

비 재생무료교체-수리보증이 종료된 이후의 교체모형

정기문¹

¹경성대학교 정보통계학과

(2010년 8월 접수, 2010년 10월 채택)

요약

본 논문에서는 비 재생무료교체-수리보증이 종료된 이후의 수리가 가능한 시스템에 대한 교체정책을 제안한다. 이를 위해서, 비 재생무료교체-수리보증을 정의하고, 사용자 측면에서 비 재생무료교체-수리보증이 종료된 이후의 보전모형이 고려된다. 최적의 보전정책을 결정하기 위한 기준으로는 사용자 측면의 단위시간당 기대비용이 고려되고, 보증기간이 종료된 이후에 발생하는 시스템의 유지비용은 사용자가 모두 지불하게 된다. 즉, 시스템의 운영기간 동안 사용자가 지불하여야 할 비용들이 주어질 때, 비 재생무료교체-수리보증이 종료된 이후의 최적의 보전주기를 결정한다. 마지막으로 본 논문에서 제안된 보전정책을 설명하기 위해서 수치적 예를 살펴본다.

주요용어: 교체모형, 단위시간당 기대비용, 비 재생무료교체보증, 비 재생무료최소수리보증, 비 재생무료교체-수리보증.

1. 서론

보증기간이 제공되는 시스템에 대한 사용자 측면의 보전정책(maintenance policy)과 관련된 연구는 신뢰성 응용분야에서 많은 연구자들이 관심을 갖는 분야 중의 하나이며, 최근까지 활발하게 연구가 진행되고 있다. Blischke와 Murthy (1994, 1996)는 다양한 형태의 보증정책과 보증비용에 대하여 매우 자세하게 설명하였는데, 보증정책은 일반적으로 보증기간의 재생여부에 따라 재생보증(renewing warranty)과 비 재생보증(non-renewing warranty)으로 구분할 수 있으며, 사용자의 보증비용 부담 여부에 따라서는 무료보증(free warranty)과 비례보증(pro-rata warranty)으로 구분할 수 있다. 그리고 보증기간 동안에 발생된 시스템의 고장에 대하여 교체 또는 수리를 수행하느냐에 따라 교체보증(replacement warranty)과 수리보증(repair warranty)으로 구분할 수 있다.

Sahin과 Polatoglu (1996)는 보증기간에서 시스템에 고장이 발생하면 시스템을 새 것으로 교체 해 주고, 보증기간도 재생되는 재생무료보증(renewing free replacement warranty; RFRW)과 재생비례보증(renewing pro-rata replacement warranty; RPRW), 그리고 시스템을 새 것으로 교체는 해 주지만 보증기간은 재생되지 않는 비 재생무료보증(non-renewing free replacement warranty; NFRW)과 비 재생비례보증(non-renewing pro-rata replacement warranty; NPRW)이 제공되는 수리 가능한 시스템에 대하여 사용자 측면의 교체정책(replacement policy)을 제안하였다. 그리고 Jung과 Park (2003)은 Sahin과 Polatoglu (1996)가 제안한 보증기간이 종료된 이후의 교체정책을 예방보전정책(preventive maintenance policy)으로 확장하였고, Jung (2008)은 비 재생보증이 종료된 이후의 확률적 보전효과

이 논문은 2010학년도 경성대학교 학술연구비지원에 의하여 연구되었음.

¹(608-736) 부산광역시 남구 대연 3동 314-79, 경성대학교 정보통계학과, 부교수. E-mail : kmjung@ks.ac.kr

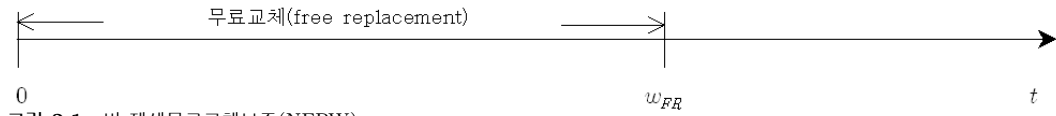


그림 2.1. 비 재생무료교체보증(NFRW)

를 갖는 예방보전정책에 대하여 살펴보았다. 또한, Chien (2008a)은 재생무료교체보증(RFRW)이 주어진 시스템에 대하여 일반적인 기령교체모형을 고려하였으며, Chien (2008b)은 불완전 재생무료교체보증(imperfect RFRW) 하에서의 교체정책을 살펴보았다.

