

강화변형을 솔리드 요소를 사용한 사각형태 층간분리를 갖는 복합적층판의 탄성좌굴해석

Elastic Buckling Analysis of Laminated Composite Plates with Embedded Square Delamination Using an Enhanced Assumed Strain Solid Element

박대용 Park, Dae-Yong*[†] · 장석윤 Chang, Suk-Yoon**

(Received May 2, 2010 ; Revised May 28, 2010 ; Accepted June 8, 2010)

ABSTRACT

Delamination reduces an elastic buckling load of the laminated composite structures and lead to global structural failure at loads below the design level. Therefore, the problem of the delamination buckling of laminated composite structures has generated significant research interest and has been the subject of many theoretical and experimental investigations. However, questions still remain regarding a complete understanding and details of the phenomena involved. In this paper an efficient finite element model is presented for analyzing the elastic buckling behavior of laminated composite plates with square embedded delamination using a solid element based on a three-dimensional theory. The solid finite element, named by EAS-SOLID8, based on an enhanced assumed strain method is developed. The study for elastic buckling behavior of laminated composite plates with embedded square delaminations are focused on various parameters, such as support condition and width-to-thickness ratio. Both graphs and buckling modes in this paper are good guide for design of the laminated composite plates with embedded square delamination.

요 지

복합적층구조의 층간분리현상은 탄성좌굴하중을 감소시키며 설계값보다 낮은 수준에서 전체구조물의 파괴를 유발한다. 따라서 복합적층구조의 층간분리 현상은 매우 중요한 문제이며 많은 이론과 실험적인 연구가 진행되어왔다. 본 연구에서는 3차원 이론을 사용한 효과적인 유한요소법에 기초하여 임베디드된 사각형 층간분리 현상을 갖는 복합적층판의 탄성좌굴 거동을 분석하였다. 해석을 위해 개발된 3차원 유한요소는 EAS-SOLID8이라고 이름 붙여졌으며 강화된 대체 변형률 방법을 사용하였다. 임베디드된 사각형 층간분리를 갖는 복합적층판의 탄성좌굴거동 분석을 위해 경계조건, 폭-두께비 변화에 대하여 매개변수 해석을 수행하였다. 본 연구의 그래프와 좌굴모드는 임베디드된 사각형 층간분리를 갖는 복합적층판의 설계에 매우 유용한 자료가 될 것으로 사료된다.

Key Words: Laminated composite plate(복합적층판), Embedded square delamination(임베디드 사각형 층간분리), Elastic buckling analysis(탄성좌굴해석), Enhanced assumed strain(강화변형률)

1. 서 론

복합적층구조는 저중량, 고강도, 고강성, 부식이 없는 장점으로 인해 토목구조분야에서 중요한 재료로 인식되어지고 있다. 그러나 복합적층구조의 파괴거동에 대한 분석 데이터의 부족으로 인해 주요 구조부재로 널리 사용되는 것에 한계를 가지고 있다. 따라서 신뢰성 있는 주요구조부재로 사용하기 위해서는 재료 손상 한계, 구조안정성 및 파괴형태에 대한 거동이 규명되어야 한다. 또한 복합적층구조를 주요 구조 부재로 설계하기 위해서는 적층구조에 손상이 발생한 경우에 대한 명확한 구조거동이 규명되어야 한다. 복합적층구조에서 층간분리 현상과 같은 손상이 자주 발생하며 이러한 구조의 설계를 위해서는 압축하중이 작용할 경우

그 거동 특성에 대한 데이터가 반드시 필요하다. 복합적층구조에서 발생하는 층간분리현상은 제조결함, 외부충격하중, 구성요소의 온도 및 화학적인 수축, 그리고 기하학적 또는 재료적 불연속 영역에서 발생하는 큰 응력 집중의 원인으로 인해 주로 발생한다. 이러한 층간분리 현상은 복합적층구조의 전체 강성을 감소시키며 대칭 적층구조의 경우 불균형성 현상을 야기한다. 또한 층간분리 현상은 후좌굴하중(Post-buckling load) 하에서 급격하게 진전되며 급격한 구조적인 파괴를 유발한다. 다시 말하면 층간분리 현상은 탄성좌굴하중을 감소시키며 낮은 설계하중에서 구조물의 전체 좌굴을 유발시킨다. 복합적층구조에서 층간분리현상에 대한 연구는 매우 중요한 분야이며 많은 이론적 및 실험적인 조사가 진행되어 왔다. 그러나 층간분리를 갖

*† 정회원·대림산업 기술연구소 특수교량팀 과장, 교신저자(dypark@daelim.co.kr)

** 정회원·서울시립대학교 토목공학과 명예교수 / (주)이산 상임교문

는 적층판 구조에 대한 상세한 탄성좌굴 거동이 설계에 사용할 수 있을 정도로 충분히 규명되지 않았다.

지난 20년동안 많은 연구자들에 의해 층간분리를 갖는 복합적층구조의 좌굴 및 후좌굴 거동에 대한 해석적 및 수치적인 해석이 수행되어져 왔으며 그 연구 동향을 살펴보면 다음과 같다. Chai et al.(1981)은 이러한 문제에 대해 처음으로 연구를 수행하였고 그들은 층간분리를 갖는 복합적층판의 압축강도 평가를 위해 1차원 해석 모델을 제안하였다. Simiteses et al. (1985, 1986)은 1차원 보-판 이론을 사용하여 층간분리 좌굴 및 진전에 대하여 연구하였으며 층간분리 위치, 길이 및 층 두께 변화에 따른 좌굴거동을 분석하였다. Bottega and Maewal(1983)은 원형 복합적층판의 대칭 국부 좌굴 및 층간분리 진전에 대하여 연구하였다. Sheinman and Soffer(1990)은 Simiteses et al.(1985)의 이론을 확장하여 유한차분법을 사용하여 층간분리를 갖는 복합적층판의 안정성 해석에 있어 extension-bending coupling의 효과를 분석하였다. Kardomateas and Schmueser(1988)은 층간분리를 갖는 복합적층판의 좌굴 및 후좌굴 영역에 대하여 전단의 효과를 분석하였다. Chen(1991)은 변분 에너지 이론을 사용하여 전단의 영향을 분석하였으며 연구 결과 전단의 영향은 층간분리의 위치와 길이에 크게 지배됨을 규명하였다. 또한 몇몇 연구자는 다층간 분리를 갖는 복합적층판의 좌굴 해석을 수행하였다(Suemasu, 1993; Wang et al., 1997).

상기에 언급한 많은 연구자들은 대부분 through-the-width 층간분리에 국한하여 연구를 수행하였으며 주로 1차원 이론에 의한 해석모형을 사용하였다.

Lee et al. (1998)은 3차원 솔리드 요소를 사용하여 층간분리 복합적층판의 좌굴 및 후좌굴 거동을 분석하였다. Lee et al. (1993)은 다층간 분리를 갖는 복합적층판의 좌굴하중 및 좌굴 모드 분석을 위해 layerwise 판 이론을 사용한 유한요소법으로 연구를 수행하였다.

상기의 연구자들이 층간분리 해석을 위해 적절한 3차원 또는 layerwise 판이론에 의한 유한요소법을 사용하였다 할지라도 효과적인 해석을 할 수 없다. 왜냐하면 이러한 이론을 사용할 경우 적층판의 각 층마다 많은 수의 자유도를 필요로 하며 해석시간이 매우 오래 소요될 뿐만 아니라 각 층별로 분리하여 결과분석하기가 매우 까다롭다. 따라서 이러한 단점을 극복하고자 2차원 유한요소법을 사용하여 층간분리 복합적층판의 거동을 분석 많은 연구자들이 시도하였다(Naganarayana and Atluri, 1995 ; Rinderknecht and Kroplin, 1995 ; Klug et al., 1996 ; Kim, 1997). Cho et al.(1997, 1998)는 해석 자유도를 줄이기 위해 layerwise이론에 근거한 전체 및 국부 거동 분석을 제안하였다. 그는 Hu(1999)에 의해 개발된 접촉 알고리즘을 포함한 Mindlin 판이론에 근거하여 유한요소법으로 좌굴해석을 수행하였다. Gu and Chattopadhyay(1994)는 층간분리 복합적층판의 좌굴거동 분석을 위해 새로운 고차 전단변형 이론을 개발하였

다. 그들은 전단변형 효과가 층간분리 적층판의 좌굴 거동에 매우 중요한 영향을 준다는 것을 규명하였다.

