

# 3차원 파워흐름유한요소법을 이용한 인접한 두 실내에서의 진동음향 해석

## Vibro-acoustic Analysis of Adjoined Two Rooms Using 3-D Power Flow Finite Element Method

김 성 희\*. 홍 석 윤†. 길 현 권\*\*. 송 지 훈\*\*\*

Sung-Hee Kim, Suk-Yoon Hong, Hyun-Gwon Kil and Jee-Hun Song

(2009년 10월 7일 접수 ; 2009년 12월 1일 심사완료)

**Key Words** : Power Flow Finite Element Method(파워흐름유한요소법), Vibro-acoustic Coupled Analysis(진동음향연성해석), Interior Noise Prediction(내부음향장해석)

### ABSTRACT

Power flow analysis(PFA) methods have shown many advantages in noise predictions and vibration analysis in medium-to-high frequency ranges. Applying the finite element technique to PFA has produced power flow finite element method(PFFEM) that can be effectively used for analysis of vibration of complicated structures. PFADS(power flow analysis design system) based on PFFEM as the vibration analysis program has been developed for vibration predictions and analysis of coupled structural systems. In this paper, to improve the function of vibro-acoustic coupled analysis in PFADS, the PFFEM has been extended for analysis of the interior noise problems in the vibro-acoustic fully coupled systems. The vibro-acoustic fully coupled PFFEM formulation based on energy coupled relations is extended to structural system model by using appropriate modifications to structural-structural, structural-acoustic and acoustic-acoustic joint matrices. It has been applied to prediction of the interior noise in two room model coupled with panels, and the PFFEM results are compared to those of statistical energy analysis(SEA).

### 1. 서 론

일반적으로 진동음향연성이 고려된 내부 음향장 해석은 자동차나 선박, 항공 산업 등 다양한 분야에서 많은 관심을 가져왔다. 여러 수치해석기법들이 진동음향연성해석에 적용되었지만 그 중에서도 유한요소법(finite element method, FEM)과 경계요소

법(boundary element method, BEM)이 저주파수 대역에서 복합구조물의 진동음향응답을 구하는데 효과적이다. 하지만 이런 방법들은 해석주파수대역이 증가함에 따라 해석 시간이 길어지고 작은 크기의 많은 요소 수를 필요로 하게 된다. 고주파수대역 해석에서 상기의 난점을 극복하기 위해 통계적에너지해석법(statistical energy analysis, SEA)이 개발되었다. 그러나 통계적에너지해석법은 하부구조물 당 하나의 평균된 에너지 값을 제시하기 때문에 하부구조물 내에서 에너지의 공간적 변화와 파워의 흐름을 제시하지 못할 뿐만 아니라, 모델링 방법에 따라 상이한 해석 결과를 보이고 있다. 이러한 문제

† 교신저자; 정회원, 서울대학교 조선해양공학과  
E-mail : syh@snu.ac.kr

Tel : (02)880-8757, Fax : (02)888-9298

\* 정회원, 서울대학교 대학원 조선해양공학과

\*\* 정회원, 수원대학교 기계공학과

\*\*\* 정회원, 전남대학교 조선해양공학과

점들을 극복하여 중고주파수대역에서 복합구조물의 진동음향응답을 예측하는 방법으로 파워흐름해석법(power flow analysis, PFA)이 제안되었다.

파워흐름해석법은 에너지 지배방정식이 정상상태에서 열전도방정식과 유사한 이차 편미분 방정식 형태로 유도되기 때문에 해석대상에서 공간상의 에너지변화와 파워의 흐름을 예측할 수 있다. 최근에는 파워흐름해석법에 유한요소기법을 도입한 파워흐름유한요소법(power flow finite element method, PPFEM)을 기반으로 하는 진동해석 프로그램(PFADS)이 개발되었으며, 복합구조물의 중고주파수대역에서 신뢰성 있는 진동해석 결과를 보여주고 있다<sup>(1,2)</sup>. PFADS는 복합구조물의 내부 음향장해석도 가능하다. 하지만 이것은 진동해석 결과를 이용한 해석으로 하나의 음향장에 하나의 평균된 결과를 제공한다. 그리고 소음원(acoustic source)에 의한 복합구조물의 진동음향연성해석 기능은 아직 완벽하게 지원하지 않고 있다.

이 논문에서는 PFADS를 통해 소음원에 의한 복합구조물의 진동음향연성응답과 내부 음향장의 공간상 에너지변화를 해석하기 위한 선행작업으로 3차원 파워흐름유한요소법을 이용한 진동음향연성해석에 대한 연구를 수행하였다. 여기서 소개되는 파워흐름유한요소법의 요소행렬식에서는 구조물과 구조물간, 구조물과 음향장간, 음향장과 음향장간의 에너지전달경로가 고려되었다. 먼저 단일 음향공동(acoustic cavity)의 파워흐름유한요소법 결과를 고전해와 통계적에너지해석법의 결과와 비교하고, 격벽으로 나뉘어진 두 음향공동의 파워흐름유한요소법 결과를 통계적에너지해석법의 결과와 비교하였다. 그리고 사방이 평판(panel)로 둘러싸인 인접한 두 음향공동의 해석 결과도 비교하였다.