한편, Yeh 등 (2007)은 보증기간에서 시스템에 고장이 발생되면 최소수리(minimal repair)가 수행되고, 보증기간은 재생되지 않는 비 재생무료최소수리보증(non-renewing free minimal repair warranty; NFMW)이 주어진 수리가 가능한 시스템에 대한 교체정책을 제안하였다. 그리고 Jung (2009)은 비 재생무료최소수리보증(NFMW)이 주어진 수리가 가능한 시스템에 대하여 Wu와 Clements-Croome (2005)과 Jung (2006)의 보전모형을 이용한 사용자 측면에서의 예방보전모형을 고려하였다.

그러나 위에서 언급된 선행연구들에서는 교체보증과 수리보증이 각각 독립적으로 가정되어 연구가 진행되었으나, 생산자 측면에서 살펴보면 교체비용이 최소수리 비용에 비하여 매우 크기 때문에 보증기간의 초기 일정부분까지만 새 시스템으로 교체를 해 주고, 그 이후의 잔여 보증기간 동안에는 최소수리를 수행 해 주는 보증정책을 고려할 수 있을 것이다. 즉, 교체보증과 수리보증을 동시에 포함하는 일반적인 보증정책을 정의할 필요가 있다.

따라서 본 논문에서는 교체보증과 수리보증을 모두 포함하는 일반적인 보증정책을 고려하고자 한다. 즉, 비 재생무료교체보증(NFRW)과 비 재생무료수리보증(NFMW)을 포함하는 비 재생무료교체-수리보증(non-renewing free replacement-repair warranty; NFRRW)을 고려하고자 한다. 그리고 이러한 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 주어진 수리가 가능한 시스템에 대하여 보증기간이 종료된 이후의 보전기간(x_F)에서 사용자에게 의해서 새로운 시스템으로 교체되는 교체정책을 고려하고자 한다. 이러한 교체정책에 대하여 총기대비용(total expected cost), 기대순환길이(expected cycle length) 그리고 단위시간당 기대비용(expected cost rate per unit time)을 구하고, 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 교체정책에 대하여 설명하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 비 재생무료교체보증(NFRW)과 비 재생무료최소수리보증(NFMW)을 포함하는 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)에 대하여 살펴보려고 한다. 그리고 3절에서는 2절에서 설명한 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 교체정책을 설명하고, 이러한 교체정책에 대한 단위시간당 기대비용을 구하고자 한다. 또한, 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 교체정책에 대하여 자세히 설명하고자 한다. 끝으로 4절에서는 앞에서 고려된 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW) 이후의 교체정책을 자세히 설명하기 위하여 수치적 예를 보이려고 한다.

2. 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)

2.1. 비 재생무료교체보증(NFRW)

비 재생무료교체보증(NFRW)은 시스템에 제공되는 가장 일반적인 보증정책 중의 하나로써 지금까지 많은 연구가들에 의해서 다양한 형태로 연구가 진행되고 있다. Sahin과 Polatoglu (1996)는 비 재생무료교체보증(NFRW)이 종료된 이후의 교체정책에 대하여 고려하였으며, Jung과 Park (2003)은 비 재생무료교체보증(NFRW)이 종료된 이후의 예방보전정책에 대하여 살펴보았다. 비 재생무료교체보증(NFRW)에서는 보증기간 동안 시스템에 고장이 발생되면 시스템을 무료로 교체 해 주지만, 주어

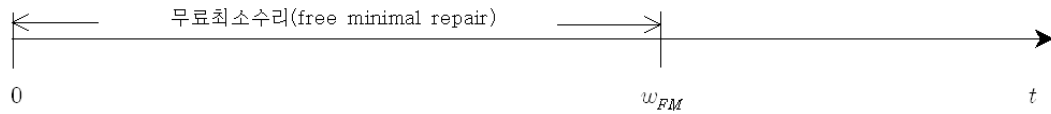


그림 2.2. 비 재생무료최소수리보증(NFMW)

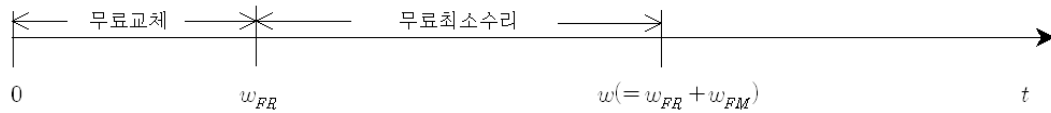


그림 2.3. 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)

진 보증기간은 다시 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. 그림 2.1은 비 재생무료교체보증(NFRW)의 전형적인 형태를 보여 주고 있다.

