

비정형격자의 적용을 위한 MUSCL 기법의 수정

Modification of MUSCL Scheme for Application of Non-uniform Grid

김 병 현* / 한 건 연**

Kim, Byung Hyun / Han, Kun Yeon

Abstract

This paper presents a new and simple technique to perform MUSCL reconstruction for solving 2D shallow water equations. The modified MUSCL scheme uses weighted area ratio to apply non-uniform grid in stead of the previous method that equally distributed the difference of conservation variables to each interface. The suggested method can physically reconstruct conservation variables in case of uniform grid as well as non-uniform grid. In this study, Unsplit scheme applicable to unstructured grid is used and efficient slope limiter of TVD scheme is used to control numerical oscillation which can be occurred in modified MUSCL scheme. For accurate and efficient treatment of bed slope term, the modified MUSCL scheme is coupled with the surface gradient method. The finite volume model applied to suggested scheme is verified through a comparison between numerical solution and laboratory measurements data such as the simulations of isolated building test case and Bellos's dam break test case.

Keywords : modified MUSCL scheme, non-uniform grid, weighted area ratio, grid reconstruction, high-order accuracy

요 지

본 논문은 2차원 천수방정식을 해석하기 위해 새롭게 간단한 MUSCL 재구성법을 제안하였다. 수정 MUSCL 기법은 보존변수의 재구성을 위해 계산격자와 인접격자의 보존변수 차에 대해 각 경계면에 균일하게 분배하는 기존 방법 대신 면적가중비를 사용하였으며, 이 방법은 정형격자 뿐만 아니라 비정형 격자의 사용에도 보존변수의 물리적 재구성이 가능하다. 또한, 본 연구에서는 비구조적 격자의 적용이 가능한 차원비분리 기법을 적용하였으며, 수정 MUSCL 기법의 사용으로 발생할 수 있는 수치진동을 제어하기 위해 TVD 기법의 경사제한자를 사용하였다. 하상경사항의 정확하고 효율적인 수치 처리를 위해 수정 MUSCL 기법을 수면경사법과 연계하였다. 제안한 기법을 적용한 유한체적모형을 건물의 영향을 고려한 댐 붕괴 해석 및 Bellos의 댐 붕괴 실험에 적용하고, 적용결과를 실험실 자료 및 기존 연구자의 계산결과와 비교하여 개발모형을 검증하였다.

핵심용어 : 수정 MUSCL 기법, 비정형 격자, 가중면적비, 격자재구성, 고차정확도

* 교신저자, 경북대학교 공과대학 건축·토목공학부 BK21사업단 박사후연구원

Corresponding Author, Post Doctor, Dept. of Civil Engineering, Kyungpook National University, Daegu, 702-701, Korea
(e-mail: hydrobk@knu.ac.kr)

** 경북대학교 공과대학 건축·토목공학부 교수

Professor, Dept. of Civil Engineering, Kyungpook National University Daegu, 702-701, Korea

1. 서론

천수방정식은 흐름현상에 대한 단순화를 위해 수평 방향의 유속만 고려하고 압력은 정수압 분포로 가정하여, Reynolds 방정식을 수심평균한 연속방정식과 운동량방정식을 쌍곡선형 편미분방정식으로 표현한 식이다. 따라서 천수방정식을 지배방정식으로 하는 수치모형을 이용하여 빠른 유속을 가지는 천이류를 해석할 경우, 급변하는 흐름에서 나타나는 불연속을 계산할 수 있는 shock capturing 기법이 필요하다. 불연속에서의 흐름을 계산하기 위해 지금까지 널리 사용되고 있는 방법은 시간과 공간에 대해 적분형으로 표현한 천수방정식의 유한체적 이산화 형태인 Godunov 기법이다.

흐름에 대한 쌍곡선형 편미분방정식의 정확한 수치해를 제공하기 위해 다양한 Godunov형 수치기법이 개발되어 왔다(Van Leer, 1977; Colella and Woodward, 1984; Toro, 1999; Leveque, 2002). 최근에 가장 널리 사용되는 기법은 고차정확도로의 확장을 위해 Van Leer (1977, 1979)에 의해 제안된 MUSCL 기법이다. MUSCL 기법은 각 계산격자에서 보존변수가 일정한 값을 가지는 것으로 가정하여 해석한 Godunov 기법에서 계산격자와 인접한 격자에서의 보존변수를 이용하여 계산격자의 경계면에서 보존변수를 선형적으로 재구성하여 경계에서 보존변수가 외삽된 값을 가지게 하는 2차정확도 기법이다. 2차원 흐름에 대한 2차정확도 기법의 확장은 계산격자 내에서 보존변수의 선형적 재구성과 재구성 과정에서 불연속 지점에서 발생할 수 있는 수치진동을 제어하기 위한 경사제한 기법까지 포함한다. Hubbard (1999)는 보존변수를 재구성하고 경사를 제한하는 MUSCL 기법의 여러 가지 방법들을 정리하고, 경사제한자의 기준을 마련하였으며, Billet and Louedin (2001)은 MUSCL 기법의 정확도를 개선하기 위한 적용성이 있는 경사제한자를 제시하였다.

2차원 유한체적 모형의 정확도를 개선하기 위한 MUSCL 기법의 적용은 국내·외의 많은 연구자들에 의해서 이루어져 왔다. 하지만, 지금까지 적용된 MUSCL 기법의 대부분은 계산격자와 인접격자의 보존변수를 고려하여 계산된 보존변수를 경계면에 대해 동일하게 배분하거나(Alcrudo and Garcia-Navarro, 1993; Toro, 1999, 2001; Valiani, *et al.*, 2002; Caleffi, *et al.*, 2003; Lai, *et al.*, 2005; Aureli, *et al.*, 2008), 계산격자의 평균폭을 기준으로 동일하게 배분하여 보존변수를 재구성하였다(Zhou, *et al.*, 2002, 2004; Wei, *et al.*, 2006; Guo, *et al.*, 2007). 하지만, 이러한 방법은 정형격자에는 정확한 재구성 방법이 될 수 있으나, 비정형격자의 적

용에는 비물리적인 재구성이 이루어 질수 있다.

국내에서는 비정형격자의 적용을 위해 MUSCL 기법에 관한 연구가 이루어진 바 없으며, 국외에서는 Soares-Frazao and Guinot (2007)가 계산격자의 도심과 경계면 사이의 거리를 고려하여 비정형격자를 처리한 바 있다. 비정형격자의 적용에 따른 정확한 계산을 위해 Soares-Frazao and Guinot (2007)는 계산격자를 구성하고 있는 경계면까지의 거리를 고려하여 보존변수를 선형적으로 재구성하였으나, 본 연구에서는 계산격자를 네 개의 삼각형 소격자로 분할하고, 각 소격자의 면적으로 가중치를 부여하여 보존변수의 재구성은 수정 MUSCL 기법을 제안하였다. 그리고 제안한 기법으로 실측치가 존재하는 실험하도에 대하여 정형 및 비정형격자를 포함하는 격자로 구성하여 모의를 수행하고, 그 결과에 대해 실험치 및 기존 연구자의 모의결과와 비교하였다.

2. 고정확도 2차원 유한체적 모형

2.1 기본방정식

2차원 천수방정식의 보존형은 Eq. (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} = S(U) \quad (1)$$

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix}, F(U) = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ huv \end{bmatrix}, G(U) = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}, S(U) = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_{0x} - S_{fx}) \\ gh(S_{0y} - S_{fy}) \end{bmatrix}$$

여기서 U 는 보존변수 벡터, $F(U)$ 및 $G(U)$ 는 각각 x 및 y 방향의 흐름율, $S(U)$ 는 생성항으로 x 및 y 방향에 대한 하상경사 S_{0x} , S_{0y} 및 마찰경사 S_{fx} , S_{fy} 로 구성된다. 그리고 h 는 수심, u 와 v 는 각각 x 와 y 방향의 유속을 나타낸다.

Eq. (1)을 면적이 A_l 인 계산격자(l)에 관해서 적분하고 그린정리(Green's theorem)를 적용하면, 본 연구에서 적용하고자 하는 Godunov형 기본방정식인 Eq. (2)를 구할 수 있다.

$$U_l^{n+1} = U_l^n - \frac{\Delta t}{A_l} \sum_{k=1}^{N_l} [(F_{l,k} \cos \phi_k + G_{l,k} \sin \phi_k) L_{l,k} - S_l] \quad (2)$$

여기서 N_l 및 $L_{l,k}$ 는 계산격자(l)의 경계면 수 및 k 번째 경계면 길이, $F_{l,k}$ 및 $G_{l,k}$ 는 격자(l)의 k 번째 경계면에서의 x 및 y 방향 흐름율, ϕ_k 는 x 축과 k 번째 경계면의 법선벡터 사이의 반시계방향 각도 그리고 S_l 은 생성향을 나타낸다.

