

가위바위보를 이용한 승부결정과 모의실험

조대현¹

¹인제대학교 데이터정보학과

(2010년 9월 접수, 2010년 9월 채택)

요약

각각 N 명으로 구성된 두 팀이 경기를 하기 전에 공격과 수비를 정해야하는 경우가 발생한다. 경우의 수를 통하여 각 팀이 $N = 1$, $N = 2$ 그리고 $N = 3$ 인 경기의 경우 모든 사람들이 참가하여 가위바위보를 통하여 승부가 결정될 때까지의 평균 게임수를 계산하였다. 실제로 모의실험을 통하여 평균 게임수를 구하여 이를 비교하였다.

주요어: 가위바위보게임, 경우의 수, 평균 시행횟수, 모의실험.

1. 서론

우리들은 어려서부터 가위바위보라는 게임을 통하여 여러 가지 재미있는 경기를 만들곤 했다. 가위바위보란 여러 사람이 기본적으로 ‘가위, 바위, 보’를 외치며 동시에 각기 특정한 손 모양을 내어 상성 관계에 따라 승부를 결정짓는 게임이다. 가위바위보 게임은 17세기에 중국에서 일본에 전해진 놀이를 기본으로 19 세기말에 일본에서 발명되었다고 전해지고 있다. 서양에는 20세기에 가서야 전해졌다. 영어로는 “rock, paper, scissors”, “scissors, paper, stone” 등으로 말하는데, 이것은 일본에서 “보” 대신에 “종이”를 썼던 것이 서양에 전해졌기 때문이다. 보(보자기)는 일본에서는 종이였지만 한국에 전해졌을 때에 보(보자기)로 바뀌었다.

가위바위보에서 가위는 바위에 지며, 바위는 보에게 지고, 보는 가위에게 진다. 가위는 바위를 자를 수 없으며, 보(보자기)는 바위를 찢을 수 있고, 가위는 보를 자를 수 있다는 설명이 널리 퍼져 있다. 둘이서 할 때에는 둘이 같은 손 모양을 내면 비기는 것으로 한다.

우리들은 일상적인 종목의 놀이나 경기에서 어느 쪽이나 팀이 먼저 공격을 할 것인지를 결정하고자할 때 동전던지기나 가위바위보를 사용하기도 한다. 동전던지기인 경우 동전의 앞과 뒤를 각 팀에게 정하고 나서 동전을 던진 후 결과에 따라 먼저 공격하는 팀이 결정된다. 동호인들의 경기 중에는 복식 경기가 많이 행해지고 있으며 공격을 어느 팀이 먼저 할 것인가를 결정하기 위해 각 팀의 주장적인 사람이 1명씩 나와서 가위바위보를 통하여 공격 팀을 결정하곤 한다. 그러나 선제공격이 유리한 경우 대표가 아닌 사람은 자신의 팀이 가위바위보에서 진 것이 자신이 참여하지 않음으로 인해 서운할 수도 있으며 참여하여 진사람 역시 패한 것에 대한 부담을 가질 수 있다. 이러한 심리적인 부담은 경기에 영향을 끼칠 수 있다. 그러므로 이러한 심리적인 요소를 제거하기 위해 더러 동호인의 복식경기에서는 4명 모두가 동시에 가위바위보를 하여 승부를 결정하곤 한다. 그러나 이 경우 대표 1명씩 하는 경우에 비해 승부가 날 때까지의 평균 게임수가 너무 많다면 대표 1명씩을 뽑아 승부를 결정하는 것이 바람직할 것이다.

¹(621-749) 경남 김해시 어방동 607, 인제대학교 데이터정보학과, 통계정보연구소, 교수.

E-mail: statcho@inje.ac.kr

표 2.1. $N = 1$ 인 게임인 경우의 표본공간

경우의 수	(A B)	결과
1	(1 1)	비김
2	(1 2)	결정
3	(1 3)	결정
4	(2 1)	결정
5	(2 2)	비김
6	(2 3)	결정
7	(3 1)	결정
8	(3 2)	결정
9	(3 3)	비김

다양한 참가 인원 에 따른 게임에 대한 파산 확률이나 파산할 때까지의 총 게임 수에 대하여는 많은 연구가 있다 (Chang, 1995; Cho, 1996; Sandell, 1989). 이러한 연구들은 주로 경우의 수와 조건부확률의 성질 등, 확률이론 (Ross, 2006; Chung, 1968)에 의해 연구된 결과들이다.

