

의탄성 형상기억합금에 대한 현상학적 구성모델

호광수[#]

A Phenomenological Constitutive Model for Pseudoelastic Shape Memory Alloy

Kwangsoo Ho

(Received September 14, 2010 / Revised November 4, 2010 / Accepted November 11, 2010)

Abstract

Shape memory alloys (SMAs) have the ability to recover their original shape upon thermo-mechanical loading even after large inelastic deformation. The unique feature is known as pseudoelasticity and shape memory effect caused by the crystalline structural transformation between two solid-state phases called austenite and martensite. To support the engineering application, a number of constitutive models, which can be formally classified into either micromechanics-based or phenomenological model, have been developed. Most of the constitutive models include a kinetic law governing the crystallographic transformation. The present work presents a one-dimensional, phenomenological constitutive model for SMAs in the context of the unified viscoplasticity theory. The proposed model does not incorporate the complex mechanisms of phase transformation. Instead, the effects induced by the transformation are depicted through the growth law for the back stress that is an internal state variable of the model.

Key Words : Shape Memory Alloy, Pseudoelasticity, Viscoplasticity, Constitutive Equations

1. 서 론

형상기억합금(Shape memory alloy)이 1960 년대 세상에 처음 소개된 이후 그 특성에 대한 광범위한 실험적 연구 및 효율적인 공학적 이용을 위하여 구성적 모델링에 대한 연구가 활발히 진행되어왔다. 형상기억합금은 상당량의 변형(약 6~8%의 변형률)이 발생한 후 열-기계적 하중에 의한 형상기억효과(Shape memory effect)와 기계적 하중에 의한 의탄성(Pseudoelasticity)의 특성에 의하여 원래의 형상을 회복하게 된다. 다른 재료들과 대별되는 이러한 특징들은 모상(Parent phase)인 오스테나이트(Austenite)와 생성상(Product phase)인 마르텐사이트(Martensite) 사이의 결정구조적 상변태(Phase transformation)에 주로 기인한다.

응력이 존재하지 않는 상태에서 형상기억합금의 오스테나이트상을 M_s (마르텐사이트 상변태 시작 온도) 이하로 냉각시키면 마르텐사이트상이 생성되기 시작하여 온도가 M_f (마르텐사이트 상변태 종료 온도)에 도달하게 되면 마르텐사이트로의 상변태가 완료된다. 이때 A_s (오스테나이트 상변태 시작 온도)보다 낮은 온도의 조건에서 기계적인 부하-제하(Load-unload) 과정을 수행하면 잔류 변형률이 발생하게 된다. 이때 온도를 A_f (오스테나이트 상변태 종료 온도) 이상의 온도로 높여 주면 잔류 변형률은 사라지게 되고 원래의 형태를 회복하는 형상기억효과가 나타나게 된다. 한편, 형상기억합금의 오스테나이트상에 응력을 가해주면 마르텐사이트로의 상변태가 나타나며 상당량의 비탄성 변형(Inelastic deformation)이

[#] 교신저자 : 계명대학교 기계자동차공학부,
E-mail: hok@kmu.ac.kr

발생한다. 그런 다음에 제하 과정을 통해 응력을 제거하면 다시 오스테나이트로의 상변태가 일어나면서 원래의 형태를 회복하게 되는데 이를 의탄성이라 한다.

형상기억합금은 뛰어난 형상 복원, 댄핑, 내부 식성, 내피로성 그리고 생화학적 적합성의 특성들로 인하여 기계, 항공, 토목 및 의료 공학의 다양한 산업분야에서 잠금장치, 씰링, 작동기(Actuator), 의료용 기구 등으로 점점 더 널리 사용되고 있는 실정이다[1~3]. 따라서 형상기억합금의 독특한 특성을 이용하는 여러 장치를 효율적으로 설계하기 위해서는 형상기억합금의 열-기계적 거동(Thermo-mechanical behavior)을 보다 정확하게 설명할 수 있는 구성방정식에 대한 연구가 요구된다.

