

# 모델 불확실성 및 외란을 갖는 이동 로봇들을 위한 적응 슬라이딩 모드 군집 제어 및 충돌 회피 기법

## Adaptive Sliding-Mode Formation Control and Collision Avoidance for Multi-agent Nonholonomic Mobile Robots with Model Uncertainty and Disturbance

박 봉 석, 박 진 배\*  
(Bong Seok Park<sup>1</sup> and Jin Bae Park<sup>1</sup>)  
<sup>1</sup>Yonsei University

**Abstract:** In this paper, an adaptive sliding-mode formation control and collision avoidance are proposed for electrically driven nonholonomic mobile robots with model uncertainties and external disturbances. A sliding surface based on the leader-follower approach is developed to achieve the desired formation in the presence of model uncertainties and disturbances. Moreover, by using the collision avoidance function, the mobile robots can avoid the obstacles successfully. Finally, simulations illustrate the effectiveness of the proposed control system.

**Keywords:** formation control, leader-following approach, adaptive sliding mode control, collision avoidance

### I. 서론

이동 로봇의 군집 제어(formation control)는 단일 로봇으로는 불가능했던 넓은 지역에 대한 감시, 정찰 등의 임무를 수행할 수 있으며, 신호처리 및 정보 융합 기법을 적용하면 이 중 혹은 동종의 저가 센서를 사용하더라도 고정밀 정보를 획득할 수 있다는 장점 때문에 많은 각광을 받고 있다. 이러한 군집 제어 기법은 크게 행동 기반(behavior based) 접근법[1-3], 가상 구조(virtual structure) 접근법[4-6], 선도-추종(leader-follower) 접근법[7-9]으로 분류할 수 있다. 이 중 선도-추종 접근법은 구현이 용이하고 다수 로봇으로의 확장성이 우수하기 때문에 많이 사용되고 있다.

선도-추종 접근법은 추종 로봇이 선도 로봇과의 거리 및 각도를 일정하게 유지하는 방법으로서, [7]에서 처음 제시되었으며, 이후 가상 추종 로봇을 이용한 군집 제어 기법[8], 입력 제한이 있는 다수 이동 로봇의 군집 제어 기법[9] 등이 개발되었다. 그러나 지금까지 제시된 대부분의 연구들은 이동 로봇에 존재하는 모델의 불확실성 및 외란을 고려하지 않았기 때문에 실제 환경에 적용하기 어려운 문제점을 가진다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 슬라이딩 모드 제어(sliding mode control) 기법을 이용한 군집 제어 기법[10]이 개발되었으나 모터 동역학을 무시하여 제어기를 설계함으로써 DC 모터로 구동되는 이동 로봇의 실제 입력인 전압을 구현하기 위해 이동 로봇의 속도 또는 토크를 전압 값으로 변환해야 하는 문제점이 있다. 또한 모델 불확실성에 대한 제한 조건

이 존재하며, 충돌 회피 기능이 없기 때문에 장애물을 만났을 때 회피가 불가능하다. 최근 신경망 회로(neural network)를 이용하여 충돌 회피가 가능하면서 모델 불확실성에 강인한 제어기가 제안되었으나 여전히 모터 동역학식은 고려되지 않았다[11].

따라서 본 논문에서는 이동 로봇들이 장애물을 회피하며 원하는 군집 형태를 이룰 수 있도록 적응 슬라이딩 모드 군집 제어기를 제안한다. 제어기를 설계하기 위해 이동 로봇의 모터 동역학, 모델 불확실성 및 외란을 고려하며, 저역 통과 필터를 사용하여 모델 불확실성에 대한 제한 조건을 제거한다. 또한 적응 제어 기법을 적용함으로써 모델의 불확실성과 외란에 대한 크기를 알 필요가 없다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. II 장에서는 이동 로봇의 기구학 및 동역학 모델, 선도-추종 접근법 기반 군집 모델, 충돌 회피 함수를 소개한다. III 장에서는 본 논문의 주요 결과인 적응 슬라이딩 모드 군집 제어기를 소개한다. IV 장에서는 시뮬레이션 결과를 통해 설계된 제어기의 성능을 검증하며, V 장에서 본 논문을 마무리한다.

표기법: 본 논문에서는  $j$ 번째 추종 로봇을 “F $j$ ”첨자로 표시하며, 선도 로봇을 “L” 첨자로 표시한다.

### II. 선행 지식

#### 1. 이동 로봇의 기구학 모델

본 논문에서는 2개의 DC모터에 의해 구동되고 구동축과 중심점이 같은 이동 로봇을 고려한다. 직교 좌표축에서 이동 로봇의 위치를  $x_{Fj}$ ,  $y_{Fj}$ 로 정의하고 이동 로봇의 진행 방향에 대한 각도를  $\theta_{Fj}$ 로 정의하면 이동 로봇의 기구학 모델은 (1)과 같다.

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2010. 4. 27., 수정: 2010. 6. 1., 채택확정: 2010. 6. 11.

박봉석, 박진배: 연세대학교 전기전자공학과

(bongseok@yonsei.ac.kr/jbpark@yonsei.ac.kr)

※ 이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(KRF-2009-0073583).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{Fj} \\ \dot{y}_{Fj} \\ \dot{\theta}_{Fj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{Fj} & 0 \\ \sin\theta_{Fj} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Fj} \\ \omega_{Fj} \end{bmatrix} = S(q_{Fj})z_{Fj} \quad (1)$$

여기서  $q_{Fj} = [x_{Fj} \ y_{Fj} \ \theta_{Fj}]^T$ ,  $z_{Fj} = [v_{Fj} \ \omega_{Fj}]^T$ ,  $v_{Fj}$  와  $\omega_{Fj}$  는 각각 추종 로봇의 선속도와 각속도를 나타낸다.

