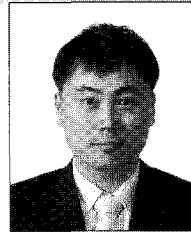


# 연속휨부재의 균열강성과 모멘트재분배

## Cracked Section Stiffness and Moment Redistribution in Continuous Flexural Members



엄태성\*



김재요\*\*

\* 대구가톨릭대학교 건축학부 조교수  
\*\* 광운대학교 건축학부 조교수

### 1. 서론

극한하중을 받는 부재 및 구조물에서는 비탄성 거동에 의하여 모멘트재분배가 발생되므로, 실제 구조물 및 부재 강도가 탄성해석으로 구한 값보다 훨씬 크다.<sup>1)~3)</sup> 따라서 국내외의 구조설계기준<sup>4)~7)</sup>에서는 극한강도설계시 탄성해석으로부터 구한 부재의 휨모멘트를 일정한 비율  $\beta$  (% , 허용 모멘트재분배율)만큼 감소시켜 설계할 수 있다. 중력하중을 받는 연속휨부재에 대하여 각 설계기준에서 허용하는 모멘트재분배율  $\beta$  (%)는 다음과 같다.

$$\beta = 1000\epsilon_t \leq 20 \text{ for ACI 318-08 and KBC 2008} \quad (1a)$$

$$\beta = 30 - 50\left(\frac{c}{d}\right) \leq 20 \text{ for CSA A23.3-94} \quad (1b)$$

여기서,  $\epsilon_t$  = 단면의 최외단 인장철근의 순인장변형률( $\geq 0.0075$ ),  $c$  = 단면해석으로 구한 압축축 단부로부터의 중립축거리,  $d$  = 단면의 유효축이다. 식 (1a)와 식 (1b)에서 철근의 인장변형률  $\epsilon_t$  와 중립축거리비  $c/d$  는 부재의 소성회전 변형능력을 간접적으로 나타내는 변수으로,  $\epsilon_t$  가 크거나 또는  $c/d$  가 작을수록 단면의 곡률연성도가 증가하며 따라서

부재에 허용되는 모멘트재분배율 또한 증가한다. 식 (1)의 장점은 위험단면에서의 단면해석결과를 사용하므로, 극한강도설계시 편리하게 모멘트재분배율을 결정할 수 있다.

식 (1)과 같은 설계기준의 규정은 위험단면에서 휨항복이 발생하여 소성힌지가 발생된 이후에 모멘트재분배가 발생하고, 소성힌지의 변형능력이 클수록 재분배되는 모멘트가 증가한다는 실험 및 해석연구를 바탕으로 하고 있다.<sup>1)~3)</sup> ACI 318-08과 KBC 2009에서는 철근 인장변형률이 0.0075보다 큰 경우에 한하여 모멘트재분배를 허용하고 있는데 ( $\epsilon_t \geq 0.0075$ ), 이는 설계기준이 휨항복 이후에 발생하는 모멘트재분배를 다루고 있음을 보여준다.

그러나 여러 연구자들의 실험연구에 따르면, 위험단면에서 휨인장철근이 항복하기 이전인 사용하중이 작용하는 경우에도 모멘트재분배가 발생된다. Carmo and Lopes<sup>2)</sup>, Scott and Whittle<sup>8)</sup> 등은 중력하중을 받는 연속보의 휨실험을 통하여 위험단면에서 휨철근이 인장항복하기 이전에도 사용하중에 의하여 모멘트재분배가 일어난다는 사실을 밝혔다. 이러한 사용하중에 의한 모멘트재분배는 콘크리트 균열발전에 의한 단면 균열강성의 저하로 발생된다. Fig. 1은 사용하중에 의하여 재분배된 연속보의 모멘트분포를 보여주는데, 모멘트재분배는 경간 중앙의 정모멘트(하부근 인장,  $M_A$ )를 증가시켜 처짐 및 균열폭이 증가시킨다. 게다가 극

한한계상태에서 소성메커니즘을 변화시키거나 모멘트재분배율에 영향을 주는 등 궁극적으로 극한강도설계에도 영향을 줄 수 있다.