2.2 흐름율 계산

본 연구에서는 Eq. (2)의 흐름율 F 및 G 의 계산을 위해 근사 Riemann 해법인 HLLC 기법을 사용하여 유한체적의 경계면에서 질량 및 운동량의 흐름율을 계산하였다. HLLC 기법은 엔트로피 조건을 만족하며 (Leveque, 2002), 하류부로 파가 전파될 때 발생할 수 있는 마른하도에 대한 계산도 용이하게 처리할 수 있는 장점이 있다(Fraccarollo and Toro, 1995). 또한 마른하도를 젖은하도와 마찬가지로 해석적으로 처리함으로써 마른바닥에도 항상 일정깊이 이상의 수심이 존재한다는 비물리적인 가정을 기반으로 하는 Roe 기법보다 정확한 계산결과를 제공하고(김우구 등, 2003), 특히 2차원 문제의 해석에 있어서 더 높은 정확도를 제공한다 (Valiani *et al.*, 2002). HLLC Riemann 해의 구조는 파속 S_L 및 S_R 그리고 S_* 에 따라 보존변수 U 가 네 개의 구간으로 나누어지며, 수치 흐름율은 Eq. (3)을 이용하여 계산하였다. S_L , S_R 그리고 S_* 는 Toro (2001)을 참고하였다.

$$F(U_L, U_R) = \begin{cases} F_L & \text{if } 0 \leq S_L \\ F^*_L = F_L + S_L(U^*_L - U_L) & \text{if } S_L \leq 0 \leq S_* \\ F^*_R = F_R + S_R(U^*_R - U_R) & \text{if } S_* \leq 0 \leq S_R \\ F_R & \text{if } 0 \geq S_R \end{cases} \quad (3)$$

2.3 MUSCL 기법의 수정

MUSCL 기법은 흐름율을 계산하기 전에 계산격자 (l) 경계면에서 보존변수를 재구성하는 기법으로 보존변수의 재구성을 위해 인접격자(k') 자료의 값을 사용함으로써 공간에서 2차정확도를 가지며, $\Delta t/2$ 시점에서의 값을 예측함으로써 시간에 대하여 2차정확도를 가진다. 이러한 과정은 예측단계와 수정단계의 2단계 과정에서 이루어진다. 본 연구에서는 차원비분리 기법의 적용을 위해 계산격자의 인접격자 순서를 Fig. 1과 같이 재배열하는 알고리즘을 개발하여 계산격자(l)와 인접격자(k')와의 보존변수 값이 차이를 Eqs. (4a) and

(4b)와 같이 선형함수로 계산하였다. k 는 계산격자 경계면의 번호를 나타내며 k 가 2, 3인 경우는 Eq. (4a), k 가 1, 4인 경우는 Eq. (4b)를 사용하였다.

$$\Delta U_k = U_l^n - U_k^n \quad (4a)$$

$$\Delta U_k = U_k^n - U_l^n \quad (4b)$$

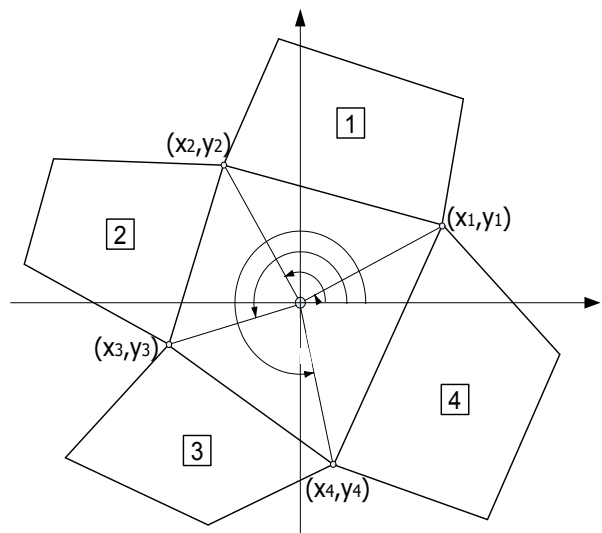


Fig. 1. Construction of Adjacent Cells

2차정확도 이상의 기법을 사용할 경우 불연속지점에서 발생할 수 있는 수치진동을 제어하기 위한 기법이 필요하며, 본 연구에서는 MUSCL 기법을 적용한 보존변수 재구성 과정에서 경사제한자를 사용하여 보존변수의 경사를 제어하는 총변동량 제어기법(TVD)를 사용하였다. 경사제한자는 자료가 재구성되고 난 후, 물리적으로 가능한 재구성이 되도록 하기 위해 사용된다. 자료를 재구성할 때 사용될 수 있는 정보는 흐름방향에서 상류측 정보인 상향경사와 하류측 정보인 하향경사로 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다. Fig. 2와 같은 조건에서 하향경사를 이용한 자료의 재구성은 $x(y)_{l-1/2}$ 지점에서 비물리적인 값이 계산된다. 따라서 계산격자(l)의 재구성은 상향경사를 사용하여야 한다(김지성, 2006).

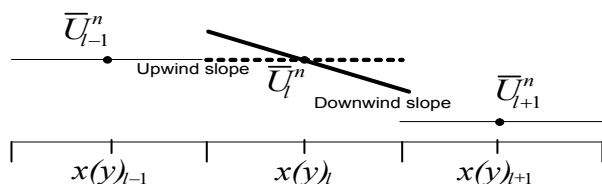


Fig. 2. Reconstruction of Data Using Slope Limiter

본 연구에서 적용한 MUSCL 기법의 자료의 재구성을 위한 보존변수의 차인 $\Delta\bar{U}$ 는 총변동량 제어기법의 경사제한자를 고려한 Eq. (5)를 사용하여 계산하였다.

$$\Delta\bar{U}_x \text{ or } \Delta\bar{U}_y = \begin{cases} \max[0, \min(\beta\Delta U_m, \Delta U_n), \min(\Delta U_m, \beta\Delta U_n)] \\ \text{if } \Delta U_n > 0 \\ \min[0, \max(\beta\Delta U_m, \Delta U_n), \max(\Delta U_m, \beta\Delta U_n)] \\ \text{if } \Delta U_n < 0 \end{cases} \quad (5)$$

여기서 x 방향인 경우 $m=2, n=4$ 이며, y 방향인 경우 $m=3, n=1$ 이다(Fig. 1). 각 경계면에서의 가중치 $\beta=1$ 인 경우는 Minmod 제한자, $\beta=2$ 인 경우는 Superbee 제한자가 되며, 본 연구에서는 Superbee 경사제한자를 적용하였다. 그리고 계산격자의 경계면에 대해 총변동량 제어기법이 적용된 보존변수 차 ΔU_i 를 적용하여 Eq. (6)과 같이 외삽하여 구하였다.

$$U_m = U_i - \frac{1}{2}\Delta x_i \Delta\bar{U}_i, \quad U_n = U_i + \frac{1}{2}\Delta x_i \Delta\bar{U}_i \quad (6)$$

여기서 Δx_i 및 Δy_i 는 계산격자(l)의 x 및 y 방향의 평균 폭을 나타낸다.