## 2. 이 론

### 2.1 파워흐름해석법

평판구조물과 음향장에서 파가 진행할 때, 정상상태에서 파워흐름해석법의 에너지지배방정식은 다음과 같은 이차 편미분 방정식 형태로 표현된다<sup>(3)</sup>.

$$-\frac{c_g^2}{\eta\omega} \nabla^2 \langle e \rangle + \eta\omega \langle e \rangle = \Pi_{in} \quad (1)$$

여기서  $\langle e \rangle$ 는 파장을 고려한 공간-시간 평균된 에너지밀도이고,  $c_g$ 는 평판구조물이나 음향장에서의 파에 대한 에너지전달속도를 나타낸다.  $\eta$ 는 내부손실계수,  $\omega$ 는 가진 주파수,  $\Pi_{in}$ 는 입력파워를 의미한다. 또한 파장을 고려한 공간-시간 평균된 파워,  $\langle \bar{I} \rangle$ 와 에너지밀도는 다음과 같은 관계가 있음을 알 수 있다.

$$\langle \bar{I} \rangle = -\frac{C_g^2}{\eta\omega} \nabla \langle e \rangle \quad (2)$$

### 2.2 파워흐름유한요소법

에너지지배방정식을 유한요소법으로 해석하기 위하여 식(1)을 잔여함수(residual function) 형태로 만들어 가중잔여법(method of weighted residual, MWR)을 적용하여 변분식(variational formulation)을 구한다. 이 식에 Gauss 발산정리(Gauss divergence theorem)를 적용하여 약화된 변분식(weak variational form)으로 표현한다. 갤러킨 가중잔여법(Galerkin weighted residual method)을 약화된 변분식에 사용하면 다음과 같은 요소행렬식을 얻을 수 있다<sup>(1,4)</sup>.

$$[K^{(e)}] \{e^{(e)}\} = \{F^{(e)}\} + \{Q^{(e)}\} \quad (3)$$

여기서 각 항들은 다음과 같다.

$$K^{(e)} = \int_D \left( \frac{c_g^2}{\eta\omega} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j + \eta\omega \phi_i \phi_j \right) dD$$

$$F^{(e)} = \int_D \Pi \phi_i dD$$

$$Q^{(e)} = -\oint_{\Gamma} \phi_i \bar{n} \cdot \bar{I} d\Gamma$$

여기서  $D$ 는 적분을 수행하는 요소영역을,  $\bar{n}$ 은 요소경계  $\Gamma$ 의 법선벡터(normal vector)를,  $\phi$ 는 Lagrange 기지함수(basis function)를 의미한다. 그리고  $[K^{(e)}]$ 는 요소의 영역 내에서 발생하는 진동에너지를 확산(diffusion)과 내부감쇠(damping)와 관련된 항을 나타내는 계수행렬이며,  $\{F^{(e)}\}$ 는 입력파워에 관한 열벡터(column vector) 행렬이고,  $\{Q^{(e)}\}$ 는 요소의 경계에서의 에너지흐름을 나타내는 열벡터 행렬이다.

#### (1) 연결요소행렬식

위의 방법으로 평판에서 존재하는 굽힘파(flexural wave)와 종파(longitudinal wave)와 전단파(shear wave)와 음향장의 종파에 대한 요소행렬식을 만든다. 해석하고자 하는 진동음향연성물의 요소의 연결 상태에 따라 조립하면 아래의 식과 같은 전체 행렬식(global matrix equation)을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} K_1 & & \\ & \ddots & \\ & & K_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서  $n$ 은 평판에서의 파형과 음파를 고려한 요소 수를 나타낸다.

위에서 구한 행렬식은 구조요소와 음향요소가 연결되어있는 연성부에서 에너지밀도가 불연속이 된다. 에너지밀도가 불연속인 경계 위에 있는 절점으로 구성되는 연결요소(joint element)를 이용하면 에너지흐름행렬식을 에너지밀도의 항으로 표현할 수 있고, 평판과 음향장과, 음향장과 음향장, 평판과 평판의 경계에서의 에너지흐름을 나타내는 행렬은 다음과 같이 연결요소행렬(joint element matrix)을 이용하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} Q_{ia} \\ Q_{ks} \end{Bmatrix} = [J_{s-a}]_k^i \begin{Bmatrix} e_{ia} \\ e_{ks} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{ia} \\ Q_{ja} \end{Bmatrix} = [J_{a-a}]_j^i \begin{Bmatrix} e_{ia} \\ e_{ja} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{ks} \\ Q_{ls} \end{Bmatrix} = [J_{s-s}]_l^k \begin{Bmatrix} e_{ks} \\ e_{ls} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

여기서  $i, j$ 는 음향요소이고,  $k, l$ 은 구조요소이다. 연결요소행렬  $[J_{s-a}]_k^i$ 는 음향요소  $i$ 와 구조요소  $k$ 간의,  $[J_{a-a}]_j^i$ 는 음향요소  $i$ 와 음향요소  $j$ 간의,  $[J_{s-s}]_l^k$ 는 구조요소  $k$ 와 구조요소  $l$ 간의 에너지전달정도를 나타낸다.