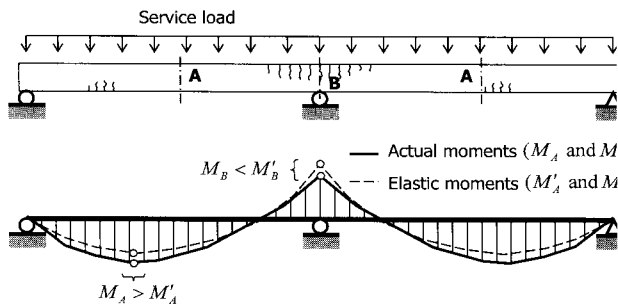


Fig. 1 Moment redistribution in continuous beam subjected to service load

본 연구에서는 중력하중을 받는 연속보에 대하여 위험단면에서 휨인장철근이 항복하기 이전의 사용하중에 의하여 나타나는 모멘트재분배 특성을 연구하였다. 비선형 수치해석을 통하여 철근콘크리트 부재단면의 균열강성 분포를 분석하고, 이를 고려하는 근사해법을 제시하였다. 또한 철근비, 단부조건, 콘크리트 재료강도 등을 고려한 변수연구를 통하여 사용하중에 의한 모멘트재분배율의 범위를 제시하고, 현행 설계기준에 제시된 모멘트재분배 규정과 비교하였다. 사용하중에 의한 모멘트재분배가 연속보의 소성메커니즘 및 극한강도설계에 미치는 영향에 대하여 논하였다.

## 2. 사용하중에 의한 모멘트재분배 특성

사용하중에 의한 모멘트재분배 거동을 분석하기 위하여 중력하중을 받는 연속보의 비선형해석을 수행하였다. 수치해석을 위하여 Park and Klingner<sup>9)</sup>가 개발한 비선형 유한요소해석법을 사용하였다. 콘크리트의 재료모델로 인장-압축의 비선형모델을 사용하였고, 콘크리트 인장균열 이후 발생하는 인장강화(tension stiffening)거동을 고려하였다. 철근의 재료모델은 Brown and Jirsa<sup>10)</sup>가 제시한 비선형모델을 사용하였다. 상세한 재료모델 및 해석기법과 사용한 비선형해석법의 검증결과는 참고문헌 9와 11에 나타나 있다.

Fig. 2(a)는 Carmo and Lopes<sup>2)</sup>가 실험한 2경간 연속보 실험체 V1-0.8-0.7의 형상 및 배근상세를 보여준다. 지점 사이의 길이는 2950mm이고, 단면크기는 220mm × 120mm이다. 보의 상·하 단면에 배치한 휨철근의 면적  $A_{s1}$ ,  $A_{s2}$ ,  $A_{s3}$ ,  $A_{s4}$ 는 각각 157, 157, 314, 157mm<sup>2</sup>이다. Fig. 2(a)는 또한 유한요소해석 모델을 보여주는데, 연속보의 하중조건, 배근

상세, 단부조건이 정확히 대칭이므로 300개의 4절점 콘크리트 면요소를 사용하여 좌측 경간만을 모델링하였다. 휨철근은 별도의 선요소로 모델링하였고, 전단철근은 콘크리트에 균일하게 분포된 것으로 가정하였다. 콘크리트 면요소와 길이방향 철근 선요소는 완전부착을 가정하여 비선형 해석을 수행하였다. 철근의 항복 및 인장강도는  $f_y = 569$  MPa,  $f_u = 669$ MPa를 사용하였고, 콘크리트의 압축 및 인장강도는  $f_{ck} = 71$ MPa,  $f_{ct} = 0.29\sqrt{f_{cm}} = 2.4$ MPa<sup>12)</sup>를 사용하였다.