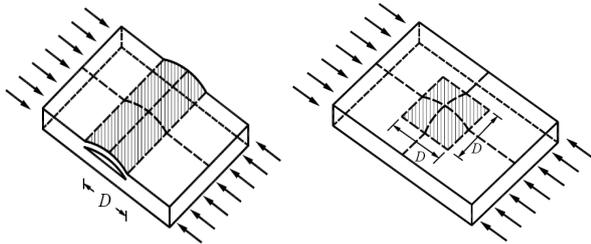
상기에 언급한 전통적인 2차원 유한요소해석은 Reissner/Mindlin 판이론 또는 고전적인 판이론에 근거한 층간분리 복합적층판의 거동 분석을 주로 하였다. 상기 이론에 의한 거동 분석에서 판 거동 분석시 3부분으로 나누어 해석을 수행하였으며 손상된 부분을 포함한 두 개의 sublaminates와 손상되지 않은 하나의 base laminate로 분리하여 해석을 수행하였다. 각 부분은 판 요소로 모델링되었다. 층간분리 테두리부분의 유한요소의 절점은 offset 벡터를 사용하여 서로 강결로 연결하였다. 그러나 이러한 offset 벡터의 수치해석 수행은 임의 형태의 크기와 위치를 갖는 다층간 분리된 복합적층구조에 있어서는 매우 복잡한 문제를 추가적으로 해결해야하는 단점이 있으며 때로는 추가적인 연결요소를 사용하기도 하였다.

층간분리 판의 해석을 위해 추가적인 연결요소문제 또는 offset 벡터사용의 문제를 극복하기 위해 Cheng et al.(1996)은 연약한 접착면을 갖는 복합적층판에 대하여 고차원 지그재그 이론을 사용한 해석모형을 개발하였다. 그러나 이 모델은 층간분리의 slipping과 opening 현상을 나타내지 못하였다. Kim and Cho(2002)는 다층간 분리를 갖는 복합적층구조의 효과적인 고차원 지그재그 이론을 사용한 유한요소를 개발하였다. 그들은 복잡한 유한요소 정식화를 사용하였으며 크로스플라이 적층판에 국한하여 연구를 수행하였다.

최근에 판이론에 근거한 2차원 해석모형이 많이 개발되었으나 그것은 마찰 및 접촉을 고려하기 위해 복잡한 수식전개가 필요하고 많은 한계점과 불리하고 불편한 점이 많다. 또한 복합적층구조의 층간분리는 본질적으로 3차원 거동을 보이므로 3차원 솔리드 요소를 사용하는 것이 적절하다(Peck and Springer, 1991). 따라서 복잡한 형태의 일반적인 층간분리를 갖는 구조의 해석을 위해서는 편리하며 해석결과 분석이 쉬운 해석 방법 및 요소 개발이 절실히 필요하다. 본 연구에서는 임베디드된 층간분리를 갖는 복합적층판의 탄성좌굴 거동 분석을 위해 3차원 이론을 사용한 효과적인 유한요소를 개발하고 쉬운 모델링을 통해 명확한 좌굴 거동 분석을 수행하였다. 본 연구에서는 복합적층판에서 층간분리는 압축하중제하 전에 존재하는 것으로 가정하고 층간분리 진전은 무시하였다. 이러한 가정은 복합적층판의 압축하중하에서의 전체좌굴거동에 대해서는 유효하다.

복합적층판에서의 층간분리 형태는 크게 두가지로 구분될 수 있다. 첫 번째는 through-the-width 층간분리이고 두 번째는 임베디드된 층간분리이다(Fig. 1). 또한 층간분리를 갖는 복합적층판의 좌굴모드는 국부, 복합, 그리고 전체좌굴모드의 세가지 형태로 나타난다(Fig. 2). Through-the-width 층간분리 현상은 주로 하중을 받지 않는 두변이 자유단이고 나머지 두변은 고정단일

경우 주로 발생한다. 반면에 임베디드된 층간분리 현상은 4변이 경계조건을 가질 경우 주로 판의 중심부에서 발생한다. Through-the-width 층간분리를 갖는 복합적층판의 좌굴거동은 Lee and Park (2007)에서 분석하였으며 본 연구에서는 임베디드된 층간분리를 갖는 복합적층판의 좌굴거동을 주로 분석하였다. 임베디드된 층간분리를 갖는 복합적층판의 좌굴거동 분석을 위해 지점 조건 변화, 폭-두께비 변화에 따른 매개변수 해석을 수행하였다. 이러한 해석을 통해 탄성임계좌굴하중 및 좌굴모드를 수록하였으며 향후 층간분리 복합적층판의 설계자료로 유용하게 이용되리라 판단된다.



(a) Through-the-width delamination (b) Embedded square delamination
Fig. 1 복합적층판의 층간분리 발생형태 분류

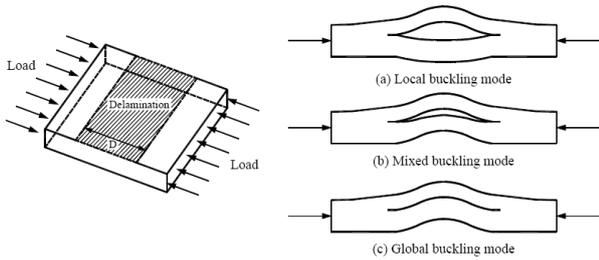
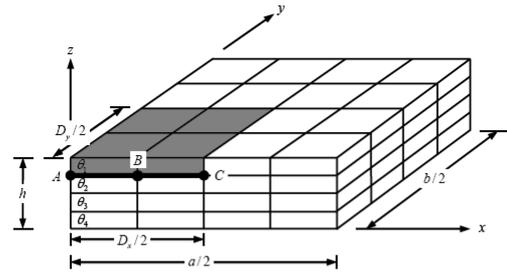


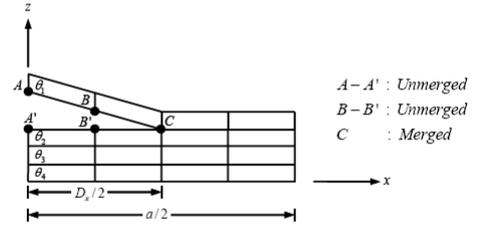
Fig. 2 층간분리를 갖는 복합적층판의 좌굴모드

2. 층간분리 복합적층판의 유한요소 해석을 위한 모델링 방법

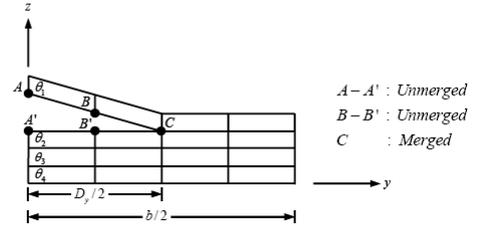
층간분리를 갖는 복합적층판의 정확한 좌굴하중과 좌굴모드를 구하고 해석시간을 단축하기 위해서는 적절하고 효과적인 모델링이 매우 중요하며 본 연구에서는 Fig. 3과 같이 모델링 하였다. Fig. 3에서 절점 A-A'와 B-B'는 층간분리되어 절점이 공유되지 않으며 절점 C는 층간분리 시작점으로 하나의 절점으로 모델링하였다. Fig. 3에서 층간분리층 사이의 마찰과 접촉의 영향은 고려하지 않았으며 절점 C에서의 층간분리 진전현상 또한 무시하였다. 이러한 이유는 Whitcomb(1989)의 연구결과를 살펴보면 층간분리 복합적층판의 좌굴거동에 있어 층간분리 진전현상은 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.



(a) A quarter three-dimensional model of laminated composite plate



(b) Mesh design of delaminated plate on x-z plane



(c) Mesh design of delaminated plate on y-z plane

Fig. 3 사각형태 임베디드 1층간분리를 갖는 4층 복합적층판의 3차원 모델링 방법

3. 8절점 강화변형률 솔리드 유한요소 정식화

3.1 변분법

강화변형률(Enhanced Assumed Strain, EAS) 방법은 Three-field를 갖는 식 (1)의 Hu-Washizu의 변분 원리에 기초한다.