2. 이동 로봇의 동역학 모델

비홀로노믹(nonholonomic) 이동 로봇의 동역학 모델은 오일러-라그랑제(Euler-Lagrange) 방정식[12]에 의해 다음과 같이 나타낸다.

$$M_{Fj}(q_{Fj})\ddot{q}_{Fj} + V_{Fj}(q_{Fj}, \dot{q}_{Fj})\dot{q}_{Fj} = B_{Fj}(q_{Fj})\tau_{Fj} - A_{Fj}(q_{Fj})\lambda_{Fj} \quad (2)$$

여기서  $q_{Fj} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  는 일반화된 좌표,  $\tau_{Fj} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  는 제어 입력 벡터,  $M_{Fj}(q_{Fj}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  는 대칭이고 양의 한정인 관성 모멘트 행렬,  $V_{Fj}(q_{Fj}, \dot{q}_{Fj}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  는 구심력 및 코리올리스(coriolis) 행렬,  $B_{Fj}(q_{Fj}) \in \mathbb{R}^{n \times r}$  는 입력 변환 행렬,  $A_{Fj}(q_{Fj}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  와  $\lambda_{Fj} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  는 제약 조건과 관련된 행렬과 이동 로봇의 비홀로노믹 구속력을 나타낸다.

(2)를 제어기 설계에 적당한 형태로 변형시키기 위해 (1)을 이용하면 (2)는 (3)과 같이 표현된다.

$$\bar{M}_{Fj}\dot{z}_{Fj} + \bar{V}_{Fj}z_{Fj} = \bar{B}_{Fj}\tau_{Fj} \quad (3)$$

여기서

$$\bar{M}_{Fj} = \begin{bmatrix} m_{Fj} & 0 \\ 0 & I_{Fj} \end{bmatrix}, \quad \bar{V}_{Fj} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_{Fj} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_{Fj}} & \frac{1}{r_{Fj}} \\ \frac{b_{Fj}}{r_{Fj}} & -\frac{b_{Fj}}{r_{Fj}} \end{bmatrix},$$

$m_{Fj}$  는 이동 로봇의 무게,  $I_{Fj}$  는 이동 로봇의 관성,  $r_{Fj}$  은 이동 로봇 바퀴의 반지름이며,  $b_{Fj}$  는 이동 로봇 너비의 1/2이다. 또한 이동 로봇을 구동하기 위해 필요한 실제 입력인 전압 값을 얻기 위해 DC 모터로 구성되는 액츄에이터(actuator)를 고려하면 이동 로봇의 동역학 모델 (3)은 다음과 같이 나타낼 수 있다[13].

$$\dot{z}_{Fj} = F_{Fj}u_{Fj} - H_{Fj}z_{Fj} \quad (4)$$

여기서

$$F_{Fj} = \frac{N_{Fj}K_{T,Fj}}{R_{Fj}}\bar{M}_{Fj}^{-1}\bar{B}_{Fj}, \quad H_{Fj} = \frac{N_{Fj}^2K_{T,Fj}K_{b,Fj}}{R_{Fj}}\bar{M}_{Fj}^{-1}X_{Fj},$$

$$X_{Fj} = \begin{bmatrix} \frac{2}{r_{Fj}^2} & 0 \\ 0 & \frac{2b_{Fj}^2}{r_{Fj}^2} \end{bmatrix},$$

$N_{Fj}$  은 모터와 바퀴 사이의 기어 비(gear ratio),  $K_{T,Fj}$  는 모터 토크 상수(motor torque constant),  $K_{b,Fj}$  는 모터의 역기전력(back electromotive force) 상수,  $R_{Fj}$  는 저항,  $u_{Fj}$  는 액츄에이터

입력 전압을 나타낸다.

이동 로봇의 모델 불확실성과 외란을 고려하면 (4)는 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{z}_{Fj} = (\bar{F}_{Fj} + \Delta F_{Fj})u_{Fj} - (\bar{H}_{Fj} + \Delta H_{Fj})z_{Fj} + \tau_{d,Fj} \quad (5)$$

여기서  $\bar{F}_{Fj}$  와  $\bar{H}_{Fj}$  는 기지의 값이고  $\Delta F_{Fj}$  와  $\Delta H_{Fj}$  는 모델 불확실성,  $\tau_{d,Fj}$  는 외란을 나타낸다.

가정 1:  $\|\Delta F_{Fj}\| \leq \gamma_{1Fj}$ ,  $\|\Delta F_{Fj}\varepsilon_{Fj} - \Delta H_{Fj}z_{Fj} + \tau_{d,Fj}\| \leq \gamma_{2Fj}$ ,  $\gamma_{1Fj}$  와  $\gamma_{2Fj}$  는 양수,  $\varepsilon_{Fj}$  는 필터 오차이다.