본 연구의 목적은 재료의 속도 의존적 비탄성 거동을 설명하기 위하여 개발되어온 전통적 점소성 이론(Viscoplasticity theory)의 체계 하에서 형상기억합금의 특성을 잘 설명할 수 있는 현상학적 구성방정식을 제안하는데 있다. 제안된 구성적 모델은 상변태의 복잡한 메커니즘이나 마르텐사이트 체적 분율(Volume fraction)을 직접적으로 도입하는 대신에, 상태 변수의 하나인 역응력(Back stress)의 성장식을 통하여 형상기억의 특성을 구현하게 된다. 따라서 그 구성방정식이 매우 단순하며 동시에 여러 속도 의존적인 거동들을 일관성 있게 설명할 수 있는 장점을 갖게 된다.

2. 구성적 모델링

2.1 총설

형상기억합금은 상당량의 비탄성 변형이 발생한 후에 가열 또는 제하 과정을 통하여 원래의 형상을 회복하게 되는 재료이다. 마르텐사이트상과 오스테나이트상 사이에 발생하는 무확산 변태 또는 다양한 이형 마르텐사이트상들의 재배열이 이러한 독특한 특성을 야기시키는 주요 메커니즘으로 인식된다. 오스테나이트상은 힘을 받거나 온도가 내려가면 마르텐사이트상으로 변태하며, 반대로 가해진 힘을 제거하거나 온도를 높이면 마르텐사이트가 상변태를 하게 되어 오스테나이트상이 회복된다.

온도를 일정하게 유지하며 실시하는 부하-제하 과정에서, 힘을 제거할 때 마르텐사이트가 오스테나이트로 변하게 되는 상변태는 온도가 달라짐에 따라 그 변태되는 양이 달라진다. 온도가 A_s 보다

낮게 유지되면 상변태는 발생하지 않으며, A_s 보다 높고 A_f 보다 낮게 유지되면 상변태는 부분적으로 일어나고, A_f 보다 높게 유지되면 완전한 상변태가 일어난다. 불완전한 상변태가 발생할 때에는 원래의 형상을 완전히 회복하지 못하고 항상 잔류 변형이 남게 된다.

형상기억합금의 열-기계적 거동에 대한 구성적 모델들은 일반적으로 미시역학에 기반한 모델(Micromechanics-based model) 또는 현상학적 모델(Phenomenological model)로 분류된다. 전자의 미시역학적 모델은[4~10] 단결정의 미시역학에 기반을 둔 것으로서 보다 근원적인 물리적 의미를 내포하고 있으며, 다결정 재료의 거동을 설명할 때에는 대표체적요소에 대하여 평균치의 개념을 도입한다. 그러나 이러한 모델에서는 수많은 수치 계산이 수반되어야 하기 때문에 형상기억합금 장치를 설계하는데 있어서 실제로 활용되기에는 현실적으로 다소 어려움이 발생한다. 반면, 현상학적 모델[11~17]은 상변태에 의한 마르텐사이트 체적 분율의 변화를 설명하는 운동역학 법칙(Kinetic law)을 도입하여 거시적인 열-기계적 거동을 모델링하기 때문에 공식화(Formulation)가 상대적으로 간단하여 공학적으로 이용하기가 편리하다. 이들의 대부분은 전통적인 소성이론의 체계 하에서 내부 상태변수에 의존하는 자유에너지와 열역학 제2법칙의 개념을 사용한다. 또한 열탄성 영역(Thermoelastic domain)의 경계를 정의하기 위한 변태 곡면(Transformation surface)의 개념을 도입하여 상변태 과정을 묘사한다. 그러나 지금까지 개발된 대부분의 구성적 모델들은 상변태 메커니즘과 이와 관련된 변태 변형률에 보다 많은 관심이 집중되어 있으므로 크리프나 응력이완과 같은 속도 의존적인 비탄성 거동을 잘 설명하지는 못한다.