Eq. (6)은 기존까지 국내·외 대부분의 연구에서 적용되었던 MUSCL 기법의 재구성 방법으로 보존변수의 경사를 계산격자의 x 및 y 방향의 각 경계면에 대해 1/2씩 동일하게 배분하여 경계면에서 보존변수를 재구성하는 방법이다. 하지만, 이러한 방법은 정형격자의 사용에는 적합하나, 비정형 격자의 적용시 비물리적인 재구성이 이루어 질수 있다(Soares-Frazao and Guinot,

2007). 따라서 본 연구에서는 MUSCL 기법을 적용한 비정형 격자 대해서도 물리적인 재구성이 이루어지게 하기 위해, 기존의 계산격자의 평균 폭을 이용하거나 보존변수의 경사를 동일하게 배분하는 방법 대신 면적 가중치로 재구성하는 MUSCL 기법을 제안하였다. 면적 가중치로 재구성하기 위해서는 Fig. 3과 같이 계산격자의 도심(G)를 구하고, 도심을 기준으로 사각형 격자를 네 개의 삼각형 소격자로 분할하였다. 그리고 x 축 방향에 대한 삼각형인 $\Delta 2G3$ 및 $\Delta 1G4$ 의 면적 a_2 및 a_4 와 y 축 방향에 대한 삼각형인 $\Delta 1G2$ 및 $\Delta 3G4$ 의 면적 a_1 및 a_3 를 계산하고, Eqs. (7a) and (7b)를 이용하여 각 삼각형에 대한 면적 가중치를 계산하였다.

$$wa_1 = \frac{a_1}{a_1 + a_3}, \quad wa_3 = \frac{a_3}{a_1 + a_3} \quad (7a)$$

$$wa_2 = \frac{a_2}{a_2 + a_4}, \quad wa_4 = \frac{a_4}{a_2 + a_4} \quad (7b)$$

연속방정식 및 운동량방정식의 보존변수 재구성을 위해 사용되는 $\frac{1}{2}\Delta x_i$ 및 $\frac{1}{2}\Delta y_i$ 대신 면적가중치를 부여한 $wa_{i,k}$ 를 적용한 Eq. (8)를 이용하여 보존변수를 재구성하였다. 그리고 수면 경사법을 적용하기 위해서 Eq. (8)에서 수심(h) 대신 수위(η)로 재구성한 후, Eq. (9)로 수심(h)을 계산하였다.

$$U_m = U_i - wa_{i,m}\Delta U_i, \quad U_n = U_i + wa_{i,n}\Delta U_i \quad (8)$$

$$h_m = \eta_m - z_{bm}, \quad h_n = \eta_n - z_{bn} \quad (9)$$

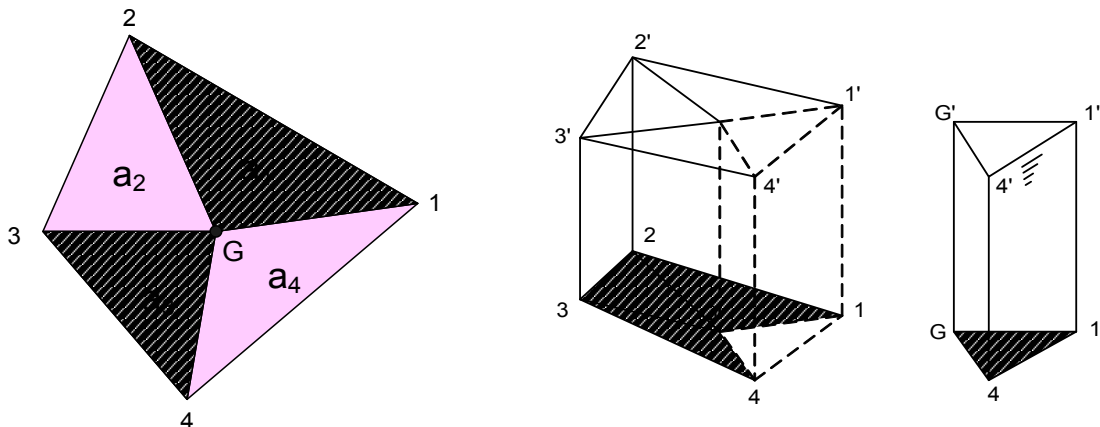


Fig. 3. Division of Grid for Modified MUSCL Scheme

예측단계(Predictor step)에서는 시간에 대한 2차정확도를 구하기 위해 $\Delta t/2$ 시간에서의 보존변수를 산정하는 과정으로, Eq. (1)로 계산된 흐름율을 이용하여 $n+1/2$ 시간단계에서의 보존변수를 Eq. (10)으로 계산하였다. 그리고 수정단계(Corrector step)에서는 예측단계에서 계산된 해 및 HLLC 기법의 Eq. (3)을 이용하여 $n+1$ 시간단계의 보존변수를 Eq. (11)로 계산하였다.

$$(U)_l^{n+1/2} = (U)_l^n - \quad (10)$$

$$\frac{\Delta t}{2A_l} \left(\sum_{k=1}^{N_l} (F_{l,k}^{(p)} n_{l,k}^{(x)} + G_{l,k}^{(p)} n_{l,k}^{(y)}) L_{l,k} - S_l^n \right)$$

$$(U)_l^{n+1} = (U)_l^n - \quad (11)$$

$$\frac{\Delta t}{A_l} \left(\sum_{k=1}^{N_l} (F_{l,k}^{(c)} n_{l,k}^{(x)} + G_{l,k}^{(c)} n_{l,k}^{(y)}) L_{l,k} - S_l^{n+1/2} \right)$$

여기서 A_l 및 N_l 는 각각 계산격자 l 의 면적 및 경계면의 수, $F_{l,k}$ 및 $G_{l,k}$ 는 격자 l 의 k 번째 경계면에서의 x 및 y 방향 흐름율로 x 방향인 경우 $k=2, 4$ 이고 y 방향인 경우 $k=1, 3$ 이다. 그리고 $n_{l,k}$ 및 $L_{l,k}$ 는 각각 격자 l 의 k 번째 경계면의 외향단위벡터 및 경계면 길이를 나타낸다.

2.4 생성향의 처리

본 연구에서는 생성향으로 하상경사와 마찰경사를 고려하였으며, Godunov형 기본방정식에서 차원 및 생성향을 분리하지 않은 Unsplit 기법을 적용하기 위해서 생성향을 Eqs. (12a) and (12b)와 같이 처리하였다.

$$S_x = -gh_l A_l \left[\frac{(z_{b1} - z_{b3})(y_2 - y_4) - (z_{b2} - z_{b4})(y_1 - y_3)}{(x_1 - x_3)(y_2 - y_4) - (x_2 - x_4)(y_1 - y_3)} \right. \quad (12a)$$

$$\left. + v_l n_l^2 \frac{\sqrt{u_l^2 + v_l^2}}{h_l^{4/3}} \right]$$

$$S_y = -gh_l A_l \left[\frac{(z_{b1} - z_{b3})(x_2 - x_4) - (z_{b2} - z_{b4})(x_1 - x_3)}{(y_1 - y_3)(x_2 - x_4) - (y_2 - y_4)(x_1 - x_3)} \right. \quad (12b)$$

$$\left. + v_l n_l^2 \frac{\sqrt{u_l^2 + v_l^2}}{h_l^{4/3}} \right]$$

여기서 아래첨자 1, 2, 3, 4는 Fig. 1에서 보는바와 같이, 계산격자를 구성하고 있는 절점의 순서를 나타낸다.

2.5 경계조건

Godunov 기법에 근거한 유한체적 모형에서는 계산

영역의 경계격자에서도 인접격자와의 흐름율 계산이 필요하므로 경계부분에서는 가상의 격자가 필요하다. 따라서 경계에 인접한 가상격자에 적절한 수치처리를 함으로써 경계조건을 부여할 수 있다. 본 연구에서는 흐름이 벽면에 의해 막혀 경계면 직각방향으로 흐름이 존재할 수 없는 닫힌 경계조건에 대해서는 Eq. (13a), 경계면 밖의 조건이 인접흐름에 영향을 주지 않는 조건인 자유유출 경계조건에 대해서는 Eq. (13b)를 적용하였다.

$$h_* = h_L, \quad u_* = -u_L, \quad v_* = -v_L \quad (13a)$$

$$h_* = h_L, \quad u_* = u_L, \quad v_* = v_L \quad (13b)$$

여기서 h_* , u_* 그리고 v_* 는 각각 가상격자에서의 수심 및 x , y 방향의 유속을 나타낸다.

3. 모형의 검증 및 적용

수정 MUSCL 기법을 적용한 2차원 유한체적 모형을 여러 가지 상태의 하도로 전파하는 홍수와 해석에 적용하여 모형의 정확성 및 적용성을 검증하였다. 모의를 위해 하도를 정형 및 비정형격자로 구성하고, 실험실에서 수행된 실험조건과 동일한 조건을 개발모형을 적용하여 계산결과를 실험자료 및 기존 연구자의 계산결과와 비교하였다.

3.1 건물의 영향을 고려한 해석

댐 및 제방붕괴로 인한 도시지역의 정확한 침수해석을 위한 연구가 최근 많이 이루어지고 있으며, Soares-Frazao and Zech (2002)는 댐 하류부에 건물이 존재할 경우 댐 붕괴에 따른 흐름의 영향을 분석하기 위해 Fig. 4와 같은 실험하도에서 댐 붕괴 실험을 수행하였다. 실험하도는 Fig. 4에서 볼 수 있듯이, 길이 35.8 m, 폭 3.6 m의 평탄한 하상을 가진 개수로이며, 6개의 지점에서 수위를 측정하였다. 초기조건으로 댐 상류부 수위는 0.4 m, 하류부 하도의 수위는 0.01 m이며, 저수지와 하도의 바닥은 측벽과 약 25°도의 경사를 이루고 있다(Fig. 4).