위의 요소경계에서의 연결요소행렬식은 다음과 같다.

$$[J] = [P - I][C][P + I]^{-1} \quad (8)$$

여기서  $[P]$ 는 연성구조의 파워투과계수 행렬(power transmission coefficient matrix)이고,  $[C]$ 는 음향요

소와 구조요소의 에너지전달속도로 구성된 대각행렬이고,  $[I]$ 는 단위행렬이다. 음향요소와 구조요소, 음향요소와 음향요소 간의 파워투과계수는 다음으로 표현된다.

$$\tau_{sa} = \frac{2\beta_{21}\sigma_{rad}}{2 + \beta_{21}\sigma_{rad}} \quad (9)$$

$$\tau_{as} = \beta_{21} \frac{c_0^2 \sigma_{rad}}{c_{ph} f h} \quad (10)$$

$$\tau_{aa} = \frac{(\rho c)_1}{(\rho c)_2} \left[ \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{10} \left( 1 + \frac{(\rho c)_1}{(\rho c)_2} \right)^2 + \left( \omega \frac{M_s}{A_s} \frac{1}{(\rho c)_2} \right)^2} \right] \quad (11)$$

여기서  $\tau_{sa}, \tau_{as}$ 는 각각 구조물에서 음향장으로, 음향장에서 구조물로 파가 입사할 때의 파워투과계수를<sup>(5)</sup>,  $\tau_{aa}$ 는 음향장에서 음향장으로 파가 입사할 때의 파워투과계수를 의미한다<sup>(6)</sup>.

여기서  $\beta_{21} = \rho_0 c_0 / \rho_s c_{ph}$ 의 관계가 있고,  $\rho_0$ 와  $c_0$ 는 음향장의 밀도와 에너지전달속도,  $\rho_s$ 와  $c_{ph}$ 는 구조물의 밀도와 위상속도이다.  $\sigma_{rad}$ 는 방사효율을,  $f$ 와  $\omega$ 는 가진 주파수를,  $h, M_s, A_s$ 는 구조물의 두께, 질량, 면적을,  $(\rho c)_1$ 와  $(\rho c)_2$ 는 소음원이 있는 음향장과 투과파가 들어오는 음향장에서의 특성임피던스(characteristic impedance)를 의미한다.

위의 관계를 이용하면 최종적으로 다음과 같은 선형 행렬방정식을 얻을 수 있다.

$$[K - J]\{e\} = \{F\} \quad (12)$$

여기서  $[J]$ 는 구조요소와 음향요소, 음향요소와 음향요소, 구조요소와 구조요소 간의 연성이 고려된 연결요소행렬이다.

### 3. 해 석

#### 3.1 단일 음향공동

Fig. 1과 같은 육면체의 음향공동의 경계에서 파장을 고려한 공간-시간 평균된 파워가 없을 때의 고전해는 다음과 같이 구할 수 있다. 에너지밀도

$\langle e \rangle$ 와 입력파워  $\Pi_{in}$ 는 다음과 같은  $x, y, z$ 에 관한 푸리에 삼중 급수(triple Fourier cosine series)로 표현할 수 있다<sup>(4)</sup>.

$$\langle e \rangle = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} g_{lmn} f(x, y, z) \quad (13)$$

$$\Pi_{in} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} G_{lmn} f(x, y, z) \quad (14)$$

여기서  $f(x,y,z)$ 항은 다음과 같다.

$$f(x, y, z) = \cos\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right)$$

그리고  $g_{lmn}$ 과  $G_{lmn}$ 사이에는 지배방정식에 의해 다음 관계가 있다.

$$g_{lmn} = \frac{G_{lmn}}{C_g^2 \left[ \left(\frac{l\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_z}\right)^2 + \left(\frac{\eta\omega}{C_g}\right)^2 \right]} \quad (15)$$

여기서  $G_{lmn}$ 은 푸리에 적분(Fourier integral)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G_{lmn} = \frac{a}{L_x L_y L_z} \iiint_V \Pi_{in} f(x, y, z) dx dy dz \quad (16)$$

Fig. 2는 가로, 세로, 높이 1 m인 가상의 음향공동 한가운데에 1 W의 소음원(acoustic source)이 있을 때 파워흐름유한요소법, 고전해, 통계적에너지해석 결과를 음향공동의 공간에 대해 평균하여 비교한 것으로 1/3옥타브밴드대역에서 동일한 해석 결과를 보이고 있다. Fig. 3은 소음원이 1000 Hz로 가진 될 때의 파워흐름유한요소법과 고전해와 통계적에너지해석법의 결과를 음향공동 바닥면에서 0.2 m