3. 선도-추종 접근법 기반 군집 모델

본 논문에서는 이동 로봇의 군집 제어를 위해 선도-추종 접근법을 이용하며, 군집 제어 문제를 단일 로봇의 추종(tracking) 문제로 바꾸기 위해 가상의 선도 로봇과 가상의 추종 로봇 개념을 도입한다. j번째 이동 로봇을 위한 가상 선도 로봇  $R_{Vj} = (x_{Vj}, y_{Vj}, \theta_{Vj})$  와 가상 추종 로봇  $R_{Hj} = (x_{Hj}, y_{Hj}, \theta_{Hj})$  의 위치는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} x_{Vj} &= x_L + D_{Lj} \sin\theta_L \\ y_{Vj} &= y_L - D_{Lj} \cos\theta_L \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \theta_{Vj} &= \theta_L \\ x_{Hj} &= x_{Fj} + D_{Fj} \cos\theta_{Fj} \\ y_{Hj} &= y_{Fj} + D_{Fj} \sin\theta_{Fj} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\theta_{Hj} = \theta_{Fj}$$

여기서  $(x_L, y_L, \theta_L)$  은 선도 로봇의 위치 및 방향각,  $D_{Lj} = L_j^d \sin\psi_j^d$ ,  $L_j^d$  와  $\psi_j^d$  는 각각 j번째 추종 로봇이 떨어져야 할 거리와 각도를 나타낸다. 마찬가지로  $(x_{Fj}, y_{Fj}, \theta_{Fj})$  는 j번째 추종 로봇의 위치 및 방향각이며,  $D_{Fj} = L_j^d \cos\psi_j^d$  이다. 만일 가상의 선도 로봇과 가상의 추종 로봇의 위치가 일치한다면 그림 1에서 보이는 것처럼 실제 로봇 사이의 거리와 각도가 원하는 만큼 떨어지게 되므로 군집 제어 문제를 단일 로봇의 추종 문제로 바꿀 수 있게 된다.

(1)을 이용하여 (6)과 (7)의 미분 방정식을 유도하면 다음과 같다.

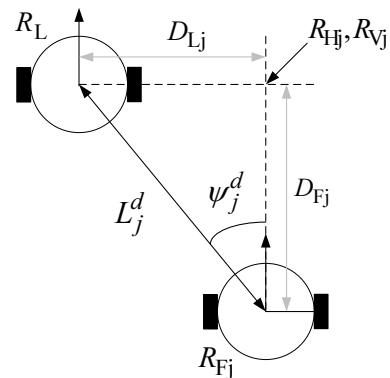


그림 1. 선도-추종 로봇 기반 군집 모델.

Fig. 1. Leader-following based formation model.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{Vj} \\ \dot{y}_{Vj} \\ \dot{\theta}_{Vj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_L & D_{Lj} \cos\theta_L \\ \sin\theta_L & D_{Lj} \sin\theta_L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_L \\ \omega_L \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{Hj} \\ \dot{y}_{Hj} \\ \dot{\theta}_{Hj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{Fj} & -D_{Fj} \sin\theta_{Fj} \\ \sin\theta_{Fj} & D_{Fj} \cos\theta_{Fj} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Fj} \\ \omega_{Fj} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $v_L$  과  $\omega_L$  은 선도 로봇의 선속도와 각속도이며,  $v_{Fj}$  와  $\omega_{Fj}$  는  $j$ 번째 이동 로봇의 선속도와 각속도이다.

가정 2:  $v_L$ ,  $\omega_L$  는 미분 가능하며 경계값을 갖는다.

#### 4. 충돌 회피 함수

이동 로봇들이 군집을 이루며 주행할 때 장애물과의 충돌을 방지하기 위해 본 논문에서는 다음과 같은 충돌 회피 함수를 이용한다.

$$p_{Fj,n} = \left( \min \left\{ 0, \frac{\rho_{Fj,n}^2 - D_{Fj,n}^2}{\rho_{Fj,n}^2 - A_{Fj,n}^2} \right\} \right)^2 \quad (10)$$

여기서  $\rho_{Fj,n}$  은  $n$  번째 장애물과 이동 로봇 사이의 거리이며,  $D_{Fj,n}$  와  $A_{Fj,n}$  는 각각 이동 로봇이 장애물을 탐지할 수 있는 거리와 최소 회피 거리를 나타낸다. (10)을 이용하여 장애물을 회피하기 위한 이상적인 방향각  $\theta_{ij}$  를 다음과 같이 선택한다.

$$\theta_{ij} = -\arctan(E_{xj}/E_{yj}) \quad (11)$$

여기서  $E_{xj} = \sum_{n=1, n \neq j}^N \frac{\partial p_{Fj,n}}{\partial x_{Fj}}$ ,  $E_{yj} = \sum_{n=1, n \neq j}^N \frac{\partial p_{Fj,n}}{\partial y_{Fj}}$  이다.

참조 1: 추종 로봇이 장애물을 만난다면 장애물 회피를 위해 추종 로봇은 (11)에서 정의된 방향각  $\theta_{ij}$  를 따르게 되며, 장애물을 회피한 뒤에는 선도 로봇의 방향각을 따른다.