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{hw}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma}) &= \int_V \left[\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\sigma}^T (\boldsymbol{\varepsilon}^c - \boldsymbol{\varepsilon}) \right] dV + \Pi_{\text{ext}}(\mathbf{u}) \\ \Pi_{\text{ext}}(\mathbf{u}) &= - \int_V \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{b}} dV - \int_{S_e} \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{t}} dS - \int_{S_u} \bar{\mathbf{t}}^T (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) dS \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, \mathbf{u} 는 변위, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 는 변형률, $\boldsymbol{\sigma}$ 는 응력, \mathbf{C} 는 재료상수행렬, $\bar{\mathbf{b}}$ 는 체적력(body force), $\bar{\mathbf{t}}$ 는 표면력(surface tractions), $\bar{\mathbf{u}}$ 는 변위에 대해 규정된 경계조건이다.

식 (1)의 변형률($\boldsymbol{\varepsilon}$)에 대해 적합변형률($\boldsymbol{\varepsilon}^c$)부분과 보강된 변형률($\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$)부분으로 나누면 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^c + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{B}\mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{B} 는 변형률-변위 관계 행렬이다.

식 (2)를 three-field 범함수 식 (1)에 대입하면

$$\prod_{EAS}(\mathbf{u}, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\sigma}) = \int_V \left[\frac{1}{2} (\mathbf{B}\mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}) \mathbf{C} (\mathbf{B}\mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \boldsymbol{\sigma}^T \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \right] dV - \int_V \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{b}} dV - \int_{S_\sigma} \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{t}} dS - \int_{S_u} \bar{\mathbf{t}}^T (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) dS \quad (3)$$

식 (3)에서 경계조건 및 하중에 대한 부분을 제거한 범함수를 정류 포텐셜 에너지 이론으로부터 1차 변분 수행하면 다음과 같은 3개의 독립된 식 (4)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{B}^T [\mathbf{C} (\mathbf{B}\mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}})] dV &= 0 \\ \int_V \delta \boldsymbol{\sigma}^T \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} dV &= 0 \\ \int_V \delta \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^T [\mathbf{C} (\mathbf{B}\mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \boldsymbol{\sigma}] dV &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

3.2 유한요소 정식화

3.2.1 변위장

Fig. 4는 등매개변수(Isoparametric) 8절점 솔리드 요소의 전체좌표계(Global coordinates) 상의 변위장을 나타낸 것이며 Fig. 5는 자연좌표계(Natural coordinates) 상에서의 8절점 솔리드 요소를 나타낸 것이다. 전체좌표계 상의 요소의 좌표는 식 (5)와 같이 나타낼 수 있으며 이에 대한 가정된 변위는 식 (6)과 같다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^8 \mathbf{N}_i(x, y, z) \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{u} = [u \ v \ w]^T, \quad \mathbf{u} = \sum_{i=1}^8 \mathbf{N}_i \mathbf{d}_i \quad (6)$$

여기서 $\mathbf{N}_i(x, y, z)$ 는 전체좌표계 상에서 일반적인 등매개변수의 8절점 솔리드 요소에 대한 형상함수이고 \mathbf{d}_i 는 전체좌표계 상에서 절점당 변위벡터이다.

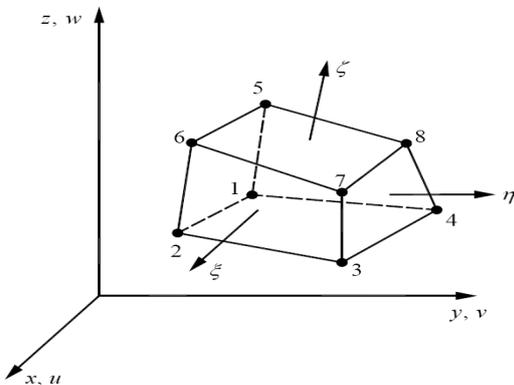
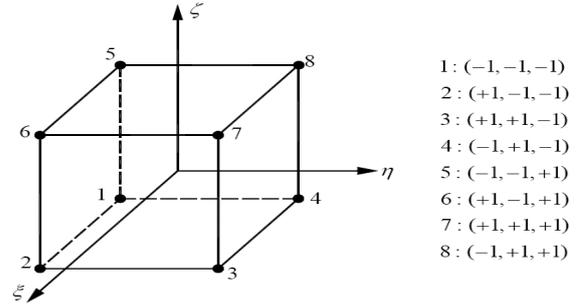


Fig. 4 등매개변수 8절점 솔리드 요소의 가정된 변위장



- 1 : (-1, -1, -1)
- 2 : (+1, -1, -1)
- 3 : (+1, +1, -1)
- 4 : (-1, +1, -1)
- 5 : (-1, -1, +1)
- 6 : (+1, -1, +1)
- 7 : (+1, +1, +1)
- 8 : (-1, +1, +1)

Fig. 5 자연좌표계 상의 등매개변수 8절점 솔리드 요소

3.2.2 변형률-변위 관계

3.2.2.1 적합 변형률장

식 (2)에서 전체좌표계에 대한 적합변형률($\boldsymbol{\varepsilon}^c$)은 식 (7)과 같이 전체좌표계와 자연좌표계사이의 연관식에 의해 얻어 질 수 있으며 식 (10)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 Jacobian 행렬 \mathbf{J} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \quad (8)$$

식 (5)를 식 (8)에 대입하면

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} x_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} & y_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} & z_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ x_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & y_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & z_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ x_i \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} & y_i \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} & z_i \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (9)$$

따라서 전체좌표계 및 자연좌표계에 대한 적합변형률($\boldsymbol{\varepsilon}^c$)과 변위와의 관계는 다음식과 같다.

$$\boldsymbol{\varepsilon}^c = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix} = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (10)$$

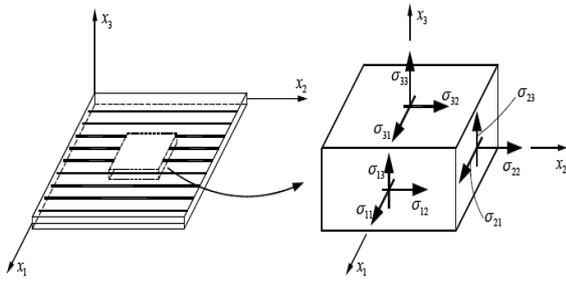


Fig. 6 재료층에서의 응력 요소

Fig. 7에서와 같이 복합적층 구조에 있어 한 층이 섬유 보강각도 θ 를 갖는 직교이방성 재료의 탄성상수 행렬은 식 (18)로 표현된다.

$$\mathbf{Q} = \mathbf{TCT}^T \quad (18)$$

여기서 \mathbf{C} 는 식 (16)의 탄성상수 행렬이고 \mathbf{T} 는 재료층과 구조층 사이의 좌표변환 행렬을 의미하며 식 (19)와 같다.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & -\sin 2\theta & 0 & 0 \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & \sin 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (19)$$

식 (16), (18), (19)를 이용하여 구조층에 대한 응력과 변형률 관계를 표현하면 식 (20)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & Q_{34} & 0 & 0 \\ Q_{14} & Q_{24} & Q_{34} & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & Q_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{56} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (20)$$

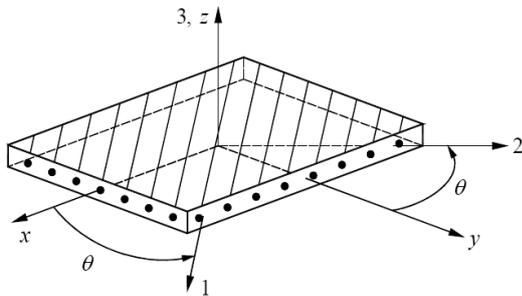


Fig. 7 복합적층 구조의 한 층에 대한 구조층과 재료층

3.2.4 요소 강성 행렬

최종 요소의 강성행렬 \mathbf{K}^e 은 식 (4-2)의 응력과 보강 변형률 장의 직교성을 이용하고 식 (6)의 적합변위장과 식 (13)의 보강 변형률장에 대한 식을 식 (3)의 변분식에 대입하고 알려지지 않은 매개변수 \mathbf{u} 와 $\boldsymbol{\alpha}$ 에 대한 변분을 수행하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{CC} & \mathbf{K}_{CN} \\ \mathbf{K}_{CN}^T & \mathbf{K}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (21)$$

여기서 \mathbf{F} 는 절점당 가해진 하중벡터이다.