2.2. 비 재생무료최소수리보증(NFMW)

앞에서 설명한 비 재생무료교체보증에서(NFRW)는 보증기간에서 시스템에 고장이 발생되면 새 것으로 교체를 해 주지만, 비 재생무료최소수리보증(NFMW)에서는 보증기간 동안에 시스템에 고장이 발생되면 새 것으로 교체하는 것이 아니라 최소수리를 무료로 수행 해 준다. Yeh 등 (2007)과 Jung (2009)은 비 재생무료최소수리보증(NFMW)이 주어진 시스템에 대하여 교체정책과 예방보전정책에 대하여 각각 살펴보았다. 비 재생무료최소수리보증(NFMW)에서는 보증기간 w_{FM} 동안 시스템에 고장이 발생되면 시스템을 무료로 최소수리를 해 주지만, 주어진 보증기간은 다시 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. 그림 2.2는 비 재생무료최소수리보증(NFMW)의 전형적인 형태를 보여준다.

2.3. 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)

2.1절과 2.2절에서는 보증정책과 관련된 연구에서 많이 고려되는 비 재생무료교체보증(NFRW)과 비 재생무료최소수리보증(NFMW)에 대하여 살펴보았다. 즉, 보증기간동안 시스템에 고장이 발생되면 무료로 교체 또는 최소수리를 수행하여 주는 보증정책에 대하여 살펴보았다. 그러나 생산자 측면에서 살펴보면 교체비용이 최소수리 비용에 비하여 매우 크기 때문에 보증기간의 초기 일정부분까지만 새 시스템으로 교체를 해 주고, 그 이후의 잔여보증기간 동안에는 최소수리를 수행해 주는 보증정책을 고려할 수 있을 것이다. 따라서 이 절에서는 이러한 부분을 설명할 수 있도록 비 재생무료교체보증(NFRW)과 비 재생무료최소수리보증(NFMW)을 혼합한 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)을 고려하고자 한다. 즉, 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)에서는 교체보증기간 $(0, w_{FR})$ 과 최소수리보증기간 (w_{FR}, w) 이 주어지며, 교체보증기간 동안에는 무료로 시스템을 교체 해 주고, 최소수리보증기간 동안에는 최소수리를 수행하여 주게 된다. 여기서, $w = w_{FR} + w_{FM}$ 이다. 물론, 주어진 보증기간은 다시 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. 그림 2.3은 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)의 전형적인 형태를 보여준다.

한편, 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)에서 교체보증기간이 없으면 즉, $w_{FR} = 0$ 이면 2.2절에서 설명한 비 재생무료최소수리보증(NFMW)이 되고, 수리보증기간이 없으면 즉, $w_{FM} = 0$ 이면 2.1절에서 설명한 비 재생무료교체보증(NFRW)이 됨을 알 수 있다. 따라서 이 절에서 고려한 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)은 흔히 사용되는 보증정책인 비 재생무료교체보증과 비 재생무료최소수리보증을 포함하는 일반적인 형태의 비 재생무료보증이라고 할 수 있다.

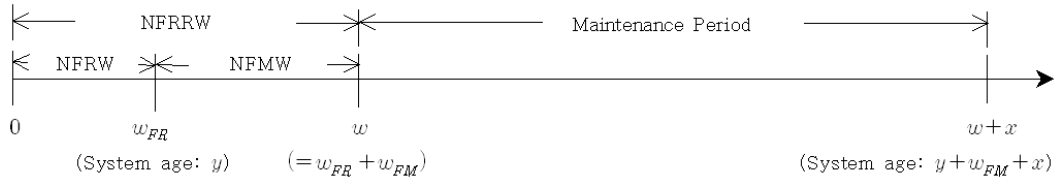


그림 3.1. 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 교체모형

3. 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW) 이후의 교체정책

3.1. 교체모형

본 절에서는 2.3절에서 소개한 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 사용자 측면의 교체정책에 대하여 살펴보고자 하는데, 이를 위해서 다음과 같은 사항들을 가정한다.

