

# 가속도 되먹임 제어기를 이용한 양단지지보의 능동 제어

## Active Control of Clamped Beams using Acceleration Feedback Controllers

신 창 주\* · 홍 진 숙† · 정 의 봉\*\* · 정 상 우\*\*\*

Changjoo Shin, Chinsuk Hong, Weuibong Jeong and Sangwoo Jeong

(2010년 9월 20일 접수 ; 2010년 11월 26일 심사완료)

**Key Words :** Active Vibration Control(능동진동제어), DVFB(속도 되먹임 제어), PPF(양변위 되먹임 제어), AF(가속도 되먹임 제어), Clamped Beam(양단지지보), Open Loop Transfer Function(개루프 전달 함수)

### ABSTRACT

This paper reports active control of clamped beams using acceleration feedback controllers (AF). The equations of motion of clamped beam under force and moment pairs were derived and the equations of AF controllers were formulated. The effect of the parameters - gain and damping ratio - of the AF controllers on the open loop transfer function was investigated mainly in terms of the system stability. Increasing the gain of the AF controller tuned at a mode, the magnitude of the open loop transfer function is increased at all frequencies. The increase of the damping ratio of the AF controller leads to decrease the magnitude of the open loop transfer function and modifies its phase characteristics to be more stable. Three AF controllers connected in parallel were then proposed. Each AF controller is tuned at the 2nd, 3rd and 4th modes, respectively. Their parameters were determined to remain the system to be stable based on the results of the parametric study. A significant reduction in vibration at the 3 modes can be obtained.

### 1. 서 론

구조물은 자신의 고유한 고유진동수를 가지고 있다. 외란 주파수 또는 작동 주파수가 구조물의 고유진동수와 일치할 경우 공진이 발생하여 구조물의 진동크기는 급격하게 증가하게 된다. 특히 가볍고 유연한 구조물이 저주파 공진에 놓이게 되면 치명

적인 문제점을 야기할 수 있다<sup>(1)</sup>. 이런 구조물의 진동저감을 위해 사용하는 전통적인 방법은 구조물 재설계 또는 수동적인 감쇠를 주는 것이다<sup>(2)</sup>. 구조물 재설계는 많은 비용을 수반하게 된다. 반면 수동적으로 감쇠를 주는 것은 고주파 진동에 대해서 효과적이지만 저주파 대역의 진동 저감에는 효율성이 현저하게 떨어진다. 이것에 대한 대안으로 능동진동 제어(active vibration control : AVC)가 있다. AVC는 저주파 대역에서 높은 성능의 진동 저감을 수행할 수 있다<sup>(3)</sup>.

AVC를 위해 사용되는 대표적인 제어기법은 속도 되먹임 제어(direct velocity feedback : DVFB), 양변위 되먹임 제어(positive position feedback : PPF) 및 가속도 되먹임 제어(acceleration feedback : AF) 등이 있다<sup>(4)</sup>. DVFB는 skyhook 감쇠를 이용하여 구조

† 교신저자; 정희원, 울산과학기술대학교 디지털기계학부  
E-mail : cshong@uc.ac.kr  
Tel : (052)279-3134, Fax : (052)279-3137

\* 정희원, 부산대학교 대학원 기계공학부

\*\* 정희원, 부산대학교 기계공학부

\*\*\* (주)로코스

# 이 논문의 일부는 2010년 추계 소음진동 학술대회에서 발표되었음.

물의 진동을 저감시킨다. 이것은 단순한 비례제어를 사용하기 때문에 제작비용이 매우 낮다. 하지만 PZT를 이용한 DVFB의 경우 제어기의 성능을 항상 보장할 수는 없다. 그 이유는 모멘트 쌍을 이용하는 PZT의 제어력의 인가 위치와 센서의 위치가 다르기 때문이다. Elliott<sup>(5)</sup>과 Balas<sup>(6)</sup>는 DVFB를 사용할 경우 센서와 actuator가 동일한 지점에서 서로 작동할 때 DVFB와 같이 단순한 제어기라도 강한 능동 제어 시스템을 구성할 수 있다고 제시하였다. Cannon<sup>(7)</sup>과 Zhang<sup>(8)</sup>은 실질적으로 센서와 actuator가 동일한 위치에 있지 않을 경우 시스템은 물리적으로 한계를 가지게 되며 이것이 페루프 시스템의 안정성에 영향을 끼친다고 하였다. Getti<sup>(9)</sup>는 단순 지지보에서 PZT actuator를 사용 시 DVFB의 한계에 대하여 연구하였다. 그는 센서와 actuator가 인가하는 제어력이 서로 동일한 위치에 서로 상호작용을 일으키지 않기 때문에 제어시스템은 조건적인 안정성을 가지게 된다고 주장하였다. DVFB 제어기의 설계변수는 제어제인 하나뿐이기 때문에 복잡한 구조물의 안정성을 확보하며 제어하는 것이 쉽지 않다.

