 가로축인 R 는 노즐(d : 노즐직경)의 반경방향을 나타내고 세로축은 유동방향의 속도분포를 측정 단면의 중심 최대속도(V_{zc})로 무차원하여 6단면($1d, 2d, 4d, 7d, 11d, 15d$)으로 나타내었다. 그림에서 까만 점들은 측정 속도들의 무차원 값으로 Fig. 2와 Fig. 3의 같은 축 방향 길이에서는 같은 측정 데이터들이다. 그리고 Fig. 2에서 실선은 측정 데이터들의 최소자승법으로 가우시안(Gaussian) 분포 형태의 종(bell)형 곡선을 구한 것이다.⁽¹⁾ Fig. 3의 실선은 본 연구의 수치해석으로 얻은 결과이다.

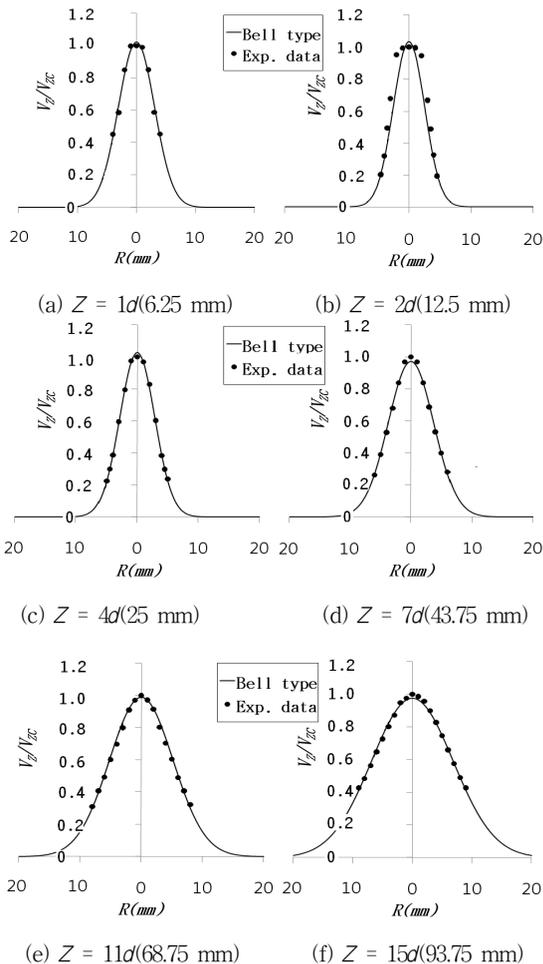


Fig. 2 Comparison of axial velocities

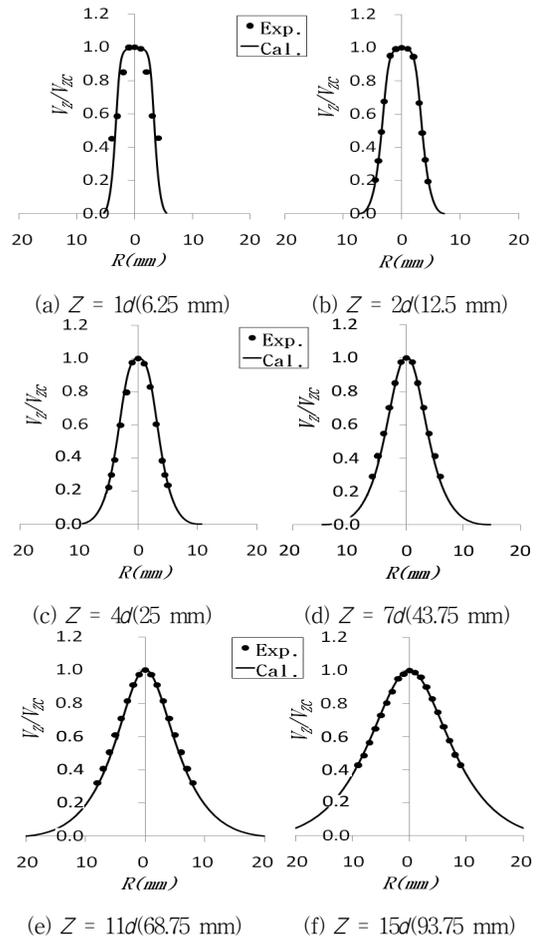


Fig. 3 Comparison of axial velocities

Fig. 2는 최고속도를 나타내는 중심 부근에서 측정 데이터와 최소자승곡선인 실선과 약간의 불일치를 나타내고 있는데 $4d$ 이상일 경우 그 정도는 미미하나 $1d \sim 2d$ 에서는 그 정도가 약간 크게 나타나고 있다. 이것은 측정 데이터에 의한 최소자승곡선이 이 곡선을 구하는데 사용된 데이터를 제대로 표현해 주지 못하고 있음을 의미한다. 그 이유는 원형노즐 출구 초기영역의 Tophat형과 같은 특이한 속도분포곡선을 가우시안(Gaussian)분포 형태의 종(bell)형 곡선으로 나타내는것은 적절하지 않다고 여겨진다. 따라서 본 연구로부터 얻어지는 수치해석의 결과에 의한 속도분포곡선은 정규분포곡선에 근사한 형태인 $4d$ 이상에서 뿐 만 아니라 초기영역 $1d \sim 2d$ 의 Tophat형과도 비교적 잘 일치하는 범용 형태의 속도분포곡선이 필요하며 이와 같은 형태의 수치해석 속도분포곡선은 실험에서 정확히 확인할 수 없었던 영점들을 포함으로서 좀 더 좋은 결과들을 기대할 수 있을 것이다.

Fig. 3은 전 영역에서 수치해석의 속도분포곡선이 측정 데이터와 근접하는 정도가 Fig. 2 보다 더 좋은 결과를 보여주고 있고 이는 수치해석의 결과에 의한 속도분포곡선이 실험값의 최소자승법으로 구한 속도분포곡선보다 실험데이터를 더 잘 표현하고 있다는 것을 의미한다. Fig. 4는 Fig. 2,