### III. 주요 결과

#### 1. 제어기 설계

$j$ 번째 이동 로봇을 위한 제어기를 설계하기 위해 가상 선도 로봇과 가상 추종 로봇 사이의 추종 오차를 (12)와 같이 정의하자.

$$x_{Ej} = x_{Vj} - x_{Hj}, \quad y_{Ej} = y_{Vj} - y_{Hj}, \quad \theta_{Ej} = \theta_{Vj} - \theta_{Hj} \quad (12)$$

본 논문에서는 (12)를 이용하여 슬라이딩 표면  $S_{Fj} = [s_{1Fj}, s_{2Fj}]^T$  를 (13)과 같이 제안한다.

$$S_{Fj} = \begin{bmatrix} -S_{xj} \cos\theta_{Fj} - S_{yj} \sin\theta_{Fj} \\ S_{xj} \sin\theta_{Fj} - S_{yj} \cos\theta_{Fj} \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서  $S_{xj} = \dot{x}_{Ej} + k_{1Fj}x_{Ej}$ ,  $S_{yj} = \dot{y}_{Ej} + k_{2Fj}y_{Ej}$  이며,  $k_{1Fj}$ ,  $k_{2Fj}$  는 양수이다. 이 때 본 논문에서는 액츄에이터를 고려한 동역학 모델 (5)를 위한 전압  $u_{Fj}$  를 (14)와 같이 제안한다.

$$u_{Fj} = \bar{F}_{Fj}^{-1} [G_{Fj} \dot{z}_L + \bar{H}_{Fj} z_{Fj} + \eta_{Fj}] \quad (14)$$

여기서  $z_L = [v_L, \omega_L]^T$ ,  $z_{Fj} = [v_{Fj}, \omega_{Fj}]^T$ ,

$$\eta_{Fj} = L_{Fj}^{-1} \left( - \begin{bmatrix} \alpha_{1Fj} \\ \alpha_{2Fj} \end{bmatrix} - Q_{Fj} S_{Fj} - \hat{\gamma}_{1Fj} \|L_{Fj}\| \|u_{f,Fj}\| \text{sgn}(S_{Fj}) - \hat{\gamma}_{2Fj} \|L_{Fj}\| \text{sgn}(S_{Fj}) \right),$$

$$G_{Fj} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{Ej} & D_{Lj} \cos\theta_{Ej} \\ \sin\theta_{Ej} & D_{Lj} \sin\theta_{Ej} \\ D_{Fj} & D_{Fj} \end{bmatrix}, \quad L_{Fj} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & D_{Fj} \end{bmatrix},$$

$$\alpha_{1Fj} = -v_L \omega_{Fj} \sin\theta_{Ej} - D_{Lj} \omega_{Fj} \omega_L \sin\theta_{Ej} + v_L \omega_L \sin\theta_{Ej} + D_{Lj} \omega_L^2 \sin\theta_{Ej} - \dot{D}_{Lj} \omega_L \cos\theta_{Ej} + k_{1Fj} x_{Ej} \omega_{Fj} \sin\theta_{Ej} - k_{2Fj} y_{Ej} \omega_{Fj} \cos\theta_{Ej} - k_{1Fj} \dot{x}_{Ej} \cos\theta_{Ej} - k_{2Fj} \dot{y}_{Ej} \sin\theta_{Ej},$$

$$\alpha_{2Fj} = v_L \omega_{Fj} \cos\theta_{Ej} + D_{Lj} \omega_{Fj} \omega_L \cos\theta_{Ej} - v_L \omega_L \cos\theta_{Ej} - D_{Lj} \omega_L^2 \cos\theta_{Ej} - \dot{D}_{Lj} \omega_L \sin\theta_{Ej} + \dot{D}_{Fj} \omega_{Fj} + k_{1Fj} x_{Ej} \omega_{Fj} \cos\theta_{Ej} + k_{2Fj} y_{Ej} \omega_{Fj} \sin\theta_{Ej} + k_{1Fj} \dot{x}_{Ej} \sin\theta_{Ej} - k_{2Fj} \dot{y}_{Ej} \cos\theta_{Ej},$$

$$Q_{Fj} = \text{diag}[q_{1Fj}, q_{2Fj}] > 0,$$

$\text{sgn}(S_{Fj}) = [\text{sgn}(s_{1Fj}), \text{sgn}(s_{2Fj})]^T$  는 signum 함수,  $u_{f,Fj}$  는 저역 통과 필터(low pass filter)를 통과한 값,  $\hat{\gamma}_{1Fj}$  와  $\hat{\gamma}_{2Fj}$  는 각각  $\gamma_{1Fj}$  와  $\gamma_{2Fj}$  의 추정값이며 학습 법칙은 (15)와 같이 표현된다.

$$\dot{\hat{\gamma}}_{1Fj} = \mu_{1Fj} \|L_{Fj}\| \|u_{f,Fj}\| S_{Fj}^T \text{sgn}(S_{Fj}), \quad \dot{\hat{\gamma}}_{2Fj} = \mu_{2Fj} \|L_{Fj}\| S_{Fj}^T \text{sgn}(S_{Fj}) \quad (15)$$

여기서  $\mu_{1Fj}$  와  $\mu_{2Fj}$  는 양수이다.

참조 2: (14)에서  $D_{Fj}$  가 0이면 입력 전압  $u_{Fj}$  를 구할 수 없게 된다. 이는  $\psi_j^d = \pm \frac{\pi}{2}$  일 때 발생하므로 이 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 다음과 같은 제약 조건을 사용한다: 만일  $\psi_j^d = \pm \frac{\pi}{2}$  이면  $D_{Fj}$  가 0이므로,  $\psi_j^d = \pm \frac{\pi}{2}$  대신에  $\psi_j^d = \pm \frac{89\pi}{180}$  를 사용한다.

참조 3: (14)에서  $u_{Fj}$  안에 입력 값이 들어가는 것을 방지하기 위해 본 논문에서는 저역 통과 필터를 이용하였다. 즉  $u_{Fj}$  는 필터 통과 값  $u_{f,Fj}$  와 필터 에러  $\varepsilon_{Fj}$  로 표현 가능하므로 입력 안에  $u_{f,Fj}$  를 사용하고  $\varepsilon_{Fj}$  는 제어기에서 보상해 준다.