모의를 위해 Fig. 5와 같이 실험하도에 대해 댐 상류 부분에는 정형격자, 하류부분의 일부는 비정형격자로 구성하였고, 크기는 평균 $\Delta x=0.2$ m $\Delta y=0.17$ m로 하여 3184개로 구성하였다. 초기조건은 실험조건과 동일하게 부여하였으며, 조도계수는 0.01, 계산시간은 30초로 지정하였다. 경계조건으로 상류 경계단과 개수로 측벽 경계에는 닫힌 경계를 부여하였으며, 하류 경계단에

는 자유유출 경계조건을 부여하였다.

Fig. 6은 댐 붕괴후 1초, 1.5초, 5초, 그리고 10초에서의 하도에 대한 등수심선을 보여주며, Fig. 6에서 볼 수 있듯이, 댐 붕괴 1초 및 1.5초 후에는 붕괴파가 건물에 도달하지 않아 등수심선이 대칭을 이루지만, 3초 후부터는 붕괴파가 건물에 도달하여 기울어진 건물과 측벽

의 영향으로 등수심선이 대칭을 이루지 않는다. Fig. 7은 댐 붕괴후 1초, 1.5초, 5초, 그리고 10초에 대한 수심도를 나타내며, Fig. 7에서 볼 수 있는 것처럼, 댐 상류 부로의 팽창파와 하류부의 충격파가 제내지를 통해 퍼져 나가며, 1.5초의 수심도에서 제내지 측벽에 반사파가 먼저 발생한 것을 볼 수 있고, 3초 후에는 제내지 내의

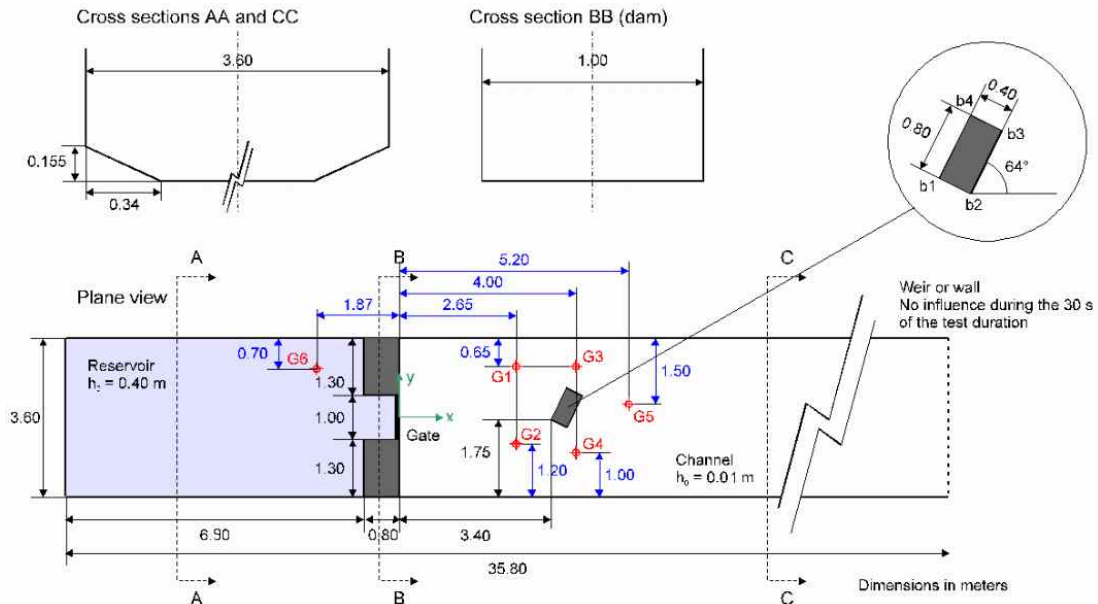


Fig. 4. Description of Laboratory Set Up

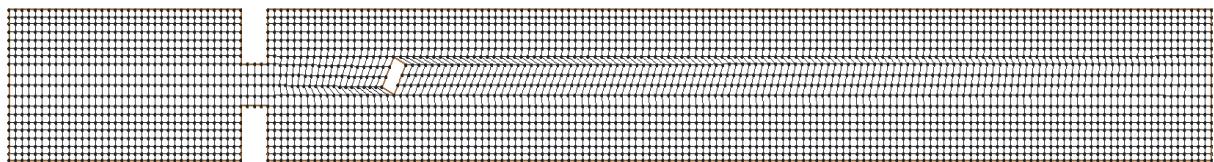


Fig. 5. Computational Grid

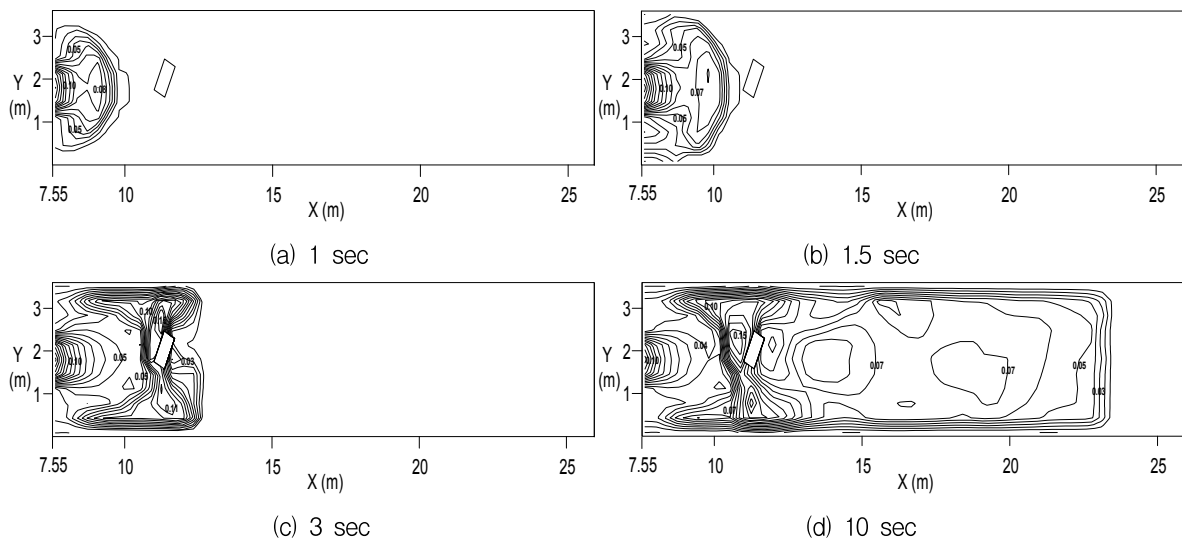


Fig. 6. Water Depth Contours

건물에 반사파가 발생한 것을 확인할 수 있으며, 그 반사파가 구조물과 측벽사이로 전파되면서 사각도수를 발생시키는 것을 확인할 수 있다. 10초 후에는 제내지의 구조물에 의해 발생한 사각도수 현상과 제내지의 측벽에 발생한 반사파에 의한 수위 상승현상을 잘 보여주고 있다. Fig. 8은 1초, 4초, 10초 그리고 20초에 대한 유속벡터도이며, 댐 붕괴 1초 후에는 파의 선단이 2차원적으로 퍼지는 것을 볼 수 있다. 그리고 4초 후에는 댐 붕괴파의 선단부는 건물을 지나면서 건물의 영향으로 인해 반사파가 발생한다. 이러한 반사파는 유속벡터의 방향 및 크기가 급작스럽게 변하면서 나타난다.

시간이 지나 10초 및 20초가 되면 붕괴파는 분리되어 건물 주위로 흐르고 건물 뒷면에는 붕괴파의 영향이 거의 나타나지 않으며, 저수지의 유량이 줄어들면서 유속벡터의 크기는 점점 작아지고, 하도바닥과 측벽이 25° 정도의 경사가 있으므로 유속벡터는 이러한 지형형상을 반영하여 경계부분에서 하도의 중심으로 향하는 것을 볼 수 있다.