본 연구에서는 각 팀이 N 명으로 구성된 두 팀이 경기를 하기 전에 공격과 수비를 정해야하는 경우 가위바위보를 통하여 승부가 날 때까지의 평균 게임수를 구하고자 한다. 경우의 수를 통하여 각 팀이 $N = 1$, $N = 2$ 그리고 $N = 3$ 인 경기의 경우 공격이 결정될 때까지 평균 게임의 수를 계산하였다 (신양우, 2004; 전중우 등, 1987). $N \geq 4$ 인 경우로 확장이 가능하지만 현실적으로 한 팀이 3명씩인 경우까지 가능하므로 $N = 3$ 인 경우까지 구하였다. 이를 실제로 모의실험을 통하여 평균 게임수를 구하여 이를 비교하였다. 모의실험결과 반복수가 많아지면 모의실험결과로 얻어진 평균 게임수와 계산된 평균 게임수가 거의 같아 계산된 결과가 유용함을 보여주었다.

2. 가위바위보 게임

2.1. $N = 1$ 인 게임인 경우

A와 B 두 명이 어느 한 쪽이 이길 때 까지 가위바위보를 하는 경우를 고려하자. 편의를 위해 가위를 1, 바위를 2, 보를 3이라 하자. 두 명이 하는 가위바위보 게임에 대한 표본공간과 게임의 결과는 표 2.1과 같다. 그러므로 한 번의 시행에서 비김 확률은 $1/3$ 이며 승부가 결정될 확률은 $2/3$ 임을 알 수 있다. 승부가 결정될 때까지의 게임 수를 확률변수 X_1 이라고 하자. 그러면 X_1 은 기하분포를 따름을 알 수 있다. 즉, $P(X_1 = x_1) = (2/3)^{x_1-1}(1/3)$, $x_1 = 1, 2, \dots$ 그러므로 승부가 결정 날 때까지의 게임 수에 대한 평균은 $E(X_1) = 1.5$ 이다 (신양우, 2004; 전중우 등, 1987; Ross, 2006). 즉, 1회 혹은 2회에 승부가 결정지어짐을 알 수 있다.

2.2. $N = 2$ 인 게임인 경우

각 팀이 2명씩 4명이 동시에 가위바위보를 하는 경우, 두 팀 중 이긴 사람의 수가 많은 경우 그 팀이 이기고 각 팀 1명씩 2명의 승자가 나올 경우 승자인 2명이 다시 가위바위보를 하여 최종 승부를 가린다. 이 경우 최종 승부가 일어날 때까지의 게임 수를 고려해보자. 먼저 최종 승부가 일어날 때까지의 게임 수를 확률변수 X_2 라고 하자. 다음으로 확률변수 Y 를 다음 표 2.2와 같이 정의하자.

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{처음의 시행에서 승부가 나는 경우,} \\ 1, & \text{처음의 시행에서 각 팀 1명씩 이긴 자가 나오면서 비기는 경우,} \\ 2, & \text{처음의 시행에서 4명이 비기는 경우.} \end{cases}$$

표 2.2. $N = 2$ 인 게임인 경우의 표본공간

경우의 수	$(A_1, A_2 B_1, B_2)$	결과	Y
1	(1, 1 1, 1)	비김	2
2	(1, 1 1, 2)	결정	0
3	(1, 1 1, 3)	결정	0
4	(1, 1 2, 1)	결정	0
5	(1, 1 2, 2)	결정	0
6	(1, 1 2, 3)	비김	2
7	(1, 1 3, 1)	결정	0
8	(1, 1 3, 2)	비김	2
9	(1, 1 3, 3)	결정	0
10	(1, 2 1, 1)	결정	0
11	(1, 2 1, 2)	비김	1
12	(1, 2 1, 3)	비김	2
13	(1, 2 2, 1)	비김	1
14	(1, 2 2, 2)	결정	0
⋮	⋮	⋮	⋮
79	(3, 3 3, 1)	결정	0
80	(3, 3 3, 2)	결정	0
81	(3, 3 3, 3)	비김	2

A_1 과 A_2 가 한 팀이며 B_1 과 B_2 가 또 다른 한 팀인 경우 가위바위보에 대한 표본공간과 Y 의 값은 다음과 같다. 표본공간에서 원소의 수는 81가지이다. 비기는 경우는 다음의 두 가지이다.