재료는 일반적으로 온도가 상승함에 따라 점성(Viscosity)의 효과가 커지면서 속도에 의존적인 특성을 나타낸다. 대표적인 예로, 하중 속도에 따른 유동응력(Flow stress)의 변화, 일정한 응력을 유지하는 조건에서 변형률이 발생하는 크리프 그리고 변형률을 일정하게 유지할 때 나타나는 응력이완 현상 등이 있다. 이러한 속도 의존성의 비탄성 거동들을 정확하게 예측하기 위하여 다양한 종류의 점소성적 구성 모델들이 제안되어 왔으며, 이들의 대부분은 내부 상태변수(Internal state variable)를 사용하여 재료 미세구조의 특성과 이들의 변형에 따른 변화를 반영한다[18]. 본 연구에서 제안되는

구성방정식은 유동응력의 속도 독립성, 양성(유동응력이 하중 속도가 증가함에 따라 증가) 그리고 음성(유동응력이 하중 속도가 증가함에 따라 감소)의 속도 민감도를 일관성 있게 설명하기 위하여 본 연구자에 의해 개발된 통합형 점소성 이론 [20,21]을 수정하여 형상기억합금의 상변태를 직접적으로 고려하지 않으면서 형상을 기억하는 독특한 특성을 설명하고자 한다.

2.2 구성방정식

등온의 조건에서 미소 변형을 가정하여 일축 하중에 대한 점소성 구성방정식이 제안된다. 따라서 구성적 모델은 온도와 열변형의 효과를 무시하고 항복, 부하 및 제하 그리고 상변태 조건들을 사용하지 않는 일련의 미분방정식들로 구성된다.

전체 변형률은 탄성 변형률(ϵ^{el})과 비탄성 변형률(ϵ^{in})의 합으로 정의되고 σ 는 진응력, ϵ 은 진변형률 그리고 E 는 탄성계수를 나타낸다. 구성방정식에는 내부 상태변수인 역응력(G), 이동응력(H) 및 형상변수(q)의 성장식에 대한 정의가 각각 포함된다. 이동응력은 상당량의 비탄성 변형이 발생했을 때 응력-변형률 곡선의 경화(Hardening) 속도를 설명하기 위하여 도입되며, 반복 하중(Cyclic loading) 하에서의 경화 현상은 변수인 $R=1+|A+\beta\Gamma|$ 에 의하여 묘사된다. 과응력(Overstress)의 불변량(Invariant)은 $\Gamma=|\sigma-G|$ 이며, 비탄성 변형률에 근거한 E_t 는 전체 변형률에 근거한 비탄성계수 E_t^* 와 $E_t^*=E_t/(1+E_t/E)$ 의 관계를 갖는다.

형상기억합금의 거동을 설명하기 위한 구성방정식은 다음과 같다:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{el} + \dot{\epsilon}^{in} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + B \left(\frac{\Gamma}{D} \right)^m \frac{(\sigma - G)}{\Gamma} \quad (1)$$

$$\dot{G} = \psi \left[\dot{\epsilon}^{in} - \frac{(G - H)}{R} |\dot{\epsilon}^{in}| \right] + \dot{H} \quad (2)$$

$$\dot{H} = E_t \dot{\epsilon}^{in} \quad (3)$$

$$\dot{q} = \xi_1 \langle -\Sigma \rangle \left(1 - \frac{q}{q_f} \right) |\dot{\epsilon}^{in}| - \xi_2 \langle \Sigma \rangle q |\dot{\epsilon}^{in}| \quad (4)$$

여기서 $B, D, m, \xi_1, \xi_2, q_f$ 는 재료상수이며, 기호 $\langle \cdot \rangle$ 은 Macauley 브래킷으로 $\langle x \rangle = x$ if $x > 0$

또는 $\langle x \rangle = 0$ if $x \leq 0$ 을 의미한다.