건물의 영향을 고려한 실험에 대한 수치모의는 Noel *et al.* (2003), Petaccia and Savi (2003) 그리고 Capart (2003)에 의해 수행된 바 있다. 이 중에서 실측치와 가장 일치한다고 판단되고, 실험의 참여 연구자인 Noel *et*

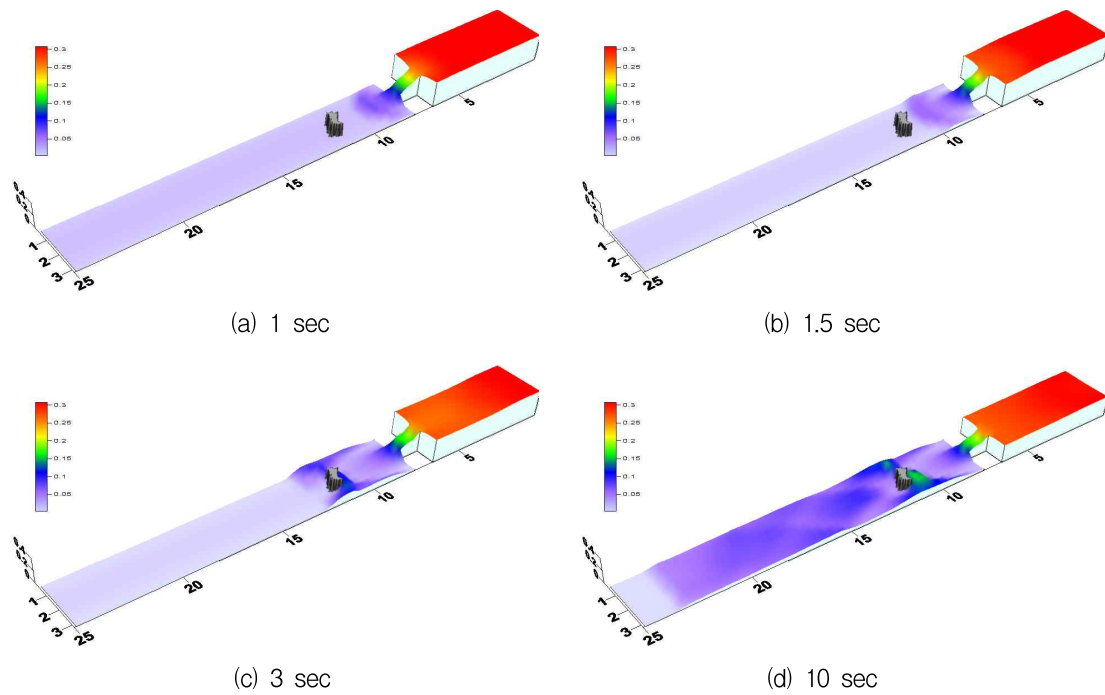


Fig. 7. Water Depth Maps

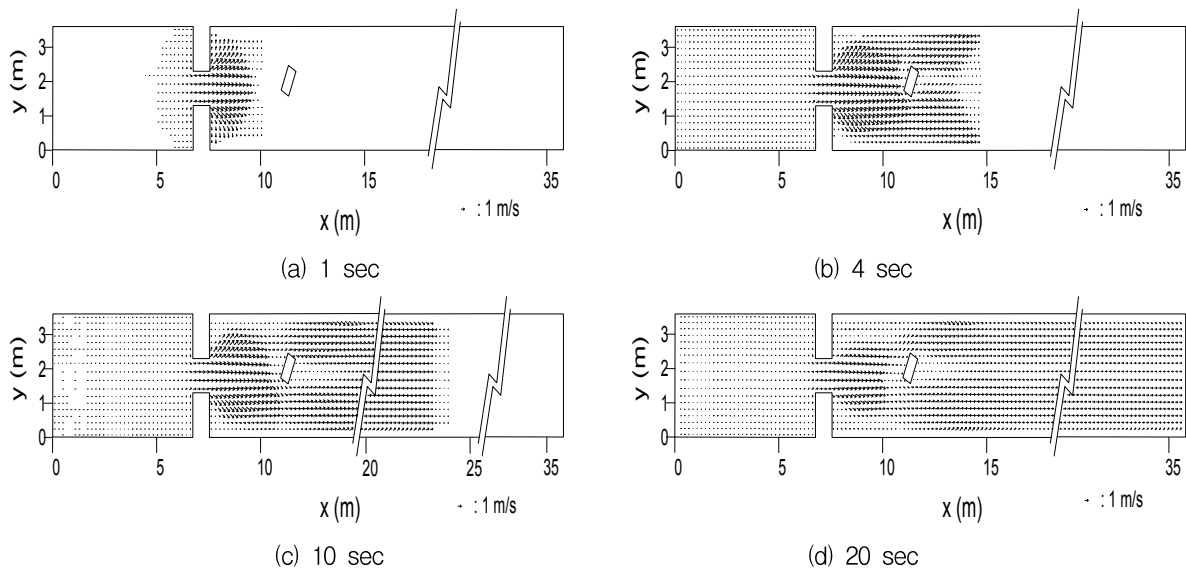
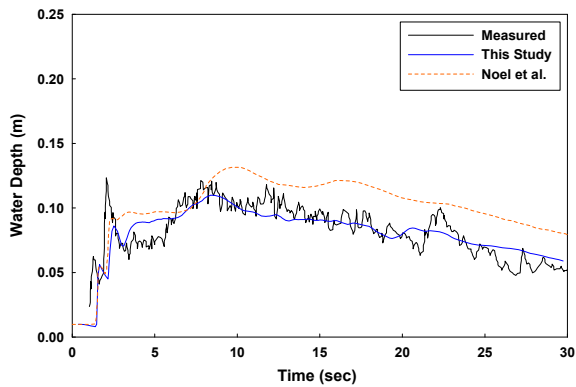


Fig. 8. Water Velocity Fields

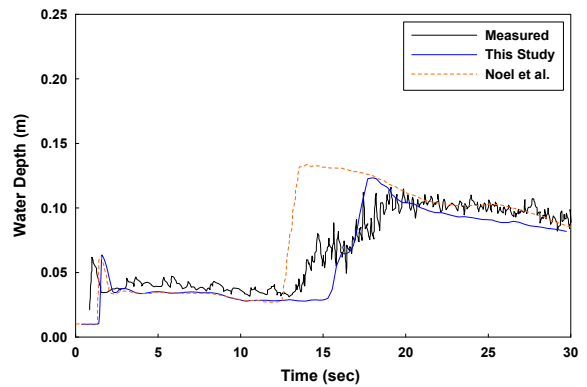
al. (2003)의 모의결과와 실측수위 그리고 개발모형의 계산결과를 비교하여 Fig. 9에 나타내었다. Noel et al. (2003)은 본 연구에서 적용한 격자 크기보다 작은 $\Delta x = \Delta y = 5$ cm로 적용한 점을 고려한다면, 수정 MUSCL 기법을 적용한 본 연구의 결과가 기존의 연구 결과보다 상당히 개선된 결과를 보여줄 수 있다.

Fig. 9에서 볼 수 있듯이, 댐의 하류부에 위치한 실측 지점인 G1~G5에서 계산수위가 초기에 수위가 증가하는 시간이 실측수위보다 약간 늦게 발생한다. 하지만 그 시간 차이가 크지 않고, 5개의 관측지점에서 모두 그 차이가 거의 일정함을 알 수 있다. 이러한 일정한 시

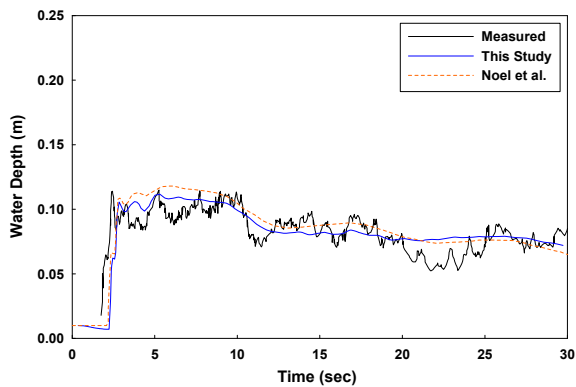
간차이가 발생하는 원인으로, 실험을 수행한 Noel et al. (2003)은 관측기구의 비정상적인 초기시간 설정 때문이라고 원인을 밝혔다. 건물의 상류 및 하도의 좌측벽에 인접한 G1에서는 댐 붕괴파의 선단부가 하상이 경사진 좌측벽에 의해 반사되면서 2초대에서 급격한 수위 증가가 나타나고, 6초대에서는 댐 붕괴파가 건물과 좌측벽의 영향으로 원활히 소통되지 못하고 정체되면서, 뒤에 밀려오는 파가 다시 좌측벽의 반사로 인해 사각도수가 발생하는 현상까지 잘 모의하였다. G2에서는 13초대에서 건물의 영향으로 인한 도수현상이 나타났으나, 실측된 도수발생 시간과는 약간의 차이가 발생하였으며, 이