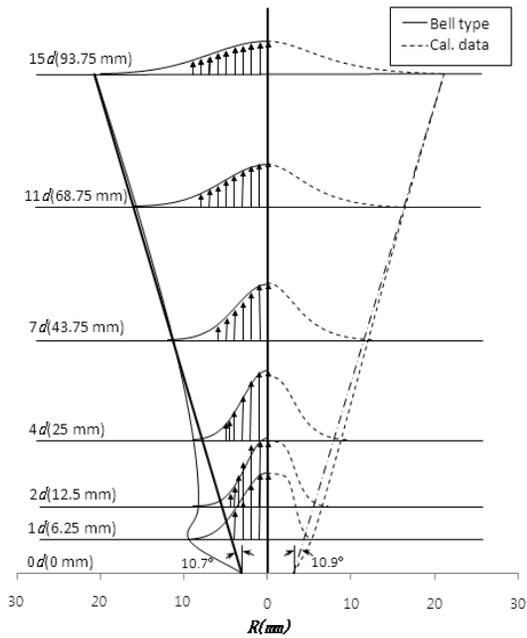


Fig. 4 Axial velocities at each Z planes

Fig. 3의 각 단면의 속도분포를 한 단면에 나타낸 것이다. 그림에서 세로축을 기준으로 왼쪽은 실험데이터인 Fig. 2의 왼쪽부분이고 그림에서 오른쪽은 수치해석 결과인 Fig. 3의 오른쪽 부분이다. 이렇게 나타냄으로서 전 유동장을 쉽게 이해할 수 있을 것이다. 그림에서 각 단면의 속도분포의 속도가 0이 되는 위치는 실험데이터일 경우 정규분포곡선의 1σ (σ : 표준편차)이며 수치해석의 경우는 각 단면의 무차원 중심속도의 0.01이 되는 곳으로 정하였다. 각 단면의 무차원 속도분포는 Fig. 5, Fig. 6의 무차원 속도분포를 노즐출구 속도 V_0 에 대한 비로 재편집한 것이다. 여기서 속도가 0이 되는 위치를 연결하면 유동의 분사각이 되며 노즐출구 벽면과 15d의 영점을 연결했을 경우 본 연구의 조건에서 분사각은 실험에서 약 10.7° , 수치해석에서는 약 10.9° 가 되어 큰 차이점이 없어 보인다. 내향류를 나타내는 분사각의 변화는 1d에서 최대값으로 급격히 증가하였다가 줄어드는 형상을 보이고 있다. 이러한 현상은 수치해석 보다 측정일 경우 현저히 크게 나타나고 있는데 이것은 측정의 속도분포가 Tophat 형인데도 불구하고 정규분포 곡선으로 가정함으로써 속도 영점을 과도하게 부풀린 것이 원인이 되었다. 수치해석의 경우는 실험값과 분포곡선이 잘 일치하므로 이러한 오류를 상당히 배제할 수 있었으며 1d~11d까지 미세하게 나타나는 내향류의 경향이 1d~7d까지 급격히 나타났다가 소멸되는 측정값의 내향류 보다 더 합리적으로 보여진다. 그 이유는 측정 데이터에 의한 곡선을 정규분포곡선으로 가정하여 구한 영점속도의 위치가 많이 부풀려졌고 이 때문에 내향류가 크게 보이고 있으나 실제 내향류는 크지 않기 때문이다. 여기서 포텐셜 코어는 출구속도의 99%를 기준으로 할 때 약 2d에