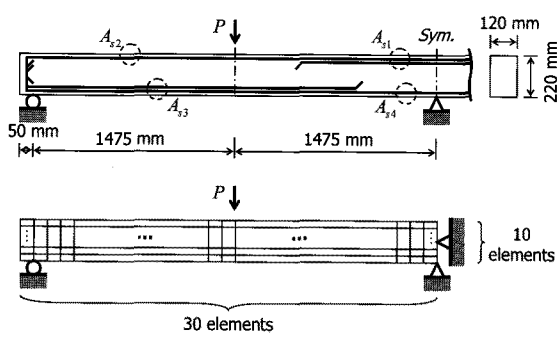
연속보 실험체 V1-0.8-0.7의 비선형해석 결과를 Fig. 2(b) - (d)에 나타냈다. Fig. 2(b)는 하중-변형( $P-\delta$ ) 관계를 보여주는데,  $P$ 와  $\delta$ 는 각각 가력점의 수직하중과 처짐을 나타낸다. Fig. 2(c)는 수직하중  $P$ 에 따른 좌측 지점의 수직반력  $R_L$ 과 중앙 지점의 수직반력  $R_C$ 의 비율( $R_L/R_C$ )을 보여주고, Fig. 2(d)는 모멘트재분배율  $\beta$ (%)의 변화를 보여준다. 그림에 연속보 중앙부 지점(Fig. 2의 a)의 상부근( $A_{s1}$ )과 가력점(Fig. 2의 b)의 하부근( $A_{s3}$ )에서 인장항복이 발생하는 시점을 각각 A와 B로 표기하였다. Fig. 2(d)의 모멘트재분배율  $\beta$ (%)는 다음과 같이 지점의 반력을 사용하여 평가하였다.

완전한 탄성거동을 가정할 경우 보 경간(길이  $L$ )의 중앙에 작용하는 수직하중  $P$ 로 인하여 좌측 및 중앙부 지점에 각각  $(5P)/16$ ,  $(11P)/16$ 의 수직반력이 작용하고, 중앙 지점과 경간 중앙에는 각각  $(3PL)/16$ ,  $(5PL)/32$ 의 부재모멘트가 발생된다. 하지만 콘크리트의 균열거동에 의하여 모멘트재분배가 발생하면, 지점에 작용하는 수직반력  $R_L$  및  $R_C$ 의 크기와 그 비율  $R_L/R_C$ 이 달라진다. 모멘트재분배율  $\beta$ (%)은 탄성모멘트 대비 재분배에 의하여 감소하거나 증가하는 모멘트의 비율로 정의되므로, 부모멘트가 작용하는 중앙 지점의 위험단면(a)과 정모멘트가 작용하는 가력점의 위험단면(b)에서 모멘트재분배율은 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

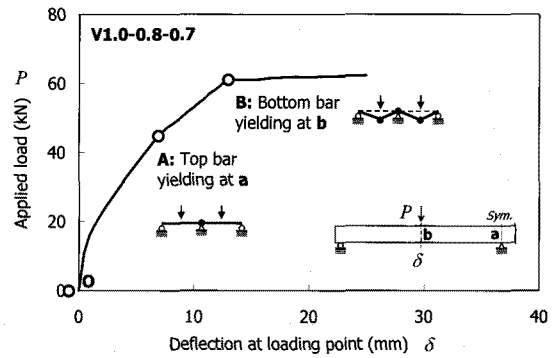
$$\beta = \left( \frac{\frac{3}{16}PL - \frac{1}{2}(R_C - R_L)L}{\frac{3}{16}PL} \right) \times 100 \text{ at support} \quad (2a)$$

$$\beta = \left( \frac{\frac{5}{32}PL - \frac{1}{2}R_L L}{\frac{5}{32}PL} \right) \times 100 \text{ at mid-span} \quad (2b)$$

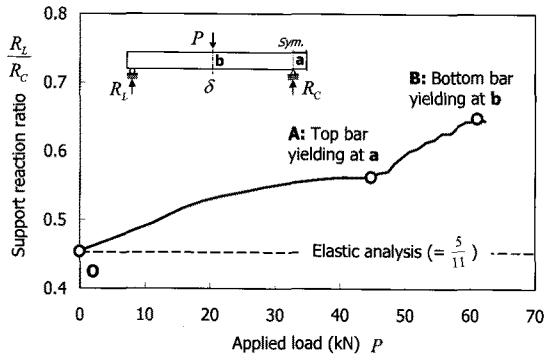
식 (2)로부터 계산한 모멘트재분배율  $\beta$ (%)가 양의 값을 가지면 모멘트재분배에 의하여 모멘트의 크기가 감소되었음을 나타내고, 음의 값을 가지면 오히려 모멘트가 증가되