식 (20)을 정적응축기법을 사용하여 보강된 변형률에 해당하는 매개변수 $\boldsymbol{\alpha}$ 를 강성행렬에서 제거함으로써 식 (22)와 같은 최종의 요소당 강성행렬을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{K}_{CC} - \mathbf{K}_{CN} \mathbf{K}_{NN}^{-1} \mathbf{K}_{CN}^T \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{CC} &= \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \mathbf{B} dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \mathbf{B} |J| d\xi d\eta d\zeta \\ \mathbf{K}_{CN} &= \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{B}} dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{B}} |J| d\xi d\eta d\zeta \\ \mathbf{K}_{NN} &= \int_V \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{B}} dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{B}} |J| d\xi d\eta d\zeta \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 \mathbf{B} 는 식 (11)에서 얻어지는 적합 변형률-변위 관계 행렬이며 $\bar{\mathbf{B}}$ 는 식 (13)에서 얻어지는 보강된 변형률에 연관된 행렬이다. 또한 \mathbf{Q} 는 식 (18)에서 얻어지는 재료상수행렬이다. 식 (23)에 대해 모두 $2 \times 2 \times 2$ 가우스 적분법을 사용하였다.

3.2.5 응력회복

본 연구에서는 EAS 요소에 대한 응력을 얻기 위해 응력회복 과정을 거치게 되며 Simo와 Rafai(1990)이 제시한 최소자승법(Least-square method)을 적용하였다. 이 방법에 있어서 먼저 식 (4-2)의 응력과 보강 변형률과의 직교성을 만족시키기 위해 식 (15)의 보강 변형률에 대해 가정한 형상함수와 독립된 응력에 관한 형상함수를 가정하여야 한다. 따라서 본 연구에서는 응력에 관한 형상함수(\mathbf{P}_ξ)를 식 (15)와 독립된 식 (24)와 같이 가정하였다(Andelfinger와 Ramm, 1993).

$$\mathbf{P}_\xi = \begin{bmatrix} 1 & \eta & \zeta & \xi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \zeta & \xi\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \eta & \xi\eta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \zeta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

EAS 요소에 대한 최소자승법에 의한 응력회복과정

을 요약하면 식 (25)와 같으며 이는 Hellinger-Reissner 변분법을 사용한 HR 요소(Pian & Chen, 1983)의 수치화 과정과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma &= \mathbf{P}\beta = \mathbf{T}_0 \mathbf{P}_\xi \beta \\ \mathbf{H} &= \int_V \mathbf{P}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P} dV \\ \mathbf{G} &= \int_V \mathbf{P}^T \mathbf{B} dV \\ \sigma &= \mathbf{P}\mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}\mathbf{u} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 \mathbf{B} 는 식 (11)에서 얻어지는 적합 변형률-변위 관계 행렬이며 또한 \mathbf{Q}^{-1} 는 식 (18)에서 얻어지는 재료상수행렬이고 \mathbf{u} 는 변위벡터이다. 식 (25)에 대한 적분은 역시 $2 \times 2 \times 2$ 가우스 적분법을 적용하였다. 이러한 과정으로 정식화된 8절점 3차원 유한요소를 "EAS-SOLID8"로 명명하였다.

3.3. 좌굴해석

좌굴해석은 고유치 문제이며 이 문제를 풀기위한 기본 방정식은 식 (26)과 같다.

$$\mathbf{K}^* \phi = \lambda \mathbf{K}_G \phi \quad (26)$$

여기서 \mathbf{K}^* 와 \mathbf{K}_G 는 각각 탄성강도행렬과 기하강성행렬이며 ϕ 는 일반화된 전체변위벡터이다. 탄성행렬 \mathbf{K}^* 는 식 (22)로 정의된다. 식 (26)의 고유치 문제를 풀기위해 Bathe(1996)의 부영역 반복 방법을 사용하였다. Fig. 8에서와 같이 미소한 솔리드 요소에 x 와 y 방향으로 면내 하중이 작용할 경우 좌굴은 z 방향으로 발생한다. 이러한 경우에 8절점 솔리드 요소의 기하강성행렬 \mathbf{K}_G 는 식 (27)과 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{K}_G = \int_V \mathbf{B}_G^T \bar{\mathbf{N}} \mathbf{B}_G dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}_G^T \bar{\mathbf{N}} \mathbf{B}_G |\mathbf{J}| d\xi d\eta d\zeta \quad (27)$$

여기서, $\bar{\mathbf{N}}$ 은 식 (28)와 같이 면내 하중벡터이고 \mathbf{B}_G 는 식 (29)의 형상함수의 미분행렬이다.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{N}} &= \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_G &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix}, \quad i=1 \sim 8 \end{aligned} \quad (28)$$

$$(29)$$

여기서 N_i 는 식 (12)와 같은 형상함수를 사용하며 본 연구에서는 x 방향으로만 압축력이 작용하는 것으로 가정하므로 식 (28)은 식 (30)으로 변환되어야 한다.

$$\bar{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

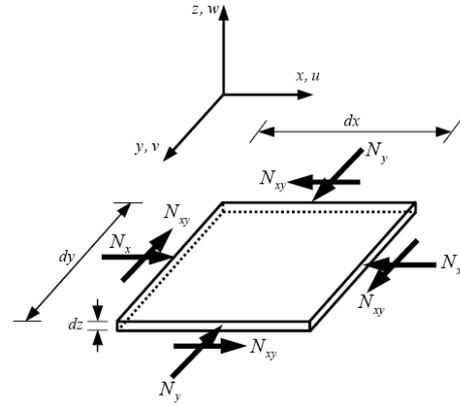


Fig. 8 In-plane 하중을 받는 미소 솔리드 요소

4. 개발된 유한요소 수치 검증

Fig. 9와 같이 단순지지된 복합적층판에 사각형 임베디드된 1층의 층간분리를 갖는 경우에 대해 탄성좌굴 하중 수치실험을 수행하였으며 다른 연구자와 결과를 비교하였다. 이 해석에는 Chattopadhyay와 Gu(1994)에 의해 제안되었으며 해석에 사용된 물성치는 식 (31)과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= 30 \times 10^6 \text{ psi}, \quad E_2 = 2.7 \times 10^6 \text{ psi}, \quad E_3 = E_2, \\ G_{12} &= G_{13} = 0.65 \times 10^6 \text{ psi}, \quad G_{23} = 0.37 \times 10^6 \text{ psi}, \\ \nu_{12} &= \nu_{23} = \nu_{13} = 0.21 \end{aligned} \quad (31)$$

적층형태는 $[0_6/90_6/0_6]$ 이며 폭-두께비(a/h)는 10, 변장비(a/b)는 1.0이며 분리된 층은 Fig. 9에서와 같이 $h_1/h=0.8333$ 이고 3층과 4층사이에 위치해 있다. 즉 $[0_3//0_3/90_6/0_6]$ 으로 다시 표현되며 “//”는 층간분리된 위치를 나타낸다. 해석결과 산출된 좌굴하중은 층간분리 면적에 대해 무차원화 하였으며 Fig. 10에 나타내었다. 본 연구의 결과는 CLT, 탄성해 및 Kim과 Cho(2002)의 결과와 비교하였다. Fig. 10에서 나타나 있듯이 Kim과 Cho(2002)의 결과는 탄성해와 유사한 결과를 보였으나 본 연구는 작은 층간분리 면적의 경우에 CLT의 결과와 유사한 결과를 보였다. 그러나 층간분리 면적이 증가함에 따라 본 연구의 결과는 CLT, 탄성해, Kim과 Cho(2002)와 비교시 좀 더 작은 좌굴하중을 나타내었다. 이러한 이유는 다른 연구자는 판요소를 사용함으로 인해 본 연구에서 사용한 3차원 요소에 비해 층간

분리된 부분에서 국부좌굴의 영향이 적게 나타났기 때문에 층간분리 면적이 커질수록 좌굴하중이 크게 나타났다. 또 다른 이유는 판요소를 사용할 경우와 3차원 유한요소를 사용할 경우 경계조건을 정확하게 일치하여 나타낼 수 없다. 왜냐하면 판요소는 6개의 자유도를 가지지만 3차원 솔리드 요소는 3개의 자유도만으로 경계조건을 표현하기 때문이다. 따라서 3차원 유한요소 결과가 판요소에 의한 결과보다 작게 나타난다. 이러한 현상은 다음 장 수록한 매개변수 연구에서도 동일하게 나타났다.