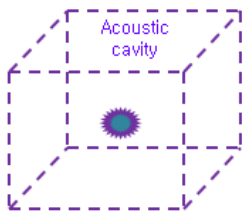


Fig. 1 Simple acoustic cavity

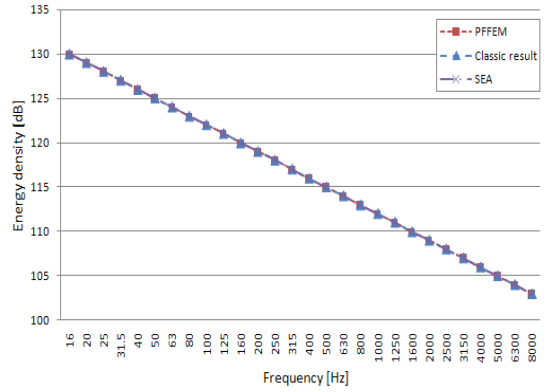
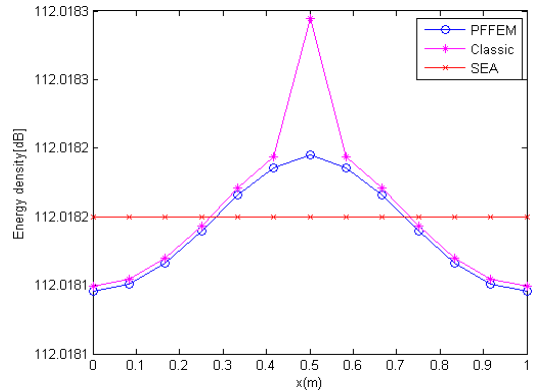
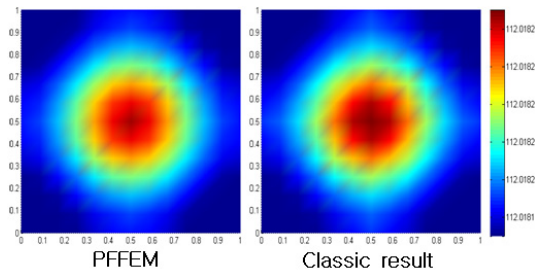


Fig. 2 Comparison of space-averaged energy density for simple acoustic cavity model.  $\square$ -, energy density of PPFEM;  $\triangle$ -, energy density of SEA;  $\times$ -, energy density of classic solution



(a)



(b)

Fig. 3 Energy density for simple acoustic cavity model when  $f=1$  kHz : (a) the comparison of energy density distributions along the centerline of a cross section at a height of 0.2 m :  $\circ$ -, energy density of PPFEM;  $*$ -, energy density of classic solution;  $\times$ -, energy density of SEA, (b) the energy density distributions of PPFEM and classic solution on a cross section at a height of 0.2 m

높이의 단면에서 비교한 것이다. 음향장의 내부감쇠(damping loss factor, DLF)는 0.1%, 에너지전달속

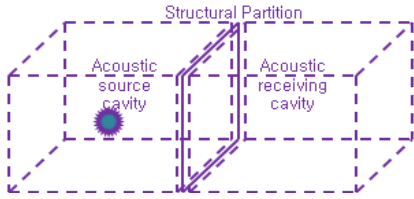
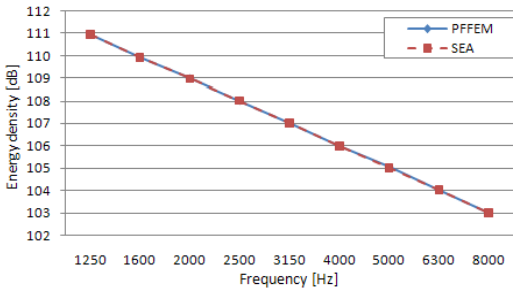
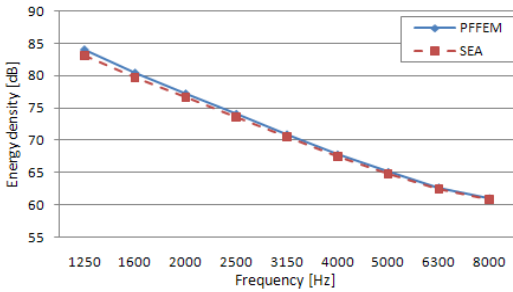


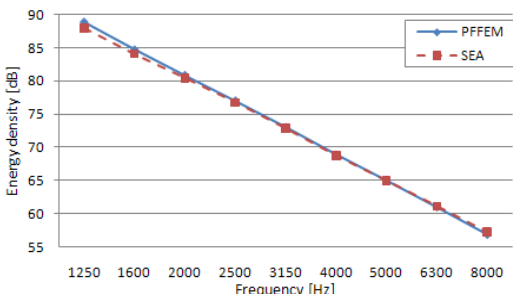
Fig. 4 Acoustic cavity model coupled with a partition