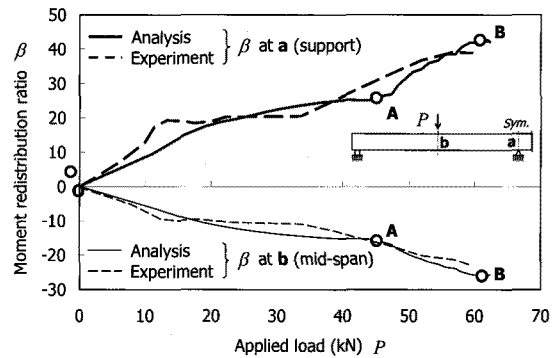
(a) Specimen properties and Finite element model



(b) Load-deflection relationship



(c) Variation of support reaction ratio with applied load



(d) Variation of moment redistribution ratio with applied load

Fig. 2 Nonlinear analysis of continuous two-span beam (V1-0.8-0.7 tested by Carmo and Lopes 2005)

었음을 가리킨다.

Fig. 2(b)에 나타난 바와 같이 2경간 연속보 V1-0.8-0.7은 중앙 지점과 경간 중간의 가력점에서 순차적으로 휨항복하였고, B점에서 소성붕괴메커니즘을 형성하며 급격히 강성이 저하되었다. 이러한 단면의 휨항복과 소성붕괴메커니즘은 지점의 수직반력에 영향을 준다. Fig. 2(c)에 나타난 바와 같이 중앙 지점에서 소성힌지가 발생한 A 이후 모멘트 재분배로 인하여 중앙 및 좌측단부의 지점간 수직반력비 ( $R_L/R_C$ )가 급격히 증가하였고, 소성붕괴메커니즘이 형성되는 B 이후에는 더 이상의 모멘트재분배가 없으므로 지점의 수직반력비 또한 거의 일정하였다. 수직반력비는 Fig. 2(d)에 나타난 비선형해석(실선)과 실험(점선)으로 구한 모멘트재분배율  $\beta$ (%)의 변화와도 잘 일치한다. 이와 같이 AB구간에서 발생하는 모멘트재분배는 위험단면의 휨항복과 소성변형에 의한 것으로서, 이러한 모멘트재분배의 영향은 이미 국내외의 설계기준에 반영되어 극한강도설계에 사용되고 있다(식 (1) 참조).

흥미롭게도 Fig. 2(c)와 (d)는 위험단면에서 휨항복이 발생하기 이전의 OA구간에서도 상당한 크기의 모멘트재분배가 발생됨을 보여준다. 재하와 동시에 비교적 급하게 모멘트재분배가 발생되어 반력에 변화가 나타나지만  $P = 20\text{kN}$

이후 중앙 지점의 위험단면에서 상부근  $A_{s1}$ 이 인장항복하는 시점( $P=45\text{kN}$ )까지는 모멘트재분배율이 거의 일정하게 유지된다. 이러한 사용하중에 의한 모멘트재분배는 주로 콘크리트 휨균열의 발전에 따른 단면 균열강성 변화로 인하여 발생하는 것으로<sup>2),3)</sup>, 흔히 극한강도설계에서 고려하는 재료 및 부재의 소성변형과 관계되는 AB 구간의 모멘트재분배와 구분되어야 한다. 사용하중에 의한 모멘트재분배의 메커니즘은 3장에서 보다 상세하게 분석하였다.

### 3. 모멘트재분배 메커니즘

2장에서 설명한 바와 같이, 위험단면에서 인장철근이 항복하기 이전의 사용하중이 작용하는 경우에 발생하는 모멘트재분배는 위험단면 휨항복 이후의 모멘트재분배와 그 원인이 서로 다르다. 본 장에서는 Carmo and Lopes<sup>2)</sup>의 연속보 실험체 V1.0-0.8-0.7의 비선형해석 결과를 사용하여 사용하중에 의하여 발생하는 모멘트재분배 메커니즘을 역학적으로 분석하였다.