#### 2. 안정도 해석

다음은 본 논문의 주요 결과이다.

정리 1: (5)와 같이 주어진 이동 로봇의 동역학 모델을 고려하자. 만약 가정 1-2가 만족된다면 (14)의 제어 입력과 (15)의 학습 법칙에 의해  $x_{Ej}$  와  $y_{Ej}$  는 0으로 수렴하며,  $\theta_{Ej}$  는 경계값(bound)을 갖는다. 따라서 선도 로봇과 추종 로봇들이 원하는 거리와 각도를 유지할 수 있다.

증명: (13)을 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{S}_{Fj} = \begin{bmatrix} \dot{v}_{Fj} - \dot{v}_L \cos\theta_{Ej} - D_{Lj} \dot{\omega}_L \cos\theta_{Ej} + \alpha_{1Fj} \\ D_{Fj} \dot{\omega}_{Fj} - \dot{v}_L \sin\theta_{Ej} - D_{Lj} \dot{\omega}_L \sin\theta_{Ej} + \alpha_{2Fj} \end{bmatrix}$$

$$=L_{F_j}\dot{z}_{F_j} - L_{F_j}G_{F_j}\dot{z}_L + \begin{bmatrix} \alpha_{1F_j} \\ \alpha_{2F_j} \end{bmatrix} \quad (16)$$

(14)를 (5)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{z}_{F_j} = G_{F_j}\dot{z}_L + \eta_{F_j} + \Delta F_{F_j}(u_{f,F_j} + \varepsilon_{F_j}) - \Delta H_{F_j}z_{F_j} + \tau_{d,F_j} \quad (17)$$

(17)을 이용하면 (16)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{S}_{F_j} = -Q_{F_j}S_{F_j} - \hat{\gamma}_{1F_j} \|L_{F_j}\| \|u_{f,F_j}\| \text{sgn}(S_{F_j}) - \hat{\gamma}_{2F_j} \|L_{F_j}\| \text{sgn}(S_{F_j}) + L_{F_j} \left\{ \Delta F_{F_j}(u_{f,F_j} + \varepsilon_{F_j}) - \Delta H_{F_j}z_{F_j} + \tau_{d,F_j} \right\} \quad (18)$$

리아프노프 함수를 다음과 같이 정의하자.

$$V = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left( S_{F_j}^T S_{F_j} + \frac{1}{\mu_{1F_j}} \tilde{\gamma}_{1F_j}^2 + \frac{1}{\mu_{2F_j}} \tilde{\gamma}_{2F_j}^2 + \sum_{n=1, n \neq j}^N \frac{P_{F_j,n}}{2} \right) \quad (19)$$

여기서  $\tilde{\gamma}_{1F_j} = \gamma_{1F_j} - \hat{\gamma}_{1F_j}$ ,  $\tilde{\gamma}_{2F_j} = \gamma_{2F_j} - \hat{\gamma}_{2F_j}$  이다. (19)를 미분하면 (20)과 같이 된다.

$$\dot{V} = \sum_{j=1}^n \left( S_{F_j}^T \dot{S}_{F_j} - \frac{1}{\mu_{1F_j}} \tilde{\gamma}_{1F_j} \dot{\tilde{\gamma}}_{1F_j} - \frac{1}{\mu_{2F_j}} \tilde{\gamma}_{2F_j} \dot{\tilde{\gamma}}_{2F_j} + \sum_{n=1, n \neq j}^N \left( \frac{\partial P_{F_j,n}}{\partial x_{F_j}} \dot{x}_{F_j} + \frac{\partial P_{F_j,n}}{\partial y_{F_j}} \dot{y}_{F_j} \right) \right) \quad (20)$$

(11)은 다음 식을 만족하므로  $\cos \theta_{d_j} = v_{F_j} E_{s_j} \sin \bar{\theta}_{E_j}$ ,  $\sin \theta_{d_j} = -v_{F_j} E_{s_j} \sin \bar{\theta}_{E_j}$ ,  $\bar{\theta}_{E_j} = \theta_{d_j} - \theta_{F_j}$ , (20)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{j=1}^n \left( S_{F_j}^T \dot{S}_{F_j} - \frac{1}{\mu_{1F_j}} \tilde{\gamma}_{1F_j} \dot{\tilde{\gamma}}_{1F_j} - \frac{1}{\mu_{2F_j}} \tilde{\gamma}_{2F_j} \dot{\tilde{\gamma}}_{2F_j} - v_{F_j}^2 (E_{s_j}^2 + E_{y_j}^2) \sin^2 \bar{\theta}_{E_j} \right) \\ &\leq \sum_{j=1}^n \left( S_{F_j}^T \dot{S}_{F_j} - \frac{1}{\mu_{1F_j}} \tilde{\gamma}_{1F_j} \dot{\tilde{\gamma}}_{1F_j} - \frac{1}{\mu_{2F_j}} \tilde{\gamma}_{2F_j} \dot{\tilde{\gamma}}_{2F_j} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

(21)에 (15)와 (18)을 대입하면 (22)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{j=1}^n \left( -S_{F_j}^T Q_{F_j} S_{F_j} - \hat{\gamma}_{1F_j} \|L_{F_j}\| \|u_{f,F_j}\| S_{F_j}^T \text{sgn}(S_{F_j}) - \hat{\gamma}_{2F_j} \|L_{F_j}\| S_{F_j}^T \text{sgn}(S_{F_j}) \right. \\ &\quad \left. + S_{F_j}^T L_{F_j} \left\{ \Delta F_{F_j}(u_{f,F_j} + \varepsilon_{F_j}) - \Delta H_{F_j}z_{F_j} + \tau_{d,F_j} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\gamma}_{1F_j} \|L_{F_j}\| \|u_{f,F_j}\| S_{F_j}^T \text{sgn}(S_{F_j}) - \tilde{\gamma}_{2F_j} \|L_{F_j}\| S_{F_j}^T \text{sgn}(S_{F_j}) \right) \end{aligned} \quad (22)$$