또 다른 제어 기법으로 PPF가 있다. PPF는 Fanson과 Caughey<sup>(10)</sup>가 제안하였으며 모달변위에 기반하는 제어기이다. PPF 제어기는 특정 모드로 진동하는 구조물을 효과적으로 제어할 수 있다. Friswell<sup>(11)</sup>은 PPF 제어기와 출력신호와의 관계를 조사하였다. Kwak<sup>(12)</sup>은 PPF 제어기의 안정성과 성능 및 설계법에 대하여 고찰하였다. 또한 그는 거대 격자 구조물에 MIMO PPF 제어를 적용하여 이론 및 실험적으로 구조물의 진동을 저감하였다<sup>(13)</sup>. 이들 각각의 제어력을 도출하기 위하여 DVFB의 경우 속도 신호를, PPF의 경우 변위 신호를 제어기에 입력시켜 주어야 한다. 속도 및 변위 신호를 측정하는 센서는 일반적으로 부피가 크거나 또는 고주파수 대역의 신호에 대하여 신뢰성 떨어지는 경우가 많다. 따라서 실제 현장에서 DVFB 또는 PPF 제어를 적용하는 것은 쉽지 않다.

최근에 이들의 대안으로 AF가 등장하였다. AF는 가속도 신호를 제어기의 입력신호로 사용한다. 가속도 측정을 위한 센서의 경우 속도 및 변위 신호를 측정하는 센서에 비하여 상대적으로 부피가 작으며 또한 가속도 센서의 특성상 고주파수 대역의 신호에 대하여 신뢰성이 높다. 따라서 AF는 매우 실용적이라 할 수 있다. Juang<sup>(14)</sup>은 AF를 이용한 2차

보상기를 제안하였다. Kotnic<sup>(15)</sup>은 AF를 사용하여 유연한 로봇 팔의 끝단을 제어하였다. Preumont<sup>(16)</sup>은 보 구조물에 collocated된 센서와 모멘트쌍에 AF를 적용하여 AF의 특성을 알아보고 단일 주파수에 대한 이론과 실험으로써 진동을 저감하였다. 대다수의 문헌들은 AF를 이용하여 저주파수 대역의 구조물의 진동제어를 목적으로 시도하였다. 하지만 이 연구는 광대역 특성을 가지는 소음원 제어시 발생하는 DVFB의 한계점을 극복하기 위하여 AF를 적용하려고 한다. 따라서 AF 제어기 설계시 각 설계변수가 제어시스템에 미치는 영향을 개루프 전달함수를 이용하여 고찰하고자 한다. 또한 광대역 소음원에 대한 제어결과를 확인하기 위하여 가속도 응답의 스펙트럼을 이용할 것이다.

이 연구는 양단지지 보에 PZT actuator/가속도 센서를 이용하여 가속도 되먹임 제어를 적용하였다. AF 제어기의 설계변수 변화에 따른 개루프 전달함수의 변화를 고찰하였다. 개루프 전달함수를 통해 최종적으로 설계된 제어기의 성능을 확인하였다.

2절에서는 양단 지지보의 지배방정식과 일점 하중 및 PZT actuator가 제공하는 모멘트에 의한 응답에 대하여 수학적 모델을 설명하였다. 3절에서는 가속도 되먹임 제어에 대한 수학적 표현, 4절에서는 개루프 전달함수를 이용하여 AF의 설계 변수를 고찰하였다. 5절에서는 각각의 설계변수 영향을 고려하여 최종 제어기를 제시하고 실제 제어를 통하여 성능을 평가하였으며 6절에서 결론을 정리하였다.