분석을 위하여 중앙 지점의 위험단면에서 상부근  $A_{s1}$ 의 인장응력이  $0.65f_y$ 에 도달한 시점(Fig. 2의 S)을 기준으로 휨모멘트  $M(x)$ , 곡률  $\phi(x)$ , 단면 균열강성  $EI_{cr}(x)$  분포를

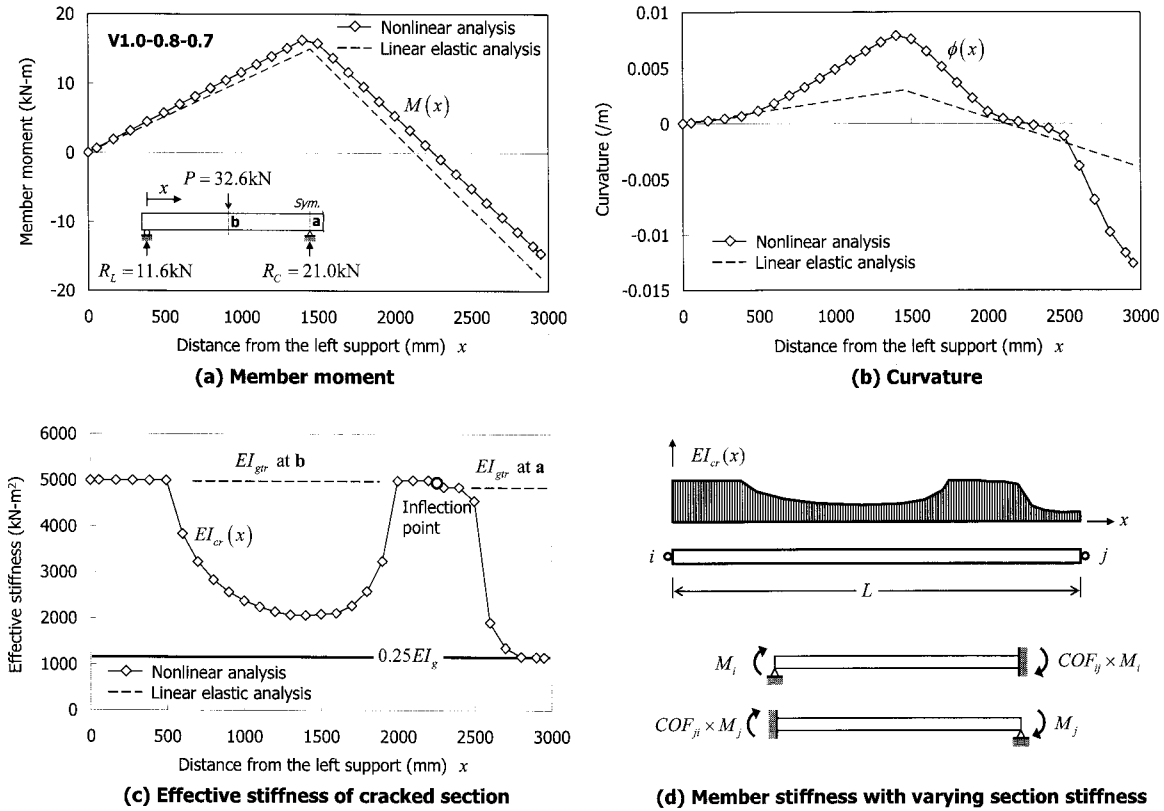


Fig. 3 Moment redistribution of continuous beam under service load (V1-0.8-0.7 tested by Carmo and Lopes 2005)

각각 Fig. 3(a), (b), (c)에 나타났다.  $x$ 는 보 좌측 지점에서부터 오른쪽 방향으로 떨어진 거리를 나타낸다(Fig. 3(a)). 휨모멘트  $M(x)$ 는 비선형해석으로 구한 각 위치의 콘크리트 및 철근응력을 단면에 대하여 적분하여 구하였고, 곡률  $\phi(x)$ 는 단면변형률의 선형분포를 가정하여 비선형해석으로 구한 최외단 콘크리트 압축변형률과 주근의 인장변형률을 사용하여 구하였다. 단면 균열강성  $EI_{cr}(x)$ 을 직접적으로 구하기 어려우므로, 비선형해석으로 구한 모멘트  $M(x)$ 와 곡률  $\phi(x)$ 을 사용하여 다음과 같이 계산하였다.

$$EI_{cr}(x) = \frac{M(x)}{\phi(x)} \leq EI_{gr} \quad (3)$$

식 (3)에서  $EI_{gr}$ 은 단면의 인장 및 압축 철근의 영향까지 포함하는 환산단면에 의한 휨강성을 나타낸다.