(a)



(b)



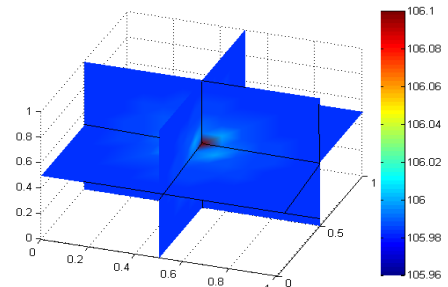
(c)

Fig. 5 Comparisons of space-averaged energy density for acoustic cavity model coupled with a partition : (a) source cavity, (b) partition, (c) receiving cavity: o-, energy density of PPFEM; □-, energy density of SEA

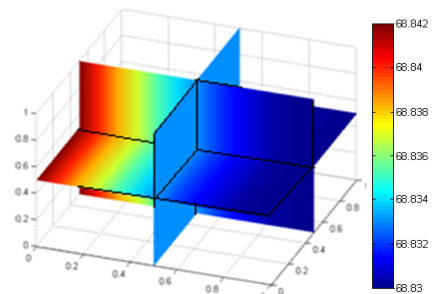
도는 343 m/s이다. Fig. 3의 (a)는 해석단면의 중앙선에서의 결과를 비교한 것이고, (b)는 해석단면의 파워흐름유한요소법과 고전해의 에너지밀도분포를 비교한 것이다. 파워흐름유한요소법과 고전해의 결과는 공간에 따른 에너지밀도가 소음원에서 멀어질수록 줄어드는 반면, 통계적에너지해석법에서는 음향공동에서 위치 변화에 따른 에너지변화가 나타나지 않는다.

### 3.2 격벽으로 나뉘어진 두 음향공동

Fig. 4와 같이 가로, 세로, 높이 1 m인 두 음향공동이 두께 1 mm의 철(steel) 격벽(partition)으로 나뉘어진 모델에 대해 해석을 수행하였다. 두 음향공동에서 격벽과 접하는 경계 이외에서는 파장을 고려한 공간-시간 평균된 파워가 영이라고 가정한다. 철의 내부감쇠는 1%이다. 소음실(source cavity) 가운데 1 W의 소음원(acoustic source)이 위치한다. 에너지는 음향공동과 격벽뿐만 아니라 음향공동과 음향공동 사이에서도 전달된다. 파워흐름유한요소법으로 구한 에너지밀도와 통계적에너지해석법으로



(a)



(b)

Fig. 6 Energy density distributions of cavities when  $f=4$  kHz : (a) source cavity, (b) receiving cavity

구한 에너지는 통계적에너지해석법의 하부시스템 (subsystem)에 해당하는 영역에 대해 평균하여 Fig. 5에서 비교하였다. 일반적으로 에너지해석법은 음향장의 모드중복요소(modal overlap factor)가 1보다 큰 주파수 대역에서 유효하다고 알려져 있다<sup>(7)</sup>. 이에 따른 해석모델의 임계주파수(cutoff frequency)는 약 1270 Hz로, 1250 Hz 이상의 1/3 옥타브밴드대역을