## 2. 양단지지보의 운동지배방정식

집중하중과 모멘트쌍이 동시에 입력되는 균일 양단지지보는 Fig. 1과 같이 표현할 수 있다. 보의 거동은 Euler-Bernoulli beam의 운동방정식을 이용하여 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다<sup>(16)</sup>.

$$E\mathcal{I}(1+j\eta) \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = f_p(x,t) + \frac{\partial T_s(x,t)}{\partial x} \quad (1)$$

여기서  $E$ 는 Young률,  $I$ 는 보 단면의 관성모멘트,  $\eta$ 는 구조감쇠,  $\rho$ 는 밀도,  $A$ 는 보의 단면적,  $f_p$ 는 보에 작용하는 집중하중 그리고  $T_s$ 는 보에 작용하는

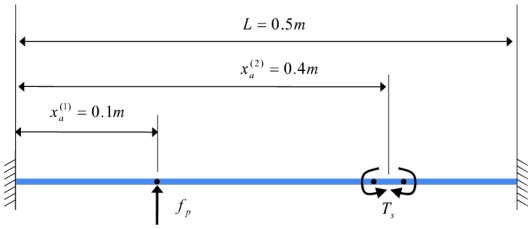


Fig. 1 A clamped beam subjected to a external force and a moment pair

모멘트쌍이다. 구조물의 거동을 조화응답으로 가정하면  $\eta$ 는 등가점성감쇠를 이용하여  $2\zeta_n$ 로 표현된다. 보의 가속도 응답은 변수분리법을 이용하여 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$a(x, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\omega) \phi_n(x) \quad (2)$$

여기서  $a_n$ 은 주파수별 모달 가속도 응답이며  $\phi_n$ 은 모드형상이다. 식(2)를 식(1)에 대입하고 모드벡터의 직교성을 이용하면 모달 가속도 응답을 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} + \mathbf{K}] \mathbf{a}_n = \mathbf{f}_n(\omega) \quad (3)$$

식(3)에서

$$\mathbf{M} = \rho A L \mathbf{I} \quad (4)$$

$$\mathbf{D} = 2\sqrt{\rho A \frac{EI}{L^2}} \text{diag}(\zeta_n (\beta_n L)^2) \quad (5)$$

$$\mathbf{K} = \frac{EI}{L^3} \text{diag}((\beta_n L)^4), \text{ 그리고} \quad (6)$$

$$\mathbf{f}_n(\omega) = \int_0^L f_p(x, \omega) \phi_n(x) dx + \int_0^L \frac{\partial T_s(x, \omega)}{\partial x} \phi_n(x) dx, \quad (7)$$

여기서  $\phi_n(x)$ 는 양단지지보의 모드형상으로 식(8)과 같다.

$$\phi_n(x) = \left( \cosh \frac{\lambda_n x}{L} - \cos \frac{\lambda_n x}{L} \right) - \frac{\cosh \lambda_n - \cos \lambda_n}{\sinh \lambda_n - \sin \lambda_n} \left( \sinh \frac{\lambda_n x}{L} - \sin \frac{\lambda_n x}{L} \right), \quad (8)$$

여기서  $\lambda_n$ 은  $\cos \lambda_n \cosh \lambda_n = 1$ 의 근이다. 집중하중은 크기가  $f_p$ 이며  $x_p = x_a^{(1)}$  위치에서 작용한다. 또한, 모멘트쌍은  $x_s = x_a^{(2)}$ 를 중심으로 양쪽으로  $s$ 만큼 떨어져 서로 반대방향으로 작용하며 크기는  $T_s$ 이다. 외력항은 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{f}_n = \left[ f_p \phi_n(x_p) + T_s \left\{ \frac{\partial \phi_n(x_s - s)}{\partial x} - \frac{\partial \phi_n(x_s + s)}{\partial x} \right\} \right] \quad (9)$$

보의 가속도 주파수응답함수를  $N$ 차까지 중첩하여 나타내면 식(10)과 같다.

$$\sum_{n=1}^N a_n(\omega) \phi_n(x) = \mathbf{a}^T \boldsymbol{\phi} \quad (10)$$