모델 파라미터 ψ 는 탄성 영역에서 비탄성 영역으로 천이되는 과정에 영향을 주기 위하여 역응력의 성장식에 도입되며

$$\psi = (1 - q^n) \psi_0 \quad (5)$$

으로 정의된다. 여기서 ψ_0 와 n 는 재료상수이다. 식 (4)의 성장식에서 정의된 바와 같이 형상변수는 모델 파라미터 Σ 이 음수가 될 때 증가하기 시작하여 q_f 의 값에 도달하게 되고, Σ 이 양수가 되는 시점부터 감소하게 된다. 모델 파라미터 Σ 은 다음과 같이 정의된다:

$$\Sigma = \frac{\sigma^* (\sigma - G)}{|\sigma^*| |\sigma - G|} \quad (6)$$

$$\sigma^* = \sigma + \sigma_c \frac{(\sigma - G)}{|\sigma - G|} \quad (7)$$

여기서 σ_c 는 제하 중에 발생하는 역방향 상변태의 완료 시점과 연관된 재료상수이다. 이 재료상수는 응력(σ)과 과응력($\sigma - G$)의 부호가 서로 반대가 되는 제하 과정에서 σ^* 의 부호가 변하는 시점을 조절함으로써 궁극적으로 모델 파라미터 Σ 의 부호 변화에 영향을 주게 된다. 따라서 제안된 구성방정식은 부하-제하에 따른 모델 파라미터 ψ 의 변화에 의해 형상기억합금의 상변태 거동을 모델링할 수 있게 된다.

3. 수치 해석

오스테나이트 상변태 종료 온도 $A_f = 40^\circ C$ 보다 높은 $60^\circ C$ 의 일정한 온도에서 NiTi 형상기억합금에 대하여 수행된 Moumni 등의 부하-제하의 시험 결과는 잔류 변형이 남지 않는 완전한 형태의 의탄성 거동을 보여준다[22]. 제안된 구성방정식의 유효성을 보이기 위하여 구성방정식의 점근해석(Asymptotic analysis)에 기반한 시행착오법에 의하여 결정된[19] Table 1의 재료상수들을 사용하여 수치해석을 수행하였으며, 그 결과를 Fig. 1에서 시험 결과와 비교하였다.

Fig. 1에 나타난 바와 같이 수치해석 결과는 부하-제하 과정의 탄성 거동 및 부하 시의 순방향 상변태(Forward transformation; 오스테나이트상에서 마르텐사이트상으로의 변태)와 제하 시의 역방향 상변태(Rreverse transformation; 마르텐사이트상에서 오스테나이트상으로의 변태)에 의한 형상기억합금

Table 1 Material constants

	NiTi
E	53 GPa
E_i	100 MPa
A	380 MPa
β	-0.2
B	0.01 s ⁻¹
D	170 MPa
m	16
ξ_1	1×10 ⁴
ξ_2	1×10 ⁴
q_f	0.995
ψ_0	400 GPa
n	0.02
σ_c	221.8 MPa

시험결과와 다소 잘 일치하지 않는데, 이것은 마르텐사이트의 탄성계수가 오스테나이트보다 작은 것을 반영하지 못한 영향으로 향후 연구에서 이는 보완될 것이다.

변형률 제어의 조건에서 인장과 압축의 반복 하중에 대한 수치시험 결과는 Fig. 2에 나타나있다. 구성적 모델은 인장에서 수행된 Fig. 1의 부하-제하에 대한 거동과 마찬가지로 압축 하중의 조건에서도 형상 기억의 특성을 잘 설명하고 있다. 형상변수 q 는 모델 파라미터 Σ 가 음수일 때 식 (4) 우변의 첫 번째 항에 의해 성장하게 되며, 반대로 양수일 때는 우변의 두 번째 항에 의하여 감소하게 된다.