본 연구에서 개발한 EAS-SOILD8 요소를 사용한 층간분리된 복합적층판의 좌굴거동은 층간분리 면적이 작을 경우에는 좌굴하중이 크게 나타나지만 층간분리 면적이 커질수록 다른 연구자들의 결과에 비해 좀 더 보수적인 좌굴하중 값을 나타낼 것이다. 이러한 현상은 좀 더 안전측 설계를 유도할 것이다.

본 연구에서 개발된 3차원 유한요소 EAS-SOILD8 요소 자체에 대한 정밀도와 적절성은 Lee, S.Y. and Park, D.Y (2007)과 Park, D.Y. (2006)에 다른 연구자들의 결과와 비교 분석하여 자세히 수록되어 있으므로 참고하기 바란다.

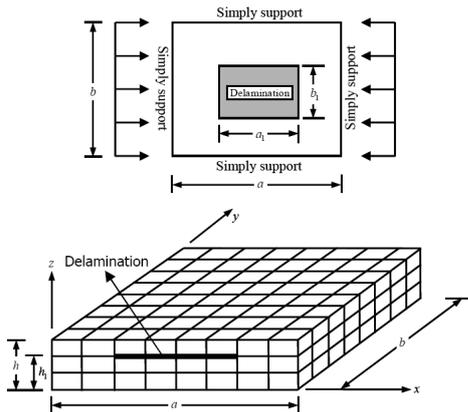


Fig. 9 임베디드된 1층의 사각형 층간분리를 갖는 복합적층판의 기하형상

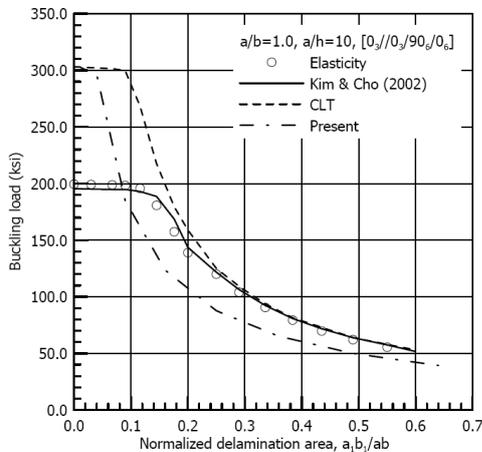
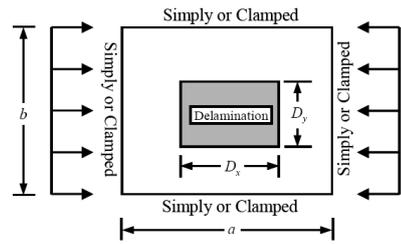
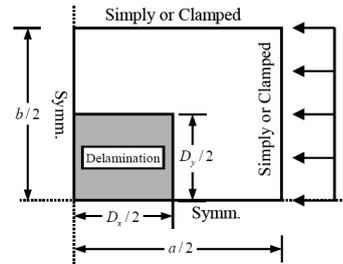


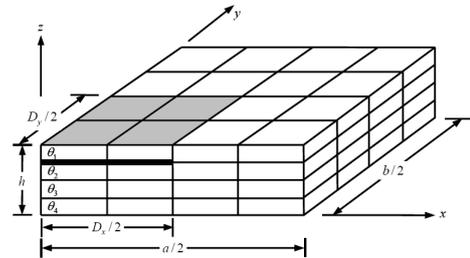
Fig. 10 단순지지된 복합적층판의 층간분리 면적 증가에 따른 무차원 좌굴하중변화



(a) 전체 판의 구속조건 및 층간분리 모델



(b) 1/4 판에 대한 구속조건 및 층간분리 모델



(c) 1/4 판에 대한 구속조건 및 층간분리 3차원 모델

Fig. 11 임베디드 사각형태 층간분리를 갖는 복합적층판의 해석 모델링

5. 매개변수 연구

5.1. 매개변수 해석모델

복합적층판에 있어 임베디드 층간분리현상은 크게 두 분류로 나눌 수 있으며 첫 번째는 사각 형태이고 두 번째는 원형형태이다. 사각형태의 층간분리 거동은 원형형태의 층간분리 거동의 전체적인 양상을 반영하므로 본 연구에서는 사각형태의 층간분리를 갖는 복합적층판에 대한 좌굴거동만을 분석하였다.

Fig. 11은 본 연구에 적용된 해석모델을 나타낸 것이다. Fig. 11(a)에서와 같이 4변의 경계조건은 단순지지 또는 고정지지이며 x방향으로 압축하중이 작용하도록 모델링 하였다. Fig. 11에서와 같이 크로스플라이 적층형태는 대칭특성을 나타내므로 1/4 해석모델을 적용하였다. 또한 층간분리는 연속된 두 개의 층 가운데에서 발생하는 것으로 가정하였고 층간분리 면적은 x방향에 대해서는 D_x/a , y방향에 대해서는 D_y/b 로 무차원화하였다. 해석에 사용된 물성치는 식 (32)와 같다.

$$E_{11} = 25E_{22}, E_{33} = E_{22}, G_{12} = G_{13} = 0.5E_{22}, G_{23} = 0.2E_{22},$$

$$V_{12} = V_{23} = V_{13} = 0.25 \quad (32)$$

좌굴해석을 통해 얻어진 임계 탄성 좌굴하중은 무차원화 하였으며 식 (33)과 같다.

$$\bar{N}_{cr} = (\sigma_{cr} / E_{22}) \times (b/h)^2 \quad (33)$$

5.2. 지점조건 변화에 따른 좌굴거동 분석

사각형태의 임베디드된 1층 층간분리를 갖는 복합적층판의 층간분리 면적과 지점조건 변화에 따른 좌굴거동 분석 하였다. 복합적층판의 적층형태는 직교이방성 [0//0/0/0], 대칭 크로스 플라이 [0//90/90/0]이고 변장비는 $a/b=1.0$ 이고 폭-두께비는 $a/h=10.0$ 이다. 여기서 “//”는 층이 분리된 것을 의미하며 층간분리는 1층과 2층사이에서 발생하는 것으로 가정하였다. 이러한 복합적층판에 대해 층간분리 면적 변화에 따른 무차원 좌굴하중의 변화를 Fig. 12와 Fig. 13에 나타내었다.