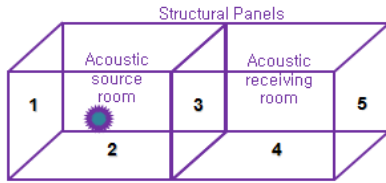


Fig. 7 Two room model coupled with panels

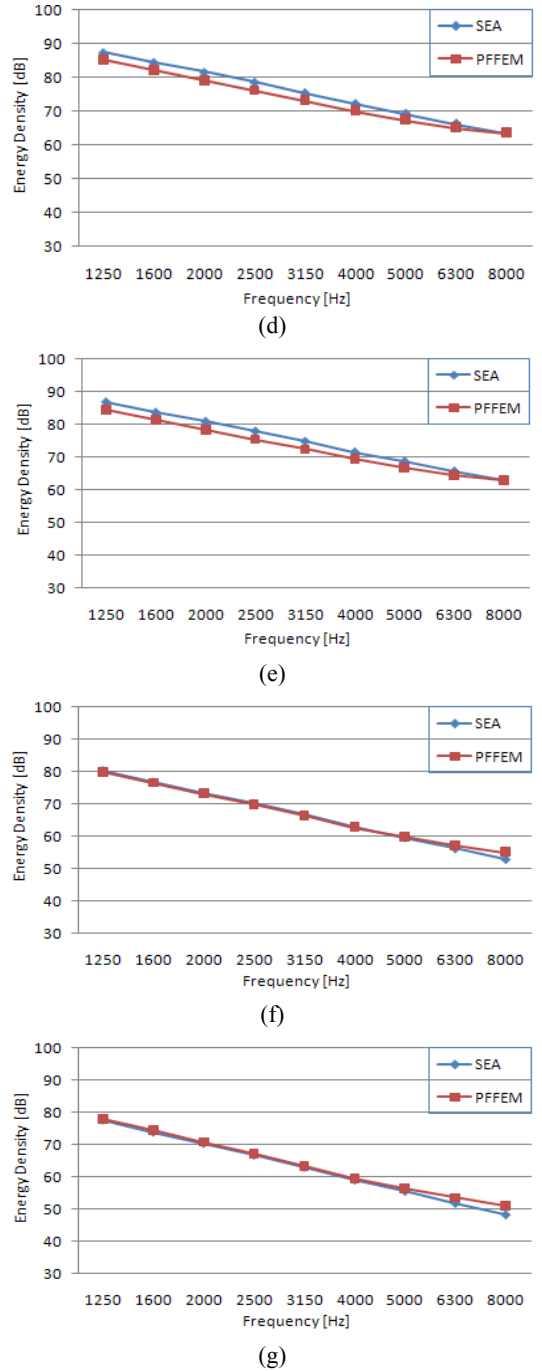
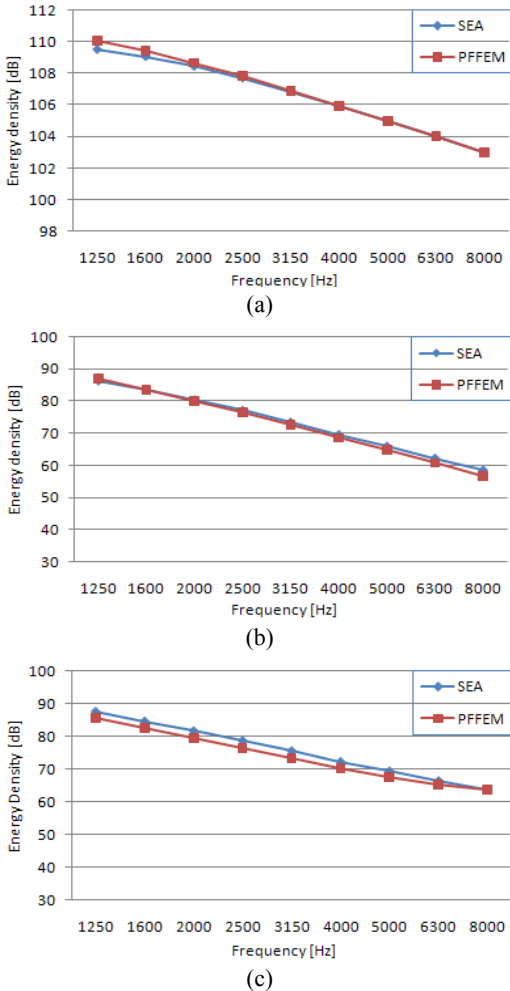


Fig. 8 Comparisons of space-averaged energy density for two room model coupled with panels: (a) source room, (b) receiving room, (c) subsystem 1, (d) subsystem 2, (e) subsystem 3, (f) subsystem 4, (g) subsystem 5: o-, energy density of SEA; □-, energy density of PPFEM

해석구간으로 설정하였다. Fig. 5는 소음실, 격벽, 수음실(receiving cavity)에서 파워흐름유한요소법의 결과와 통계적에너지해석법의 결과가 해석주파수대역에서 잘 일치하는 것을 보여준다. Fig. 6은 소음원이 4000 Hz로 가진 될 때의 파워흐름유한요소법에 의한 소음실과 수음실에서의 에너지밀도 공간분포이다. 소음원에서 멀어질수록 에너지밀도가 작아지고 있다.

### 3.3 평판으로 둘러싸인 인접한 두 음향공동

Fig. 7과 같이 사방이 평판구조물로 둘러싸인 인접한 두 음향공동에서 하나의 음향공동에 소스가 있는 경우에 대하여 해석을 수행하였다. 두 음향공동의 각각의 경계면은 평판구조물과 연결되어있다. 각 공