인장의 하중 조건에서 제하 과정 중 과응력은 음수가 된다. 이 과정에서 응력이 σ_c 보다 큰 경우에 σ^* 는 양수가 되어 식 (6)의 모델 파라미터 Σ 은 음수가 되기 때문에 형상변수는 증가하고, 반대로 응력이 σ_c 보다 작아지는 경우에 σ^* 는 음수가 되어 모델 파라미터 Σ 은 양수가 됨으로써 형상변수는 감소하게 된다. 따라서 식 (5)에 의해 형상변수가 증가함에 따라 모델 파라미터 ψ 는 감소하게 되고, 형상변수가 감소함에 따라 ψ 는 증가하게 된다. 그러므로, 제하 시 ψ 가 감소하는 영역에서의 역응력 성장률은 감소하게 되어 역방향 상변태에 의해 발생하는 비탄성 거동을 설명할 수 있게 된다. 그리고, 그 직후 ψ 의 증가에 의한 역응력 성장률의 상승에 의해 초기 탄성 변형과 유사한 거동을 설명하게 된다.

한편, 압축 하중에서는 제하 과정의 과응력이 양수가 되며, 응력의 절대값이 σ_c 보다 커질 때 σ^* 는 음수가 된다. 따라서 모델 파라미터 Σ 가 음수가 됨으로써 형상변수는 성장하기 시작하여 인장 하중에 연이은 압축에서 전방향 상변태가 일어난 다음에 발생하는 역방향 상변태의 비탄성 형상 회복 거동을 설명하게 된다. 이와 같은 방법으로 제안된 구성적 모델은 인장과 압축 하중의 부하-제하 과정에서 발생하는 오스테나이트와 마르텐사이트 사이의 반복적인 상변태에 기인한 의탄성 거동을 잘 설명할 수 있게 된다.

구성방정식의 모델링 특성을 설명하기 위하여 다양한 재료상수에 따른 형상기억합금 거동의 변화가 Fig. 3에 나타나있다. 일반적으로 재료 시험이 A_s 보다 높고 A_f 보다 낮은 온도에서 수행될 때, 불완전한 상변태에 의해 완전한 형상 회복이 이루어지지 않고 잔류 변형률이 남게 된다. Fig. 3(a)