Fig. 12와 Fig. 13을 비교해보면 예상대로 면내 하중 방향으로 fiber가 많이 배치된 [0//0/0/0] 적층판이 [0//90/90/0] 적층판에 비해 좌굴하중이 크게 나타났으며 두 가지 경우 모두 D/a 가 일정값 이상부터 고정지지와 단순지지의 좌굴하중은 거의 같은 값으로 수렴하는 공통적인 현상을 보였다. 고정지지된 경우 [0//0/0/0]은 D/a 가 0.2이상부터 급격한 좌굴하중 감소를 보이는 것에 비해 [0//90/90/0]은 D/a 가 0.3이상부터 좌굴하중 감소를 보였다. [0//0/0/0]와 [0//90/90/0]의 좌굴하중 감소경향은 고정지지인 경우에 층간분리 면적에 매우 민감하게 반응하며 D/a 가 0.2이상부터 좌굴하중이 감소하기 시작한다. 그러나 단순지지인 경우에는 D/a 가 0.4이상부터 좌굴하중이 감소하며 고정지지에 비해 층간분리 면적에 덜 민감하게 반응함을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 이후의 임베디드 층간분리 형태의 여러 가지 매개변수에 대하여 고정지지된 경우에 대하여 주로 살펴 보았다. Fig. 12~13의 결과에서 알 수 있듯이 각각의 경우마다 global, mixed, and local 좌굴모드가 나타나는 D/a 값이 다르다. 이것은 경계조건 및 stacking sequence의 영향등 여러 가지 원인에 의해 다르게 나타난다. D/a 값이 일정한 구간을 지나서 급격히 좌굴하중이 감소하는 구간이 나타나면 값이 일정한 경우에는 global 좌굴모드가 나타나며 local 좌굴모드가 나타나기 직전 mixed 좌굴 모드가 나타난다. 각각의 경우에 대한 좌굴모드를 Fig. 14~17에 나타내었다. 각 그림에서 좌굴모드의 대표적인 D/a 에 대하여 나타낸 것이며 사실 local 좌굴모드는 D/a 가 0.8이하에서 발생하지만 여기서는 D/a 가 0.8인 경우만을 나타내었다. mixed와 local 좌굴모드의 구분은 Fig. 12 ~ Fig. 13에서 좌굴하중에 따라 먼저 구분할 수 있으나 정확한 모드를 알기 위해서는 급격하게 변한 시점에서의 좌굴모드를 살펴보아야 한다.

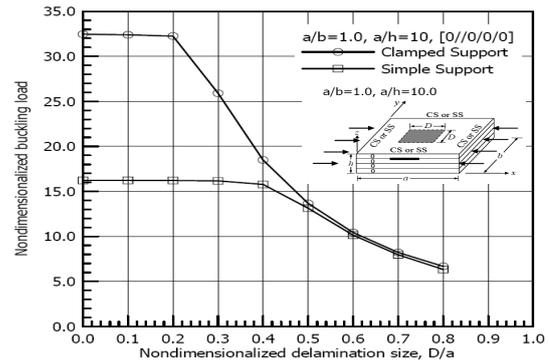


Fig. 12 고정지지 및 단순지지된 [0//0/0/0] 적층판의 층간분리 면적 변화에 따른 무차원 좌굴하중 변화

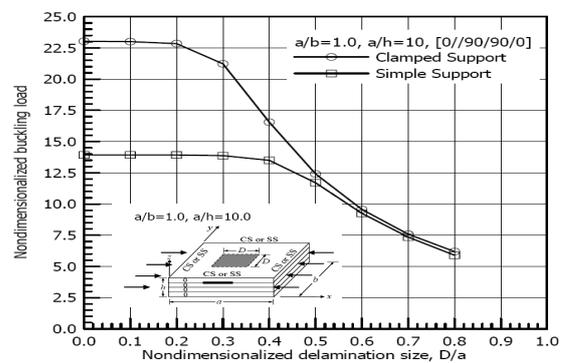


Fig. 13 고정지지 및 단순지지된 [0//90/90/0] 적층판의 층간분리 면적 변화에 따른 무차원 좌굴하중 변화

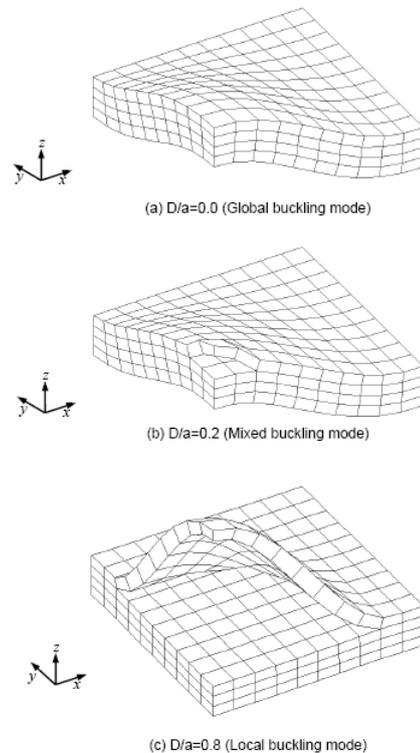


Fig. 14 고정지지된 [0//0/0/0] 적층판의 좌굴모드(1/4 해석모델)

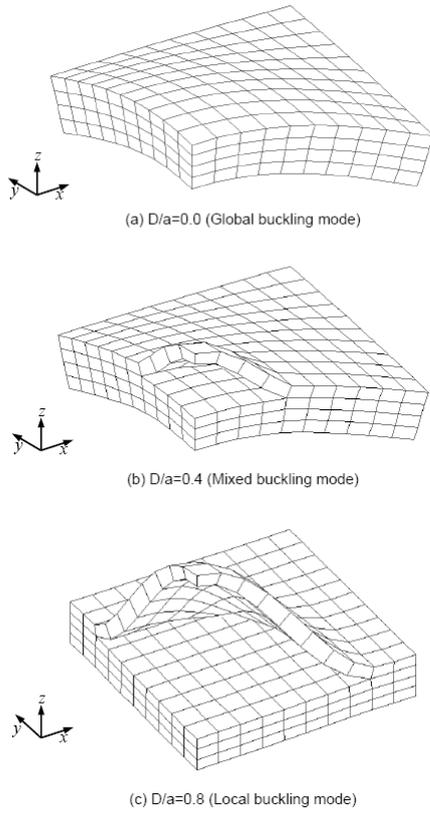


Fig. 15 단순지지된 $[0/0/0/0]$ 적층판의 좌굴모드(1/4 해석모델)

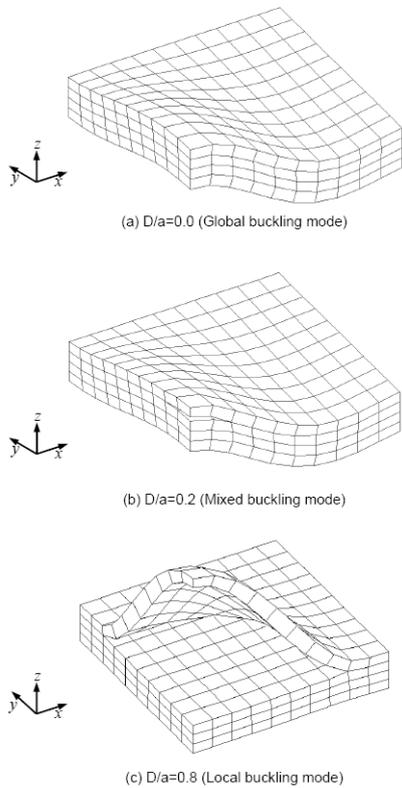


Fig. 16 고정지지된 $[0/90/90/0]$ 적층판의 좌굴모드(1/4 해석모델)

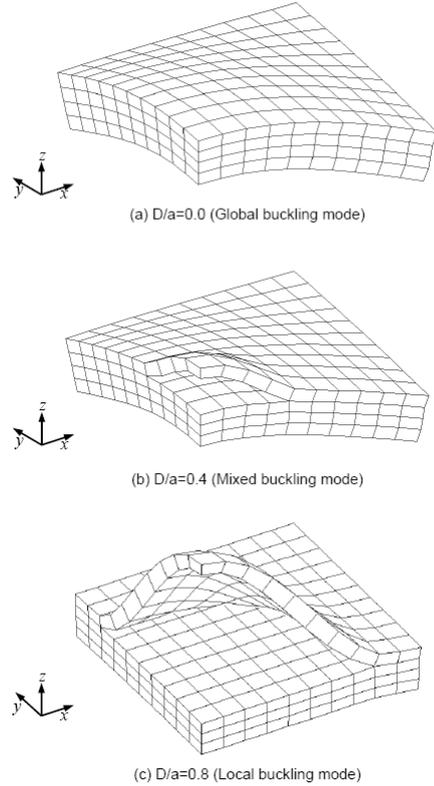


Fig. 17 단순지지된 $[0/90/90/0]$ 적층판의 좌굴모드(1/4 해석모델)

고정지지된 $[0/0/0/0]$ 적층판에 대하여 D/a 가 0.0, 0.2, 0.8인 경우 각각의 좌굴모드를 Fig. 14에 나타내었다. Fig. 14에서 볼 수 있듯이 D/a 가 0.0인 경우는 global 좌굴모드, 0.2인 경우에는 mixed 좌굴모드, 0.8인 경우는 local 좌굴모드가 지배적임을 알 수 있다. 단순지지된 $[0/0/0/0]$ 적층판에 대하여 D/a 가 0.0, 0.4, 0.8인 경우 각각의 좌굴모드를 Fig. 15에 나타내었다. Fig. 15에서 볼 수 있듯이 D/a 가 0.0인 경우는 global 좌굴모드, 0.4인 경우에는 mixed 좌굴모드, 0.8인 경우는 local 좌굴모드가 지배적임을 알 수 있다. Fig. 14와 Fig. 15를 비교해 볼 때 고정지지에 비해 단순지지된 경우 D/a 가 더 큰 값에서 Mixed and local 좌굴모드가 나타남을 알 수 있다.