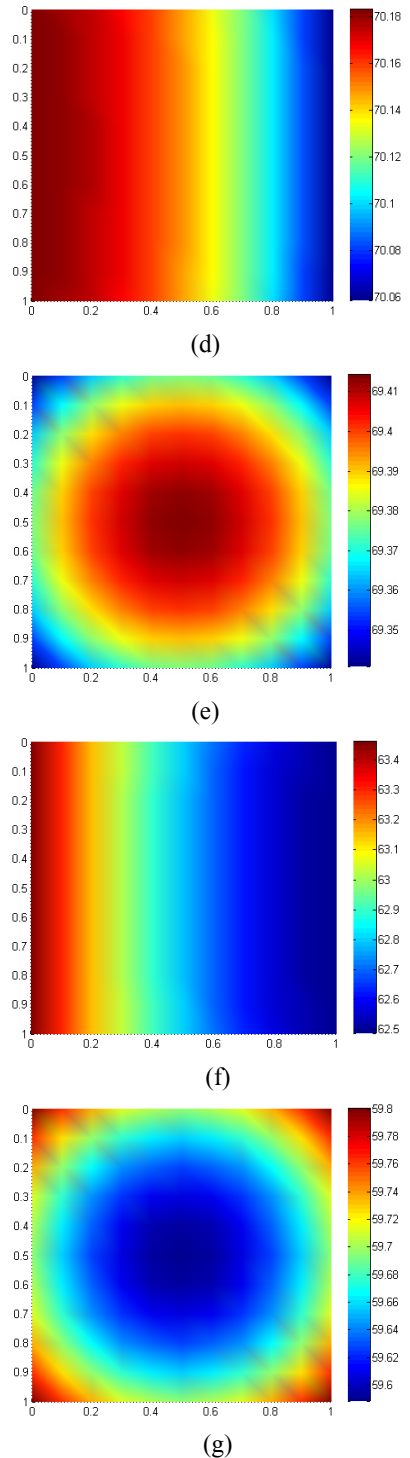
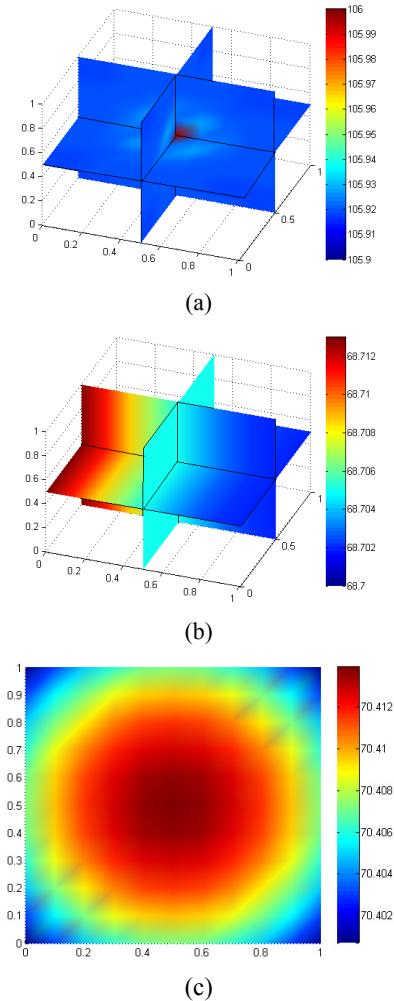


Fig. 9 Energy density distributions when  $f=4$  kHz : (a) source room, (b) receiving room, (c) subsystem 1, (d) subsystem 2, (e) subsystem 3, (f) subsystem 4, (g) subsystem 5

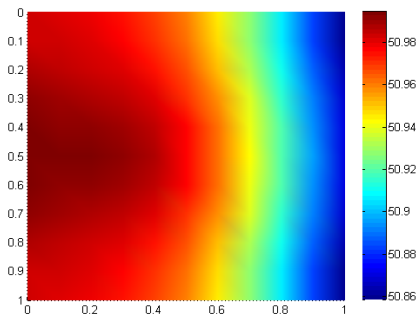
동은 가로, 세로, 높이가 1 m이고, 평판재질은 두께가 1 mm인 철(steel)이다. 하부시스템 1-5는 음향공동을 둘러싸고 있는 각각의 평판구조물을 가리킨다.

Fig. 8에서는 각각의 하부시스템에 대해 공간평균된 파워흐름유한요소법과 통계적에너지해석법의 에너지밀도를 비교하였다. 해석주파수대역에서 두 결과가 매우 잘 일치하고 있음을 확인하였다. Fig. 8의 (c)~(e)에서 통계적에너지해석법의 결과가 파워흐름유한요소법의 결과보다 최대 약 3 dB 정도 큰 것을 확인할 수 있다. 이것은 파워흐름유한요소법의 파워투과계수(power transmission coefficient)는 파접근법(wave approach)으로 표현<sup>(1,2,4,5)</sup>되는 반면 그에 대응 하는 통계적에너지해석법의 연성손실계수(coupling loss factor, CLF)는 모드 접근법(modal approach)로 표현<sup>(6,8)</sup>되어 두 계수가 정확히 일치하지 않게 되는데, 이러한 오차가 부분적으로 누적된 것으로 판단된다. 소음원이 4000 Hz로 가진 될 때, 각각의 하부시스템에서의 에너지밀도분포는 Fig. 9

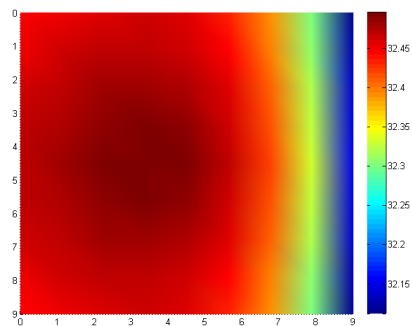
를 통해 알 수 있다. (a)와 (b)는 소음원에서 멀어질수록 작아지는 음향공동의 에너지밀도 공간분포이다. (c), (e), (g)에서 격벽과 평행한 평판인 하부시스템 1, 3, 5에서는 네 모서리에 연결된 평판의 효과가 같기 때문에 소음원이 에너지밀도분포에 큰 영향을 미치는 반면, (d)와 (f)의 하부시스템 2, 4에서는 연성된 평판이 소음원보다 에너지밀도분포에 더 큰 영향을 미치게 된다. Fig. 10은 소음원이 4000 Hz로 가진 될 때, 하부시스템 2에서의 에너지밀도분포를 다양한 조건에서 해석한 것이다. (a)와 같이 음향장의 내부감쇠가 5%로 증가하거나 (b)와 같이 해석음향장의 부피가 커지면 소음원이 평판의 에너지밀도분포에 영향을 주게 됨을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