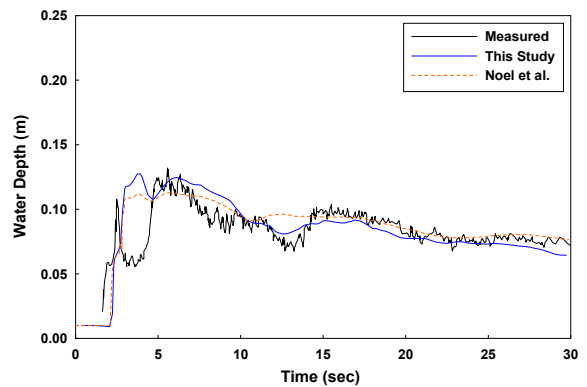
(a) G1



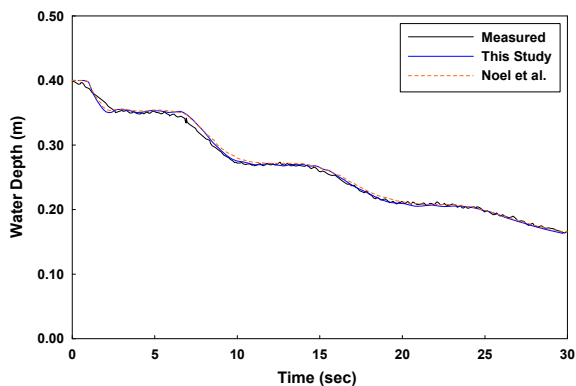
(b) G2



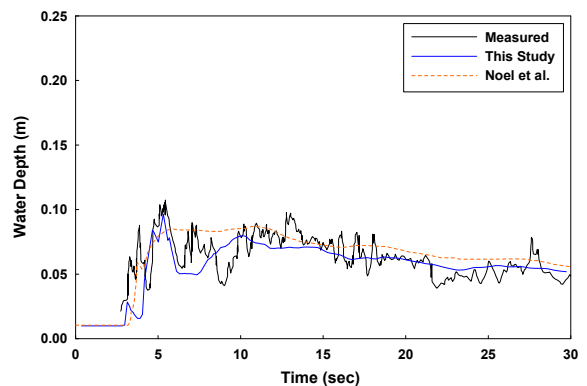
(c) G3



(d) G4



(e) G5



(f) G6

Fig. 9. Comparison of Numerical and Experimental Results

러한 원인으로서는 부정확한 조도계수 및 하도의 초기수위의 영향으로 판단된다. Noel *et al.* (2003)은 조도계수 및 하도의 초기수위 변화에 따른 수위의 변화에 대한 모의를 수행하여, 모형의 조도계수 및 초기수위가 계산 결과의 정확성에 매우 큰 영향을 줄 수 있음을 보여주었다. 건물의 우측에 위치한 G4에서는 3초대에 건물로 인한 강한 반사파의 영향으로 급격한 수위의 증가가 발생하고, 4초대는 수로의 우측벽으로 인해 생성된 사각도수가 G4에 도달하면서 약간의 수위 증가 현상이 나타나며, 12초 후부터는 건물로 및 우측벽으로 인한 정체현상으로 수위가 서서히 감소하는 현상까지 실측치와 비교적 일치하게 계산하였다. 그리고 저수지의 상류에 위치한 G6에서는 저수지의 물이 하류로 빠져나감에 따른 수위의 감소현상을 실측수위와 거의 일치하게 계산하였다.

3.2 Bellos 실험에 대한 해석

Bellos *et al.* (1992)은 Fig. 10과 같은 실험하도에서 댐 내의 초기수심과 하상경사를 다르게 조절하여 하폭이 축소되었다가 확대되는 하도로 전파되는 댐 붕괴과 실험을 수행하였다. Fig. 10에서 보는바와 같이 실험하도는 길이 20.7 m, 폭은 1.4 m에서 0.6 m까지 변화하며, 수문은 폭이 가장 좁은 부분인 상류단으로부터 8.5 m 아래에 위치하고 있다. 그리고 상류단으로부터 하도의 중심선을 따라 8개의 측점에서 수심이 측정되었다.

본 연구에서는 개발모형을 Bellos *et al.* (1992)의 두 가지 댐 붕괴 조건에 대해 적용하였다. 첫 번째 모의에 대한 조건은 댐 초기수심이 0.15 m, 하류단의 초기수심은 0.101 m인 경우로 상류단 존재는 조건이다. 두 번째 모의 조건은 댐의 초기수심이 0.3 m, 하도의 초기수심은 0.101 m로 계산 시간동안 사류가 발생하는 천이흐름 조건이다. Bellos *et al.* (1992)의 실험에서 두 가지 경우 모두 젖은하도 조건이므로, 계산시작 시간에 하도의 수심 0.101 m를 유지하기 위해서 하류단에 보를 설치하였다. 수치모의에서도 마찬가지로 젖은하도에 대한 정확

한 계산을 위해서는 하류단에 설치된 보의 영향을 반드시 고려하여야 하므로, 본 연구에서는 하류단에 하도의 수심과 동일하게 높이 0.101 m의 보를 고려하여 격자를 생성하였다. 모의를 위한 격자의 구성은 $\Delta x=0.25$ m Δy 는 하도 폭에 따라 다르게 적용하여 595개의 격자로 구성하였고, Manning 조도계수는 Bellos *et al.* (1992)이 실험에 대한 조도계수를 분석하여 가장 적정하다고 결정한 0.012를 사용하였으며, 모의시간은 댐 붕괴후 70초까지로 하였다. 그리고 경계조건으로 상류단에는 댐 내로 유입되는 유량이 없으므로 닫힌 경계조건을 지정하고, 하류단에는 연속적인 흐름을 가정하여 열린 경계조건을 지정하였다. 수치 모의결과를 5개 실측지점($x=0.0$ m, 4.5 m, 8.5 m, 13.5 m, 18.5 m)에서의 자료와 비교하였다.

Fig. 12는 댐 상류부와 하류부의 수위차가 4.9 cm인 경우에 대한 계산수심 및 실측수심을 비교하여 나타낸 것이다. 비교결과, 전 지점에서 실측 수위와 비교적 잘 일치하였다. 특히 하류부 보의 영향으로 역류가 발생하고 있으며, 이로 인한 수면의 진동을 본 연구모형은 잘 재현하고 있다. 초기 댐 수위와 댐 하류부 수위차가 4.9 cm에 불과하여 전체 계산 시간동안 사류는 발생하지 않았으며, 최대 Froude 수는 0.40으로 계산되었다. Fig. 13은 댐 상류부와 하류부의 수위차가 19.9 cm인 경우에 대한 계산수심을 실측수심과 비교하여 나타낸 것이다. 수위차가 19.9 cm인 댐 붕괴 모의의 경우, 최대 Froude 수가 2.15로 계산 과정에서 천이류가 발생하였다. 그러나 수위차가 4.9 cm인 경우와 마찬가지로 비물리적인 수치진동 없이 천이류를 잘 계산하였다. 수문이 설치되어 있던 $x=8.5$ m 지점에서는 두 경우 모두 하류단 보의 영향으로 상류로 반사된 파가 상류단의 벽에 도달하고, 다시 반사되어 하류로 전파하면서 홍수파가 지나가는 40초대 이후부터 실측수심과 약간의 오차가 발생한다. 오차의 원인으로 단면의 축소 및 확대에 의한 미소 손실을 본 연구에서는 고려하지 않은 점과 젖은 하도 조건을 모의하기 위해 적용한 하류부 보의 정확한 제원