(가정)

- i) 시스템에는 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)기간 g 주어지고, 무료교체보증기간과 무료최소수리기간을 나타내는 w_{FR} 과 w_{FM} 이 각각 주어진다. 단, $w = w_{FR} + w_{FM}$ 이 된다.
- ii) 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후에 보전기간 동안 시스템에 고장이 발생하면 사용자에게 의해서 최소수리가 수행된다.
- iii) 무료교체보증기간이 종료되는 시점에서의 시스템의 수명은 y 이다.
- iv) 무료교체보증기간 동안에 시스템에는 k 번의 고장이 발생한다.
- v) 시스템은 보전기간이 종료되는 시점에서 사용자에게 의해서 교체된다.
- vi) 최소수리 및 교체를 수행하기 위한 시간은 고려하지 않는다.
- vii) 보증기간 또는 보전기간에서 발생하는 고장에 따른 비용은 c_d , 보전기간에서의 최소수리비용은 c_m 이고 교체비용은 c_r 이다.

위와 같은 가정을 통해서 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 교체모형을 고려할 수 있다. 즉, 시스템에는 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 주어져서 무료교체보증기간 $(0, w_{FR})$ 에서는 시스템에 고장이 발생하면 무료로 시스템을 교체해 주고, 무료최소수리보증기간 (w_{FR}, w) 에서는 시스템에 고장이 발생되면 무료로 최소수리를 수행하여 주게 된다. 물론, 주어진 보증기간은 다시 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. 또한 보증기간이 종료된 이후에 시스템에 고장이 발생하면 사용자에게 의해서 최소수리가 수행되고, 보전기간이 종료되는 시점에서는 사용자에게 의해서 새로운 시스템으로 교체되는 교체모형을 고려하고자 한다. 그림 3.1은 이러한 교체모형을 설명해 주는 전형적인 형태이다.

한편, 위에서 설명한 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 교체모형은 Sahin과 Polatoglu (1996)와 Yeh 등 (2007)의 연구에서 고려된 교체모형을 포함하는 일반적인 형태의 교체모형이 된다. 즉, $w_{FR} = 0$ 이면 Yeh 등 (2007)에서 고려된 비 재생무료최소수리보증(NFMW)종료된 이후의 교체정책과 동일하게 되고, $w_{FM} = 0$ 이면 Sahin과 Polatoglu (1996)가 고려한 비 재생무료교체보증(NFRW)이 종료된 이후의 교체정책이 된다.

3.2. 단위시간당 기대비용

이 절에서는 3.1절에서 설명한 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 교체모형에 대한 단위시간당 기대비용을 구하고자 한다. 먼저, 단위시간당 기대비용을 구하기 위해서는 총기대비용과 기대순환길이를 구해야 한다. 그런데, 기대순환길이는 시스템에 주어진 보증이 비 재생보증이기 때문에 다음과 같이 됨을 알 수 있다 (그림 3.1 참조).

$$ECL(x) = w + x. \quad (3.1)$$

한편, 본 연구에서 고려되는 교체모형에 대한 총기대비용은 보증기간 동안에 발생하는 기대비용 $E(C_w)$ 와 보전기간 동안에 발생하는 기대비용 $E(C_m)$ 의 합으로 구할 수 있다. 보증기간 동안에는 시스템에 고장이 발생하여도 무료로 시스템을 교체 또는 수리를 해 주기 때문에 보증기간 동안에 발생하는 기대비용 $E(C_w)$ 는 다음과 같이 보증기간에서 발생하는 고장에 따른 기대비용으로 구해진다.

$$E(C_w) = c_d \left(k + \int_y^{y+w_{FM}} h(t) dt \right), \quad (3.2)$$

여기서 c_d 는 보증기간에서 발생하는 고장에 따른 비용, k 는 무료교체보증기간 동안에 발생한 고장의 횟수이고, y 는 무료교체보증기간이 종료되는 시점에서의 시스템의 수명이다. 또한, 보전기간 동안에는 시스템에 고장이 발생되면 사용자에게 의해서 최소수리가 수행되고, 보전기간이 종료되는 시점 ($w + x$)에서 사용자에게 의해서 교체되므로 보전기간 동안에 발생하는 기대비용 $E(C_m)$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$E(C_m) = (c_d + c_m) \int_{y+w_{FM}}^{y+w_{FM}+x} h(t) dt + c_r, \quad (3.3)$$