가정 1에 의해 (22)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{j=1}^n \left( -S_{F_j}^T Q_{F_j} S_{F_j} - \hat{\gamma}_{1F_j} \|L_{F_j}\| \|u_{f,F_j}\| S_{F_j}^T \text{sgn}(S_{F_j}) - \hat{\gamma}_{2F_j} \|L_{F_j}\| S_{F_j}^T \text{sgn}(S_{F_j}) \right. \\ &\quad \left. + \gamma_{1F_j} \|L_{F_j}\| \|u_{f,F_j}\| \|S_{F_j}\| + \gamma_{2F_j} \|L_{F_j}\| \|S_{F_j}\| \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\gamma}_{1F_j} \|L_{F_j}\| \|u_{f,F_j}\| S_{F_j}^T \text{sgn}(S_{F_j}) - \tilde{\gamma}_{2F_j} \|L_{F_j}\| S_{F_j}^T \text{sgn}(S_{F_j}) \right) \\ &\leq -\sum_{j=1}^n S_{F_j}^T Q_{F_j} S_{F_j} \leq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

(23)에서  $\dot{V}$  이 음한정(negative definite)하므로  $V$  가 경계값을 가지며,  $S_{F_j} \in L_2 \cap L_\infty$ . 또한 (18)로부터  $\dot{S}_{F_j} \in L_\infty$  이므로

barbalat의 보조 정리[14]에 의해  $S_{F_j}$  는 0으로 수렴함을 알 수 있다.  $S_{F_j}$  가 0으로 수렴한다면 (13)으로부터  $S_{x_j}$  와  $S_{y_j}$  가 0으로 수렴함을 알 수 있으며, 이는  $x_{E_j}$  와  $y_{E_j}$  가 0으로 수렴함을 내포한다. 또한  $x_{E_j}$  와  $y_{E_j}$  의 수렴성은 선도 로봇이 직선 구간을 움직일 때  $\theta_{E_j}$  가 0으로 수렴하며, 곡선 구간을 움직일 때는 경계값을 가짐을 내포한다. 따라서 직선 구간에서는 가상 추종 로봇들이 가상 선도 로봇을 오차 없이 정확히 추종하므로 실제 선도 로봇과 추종 로봇들은 원하는 거리와 각도를 유지할 수 있으며, 곡선 구간에서는 거리와 각도가 경계값을 갖는다. ■

#### IV. 시뮬레이션

본 논문의 모의 실험에 사용된 2대의 추종 로봇에 대한 매개변수 설정은 다음과 같다.

$$k_{1F_j} = k_{2F_j} = 1, \quad q_{1F_j} = q_{2F_j} = 2, \quad \mu_{1F_j} = \mu_{2F_j} = 1.$$

한편 선도 로봇의 초기 위치는  $(x_L, y_L, \theta_L) = (0, 0, 0)$  이며, 추종 로봇 2대의 초기 위치는 각기 다음과 같다.  $(x_{F_1}, y_{F_1}, \theta_{F_1}) = (0, 3, 0)$ ,  $(x_{F_2}, y_{F_2}, \theta_{F_2}) = (0, -3, 0)$ .

선도 로봇의 선속도  $v_L$  와 각속도  $\omega_L$  는 다음과 같다.

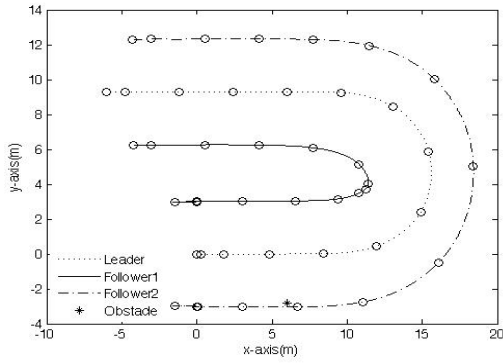
$$0 \leq t < 20 : v_L = 0.3(1 - \cos(\frac{\pi t}{20})), \quad \omega_L = 0$$

$$20 \leq t < 60 : v_L = 0.6, \quad \omega_L = 0.0786(1 - \cos(\frac{\pi t}{20}))$$

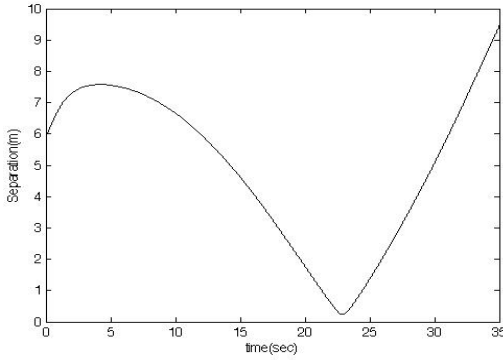
$$60 \leq t < 80 : v_L = 0.6, \quad \omega_L = 0$$

선도 로봇과 추종 로봇간의 원하는 거리 및 각도는 각각  $L_1^d = L_2^d = 3.5m$ ,  $\psi_1^d = -\pi/3 rad$ ,  $\psi_2^d = \pi/3 rad$  이며, 추종 로봇이 장애물을 탐지할 수 있는 거리  $D_{F_j,n} = 3m$ , 최소 회피 거리  $A_{F_j,n} = 1m$  로 설정하였다. 또한 각각의 추종 로봇에 인가되는 외란은 평균값 0, 분산이 0.5인 가우시안 불규칙 잡음(Gaussian random noise)으로 하였다.