1) 각 팀이 1명씩 2명이 비기는 경우

다음의 경우에 각 팀에 1명씩 승자가 나온다. 즉, 각 팀에서 모두 2가지의 동일한 모양을 하나씩 내는 경우 각 팀에 1명씩 승자가 나오면서 비기게 된다.

$$12 \ 12 \quad 13 \ 13 \quad 23 \ 23$$

그러므로 경우의 수는 $2! \times 2! \times 3 = 12$ 가지가 된다.

2) 4명이 비기는 경우

다음의 경우에 4명이 모두 비긴다. 즉, 4명 모두가 동일한 모양을 내거나 적어도 가위, 바위, 보가 1번씩 나오는 경우 모두 비기게 된다.

$$\begin{matrix} 11 \ 11 & 22 \ 22 & 33 \ 33 \\ 11 \ 23 & 12 \ 23 & 12 \ 33 \end{matrix}$$

그러므로 경우의 수는 $4!/2! \times 3 + 3 = 39$ 임을 알 수 있다. 즉, 확률변수 Y 의 확률분포는 아래와 같음을 알 수 있다.

y	0	1	2	합
$P(Y = y)$	$\frac{30}{81}$	$\frac{12}{81}$	$\frac{39}{81}$	1

그리고 Y 의 값에 따른 X_2 의 조건부 기대값은 다음과 같이 얻어진다.

$$E(X_2 | Y = 0) = 1$$

$$\begin{aligned} E(X_2|Y=1) &= 1 + E(X_1) = 2.5 \\ E(X_2|Y=2) &= 1 + E(X_2) \end{aligned} \quad (2.1)$$

그러므로 승부가 끝날 때까지의 게임 수 X_2 의 평균인 $E(X_2)$ 는 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} E(X_2) &= \sum_{y=0}^2 E(X_2|Y=y)P(Y=y) \\ &= 1 \times \frac{30}{81} + 2.5 \times \frac{12}{81} + (1 + E(X_2)) \times \frac{39}{81}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

식 (2.2)로부터 $N = 2$ 인 가위바위보에서 승부가 결정될 때까지의 평균 게임수는 $E(X_2) = 99/42 \approx 2.36$ 이다.

2.3. $N = 3$ 인 게임인 경우

각 팀이 3명씩 6명이 동시에 가위바위보를 하는 경우 두 팀 중 이긴 사람의 수가 많은 경우 그 팀이 이기고 각 팀이 동일한 수의 승자가 2명 나올 경우 승자인 2명이 다시 가위바위보를 하여 최종 승부를 가린다. 각 팀이 동일한 수의 승자가 4명 나올 경우는 $N = 2$ 의 경우에서와 동일한 방법으로 승부를 가릴 경우 최종 승부가 일어날 때까지의 게임 수를 고려해보자.

먼저 최종 승부가 일어날 때까지의 게임 수를 확률변수 X_3 라고 하자. 또한 확률변수 Y 를 다음과 같이 정의하자.

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{처음의 시행에서 승부가 나는 경우,} \\ 1, & \text{처음의 시행에서 각 팀 1명씩 이긴 자가 나오면서 비기는 경우,} \\ 2, & \text{처음의 시행에서 각 팀 2명씩 이긴 자가 나오면서 비기는 경우,} \\ 3, & \text{처음의 시행에서 6명이 함께 비기는 경우.} \end{cases}$$

A_1, A_2, A_3 가 한 팀이며 B_1, B_2, B_3 가 또 다른 한 팀인 경우 가위바위보에 대한 표본공간과 Y 의 값은 표 2.3과 같이 된다. 표본공간에서 원소의 수는 $3^6 = 729$ 가지이다. 비기는 경우는 다음의 세 가지이다.

1) 각 팀이 1명씩 2명이 비기는 경우

다음의 경우에 각 팀에 1명씩 승자가 나온다.

$$133 \ 133 \quad 211 \ 211 \quad 322 \ 322$$

그러므로 경우의 수는 $(3!/2!)^2 \times 3 = 27$ 가지가 된다.

2) 4명이 비기는 경우

다음의 경우에 4명이 비긴다.

$$122 \ 122 \quad 233 \ 233 \quad 311 \ 311$$

그러므로 경우의 수는 각 팀이 1명씩 2명이 비기는 경우의 수와 동일한 27가지임을 알 수 있다.