여기서 c_d 는 보증기간에서 발생하는 고장에 따른 비용, c_m 은 보전기간에서의 최소수리비용, c_r 은 교체 비용이고, y 는 무료교체보증기간이 종료되는 시점에서의 시스템의 수명이다. 그러므로 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 교체정책에 대한 총기대비용 $TEC(x)$ 은 식 (3.2)와 (3.3)으로부터 다음과 같이 구해짐을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} TEC(x) &= E(C_w) + E(C_m) \\ &= c_d \left(k + \int_y^{y+w_{FM}} h(t) dt \right) + (c_d + c_m) \int_{y+w_{FM}}^{y+w_{FM}+x} h(t) dt + c_r, \end{aligned} \quad (3.4)$$

따라서 식 (3.1)의 기대순환길이와 식 (3.4)의 총기대비용으로부터 비 재생무료교체-수리보증(NFRW)이 종료된 이후의 교체정책에 대한 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 구해짐을 알 수 있다.

$$C(x) = \frac{1}{w+x} \left\{ c_d \left(k + \int_y^{y+w_{FM}} h(t) dt \right) + (c_d + c_m) \int_{y+w_{FM}}^{y+w_{FM}+x} h(t) dt + c_r \right\}. \quad (3.5)$$

비 재생무료교체보증(NFRW)과 비 재생무료최소수리보증(NFMW)은 모두 이 절에서 고려한 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)의 특별한 경우가 되기 때문에, 이제 식 (3.5)에 주어져 있는 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 단위시간당 기대비용과 비 재생무료교체보증(NFRW) 또는 비 재생무료최소수리보증(NFMW)이 종료된 이후의 사용자 측면의 교체정책에 대한 단위시간당 기대비용의 관계를 살펴보고자 한다. 먼저, 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)에서 교체보증기간이 없으면 즉, $w_{FR} = 0$ 이면 비 재생무료최소수리보증(NFMW)이 되므로 $y = 0$, $k = 0$ 이고 $w = w_{FM}$ 이 된

다. 따라서 식 (3.5)의 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 되고, 이는 Yeh 등 (2007)에서 구해진 비 재생무료최소수리보증이(NFMW)종료된 이후의 교체정책에 대한 단위시간당 기대비용과 동일하게 된다.

$$C(x) = \frac{1}{w+x} \left\{ c_d \int_0^w h(t)dt + (c_d + c_m) \int_w^{w+x} h(t)dt + c_r \right\}. \quad (3.6)$$

또한, 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)에서 수리보증기간이 없으면 즉, $w_{FM} = 0$ 이면, $w = w_{FR}$ 인 비 재생무료교체보증(NFRW)이 된다. 그리고 식 (3.5)의 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 되고, 이는 Sahin과 Polatoglu (1996)에서 구해진 비 재생무료교체보증(NFRW)이 종료된 이후의 교체정책에 대한 단위시간당 기대비용이 동일하게 된다.

$$C(x) = \frac{1}{w+x} \left\{ c_d k + (c_d + c_m) \int_y^{y+x} h(t)dt + c_r \right\}. \quad (3.7)$$

위의 식 (3.5), (3.6) 그리고 (3.7)로부터 비 재생무료교체보증 또는 비 재생무료최소수리보증이 종료된 이후의 사용자 측면의 교체정책에 대한 단위시간당 기대비용은 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 교체정책에 대한 단위시간당 기대비용의 특별한 경우가 됨을 알 수 있다.