단,

$$\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T, \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\phi} = [\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x)]^T. \quad (12)$$

구조물 전체의 진동을 수준을 낮추기 위해서는 응답점의 진동을 줄이는 것 외에도 구조물 전체에 펼쳐져 있는 진동에너지 레벨을 낮춰야 한다. 이를 위하여 이 연구에서는 total kinetic energy(TKE)를 적용할 것이며 정규화된 모드벡터의 직교성을 이용하면 식(13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{TKE}(\omega) = \frac{\rho A}{2L} \left\{ \frac{\mathbf{a}_n}{j\omega} \right\}^H \left\{ \frac{\mathbf{a}_n}{j\omega} \right\} \quad (13)$$

여기서 위첨자  $H$ 는 Hermitian conjugate를 나타낸다. 그리고 TKE는 식(14)와 같이 하나의 값( $\overline{\text{TKE}}$ )으로써 나타낼 수 있다.

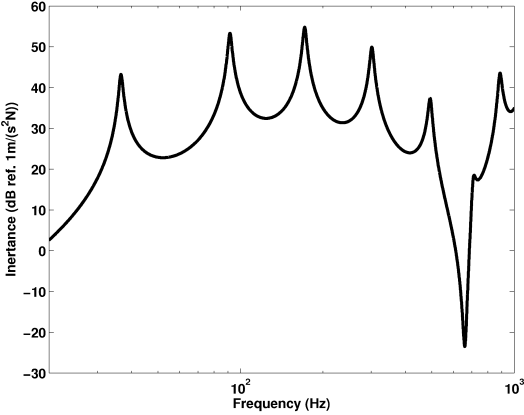
$$\overline{\text{TKE}} = 10 \log_{10} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \text{TKE} d\omega \quad (14)$$

여기서  $\omega_1, \omega_2$ 는 하한, 상한 관심주파수이다. 이 계산에 적용된 물성치는 Table 1과 같다.

Fig. 2는 양단 지지보의  $0.2L$  위치에 집중하중이 작용될 때  $0.8L$  위치에서의 가속도 응답이다. 구조물을 효과적인 제어를 위해서는 구조물 응답 중 기여도가 높은 모드부터 응답의 크기를 줄여야 한다.

**Table 1** Mechanical properties of the beam

Parameters	Symbol	Unit	Values
Young's modulus	$E$	GPa	60
Density	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	2800
Loss factor	$\eta$		0.0015
Length	$L$	m	0.5
Width	$b$	m	0.03
Thickness	$h$	m	0.002

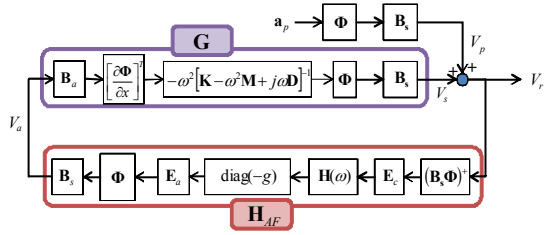


**Fig. 2** Calculated inertance at  $0.8L$  of the clamped beam which is excited by a force at  $0.2L$

따라서 2차, 3차 그리고 4차 모드를 제어하고자 한다. 또한 20 Hz에서 400 Hz까지의 주파수 대역에서 보 전체에 펼쳐진  $\overline{\text{TKE}}$ 는 -5.16 dB로 나타났다.

### 3. 가속도 되먹임 제어

구조물의 안정된 제어를 위하여 DVFB 및 PPF 등이 연구되었다. 가속도 되먹임 제어(acceleration feedback ; AF) 역시 그 중 한 분야로써 최근에 제안되었다. AF의 최대 장점은 가속도 측정이 속도 또는 변위에 비하여 매우 쉽다는 것이다<sup>(16)</sup>. AF 제어기는 가속도계로 측정된 구조물의 가속도 신호로부터 모달 가속도 신호를 추출하여 입력받는다. 특정 모드에 대하여 설계된 AF 제어기는 입력되는 모달 가속도 신호를 기반으로 하여 제어 신호를 생성한다. 제어신호는 구조물에 부착된 PZT actuator에 인가되며 구조물을 제어하게 된다. AF 제어기의 기본 지배방정식은 다음과 같다.