고정지지된 $[0/90/90/0]$ 적층판에 대하여 D/a 가 0.0, 0.2, 0.8인 경우 각각의 좌굴모드는 Fig. 16에 나타내었다. Fig. 12와 Fig. 13의 좌굴하중 및 Fig. 15와 Fig. 16을 좌굴모드를 함께 참고하면 $[0/90/90/0]$ 의 좌굴모드는 $[0/0/0/0]$ 과는 달리 D/a 가 0.2까지는 mixed 좌굴모드가 나타나며 약 0.4부터 local 좌굴모드가 나타난다. 즉 $[0/90/90/0]$ 의 경우에 local 좌굴모드가 D/a 가 더 큰 값에서 발생한다. 단순지지된 $[0/90/90/0]$ 적층판에 대하여 D/a 가 0.0, 0.4, 0.8인 경우 각각의 좌굴모드는 Fig. 17에 나타내었다. Through-the-width 층간분리의 경우 (Lee and Park, 2007)에는 단순지지 $[0/0/0/0]$ 와 $[0/90/90/0]$ 가 좌굴모드 경향이 다르게 나타났으나 임

베디드 층간분리의 경우에는 두 경우가 거의 같은 좌굴 모드 경향을 보였다. 그 이유는 단순지지인 경우에 층간분리 면적에 크게 영향을 받지 않을뿐더러 4번이 지지되지 때문에 fiber 배치각도에 민감하게 반응하지 않기 때문이다.

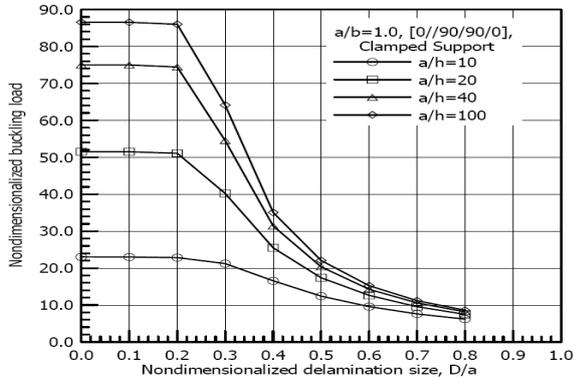


Fig. 18 고정지지된 [0//90/90/0] 적층판의 다양한 폭-두께비에 대한 층간분리 면적 변화에 따른 무차원 좌굴하중 변화

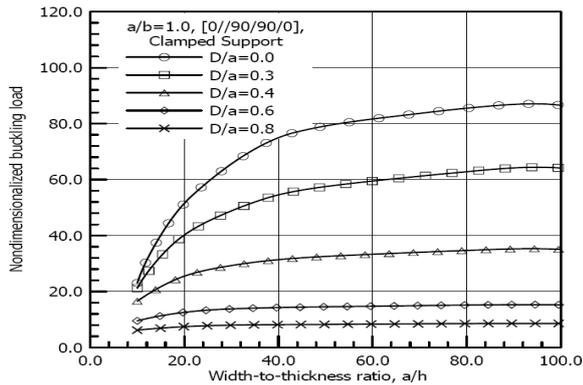


Fig. 19 고정지지된 [0//90/90/0] 적층판의 다양한 층간분리 면적에 대한 폭-두께비 변화에 따른 무차원 좌굴하중 변화

5.3. 폭-두께비 변화에 따른 좌굴거동 분석

층간분리된 복합적층판의 폭-두께비 변화에 따른 좌굴거동을 분석하기 위해 고정지지된 [0//90/90/0]의 대칭 크로스플라이 적층판을 예제로 사용하였으며 $a/b=1.0$ 이고 층간분리는 1층과 2층 사이에 발생한 것으로 가정하였다. Fig. 18은 다양한 폭-두께비에 대하여 층간분리 면적 증가에 따른 무차원 좌굴하중의 변화를 나타낸 것이다. Fig. 18에서 D/a 가 0.2이상부터 급격한 좌굴하중의 감소가 나타나며 폭-두께비가 클수록 delamination size가 커짐에 따라 좌굴하중이 더욱 크게 감소한다. Fig. 19는 다양한 층간분리 면적에 대하여 폭-두께비 증가에 따른 무차원 좌굴하중의 변화를 나타낸 것이다. Fig. 19에서 층간분리가 없는 경우에는 폭-두께비가 증가함에 따라 무차원 좌굴하중은 증가하

지만 층간분리가 큰 경우에는 폭-두께비가 증가하더라도 무차원 좌굴하중은 거의 변화가 나타나지 않는다. 이것은 층간분리 면적이 일정 값 이상이 되면 폭-두께비 변화에 관계없이 일정한 좌굴하중 값을 나타냄을 의미한다. Fig. 20과 Fig. 21은 각각 폭-두께비가 작은 경우($a/h=20$)와 큰 경우($a/h=100$)에 대하여 global, mixed, local 좌굴모드를 나타낸 것이다. Local 좌굴모드에 대해 $D/a=0.8$ 인 경우만을 보여주었으나 사실은 D/a 가 0.8이하에서 나타난다.

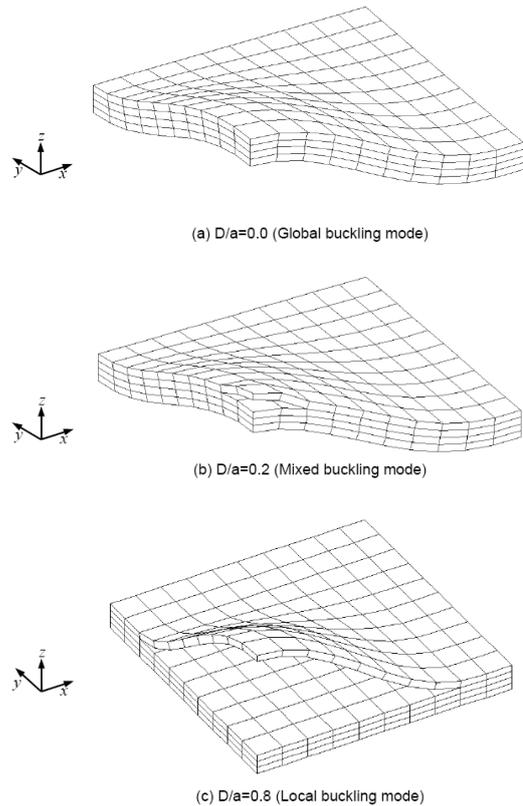
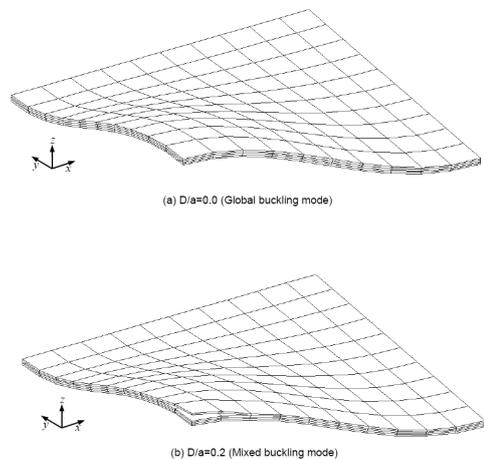


Fig. 20 고정지지된 [0//90/90/0] 적층판의 좌굴모드(1/4 해석모델, $a/h=20$, $a/b=1.0$)



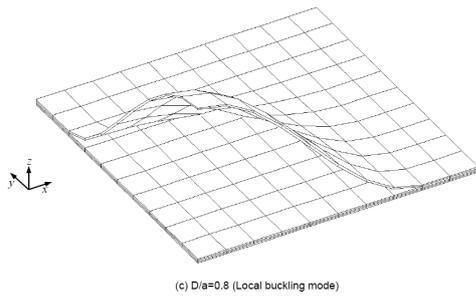


Fig. 21 고정지지된 [0/90/90/0] 적층판의 좌굴모드(1/4 해석모델, $a/h=100$, $a/b=1.0$)

3. 결론

본 연구에서는 사각형태의 임베디드된 층간분리를 갖는 복합적층판의 좌굴거동 분석을 위해 강화변형률을 사용한 3차원 유한요소인 "EAS-SOLID8"을 개발하였다. 지점조건 및 폭-두께비 변화를 매개변수로 사용하여 복합적층판의 층간분리 영향을 분석한 연구의 결론은 다음과 같다.