이른다.

3.2. 속도분포의 상사성

반경방향의 무차원 속도분포는 식(8)로 정의되는 무차원 변수로 표현되는 각 반경위치에서의 속도를, 식(7)과 같이 그 단면의 중심속도(V_{ZC})로 무차원화한 값으로, 자유분사류의 상사성은 각 단면의 무차원 속도분포의 중첩 정도로 판단한다.

$$\frac{V_z}{V_{ZC}} = f(\eta) \tag{7}$$

$$\eta = \frac{r - k(Z)}{Z} \tag{8}$$

$$k(Z) = \frac{1}{2}R(Z) \tag{9}$$

여기서 무차원 상사변수 η 는 반경위치(r) 및 $k(Z)$ 에 의해 표현되어 식(8)과 같고, $k(Z)$ 는 각 단면에서 식(9)와 같이 반경방향으로 축방향 속도가 0($V_z = 0m/s$)이 되는 위치(B_{bou})의 반이 되는 위치의 속도를 나타내는 경계반쪽(B_{bou})⁽⁶⁾ 혹은 축방향 중심속도의 반이 되는 반경방향의 위치에서의 속도

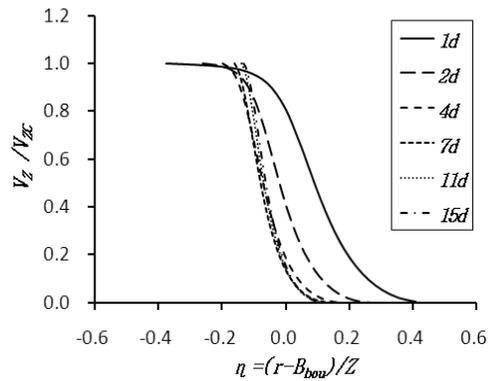


Fig. 5 Similarity of axial velocity profiles with the half-width of boundary

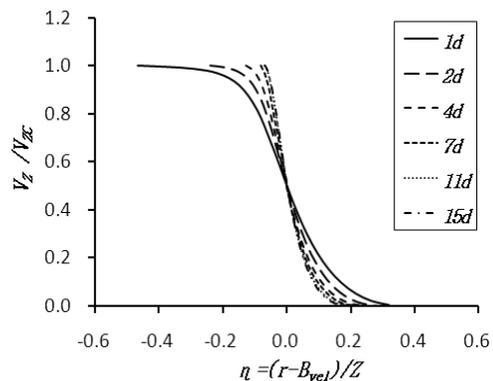


Fig. 6 Similarity of axial velocity profiles with the half-width of velocity

로 정의되는 속도반폭(B_{vel})⁽⁶⁾으로 나타내었다. 따라서 $R(Z)$ 는 경계반폭 및 속도반폭의 함수이다.