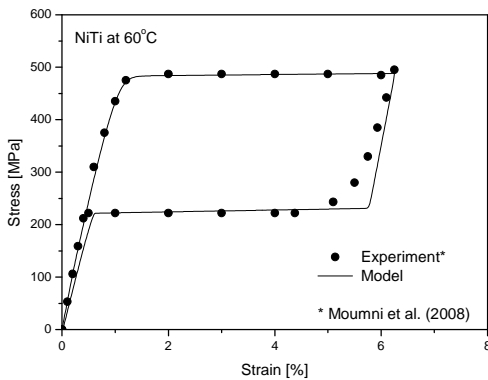


Fig. 1 Uniaxial stress-strain curve at 60°C

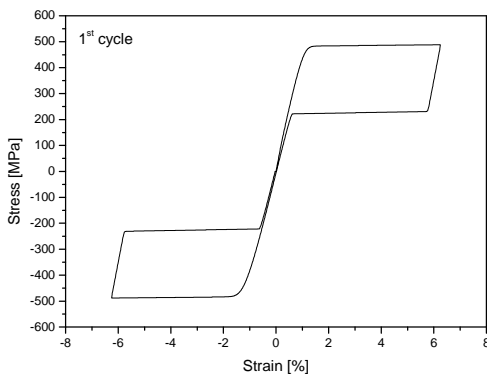


Fig. 2 Stress-strain response during uniaxial cycling

의 독특한 비탄성 거동을 잘 설명하고 있다. 그러나 제하 과정에서 마르텐사이트상의 탄성거동은

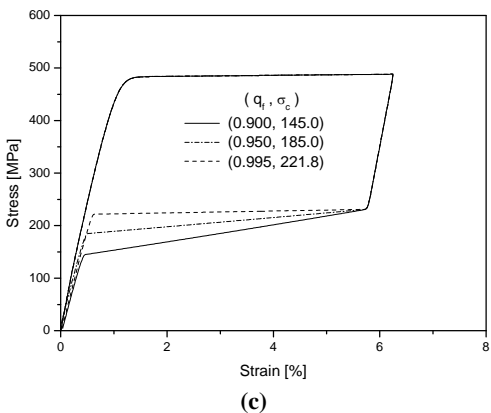
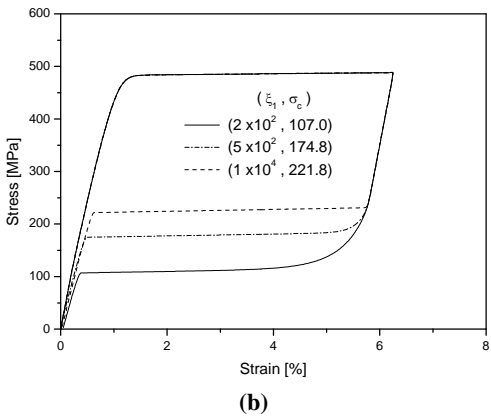
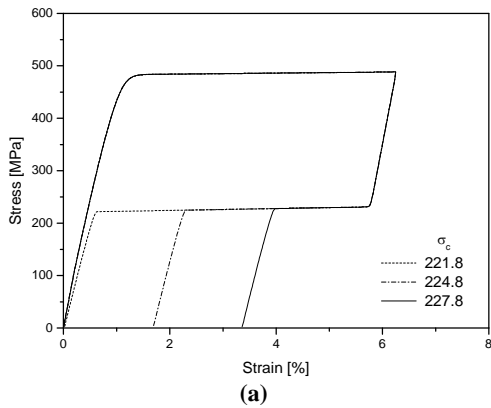


Fig. 3 Effect of the material constants on pseudoelastic behavior: (a) σ_c , (b) ξ_1 , (c) q_f

는 σ_c 가 커짐에 따라 잔류 변형량이 커지는 특성을 보여준다. 이는 σ_c 가 커짐에 따라 상대적으로 큰 응력 상태에서 모델 파라미터 ψ 가 커지기 시작하여 나타나는 모델링 특성이다. 제하 과정에서

발생하는 역방향 상변태의 발생 시점은 Fig. 3(b)에서와 같이 재료상수 ξ_1 의 변화에 의해 조절될 수 있다. ξ_1 이 크면 형상변수 q 의 성장이 빨라지게 되어 보다 큰 응력 상태에서 역방향 상변태의 거동이 일어나기 때문이다. Fig. 3(c)는 재료상수 q_f 의 영향을 보여준다. q_f 의 크기가 작으면 모델 파라미터 ψ 의 값이 커지게 되고, 결과적으로 역응력의 성장률이 증가하게 됨으로써 역방향 상변태 영역에 속하는 응력-변형률 곡선의 기울기가 커지게 된다.

4. 결론

제안된 현상학적 모델은 점소성 이론의 체계 하에서 형상변수의 성장식을 새로이 도입하여 형상기억합금의 응력-여기 상변태와 관련된 비탄성 거동을 설명하였다. 따라서 형상기억합금에 대한 기존의 다른 모델들과 달리 점소성 이론에서 설명해왔던 여러 속도 의존적인 비탄성 거동들 역시 모델링할 수 있는 장점을 갖게 된다. 또한 의탄성 거동의 시험 결과를 모델링하고 재료상수에 따른 형상기억합금 거동의 변화를 수치시험 함으로써 제안된 구성방정식의 타당성을 검증하였다.