본 논문에서 그림 2는 제안된 제어기에서 충돌 회피 기능을 제외했을 때의 결과이며, 그림 3은 충돌 회피 기능을 포함했을 때의 결과이다. 그림에서 보듯이 충돌 회피 기능이 없을 때는 장애물을 회피하지 못하고 지나가지만 충돌 회피 기능이 있을 때는 장애물을 회피하여 움직임을 알 수 있다. 그림 3(b)는 추종 로봇과 장애물과의 거리를 나타낸다. 본 논문에서 그림 4-5는 제안된 제어 시스템의 추종 오차들을 보여준다. 그림 4에서  $x_E$  와  $y_E$  는 모든 구간에서 0으로 수렴하며,  $\theta_E$  는 직선 구간에서만 0으로 수렴함을 알 수 있다. 그림 5는 실제 선도 로봇과 추종 로봇간의 거리 및 각도를 나타내는데 직선 구간에서는 원하는 값을 유지하며 움직이지만 곡선 구간에서는 경계값 안에서 움직이는 것을 볼 수 있다. 이것은  $\theta_E$  가 직선 구간에서만 0으로 수렴하기 때문에 나타나는 결과이다. 따라서 본 논문에서 제안된 제어기는 곡선 구간에서는 오차 값이 존재하지만 직선 구간에서 원하는 군집 형태를 유지하고 충돌 회피도 성공적으로 수행함을 확인할 수 있다.

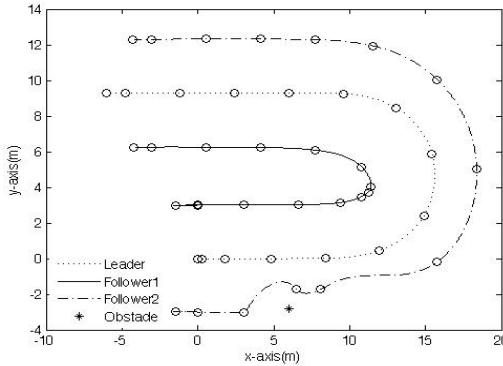


(a) Formation tracking result.

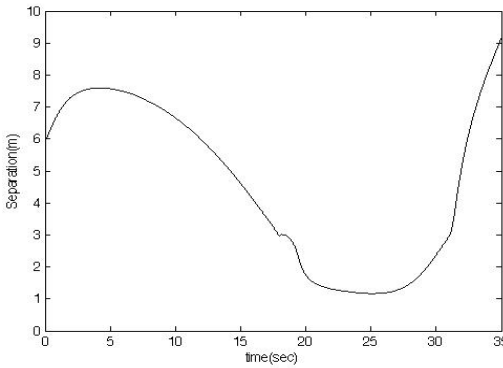


(b) Separation between the follower and obstacle.

그림 2. 충돌 회피 기능이 없는 제어기의 결과.  
Fig. 2. Simulation result of the controller without collision avoidance.

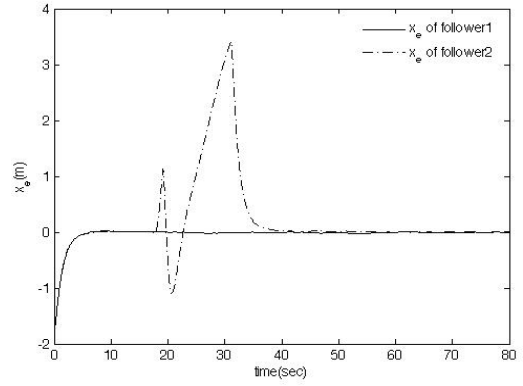


(a) Formation tracking result.

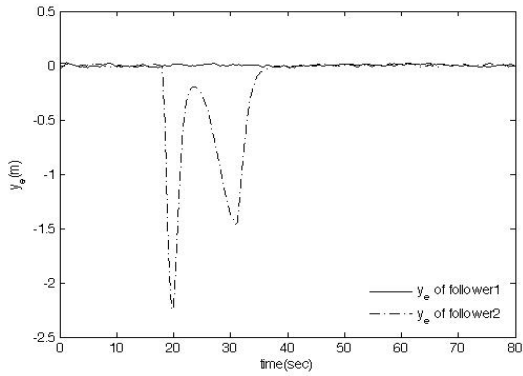


(b) Separation between the follower and obstacle.

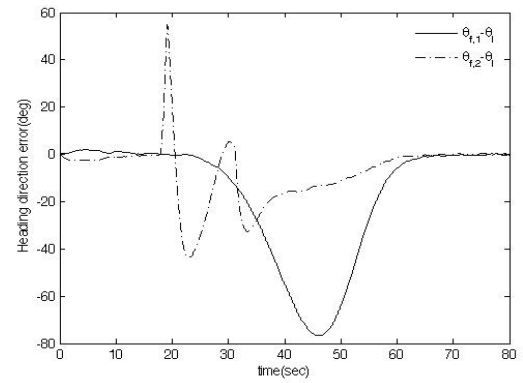
그림 3. 충돌 회피 기능이 포함된 제어기의 결과.  
Fig. 3. Simulation result of the controller with collision avoidance.



(a)  $x_e$ .