Fig. 3(a)는 위험단면의 인장철근이 항복하기 이전( $f_s = 0.65f_y$ )의 사용하중에 의한 모멘트재분배를 명확히 보여준다. 일반적으로 구조설계실무에서는 연속보 전체 길이에 걸쳐 균열 단면의 유효강성  $EI_c (\approx 0.25EI_g, I_g = \text{비균열단면의 단면2차모멘트}^4, ^7)$ 이 균일하게 분포되어 있는 것으로 가정하여 탄성해석을 수행한다(Fig. 3(a)의 점선, Fig. 3(c)의 굵은 실

선 참조). 그러나 위치마다 균열의 발생여부와 크기가 다르므로 Fig. 3(c)에 나타난 바와 같이 사용하중을 받는 부재 내부의 실제 균열강성  $EI_{cr}(x)$ 은 불균일한 분포를 보인다. 이러한 불균일한 단면 균열강성의 분포로 인하여 모멘트재분배가 발생하며, 그 결과 연속보의 중앙 지점과 경간 내부의 모멘트분포가 선형탄성해석에 의한 모멘트분포와 달라진다.

사용하중으로 인한 모멘트재분배는 Fig. 3(d)와 같이 불균일한 균열강성  $EI_{cr}(x)$ 를 갖는 부재에 대한 모멘트분배법(moment distribution method)<sup>13)</sup>으로 고려할 수 있다. 기초적인 역학이론으로부터 불균일한 균열강성  $EI_{cr}(x)$ 를 갖는 부재의 모멘트전달계수(carry-over factor)는 다음과 같다.

$$COF_{ij} = \frac{\int_L \frac{x(L-x)}{EI_{cr}(x)} dx}{\int_L \frac{x^2}{EI_{cr}(x)} dx} \quad (4a)$$

$$COF_{ji} = \frac{\int_L \frac{x(L-x)}{EI_{cr}(x)} dx}{\int_L \frac{(L-x)^2}{EI_{cr}(x)} dx} \quad (4b)$$


여기서,  $COF_{ij} = i$  단부에 작용하는 모멘트  $M_i$ 에 의하여  $j$  단부에 발생하는 모멘트의 크기를 나타내는 모멘트전달 계수,  $COF_{ji} = j$  단부에 작용하는 모멘트  $M_j$ 에 의하여  $i$  단부에 발생하는 모멘트의 크기를 나타내는 모멘트전달계수,  $L =$  양단부 지점 사이의 부재 길이이다.

철근콘크리트 구조설계 실무에서는 부재 길이에 걸쳐 단면강성이  $EI_e (\approx 0.25EI_g)$ 로 균일하다고 가정하므로(Fig. 3(c)의 붉은 실선), 식 (4)의 모멘트전달계수는  $COF_{ij} = COF_{ji} = 0.5$ 이다. 하지만, Fig. 3(c)에 나타난 바와 같이 실제 철근콘크리트 휨부재에서는 단면의 균열강성이 불균일하게 분포되므로  $COF_{ij}$  및  $COF_{ji}$ 는 더 이상 0.5가 아니고, 따라서 부재 양단부로 전달되는 모멘트가 서로 달라 모멘트재분배가 발생한다. Fig. 2와 3에 나타난 연속보 V1.0-0.8-0.7의 비선형 해석 결과에 대하여, Fig. 3(c)의  $EI_{cr}(x)$ 를 사용하여 식 (4)로부터 모멘트전달계수가  $COF_{ij} = 0.395$ ,  $COF_{ji} = 0.612$ 로 계산되었다( $i$ 와  $j$ 는 각각 연속보의 좌측 및 중앙 지점을 가리킨다.). 이는 부방향 휨모멘트가 크게 발생되어 균열강성이 작은 우측의 지점보다 상대적으로 단면 균열강성이 큰 보의 좌측으로 더 큰 힘이 전달되고 있음을 가리킨다.