3) 6명이 모두 비기는 경우

모두 같은 모양이 나오거나 1, 2, 3이 적어도 1번 나오는 경우에 해당한다. 즉,

$$111123 \quad 111223 \quad 112233 \quad \dots \quad 111111 \quad 222222 \quad 333333$$

표 2.3. $N = 3$ 인 게임인 경우의 표본공간

경우의 수	$(A_1, A_2, A_3 B_1, B_2, B_3)$	결과	Y
1	(1, 1, 1 1, 1, 1)	비김	3
2	(1, 1, 1 1, 1, 2)	결정	3
3	(1, 1, 1 1, 1, 3)	결정	0
4	(1, 1, 1 1, 2, 1)	결정	0
5	(1, 1, 1 1, 2, 2)	결정	0
⋮	⋮	⋮	⋮
11	(1, 1, 2 1, 1, 2)	비김	0
12	(1, 1, 2 1, 1, 3)	비김	1
13	(1, 1, 2 1, 2, 1)	비김	3
14	(1, 1, 2 1, 2, 2)	결정	1
15	(1, 1, 2 1, 2, 3)	비김	0
16	(1, 1, 2 1, 3, 1)	비김	3
17	(1, 1, 2 1, 3, 2)	비김	3
18	(1, 1, 2 1, 3, 3)	비김	3
19	(1, 1, 3 1, 1, 1)	결정	0
20	(1, 1, 3 1, 1, 2)	비김	3
21	(1, 1, 3 1, 1, 3)	비김	2
22	(1, 1, 3 1, 2, 1)	비김	3
23	(1, 1, 3 1, 2, 2)	비김	3
⋮	⋮	⋮	⋮

그러므로 경우의 수는 $6!/4! \times 3 + 6!/(2!3!) \times 6 + 6!/(2!2!2!) + 3 = 543$ 이 된다.

전체 경우의 수가 729가지이므로 승부가 결정되는 경우의 수는 132가지이다. 즉, 확률변수 Y 의 확률분포는 아래와 같음을 알 수 있다.

y	0	1	2	3	합
$P(Y = y)$	$\frac{132}{729}$	$\frac{27}{729}$	$\frac{27}{729}$	$\frac{543}{729}$	1

그리고 Y 의 값에 따른 X_3 의 조건부 기대값은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 E(X_3|Y = 0) &= 1, \\
 E(X_3|Y = 1) &= 1 + E(X_1) = 1 + 1.5 = 2.5, \\
 E(X_3|Y = 2) &= 1 + E(X_2) = 1 + \frac{99}{42} = \frac{141}{42}, \\
 E(X_3|Y = 3) &= 1 + E(X_3).
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

그러므로 승부가 끝날 때까지의 게임 수 X_3 의 평균인 $E(X_3)$ 는 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned}
 E(X_3) &= \sum_{y=0}^3 E(X_3|Y = y)P(Y = y) \\
 &= 1 \times \frac{132}{729} + \frac{5}{2} \times \frac{27}{729} + \frac{141}{42} \times \frac{27}{729} + (1 + E(X_3)) \times \frac{543}{729}.
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

표 3.1. $N = 1$ 인 게임인 경우의 모의실험결과

n	20	30	50	100	150	200
평균	1.20	1.33	1.56	1.47	1.45	1.48
표준편차	0.41	0.61	1.07	0.98	0.82	0.83

표 3.2. $N = 2$ 인 게임인 경우의 모의실험결과

n	20	30	50	100	150	200
평균	2.30	2.03	2.22	2.49	2.46	2.44
표준편차	1.49	1.19	1.25	1.38	1.37	1.22

표 3.3. $N = 3$ 인 게임인 경우의 모의실험결과

n	20	30	50	100	150	200
평균	5.50	4.37	4.38	4.26	4.41	4.61
표준편차	5.16	4.89	3.85	3.69	3.81	4.28

식 (2.4)로부터 $N = 3$ 인 가위바위보에서 승부가 결정될 때까지의 평균 게임횟수는 $E(X_3) = 34992/7812 = 4.48$ 이다

3. 모의실험결과

3.1. $N = 1$ 인 게임인 경우

각 팀이 1명씩 2명이 하는 가위바위보에 대한 모의실험은 가위바위보를 각각 생성하여 게임이 끝날 때까지의 게임 수를 구한 후 이들에 대한 평균과 표준편차를 구하였다. 임의 수 생성 및 프로그램은 SAS 9.1 환경에서 시행하였다. 시행횟수 $n = 20, 30, 50, 100, 150, 200$ 에 따른 평균 게임수를 구한 결과가 다음 표 3.1과 같다. 표 3.1의 모의실험결과 시행횟수에 따른 게임수의 평균은 $N = 1$ 인 게임인 경우 평균 게임수인 1.5와 가까움을 알 수 있다.