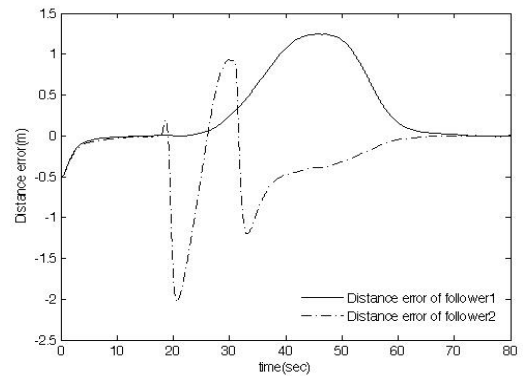


(b)  $y_e$ .

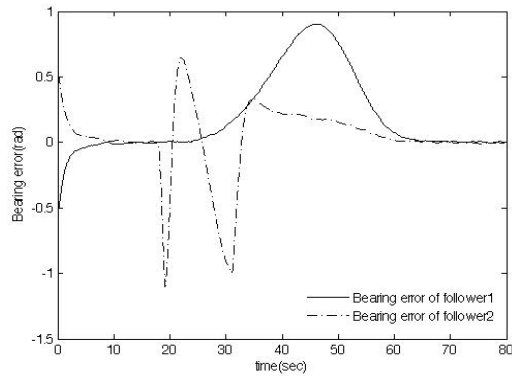


(c)  $\theta_e$ .

그림 4. 가상 로봇의 추종 오차.  
Fig. 4. Tracking errors of the virtual robots.



(a) Distance errors between the leader and follows.



(b) Bearing errors between the leader and followers.

그림 5. 실제 로봇의 추종 결과.

Fig. 5. Tracking result of the actual robots.

**V. 결론**

본 논문에서는 모델 불확실성 및 외란을 갖는 이동 로봇들을 위한 적응 슬라이딩 모드 군집 제어를 제안하였다. 모터 동역학을 고려하여 제어를 설계하였으며, 적응 슬라이딩 모드 제어 기법을 이용함으로써 모델 불확실성과 외란의 한계치를 모르는 경우에도 원하는 군집 형태를 성공적으로 유지한다. 또한 충돌 회피 함수를 이용함으로써 장애물을 만났을 때 회피 이동이 가능하다. 마지막으로 시뮬레이션 결과를 통해 제안된 제어기의 성능을 검증하였다.

**참고문헌**

[1] T. Balch and R. C. Arkin, "Behavior-based formation control for multirobot team," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 14, no. 6, pp. 926-939, Dec. 1998.

[2] J. Fredslund and M. J. Mataric, "A general algorithm for robot formations using local sensing and minimal communication," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 18, no. 5, pp. 837-846, Oct. 2002.

[3] J. R. T. Lawton, R. W. Beard, and B. J. Young, "A decentralized approach to formation maneuvers," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 19, no. 6, pp. 933-941, Dec. 2003.

[4] K. D. Do and J. Pan, "Nonlinear formation control of unicycle-type mobile robots," *Robot. Auton. Syst.*, vol. 55, pp. 191-204, Mar. 2007.

[5] P. Ogren, M. Egerstedt, and X. Hu, "A control Lyapunov function approach to multi-agent coordination," *Proc. IEEE Conf. Decision and Control*, Orlando, FL, pp. 1150-1155, Dec. 2001.

[6] M. A. Lewis and K. H. Tan, "High precision formation control of mobile robots using virtual structures," *Auton. Robots*, vol. 4,

no. 4, pp. 387-403, Oct. 1997.

[7] J. P. Desai, J. Ostrowski, and V. Kumar, "Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 17, no. 6, pp. 905-908, Dec. 2001.

[8] J. Shao, G. Xiao, and Z. Cai, "Leader-following formation control of multiple mobile vehicles," *IET Control Theory Appl.*, vol. 1, no. 2, pp. 545-552, Mar. 2007.

[9] L. Consolini, F. Morbidi, D. Prattichizzo, and M. Tosques, "Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints," *Automatica*, vol. 44, pp. 1343-1349, May 2008.

[10] M. Defoort, T. Floquet, A. Kokosy, and W. Perruquetti, "Sliding-mode formation control for cooperative autonomous mobile robots," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 11, pp. 3944-3953, Nov. 2008.

[11] T. Dierks and S. Jagannathan, "Neural network control of mobile robot formations using RISE feedback," *IEEE Trans. Syst. Man, and Cybern.*, vol. 39, no. 2, pp. 332-347, Apr. 2009.

[12] J. M. Yang and J. H. Kim, "Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 15, no. 3, pp. 578-587, Jun. 1999.

[13] T. Das and I. N. Kar, "Design and implementation of an adaptive fuzzy logic-based controller for wheeled mobile robots," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 14, no. 3, pp. 501-510, May 2006.

[14] J. J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.



**박봉석**

2005년 연세대학교 전기전자공학과(공학사). 2008년 동 대학원 공학석사. 2008년~현재 동 대학원 박사과정 재학중. 관심분야는 비선형 적응 제어, 지능 제어, 이동 로봇, 군집 제어.



**박진배**

1977년 연세대학교 전기공학과(공학사). 1985년 Kansas 주립대학교 전기공학과(공학석사). 1990년 Kansas 주립대학교 전기공학과(공학박사). 1992년~현재 연세대학교 전기전자공학과 교수. 관심분야는 강인 제어, 필터, 비선형 제어, 로보틱스, 퍼지 이론, 신경망 회로 이론.