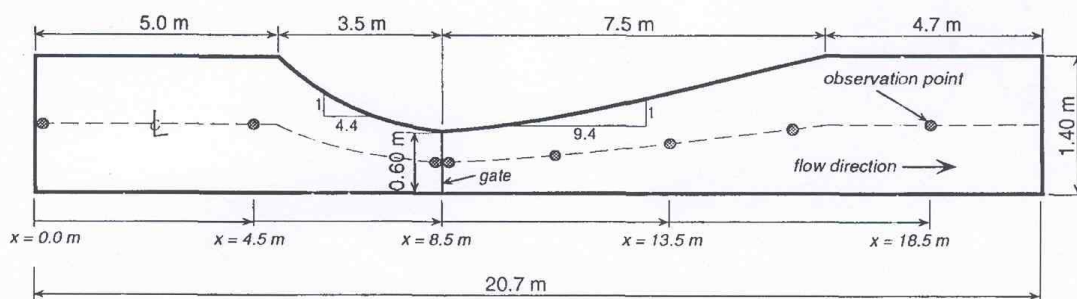


Fig. 10. Layout of the dam-break experimental of Bellos *et al.*

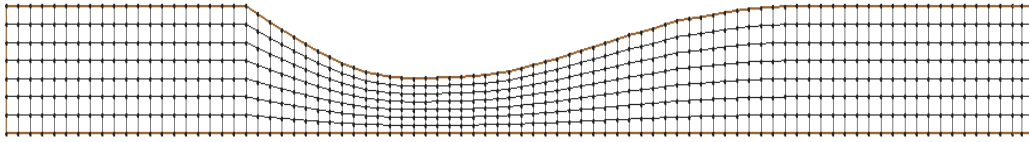
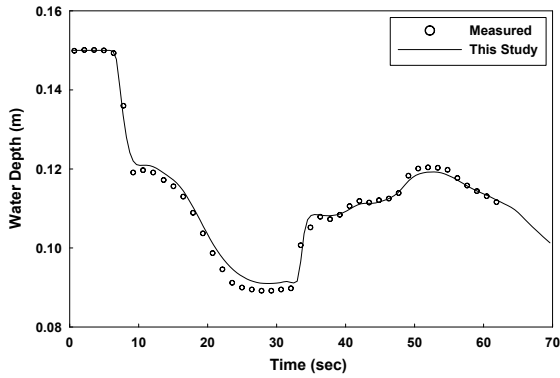
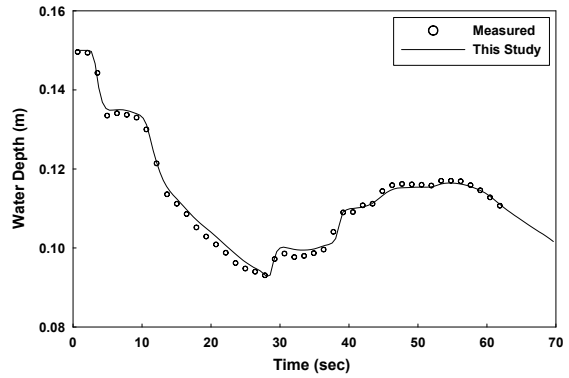


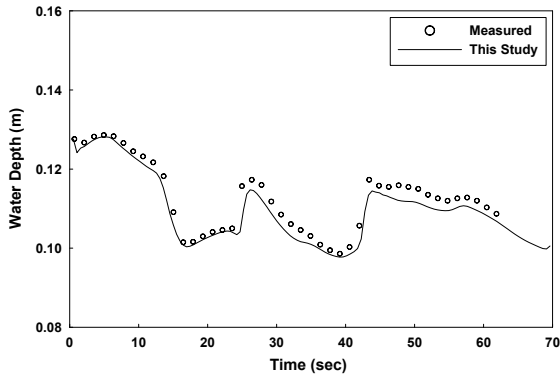
Fig. 11. Computational Grid



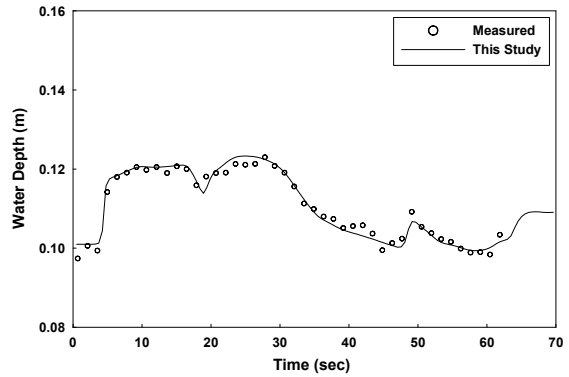
(a) $x=0.0$ m



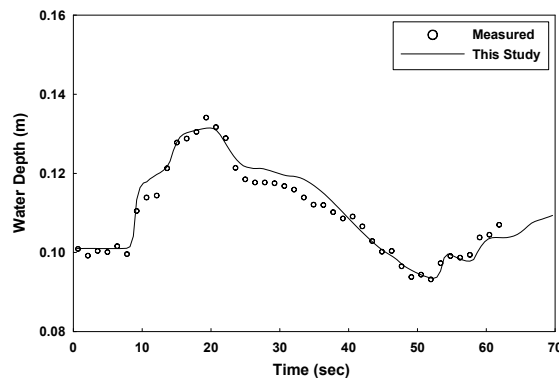
(b) $x=4.5$ m



(c) $x=8.5$ m



(d) $x=13.5$ m



(e) $x=18.5$ m

Fig. 12. Comparison of Numerical and Experimental Results ($\Delta h=4.9$ cm)

을 알 수 없어, 보의 높이를 초기수심과 동일한 0.101 m 로 지정한 영향으로 판단된다. 나머지 실측지점에서는 Figs. 12 and 13에서 볼 수 있는 것처럼, 댐 붕괴 후 충격파가 하류로 전파되고, 하류에 도달한 충격파는 보의 영향으로 인해 다시 상류로 반사되며, 상류단의 벽에 도

달한 반사파는 다시 하류로 반사되는 파의 전파 과정을 잘 재현하였다. 그리고 충격파, 반사파, 그리고 팽창파의 도달시간도 실험치와 잘 일치하게 계산하였다. 따라서 본 연구모형은 실제하도의 경우에서도 흐름 영역의 구분 없이 안정적으로 해석할 수 있는 것으로 판단된다.

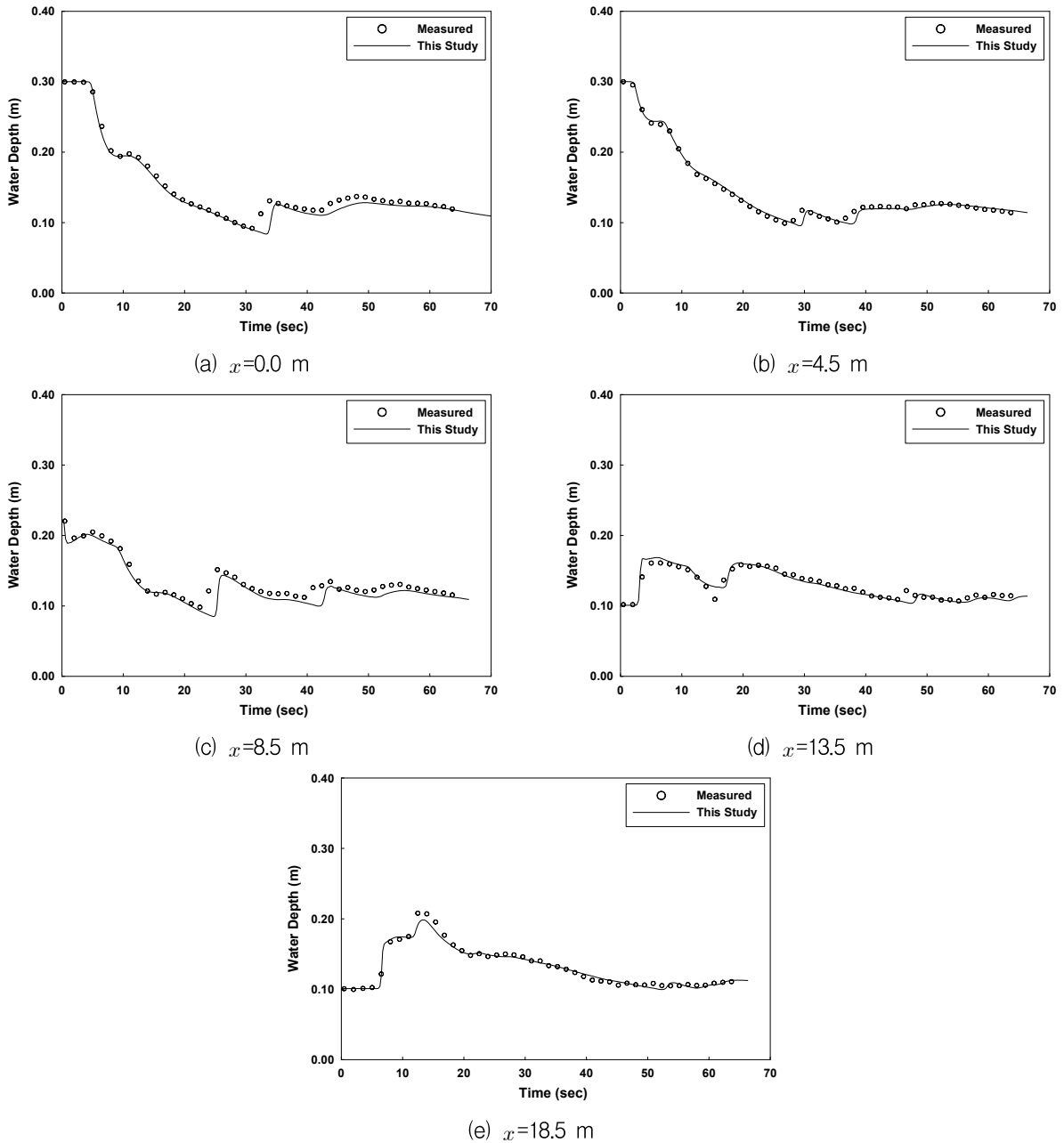


Fig. 13. Comparison of Numerical and Experimental Results ($\Delta h=19.9$ cm)