(1) 개발된 "EAS-SOLID8" 요소는 효과적으로 3차원 좌굴모드를 보여 줄 수 있으며 층간분리 영향 분석을 위해 쉽게 파악할 수 있었다.

(2) 본 연구의 "EAS-SOLID8"을 사용한 결과는 판이론을 사용한 다른 연구자의 결과에 비해 층간분리 면적이 증가 할수록 좀 더 작은 좌굴하중을 보였다. 이는 솔리드 요소와 판 요소와의 경계조건 모사의 차이가 있지만 솔리드 요소가 판 요소에 비해 좀 더 보수적인 결과를 보여준다.

(3) 층간분리된 적층판의 지점조건 변화에 따른 영향을 살펴보면 고정지지된 경우가 단순지지된 경우에 비해 층간분리 면적이 증가할수록 좌굴하중 변화가 크게 발생함을 알 수 있었다.

(4) 층간분리된 적층판의 폭-두께비 변화에 따른 영향을 살펴보면 층간분리 면적이 전체면적의 약 20%를 초과한 시점부터 mixed 좌굴모드가 나타나며 급격한 좌굴하중 감소를 보였다. 즉 전체면적의 약 20%까지 층간분리가 발생하더라도 전체좌굴하중은 크게 변화하지 않는다.

참고 문헌

1. Andelfinger, U. and Ramm, E. (1993) EAS-elements for two-dimensional, three-dimensional, plate and shell structures and their equivalence to HR-elements, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol.36, pp.1311-1337.
2. Chattopadhyay, A. and Gu, H. (1994) New higher order plate theory in modeling delamination buckling of composite laminates, *AIAA Journal*, Vol.32, No.8,

- pp.1709-1716.
3. Chai, H., Babcock, C.A., and Knauss, W.G. (1981) One dimensional modeling of failure in laminated plates by delamination buckling, *International Journal of Solids Structures*, Vol.17, pp.1069-1083.
4. Chen, H. P. (1991) Shear deformation theory for compressive delamination buckling and growth, *AIAA Journal*, Vol.29, pp.813-819.
5. Cheng, Z.Q., Kennedy, D., and Williams, F.W. (1996) Effect of interfacial imperfection on buckling and bending behavior of composite laminates, *AIAA Journal*, Vol.34, pp.2590-2595.
6. Hu, N. (1999) Buckling analysis of delaminated laminates with consideration of contact in buckling mode, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol.44, pp.1457-1479.
7. Kant, T. and Manjunatha, B.S. (1988) An unsymmetric FRC laminate CPP0PP finite element model with 12 degrees of freedom per node, *Engineering Computation*, Vol.5, pp.300-308.
8. Kardomateas, G.A. and Schmueser, D.W. (1988) Buckling and postbuckling of delaminated composites under compressive loads including transverse shear effects, *AIAA Journal*, Vol.26, No.3, pp.337-343.
9. Kim, H. and Kedward, K.T. (1999) A method for modeling the local and global buckling of delaminated composite plates, *Composite Structures*, Vol.44, pp.43-53.
10. Kim, H.J. and Hong, C.S. (1997) Buckling and postbuckling behavior of composite laminates with a delamination, *Composites Science and Technology*, Vol.57, pp.557-564.
11. Kim, J.S. and Cho, M. (2002) Buckling analysis for delaminated composites using plate bending elements based on higher-order zig-zag theory, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol.55, pp.1323-1343.
12. Klug, J., Wu, X.X., and Sun, C.T. (1996) Efficient modeling of postbuckling delamination growth in composite laminates using plate elements, *AIAA Journal*, Vol.34, pp.178-184.
13. Lee, Y.J., Lee, C.H., and Fu, W.S. (1998) Study on the compressive strength of laminated composite with through-the-width delamination, *Composite Structures*, Vol.41, pp.229-241.
14. Lee, J., Gurdal, Z., and Griffin, H. (1993) Layer-wise approach for the bifurcation problem in laminated composites with delaminations, *AIAA Journal*, Vol.31, pp.331-338.
15. Lee, S.Y. and Park, D.Y. (2007) Buckling analysis of

- laminated composite plates containing delaminations using the enhanced assumed strain solid element, *International Journal of Solid and Structures*, Vol.44, pp.8006-8027
16. Naganarayana, B.P. and Atluri, S.N. (1995) Strength reduction and delamination growth in thin and thick composite plates under compressive loading, *Computational Mechanics*, Vol.16, pp.170-189.
 17. Noor, A. K. and Mathers, M. D. (1975) Anisotropy and shear deformation in laminated composite plates, *AIAA Journal*, Vol.14, pp.282-285.
 18. Pandya, B.N. and Kant, T. (1988) Finite element stress analysis of laminated composite plates using higher order displacement model, *Composite Science and Technology*, Vol.32, pp.137-155.
 19. Park, D.Y. (2006) *Buckling behavior of laminated composite structures with delamination*, Ph.D. dissertation, University of Seoul, Seoul, Korea.
 20. Pian, T.H.H., Chen, D.P., and Kang, D. (1983) A new formulation of hybrid/mixed finite element, *Computers and Structures*, Vol.16, pp.81-87.
 21. Reddy, J.N. (1984a) Exact solutions of moderately thick laminated shells, *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, Vol.110, pp.794-809.
 22. Reddy, J.N. (1984b) A simple higher-order theory for laminated composite plates, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.51, pp.745-752.
 23. Rinderknecht, S. and Kroplin, B. (1995) A finite element model for delamination in composite plates, *Mechanics of Composite Materials and Structures*, Vol.2, pp.19-47.
 24. Senthilnathan, N. R., Lim, K.H., Lee, K.H. and Chow, S.T. (1987) Buckling of shear deformable plates, *AIAA Journal*, Vol.25, pp.1268-1271.
 25. Sheinman, I. and Soffer, M. (1990) Effect of delamination on the nonlinear behavior of composite laminated beams, *ASME Journal of Engineering Material and Technology*, Vol.11, pp.393-397.
 26. Simites, G.J., Sallam, S. and Yin, W.L. (1985) Effect of delamination of axially loaded homogeneous laminated plates, *AIAA Journal*, Vol.23, pp.1437-1444.
 27. Simo, J.C. and Rifai, M.S. (1990) A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible modes, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol.29, pp.1595-1638.
 28. Suemasu H. (1993) Effects of multiple delaminations on compressive buckling behaviors of composite panels, *Journal of Composite Materials*, Vol.27, pp.1172-1192.
 29. Wang, J.T., Pu, H.N., and Lin, C.C. (1997) Buckling of beam-plates having multiple delaminations, *Journal of Composite Materials*, Vol.31, pp.1002-1025.
 30. Whitcomb, J.D. (1989) Three-dimensional analysis of a postbuckled embedded delamination, *Journal of Composite Materials*, Vol. 23, pp. 862-889.
 31. Whitcomb, J.D. (1989) Predicted and observed effects of stacking sequence and delamination size on instability related delamination growth, *Journal of Composite and Technology Res*, Vol.11, pp.94-98.
 32. Whitney, J. M. and Pagano, N.J. (1970) Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.37, pp.1031-1036.