파워흐름유한요소법 기반의 프로그램인 PFADS를 통해 소음원에 의한 복합구조물의 진동음향연성 응답과 내부 음향장의 공간상 에너지변화를 해석하고자 파워흐름유한요소법에 의한 음향장이 고려된 구조물의 에너지분포를 해석해 보았다. 파워흐름유한요소법의 요소행렬식은 구조물과 구조물간의 에너지전달경로뿐만 아니라 구조물과 음향장간, 음향장과 음향장간의 에너지전달경로도 고려되었다. 단일 음향공동과 격벽으로 나뉘어진 두 음향공동, 평판으로 둘러싸인 인접한 두 음향공동의 해석 결과를 통계적에너지해석법의 결과와 비교하였다. 이를 통해 진동음향연성해석에 파워흐름유한요소법의 적용을 검증하였다. 해석 시 구조물 내의 음향장까지 고려함으로써 복합구조물 내에서의 보다 정확한 에너지흐름뿐만 아니라 음향장 내에서의 에너지변화까지도 알 수 있게 되었다. 그리고 다양한 조건에서 하부시스템의 에너지밀도분포를 해석하였다. 음향장의 내부감쇠가 크거나 음향장이 하나의 에너지 값으로 대표되기에는 큰 경우에 파워흐름유한요소법을 이용한 진동음향연성해석이 유용할 것으로 기대되며, 파워흐름유한요소법은 나아가 실내소음해석에도 유용하게 적용될 수 있으리라 판단된다.



(a)



(b)

**Fig. 10** Energy density distributions in subsystem 2 when  $f=4$  kHz: (a) 5% damping loss factor of the cavities, (b) increased dimension ( $9 \times 9 \times 9$  m) of the cavities

#### 후 기

이 연구는 ASERC(첨단조선공학연구센터) 및



RIMSE(해양시스템공학연구소)의 지원으로 수행되었습니다.

### 참 고 문 헌

(1) Seo, S. H., 2005, "Development of Power Flow Finite Element Method for Medium-to-high Frequency Vibration Analysis of Built-up Structures with Multi-dimensional Elements," Ph.D. Dissertation, Seoul National University.

(2) Seo, S. H., Hong, S. Y., Park, D. H. and Kil, H. G., 2000, "Development of PPFEM, the New Vibroacoustic Analysis System in Medium-to-high Frequency Ranges," Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 325~333.

(3) Bouthier, O. M., 1992, "Energetics of Vibrating Systems," Ph.D. Dissertation, Purdue University.

(4) Cho, P. E., 1993, "Energy Flow Analysis of Coupled Structures," Ph.D. Dissertation, Purdue University.

(5) Bitsie, F., 1993, "The Structural-acoustic Energy Finite Element Method and Energy Boundary Element Method," Ph.D. Dissertation, Purdue University.

(6) AutoSEA, Theory and Quality Assurance Manual, Volume 1.

(7) Zhang, W. and Raveendra, S. T., 2005, "Interior Noise Prediction Based on Energy Finite Element Method," Proceedings of the SEA.

(8) Lyon, R. H. and DeJon, R. G., 1995, Theory and Application of Statistical Energy Analysis, second edition, Butterworth-Heinemann.

(9) Fahy, F. J., 1985, Sound and Structural Vibration-radiation : Transmission and Response, ACADEMIC PRESS INC.

(10) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., 2000, The Finite Element Method - Volume 1 the basis, fifth edition, Butterworth-Heinemann.

(11) Hwang, D. W., Hong, S. Y., Seo, S. H. and Kwon, H. W., 2007, "Transient Power Flow Analysis of Beam and Plate," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 7, pp. 624~631.

(12) Seo, S. H., 2000, "Power Flow Finite Element Method for the Various Plate Structures in Shape," M. S Thesis, Seoul National University.

(13) Park, Y. H., 2006, "Development of Energy Flow Models for Timoshenko Beam and Mindlin Plate and Extended Researches on Energy Flow Finite Element Method for Advanced Vibrational Analysis in the Medium-to-High Frequency Ranges," Ph.D. Dissertation, Seoul National University.

(14) Lee, J. Y., Kil, H. K., Song, J. H. and Hong, S. Y., 2009, "Power Flow Analysis of Vibration of a Plate Covered with a Damping Sheet," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 19, No. 5, pp. 530~536.