#### 4. 요약 및 결론

사용하중을 받는 철근콘크리트 부재에서 나타나는 모멘트재분배 거동에 대하여 실험 및 해석결과를 분석하였다. 대부분의 설계기준에서 주로 극한하중상태에서 휨인장철근의 항복 및 소성거동으로 발생하는 모멘트재분배 거동을 강도설계에 고려하고 있는데 반하여, 본 연구의 실험 및 해석결과는 휨인장철근에 항복하기 이전의 사용하중상태에서도 일정한 모멘트재분배가 발생할 수 있다는 사실을 보였다. 비록 이러한 사용하중상태에서 발생하는 모멘트재분배가 극한한계상태의 모멘트재분배거동에 결정적인 영향을 미치지 않는더라도, 부재 중앙부의 정모멘트를 증가시켜 부재의 균열 및 처짐을 증가시킬 수 있으므로 연속보 또는 슬래브의 사용설계 시 신중하게 고려할 필요가 있을 것으로 판단된다. 사용하중에 의한 모멘트재분배를 고려하기 위해서는 먼저 재료강도, 철근비, 배근형태, 설계방법 등에 따라서 사용하중 상태에서 발생하는 모멘트재분배 특성 및 경향에 대한 추후 연구가 필요하고, 나아가 사용하중 상태의 모멘트재분배가 부재의 극한성능 및 사용성능에 미치는 영향에 대한 보다 면밀한 검토가 선행되어야 할 것으로 판단된다.

#### 참고 문헌

1. Mattock, A. H. 1964, "Rotational capacity of hinging regions in reinforced concrete beams", Proceedings of the International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ACI, SP-12, pp. 143.182.
2. Carmo, R. and Lopes, S. (2005), "Ductility and linear analysis with moment redistribution in reinforced high-strength concrete beams", Canadian Journal of Civil Engineering, 32, 194-203.
3. Shakir, A. and Rogowski, D. M. (2000), "Evaluation of ductility and allowable moment redistribution in reinforced concrete structures", Canadian Journal of Civil Engineering, 27, 1286-1299.
4. ACI Committee 318 (2002), Building code requirements for reinforced concrete (ACI318-02) and commentary (318R-02), American Concrete Institute (ACI), Farmington Hills, Mich.
5. European Committee for Standardization, Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: general rules and rules for buildings. BS EN 1992-1-1: 2004, British Standards Institute, London, UK. 2004.
6. CSA (1994), Design of concrete structures: structures (design), Standard CAN/CSA A23.3-94, Canadian Standards Association, Rexdale, Ont.
7. 대한건축학회, 건축구조설계기준-Structural, KBC 2009, 국토해양부, 2009.
8. Scott, R. H. and Whittle, R. T., "Moment redistribution effects in beams", Magazine of Concrete Research, 57(1), 2005, 9-20.
9. Park, H., and Klingner, R. E. (1997), "Nonlinear Analysis of RC Members Using Plasticity with Multiple Failure Criteria," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 123 No. 5, pp.643~651.
10. Brown, R. H. and Jirsa, J. O. (1971), "Reinforced Concrete Beams under Load Reversals," Journal of American concrete Institute, Vol. 68 No. 5, pp.380~390
11. Park, H. and Eom, T. (2006), "A Simplified Method for Estimating the Amount of Energy Dissipated by Flexure-Dominated Reinforced Concrete Members for Moderate Cyclic Deformations," Earthquake Spectra, 22(2), 2006, 459~490.
12. MacGregor, J. G., Sozen, M. A., and Siess, C. P. (1960), "Strength and Behavior of Prestressed Concrete Beams with Web Reinforcement," University of Illinois Civil Engineering Studies, Structural Research Series 210, Urbana 

[담당 : 김홍진, 편집위원]