3.2. $N = 2$ 인 게임인 경우

각 팀이 2명씩 4명이 하는 가위바위보에 대하여 시행횟수 $n = 20, 30, 50, 100, 150, 200$ 에 따른 게임수의 평균과 표준편차를 구한 결과가 다음 표 3.2와 같다. 표 3.2의 모의실험결과 시행횟수에 따른 게임수의 평균은 $N = 2$ 인 게임인 경우 평균 게임수인 2.36에 가까움을 알 수 있다.

3.3. $N = 3$ 인 게임인 경우

각 팀이 3명씩 6명이 하는 가위바위보에 대하여 시행횟수 $n = 20, 30, 50, 100, 150, 200$ 에 따른 게임수의 평균과 표준편차를 구한 결과가 다음 표 3.3과 같다. 표 3.3의 모의실험결과 시행횟수에 따른 게임수의 평균은 $N = 3$ 인 게임인 경우 평균 게임수인 4.48에 가까움을 알 수 있다.

4. 결론

모든 경기에서 실력과 함께 심리적인 영향이 경기결과에 적지 않은 영향을 끼칠 수 있다. 각 팀이 2명씩으로 이루어진 복식경기에서 토스나 가위바위보를 통하여 먼저 공격할 팀을 정한다. 누가 먼저 공격하는가 하는 것이 승부의 중요한 변수일 수도 있으며 이 경우 참여하여 패하거나 이기는 경우 각 경우

에 따라 심리적으로 약간의 영향을 받을 수 있다. 이러한 심리적인 부담을 팀원이 함께 나누어 가진다면 실력이외의 요인에 의해 승부가 결정지어지는 바람직하지 않은 효과를 조금은 줄일 수 있을 것이다. $N = 1$ 인 경우 승부가 결정될 때까지의 평균 게임횟수는 1.5회이며 $N = 2$ 인 경우 승부가 결정될 때까지의 평균 게임횟수는 2.36회를 알 수 있다. 결국 복식의 경우 가위바위보를 통하여 먼저 공격할 팀을 결정할 경우 4명 모두가 동시에 가위바위보에 참여하는 것이 한명씩의 대표를 뽑는데 머뭇거리는 시간까지를 고려하면 심리적인 측면과 함께 시간적인 측면에서도 대표인 2명이 하는 것보다 4명 모두가 참여하는 것이 바람직하다고 할 수 있다.

참고문헌

- 신양우 (2004). <기초확률론>, 경문사.
전종우, 김우철 (1987). <확률론입문>, 영지문화사.
Chang, D. K. (1995). A game with four players, *Statistics and Probability Letters*, **23**, 111-115.
Cho, D. (1996). A Game with n players, *Journal of Korean Statistical Society*, **25**, 185-193.
Chung, K. L. (1974). *A Course in Probability Theory*, Academic press, New York.
Ross, S. (2006). *A First Course in Probability*, fourth ed., Prentice Hall, New Jersey.
Sandell, D. (1989). A Game with three players, *Statistical Probability Letters*, **7**, 61-63.

Decision Making through the Game of Scissors-Paper-Stone and Simulation

Daehyeon Cho¹

¹Department of Data Science/Institute of statistical Information, Inje University

(Received September 2010; accepted September 2010)

Abstract

In many sports games, we would use a coin or the game of scissors-paper-stone to decide which side will begin first. We consider the game of scissors-paper-stone when two teams are composed of N respectively. We continue the game of scissors-paper-stone until the winner of the two team is decided. Using sample spaces and enumerating the elements we calculated the mean number of the game when $N = 1$, $N = 2$ and $N = 3$. In case of $N = 1$ and $N = 2$, we simulate the game and find the mean and variance when the repetition number $n = 20, 30, 50, 100, 150, 200$.

Keywords: Number of case, mean number of the game, simulation, game of scissors-paper-stone.

¹Professor, Department of Data Science/Institute of statistical Information, Inje University, Kimhae 621-749, Korea. E-mail: statcho@inje.ac.kr