Fig. 5, Fig. 6은 경계반폭 및 속도반폭에 의한 무차원 속도분포의 중첩성을 보여주고 있다. 경계반폭의 Fig. 5에서는 무차원 곡선의 유형은 비슷하나 초기영역(1d~2d)에서 기울기는 조금씩 다르고 또한 4d 이상의 영역과는 중첩되지 않아 전 영역에서 동일한 상사성은 없으나 4d 이상의 영역부터는 중첩성이 향상되는 현상을 보이고 있어 속도분포가 가우시안의 종형분포에 가까울수록 상사성이 향상됨을 알 수 있다. 한편 속도반폭의 Fig. 6는 무차원 상사변수 η 의 영점을 중점으로 무차원곡선 기울기가 다소 다르나 대체로 서로 일치하고 있으며 4d 이상의 영역부터는 Fig. 5와 같이 중첩성이 좋아짐을 알 수 있다. 따라서 초기 영역(1d~2d)을 제외한 영역에서는 속도반폭과 경계반폭의 중첩 상사성이 비슷하게 나타나고 있으며 이러한 경향은, 경계반폭의 상사성이 좀 더 좋게 나타나는 극 초기영역(1d 이하)을 제외할 경우, 실험 연구⁽¹⁾에서도 관찰되고 있다. 하지만 본 연구에서 전 영역으로 확대하여 살펴보면 중첩의 상사성은 속도반폭이 경계반폭보다 우수하다 할 수 있겠으며 이는 좀 더 신뢰성이 있는 수치해석 속도분포곡선으로부터 얻어진 결과이기 때문이다.

3.3 가상원점

가상원점은 유동의 가상적인 시작점이며 분사류의 경계반폭, 속도반폭의 방법이나 혹은 운동학적 관점에 기초를 둔 중심선 속도감쇄⁽⁷⁾에 의해 구한다. 그러나 이러한 가상원점을 구하는데 기초가 되는 속도분포가 앞서 속도분포의 상사성에서 보듯이 초기영역(1d~4d)에서는 좋지 않는 형태를 보이고 있으므로 정확성에 문제점을 수반한다. 따라서 초기영역을 제외한 영역(5d 이상)의 자료와 몇 가지 방법으로 가상원점의 경향과 범위를 정성적 및 정량적으로 유추해 보고자 한다. 식(10), 식(11)은 경계반폭, 속도반폭 및 중심감쇄속도의 데이터들을 이용하여 가상원점을 유추해 볼 수 있는 식들이다.

Fig. 7은 수치해석으로부터 얻은 경계반폭, 속도반폭 및

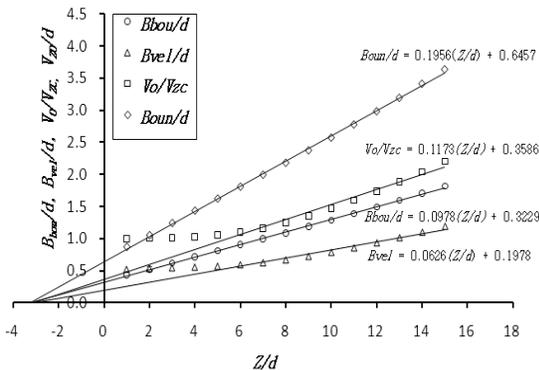


Fig. 7 Virtual origin by calculated data

Table 2 Comparison of virtual origin

Parameter	Present data	김동식, 한용운 ⁽⁸⁾
B_{bou}	-3.3d	-3.0d
B_{vel}	-3.1d	-6.6d
V_o / V_{zc}	-3.3d	-3.45d
B_{oun}/d	-3.2d	
B_{vol}		-3.1d