참고 문헌

- [1] T. Duerig, A. Pelton, D. Stöckel, 1999, An overview of nitinol medical applications, *Mater. Sci. Eng. A*, Vol. 273-275, pp. 149~160.
- [2] J. V. Humbeeck, 1999, Non-medical applications of shape memory alloys, *Mater. Sci. Eng. A*, Vol. 273-275, pp. 134~148.
- [3] N. B. Morgan, 2004, Medical shape memory alloy applications - the market and its products, *Mater. Sci. Eng. A*, Vol. 378, pp. 16~23.
- [4] Q. P. Sun, K. C. Hwang, 1993, Micromechanics modeling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys - I. Derivation of general relations, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 41, pp. 1~17.
- [5] E. Patoor, A. Eberhardt, M. Berveiller, 1988, Thermomechanical behavior of shape memory alloys, *Arch. Mech.*, Vol. 40, pp. 775~794.
- [6] X. Gao, M. Huang, L. C. Brinson, 2000, A multivariant micromechanical model for SMAs:

- Part I. Crystallographic issues for single crystal model, *Int. J. Plasticity*, Vol. 16, pp. 1345~1369.
- [7] T. J. Lim, D. L. McDowell, 1999, Mechanical behavior of an Ni-Ti shape memory alloy under axial-torsional proportional and nonproportional loading, *J. Eng. Mater. Tech.*, Vol. 121, pp. 9~18.
- [8] X. Peng, W. Pi, J. Fan, 2008, A microstructure-based constitutive model for the pseudoelastic behavior of NiTi SMAs, *Int. J. Plasticity*, Vol. 24, pp. 966~990.
- [9] X. M. Wang, B. X. Xu, Z. F. Yue, 2008, Micromechanical modeling of the effect of plastic deformation on the mechanical behavior in pseudoelastic shape memory alloys, *Int. J. Plasticity*, Vol. 24, pp. 1307~1332.
- [10] S. Manchiraju, P. M. Anderson, 2010, Coupling between martensitic phase transformation and plasticity: A microstructure-based finite element model, in press, *Int. J. Plasticity*.
- [11] K. Tanaka, S. Nagaki, 1982, A thermomechanical description of materials with internal variable in the process of phase transitions, *Ing. Arch.*, Vol. 51, pp. 287~299.
- [12] C. Liang, C. A. Rogers, 1990, One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials, *J. Intell. Mater. Sys. Struct.*, Vol. 1, pp. 207~234.
- [13] L. C. Brinson, 1993, One dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermo-mechanical derivation with non-constant material functions, *J. Intell. Mater. Sys. Struct.*, Vol. 4, pp. 229~242.
- [14] D. C. Lagoudas, Z. Bo, 1999, Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part II: material characterization and experimental results for a stable transformation cycle, *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 37, pp. 1205~1249.
- [15] W. Yan, C. H. Wang, X. P. Zhang, Y. Mai, 2003, Theoretical modeling of the effect of plasticity on reverse transformation in superelastic shape memory alloys, *Mater. Sci. Eng. A*, Vol. 354, pp. 146~157.
- [16] D. C. Lagoudas, P. B. Entchev, 2004, Modelling of transformation-induced plasticity and its effect on the behavior of porous shape memory alloys, Part I: constitutive model for fully dense SMAs, *Mech. Mater.*, Vol., 36, pp. 865~892.
- [17] Q. Kan, G. Kang, 2010, Constitutive model for uniaxial transformation ratcheting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature, *Int. J. Plasticity*, Vol. 26, pp. 441~465.
- [18] A. Krausz, K. Krausz, 1996, Unified constitutive laws of plastic deformation, San Diego, Academic Press.
- [19] K. Ho, 2001, Modeling of nonlinear rate sensitivity by using an overstress model, *Comp. Model. Eng. Sci.*, Vol. 2, No.3, pp. 351~364.
- [20] K. Ho, 2007, The rate dependent deformation behavior of AISI Type 304 stainless steel at room temperature, *Trans. Mater. Process.*, Vol. 16, No.2, pp. 101~106.
- [21] K. Ho, 2008, Effect of the rate dependence of nonlinear kinematic hardening rule on relaxation behavior, *Int. J. Solid Struct.*, Vol. 45, pp. 821~839.
- [22] Z. Moumni, W. Zaki, Q. S. Nguyen, 2008, Theoretical and numerical modeling of solid-solid phase change: Application to the description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys, *Int. J. Plasticity.*, Vol. 24, pp. 614~645.