3.3. 최적의 교체정책

이제, 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 최적의 교체정책에 대하여 살펴보자. 즉, 식 (3.5)에 주어져 있는 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 교체정책에 대한 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 교체주기 x^* 를 결정하는 문제를 고려하자. 먼저, 최적의 보전기간 x^* 를 찾기 위해서 식 (3.5)를 x 에 관해서 1차 미분하여 0으로 놓고 풀면 다음을 얻을 수 있다.

$$(w+x)h(y+w_{FM}+x) - \int_{y+w_{FM}}^{y+w_{FM}+x} h(t)dt = \frac{c_0}{(c_d + c_m)}. \quad (3.8)$$

위의 식 (3.8)에서 $c_0 = c_d + (k + \int_y^{y+w_{FM}} h(t)dt) + c_r$ 이다. 그런데 식 (3.5)의 단위시간당 기대비용 $C(x)$ 는 $h(t)$ 가 증가함수이면 의사볼록함수(pseudo-convex function)이기 때문에 최적의 보전기간 x^* 는 식 (3.8)을 만족하는 x 의 값이 된다. 따라서 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후에 식 (3.8)을 만족하는 x^* 시점에서 새로운 시스템으로 교체하는 것이 사용자측면에서의 최적의 교체정책이 된다.

4. 수치적 예

본 논문에서 고려된 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 교체모형에 대한 최적의 교체정책을 설명하기 위해서 시스템의 고장시간 T 가 척도모수가 1인 와이블분포(Weibull distribution)를 한다고 가정하자. 즉, 가정된 시스템의 고장률함수는 $h(t) = \beta t^{\beta-1}$ 이 된다. 그리고 보증기간은 $w = 0.5$, 보증기간 또는 보전기간에서 발생하는 고장에 따른 비용은 $c_d = 1$, 보전기간에서의 최소 수리비용은 $c_m = 2$ 그리고 $k = 1$ 이라고 가정하자. 표 4.1, 4.2 그리고 4.3에는 $\beta = 3$, $\beta = 4$ 그리고 $\beta = 5$ 인 경우에 비 재생무료교체-수리보증(NFRMW)이 종료된 이후의 최적의 교체정책과 그 때의 단위시간당 기대비용이 나타나 있다. 표 4.1에서 $\beta = 4$, $w_{FR} = 0.1$, $y = 2/4w_{FR} = 0.05$, $c_r = 20$ 일 때, 식 (3.5)를 최소화하는 최적의 교체주기가 0.7684이 됨을 알 수 있는데, 이는 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후에 0.7684시점에서 사용자에 의해서 새로운 시스템으로 교체하면 단위시간당 기대비용이 21.7039이 되고, 이것이 기대비용 측면에서 최적의 교체정책이 된다는 것을 의미한다.

표 4.1. NFRRW이 종료된 이후의 최적의 교체정책($w_{FR} = 0.10$)

β	y	Optimal policy	c_r		
			10	20	30
3	$\frac{1}{4}w_{FR}$	x^*	0.7568	1.0530	1.2642
		$C(x^*)$	12.5701	19.6603	25.6809
	$\frac{2}{4}w_{FR}$	x^*	0.7426	1.0393	1.2507
		$C(x^*)$	12.8008	19.9620	26.0324
	$\frac{3}{4}w_{FR}$	x^*	0.7285	1.0257	1.2374
		$C(x^*)$	13.0360	20.2690	26.3895
4	$\frac{1}{4}w_{FR}$	x^*	0.6007	0.7857	0.9123
		$C(x^*)$	12.9511	21.2961	28.6976
	$\frac{2}{4}w_{FR}$	x^*	0.5832	0.7684	0.8951
		$C(x^*)$	13.2355	21.7039	29.2012
	$\frac{3}{4}w_{FR}$	x^*	0.5658	0.7512	0.8779
		$C(x^*)$	13.5284	22.1230	29.7181
5	$\frac{1}{4}w_{FR}$	x^*	0.5392	0.6750	0.7656
		$C(x^*)$	12.9642	21.9607	30.1433
	$\frac{2}{4}w_{FR}$	x^*	0.5199	0.6558	0.7465
		$C(x^*)$	13.2738	22.4289	30.7419
	$\frac{3}{4}w_{FR}$	x^*	0.5007	0.6367	0.7275
		$C(x^*)$	13.5949	22.9134	31.3602

표 4.2. NFRRW이 종료된 이후의 최적의 교체정책($w_{FR} = 0.15$)