중심속도감쇄의 데이터들을 유동방향을 Z 라 할때 Z/d 에 따라 1차식으로 나타낸 결과이며 여기서 1차식은 속도반폭 및 속도감쇄의 경우 앞서 지적한 초기

$$B_{vel}/d, B_{bou}/d = f(Z/d) \tag{10}$$

$$\frac{V_o}{V_{zc}} = f(Z/d) \tag{11}$$

영역(1d~4d)에서 Tophat형 속도분포곡선의 이유 때문에 이 영역의 데이터를 제외한 데이터(5d~15d)를 사용하였으며 경계반폭에서는 전 영역의 데이터를 사용하였다. 또한 Fig. 4의 수치해석에 의한 속도분포의 영점속도 위치도 함께 제시하였다. 이들 그래프로부터 가상원점들을 정리하면 Table 2와 같다. 이 표를 보면 가상원점은 영점속도를 기준으로 할 경우 약 -3.2d이며 경계반폭 및 중심속도 감쇄비인 경우 약 -3.3d이고 속도반폭인 경우 -3.1d이다. 여기서 속도반폭 및 중심속도 감쇄비에 의한 가상원점이 가장 큰 오차를 나타내지만 모두 -3.2d 부근에 가상원점을 형성하고 있다. 따라서 가상원점은 내향류가 존재하지만 이에 영향을 배제한 경계속도 영점을 기준으로 경계반폭 및 중심속도 감쇄비에 의한 점을 최대점으로, 속도반폭에 의한 점을 하한점으로 추정하면 타당하리라 여겨지며 수치적으로 속도영점을 기준으로 상, 하한 오차값이 0.1d이므로 속도영점 3.2d를 기준으로 하면 가상원점은 3%내에 존재하리라 여겨진다. 한편 본 연구에서 사용한 노즐과 유사한 형상인 내부곡면을 갖는 수축형 축대칭 원형노즐에서 자유분사류의 실험데이터에 의한 가상원점⁽⁸⁾을 본 연구 결과와 비교하기 위하여 Table 2에 제시하였다. 김동식, 한용운⁽⁸⁾의 결론에 의하면 B_{vel} 의 -6.6d는 타당성이 없으므로 이를 제외한 가상원점을 -3.0d로 제시하였는데 이는 본 연구와 거의 유사한 결과를 보여주고 있다.

4. 결론

원형 축소 노즐의 출구 유동장을 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 자체 개발한 격자생성 및 해석프로그램의 정확성을 확인할 수 있었다.

- 2) 전 영역에서 속도분포의 상사성은 속도반폭이 경계반폭 보다 우수하다.
- 3) 내향류의 존재는 확인되었으나 가상원점에 큰 영향을 미치지 않는다.
- 4) 가상원점은 속도영점기준으로 3% 내에 존재한다.

후 기

본 연구는 2003년도 울산대학교 학술조성비(대학연구비 일반과제)에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) 정의준, 오상한, 2009, “단일 경사열선을 이용한 원형노즐의 유동해석,” 유체기계저널, 제12권, 제2호, pp. 17~23.
- (2) Kobayashi, M. H. and Pereira, J. C. F., 1991, “Calculation of Incompressible Laminar Flows on a Nonstaggered, Nonorthogonal Grid,” Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 19, pp. 243~262.
- (3) 노수혁, 1994, “SIMPLE 알고리즘을 이용한 축류터보기계 3차원 난류 유동해석,” 연세대학교 기계공학과 석사학위논문.
- (4) 김찬중, 1998, “길잡이 전산유체역학,” 문운당.
- (5) Patankar, S. V., 1979, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow,” Hemisphere.
- (6) Kim, D. S. and Han, Y. O., 1992, “The Study over the Flow Characteristic of an Axisymmetric Free Jet in the Intial Region,” KSAS J., Vol. 20, No. 1, pp. 95~104.
- (7) Wagnanski, I. and Fiedler, H., 1969, “Some Measurements in the Self Preserving Jet,” J. of Fluid Mech., Vol. 38, part3, pp. 577~612.
- (8) 김동식, 한용운, 1992, “축대칭 자유분사류의 초기유동 특성에 관한 연구,” 한국항공우주학회지, 제20권, 제1호, pp. 95~108.