4. 결론

본 연구에서는 비정형격자의 적용을 위해 면적가중비를 이용하여 계산격자의 경계면에서 보존변수를 재구성하는 수정 MUSCL 기법을 제안하였으며, 제안한 기법을 적용한 2차원 유한체적모형을 이용하여 건물의 영향을 고려한 댐 붕괴파 해석, 하도의 폭이 변하는 Bellos 실험에 대한 댐 붕괴 해석을 수행하였다. 그리고 해석결과를 실험자료 및 기존 연구결과와 비교하여 수정 MUSCL 기법의 정확도 및 적용성을 검증하였다. 본 연구에 대한 주요 결론은 다음과 같다.

- 1) 본 연구에서는 비정형격자의 적용에도 물리적인 보존변수의 재구성을 위해 면적가중비를 사용하는 수정 MUSCL 기법을 제안하였다.
- 2) 건물의 영향을 고려한 댐 붕괴파 해석을 위해 수정 MUSCL 기법을 적용 결과, 모의에 적용된 개발모형의 격자 크기가 기존 연구자의 격자 크기보다 매우 크에도 불구하고, 실험 자료와의 비교에서 기존연구자의 계산결과보다 상당히 개선된 결과를 보여주었다.
- 3) 실험하도의 폭이 축소되었다가 확대되는 하도로 전파하는 댐 붕괴파 해석은 상류 및 사류의 흐름

영역 구분 없이 실험치와 상당히 일치하는 계산결과를 보여주었으며, 충격파, 반사파, 그리고 팽창파의 도달시간도 정확하게 계산하였다.

- 4) 따라서, 본 연구에서 제안한 수정 MUSCL 기법은 비정형격자의 사용에 효과적으로 적용될 수 있을 것으로 판단되며, 자연하천과 같이 향후 만족이 심하거나 복잡한 지형에 적용할 수 있는 모형의 확장에 관한 연구가 지속되어야 할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 건설기술혁신사업(08기술혁신 F01)에 의한 차세대홍수방어기술개발연구단의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고 문헌

- 김우구, 정관수, 김재한 (2003). “WAF 기법을 이용한 천수방정식 해석.” **한국수자원학회 논문집**, 제36권, 제5호, pp. 777-785.
- 김지성 (2006). Riemann 해법을 이용한 하천수리해석 모형. 박사학위논문, 경북대학교, pp. 41-45.
- Alcrudo, F., Garcia-Navarro, P. (1993). “A High resolution Godunov-type Scheme in Finite Volumes for the 2D Shallow-water Equations.” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 16, No. 6, pp. 489-505.
- Aureli, F., Maranzoni, A., and Mignosa, P. (2008). “Dam-Break Flows: Acquisition of Experimental Data through an Imaging Technique and 2D Numerical Modeling.” *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 134, No. 8, pp. 1089-1101.
- Bellos, C.V., Soulis, J.V., and Sakkas, J.G. (1992). “Experimental Investigation of Two-Dimensional Dam-Break induced Flows.” *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 29, No. 5, pp. 1-17.
- Billet, G., and Louedin, O. (2001). “Adaptive limiters for improving the accuracy of the MUSCL approach for unsteady flows.” *Journal of Computational Physics*, Vol. 170, pp. 161-183.
- Caleffi, V., Valiani, A., and Zanni, A. (2003). “Finite Volume Method for Simulating Extreme Flood Events in Natural Channels.” *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 41, No. 2, pp. 167-177.
- Capart, H. (2003). “Dam-break flow past an oblique building on a square grid: rigid and erodible building simulations.” *IMPACT Investigation of Extreme Flood Processes and Uncertainty, Proceedings 3rd Project Workshop*, Louvain-la-Neuve, Belgium, November, 2003.
- Godunov, S.K. (1959). “A difference method for numerical calculation of discontinuous equations of hydrodynamics.” *Matematicheski Sbornik*, Vol. 47, No. 3, pp. 271-300.
- Colella, P., and Woodward, P.R. (1984). “The piecewise parabolic method (PPM) for gas-dynamical simulations.” *Journal of Computational Physics*, Vol. 54, pp. 174-201.
- Fraccarollo, L., and Toro, E.F. (1995). “Experimental and Numerical Assessment of the Shallow Water Model for Two-dimensional Dam-Break Type Problems.” *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 33, No. 6, pp. 843-864.
- Guo, W.D., Lai, J.S., and Lin, G.F. (2007). “Hybrid flux-splitting Finite-volume schemes for shallow-water flow simulations with source terms.” *Journal of Mechanics*, Vol. 23, No. 4, pp. 399-414.
- Hubbard, M.E. (1999). “Multidimensional slope limiters for MUSCL-type finite volume schemes on unstructured grid.” *Journal of Computational Physics*, Vol. 155, No. 1, pp. 54-74.
- Lai, J.S., Lin, G.F., and Guo, W.D. (2005). “An Upstream-flux splitting finite-volume schemes for 2D shallow water equations.” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 48, No. 10, pp. 1149-1174.
- Leveque, R.J. (2002). *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Noel, B., Soares-Fraza, S., and Zech, Y. (2003). “Computation of the ‘isolated building test case’ and the ‘model city experiment’ benchmarks.” *IMPACT Investigation of Extreme Flood Processes and Uncertainty, Proceedings 3rd Project Workshop*, Louvain-la-Neuve, Belgium, November, 2003.
- Petaccia, G., and Savi, F. (2003). “Two Dimensional simulation of a Dam Break wave propagation for the isolated building test case.” *IMPACT*

- Investigation of Extreme Flood Processes and Uncertainty, Proceedings 3rd Project Workshop*, Louvain-la-Neuve, Belgium, November, 2003.
- Soares-Fraza, S., and Guinot, V. (2007). "An eigenvector-based linear reconstruction scheme for the shallow-water equation on two-dimensional unstructured mesh." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 53, No. 1, pp. 23-55.
- Soares-Fraza, S., and Zech, Y. (2002) "Dam Break flow experiment: the isolated building test case." *IMPACT, 2nd Project Workshop*, CD_ROM proceedings, Mo-I-Rana, Norway, September, 2002
- Toro, E.F. (1999). *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, 2nd Ed., Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- Toro, E.F. (2001). *Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows*, John Wiley & Sons, Chichester, UK.
- Valiani, A., Caleffi, V., and Zanni, A. (2002). "Case Study: Malpasset Dam-Break Simulation using a Two-Dimensional Finite Volume Method." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 128, No. 5, pp. 460-472.
- Van Leer, B. (1977). "Toward the ultimate conservative difference scheme, IV: A new approach to numerical convection." *Journal of Computational Physics*, Vol. 23, pp. 276-299.
- Van Leer, B. (1977). "Towards the ultimate conservative difference scheme IV. A new approach to numerical convection." *Journal of Computational Physics* Vol. 32, pp. 101-136.
- Wei, Y., Mao, X., and Cheung, K.F. (2006). "Well-balanced finite-volume model for long-wave runup." *Journal of Waterway, Port, Coast. Ocean Eng.* 132 (2) (2006), pp. 114 - 124. Full Text via CrossRef | View Record in Scopus | Cited By in Scopus Vol. 13.
- Zhou J. G., Causon, D.M., Ingram, D.M., and Mingham C.G. (2002), "Numerical solutions of the shallow water equations with discontinuous bed topography." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 38, No 8, pp. 769-788.
- Zhou, J.G., Causon, D.M., Mingham, C.G., and Ingram, D.M. (2004). "Numerical Prediction of Dam-Break Flows in General Geometries with Complex Bed Topography." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 130, No. 4, pp. 332-340.

논문번호: 09-093	접수: 2009.08.03
수정일자: 2009.09.10/10.01	심사완료: 2009.10.01