β	y	Optimal policy	c_r		
			10	20	30
3	$\frac{1}{4}w_{FR}$	x^*	0.7783	1.0738	1.2846
		$C(x^*)$	2.2325	19.2178	25.1646
	$\frac{2}{4}w_{FR}$	x^*	0.7568	1.0530	1.2642
		$C(x^*)$	12.5698	19.6600	25.6807
	$\frac{3}{4}w_{FR}$	x^*	0.7355	1.0325	1.2440
		$C(x^*)$	12.9169	20.1141	26.2095
4	$\frac{1}{4}w_{FR}$	x^*	0.6273	0.8119	0.9383
		$C(x^*)$	12.5401	20.7053	27.9663
	$\frac{2}{4}w_{FR}$	x^*	0.6007	0.7857	0.9123
		$C(x^*)$	12.9510	21.2961	28.6975
	$\frac{3}{4}w_{FR}$	x^*	0.5745	0.7598	0.8865
		$C(x^*)$	13.3807	21.9119	29.4579
5	$\frac{1}{4}w_{FR}$	x^*	0.5683	0.7040	0.7945
		$C(x^*)$	12.5205	21.2876	29.2809
	$\frac{2}{4}w_{FR}$	x^*	0.5392	0.6750	0.7656
		$C(x^*)$	12.9642	21.9607	30.1433
	$\frac{3}{4}w_{FR}$	x^*	0.5103	0.6463	0.7370
		$C(x^*)$	13.4329	22.6691	31.0486

표 4.1에 주어져 있는 다른 최적의 교체주기와 이에 대응하는 단위시간당 기대비용도 동일한 의미를 갖는다. 그리고 표 4.2와 4.3에서는 무료보증교체기간을 나타내는 w_{FR} 의 값을 0.10에서 0.15와 0.20으로 각각 변화시키면서 최적의 교체정책과 그 때의 단위시간당 기대비용을 다시 구하였다. 물론, 표 4.2와

표 4.3. NFRRW이 종료된 이후의 최적의 교체정책($w_{FR} = 0.20$)

β	y	Optimal policy	c_r		
			10	20	30
3	$\frac{1}{4}w_{FR}$	x^*	0.8001	1.0948	1.3053
		$C(x^*)$	11.9052	18.7873	24.6612
	$\frac{2}{4}w_{FR}$	x^*	0.7711	1.0668	1.2778
		$C(x^*)$	12.3432	19.3633	25.3347
	$\frac{3}{4}w_{FR}$	x^*	0.7425	1.0392	1.2507
		$C(x^*)$	12.7982	19.9599	26.0305
4	$\frac{1}{4}w_{FR}$	x^*	0.6541	0.8384	0.9646
		$C(x^*)$	12.1475	20.1388	27.2632
	$\frac{2}{4}w_{FR}$	x^*	0.6184	0.8031	0.9296
		$C(x^*)$	12.6750	20.8994	28.2068
	$\frac{3}{4}w_{FR}$	x^*	0.5832	0.7684	0.8950
		$C(x^*)$	13.2350	21.7035	29.2009
5	$\frac{1}{4}w_{FR}$	x^*	0.5977	0.7332	0.8236
		$C(x^*)$	12.1006	20.6480	28.4592
	$\frac{2}{4}w_{FR}$	x^*	0.5586	0.6943	0.7849
		$C(x^*)$	12.6656	21.5081	29.5638
	$\frac{3}{4}w_{FR}$	x^*	0.5199	0.6558	0.7465
		$C(x^*)$	13.2737	22.4289	30.7419

표 4.3에 주어져 있는 최적의 교체주기 및 그 때의 단위시간당 기대비용에 대해서도 표 4.1에서와 동일하게 의미를 부여할 수 있다.

한편, 표 4.1, 4.2 그리고 4.3로부터 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

- 1) y 와 β 값이 고정되어 있을 때, c_r 값이 증가하면 단위시간당 기대비용은 증가하고 교체주기는 길어짐을 알 수 있다.
- 2) c_r 과 β 값이 고정되어 있을 때, y 값이 증가하면 단위시간당 기대비용은 증가하고 교체주기는 짧아짐을 알 수 있다.
- 3) y 와 c_r 값이 고정되어 있을 때, β 값이 증가하면 단위시간당 기대비용은 증가하고 교체주기는 짧아짐을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 종료된 이후의 교체모형을 고려하였다. 즉, 수리가 가능한 시스템에는 비 재생무료교체-수리보증(NFRRW)이 주어져서 무료교체보증기간 ($0, w_{FR}$)에서는 시스템에 고장이 발생하면 무료로 시스템을 교체해 주고, 무료최소수리보증기간 (w_{FR}, w)에서는 시스템에 고장이 발생되면 무료로 최소수리를 수행하여 준다. 그리고 주어진 보증기간은 다시 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. 또한 보증기간이 종료된 이후에 시스템에 고장이 발생하면 사용자에게 의해서 최소수리가 수행되고, 보전기간이 종료되는 시점에서 사용자에게 의해서 새로운 시스템으로 교체되는 교체모형을 고려하였다. 이러한 교체모형에 대하여 사용자 측면의 기대순환길이, 총기대비용 그리고 단위시간당 기대비용을 구하였다. 또한, 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 교체정책에 대해서도 살펴보았다. 끝으로 수치적 예를 통하여 본 논문에서 고려된 교체모형에 대한 최적의 교체

주기와 그 때의 단위시간당 기대비용을 결정할 수 있음을 보였으며, 교체비용(c_r), 무료교체보증기간이 종료되는 시점에서의 시스템의 수명(y) 그리고 시스템의 형태모수(β)의 값이 다양하게 변화할 때 최적의 교체주기 및 단위시간당 기대비용의 변화를 살펴보았다.

참고문헌

- Blischke, W. R. and Murthy, D. N. P. (1994). *Warranty Cost Analysis*, Marcel Dekker, New York.
- Blischke, W. R. and Murthy, D. N. P. (1996). *Product Warranty Handbook*, Marcel Dekker, New York.
- Chien, Y. H. (2008a). A general age replacement model with minimal repair under renewing free-replacement warranty, *European Journal of Operational Research*, **186**, 1046–1058.
- Chien, Y. H. (2008b). Optimal age-replacement policy under an imperfect renewing free-replacement warranty, *IEEE Transactions on Reliability*, **57**, 125–133.
- Jung, K. M. (2006). Extension of PM model with random maintenance quality, *The Korean Communications in Statistics*, **13**, 651–656.
- Jung, K. M. (2008). PM policy with random maintenance quality following the expiration of non-renewing warranty, *The Korean Communications in Statistics*, **15**, 77–86.
- Jung, K. M. (2009). Two PM policies following the expiration of free-repair warranty, *Journal of Korean Data & Information Science Society*, **20**, 999–1007.
- Jung, G. M. and Park, D. H. (2003). Optimal maintenance policies during the post-warranty period, *Reliability Engineering and System Safety*, **82**, 173–185.
- Sahin, I. and Polatoglu, H. (1996). Maintenance strategies following the expiration of warranty, *IEEE Transactions on Reliability*, **45**, 220–228.
- Wu, S. and Clements-Croome, D. (2005). Preventive maintenance models with random maintenance quality, *Reliability Engineering and System Safety*, **90**, 99–105.
- Yeh, R. H., Chen, M. Y. and Lin, C. Y. (2007). Optimal periodic replacement policy for repairable products under free-repair warranty, *European Journal of Operational Research*, **176**, 1678–1686.

Replacement Model Following the Expiration of NFRRW

Ki Mun Jung¹

¹Department of Informational Statistics, Kyungshung University

(Received August 2010; accepted October 2010)

Abstract

This paper proposes a replacement policy following the expiration of a non-renewing free replacement-repair Warranty(NFRRW). The non-renewing free replacement-repair warranty is defined and then the maintenance model following the expiration of the NFRRW is studied from the user's point of view. As the criteria to determine the optimality of the maintenance policy, we consider the expected cost rate per unit time from the user's perspective. All maintenance costs of the system incurred after the expiration of the warranty are paid by the user. Given the cost structures during the life cycle of the system, we determine the optimal maintenance period following the expiration of a NFRRW. Finally, the numerical examples are presented for illustrative purposes.

Keywords: Replacement model, expected cost rate per unit time, non-renewing free replacement warranty, non-renewing free minimal repair warranty, non-renewing free replacement-repair warranty(NFRRW).

This research was supported by a Kyungshung University Research Grant in 2010.

¹Associate Professor, Department of Informational Statistics, Kyungshung University, Busan 608-736, Korea.

E-mail: kmjung@ks.ac.kr