**Fig. 3** Block diagram for active feedback control using AF controller

$$\text{Structure : } \ddot{p} + 2\zeta_s \omega_s \dot{p} + \omega_s^2 p = -gq \quad (15)$$

$$\text{Compensator : } \ddot{q} + 2\zeta_c \omega_c \dot{q} + \omega_c^2 q = \ddot{p}, \quad (16)$$

여기서  $p$ 는 모달 좌표계에서 정의되는 구조물 변위,  $\zeta_s$ 는 구조물의 감쇠비,  $\omega_s$ 는 구조물의 고유진동수 그리고  $g$ 는 제어게인이다. 또한  $q$ 는 모달 좌표계에서 정의되는 compensator 변위,  $\zeta_c$ 는 compensator의 감쇠비 그리고  $\omega_c$ 는 compensator의 고유진동수이다. 식 (15)의 우변항은 제어력에 해당하는 모달 힘을 나타내고 있다. 구조물에 작용하는 외력은 식 (15)의 우변과 같이 단순한 모달 힘으로 표현이 가능하다. 하지만 모멘트쌍을 발생시키는 PZT의 물리적 거동 특성은 단순한 모달 힘으로 표현하기에는 무리가 있다. 모달 좌표 상에 정의되는 외력항과 모멘트쌍이 동시에 작용하는 구조물의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{p} + 2\zeta_s \omega_s \dot{p} + \omega_s^2 p = -g \Delta \frac{\partial \phi(x_s)}{\partial x} q + \phi(x_p) f_p \quad (17)$$

AF 제어기가 적용되는 시스템의 블록다이어그램은 Fig. 3과 같다. Fig. 3에서  $G$ 와  $H_{AF}$ 는 각각 물리 좌표계에서 정의되는 플랜트와 AF 제어기를 나타낸다. 플랜트는 구조물에 부착된 PZT actuator에 단위 전압이 인가될 때 센서에서 측정된 구조물의 응답이다. AF 제어기를 적용하기 위하여 식 (17)을 다시 쓰면 식 (18)과 같다.

$$[K - \omega^2 M + j\omega D] p = \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right]^T B_a V_a + \Phi^T(x_p) f_p, \quad (18)$$

여기서  $B_a$ 는 actuator의 participation matrix이며  $V_a$ 는 actuator에 인가되는 제어전압이다.  $B_a$ 는 전치

행렬에서 actuator 위치에 해당하는 값을 추출하는 역할을 한다. 식 (18)의 우변은 식 (9)를 벡터 형식으로 표현한 것으로  $\left[\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right]^T \mathbf{B}_a V_a$ 와  $\Phi^T(x_p) f_p$ 는 구조물에 인가되는 제어 모멘트쌍과 집중하중을 모달 외력으로 나타낸 것이다. 구조물의 모달 가속도 응답에  $\mathbf{B}_s \Phi$ 를 곱하여 센서 위치에서의 물리좌표 응답을 구할 수 있다. 여기서  $\mathbf{B}_s$ 는 센서의 participation matrix이다.  $\mathbf{B}_s$ 는 후치행렬에서 센서 위치에 해당하는 값을 추출하는 역할을 한다. 따라서  $\mathbf{G}$ 는 식 (19)와 같다.

$$\mathbf{G}(\omega) = \mathbf{B}_s \Phi (-\omega^2 [\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{D}]^{-1}) \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right]^T \mathbf{B}_a \quad (19)$$

$\mathbf{H}_{AF}$ 는 센서로부터 물리좌표상에서 측정된 전압 ( $V_r$ )을 입력으로 받아들인다. Pseudo inverse를 이용하면  $V_r$ 로부터 AF 제어기에 필요한 모달 가속도 응답을 추출할 수 있다.

$$\mathbf{p} = (\mathbf{B}_s \Phi)^+ V_r \quad (20)$$

식 (20)에 의해  $\mathbf{p}$ 는 모드중첩 수만큼 도출된다. 그 중 제어 모드만을 추출하기 위하여 모드 추출 행렬 ( $\mathbf{E}_c$ )을 곱한다. 식 (16)의 compensator 전달함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H(\omega) = \frac{-\omega^2}{\omega_c^2 - \omega^2 + j2\zeta_c \omega \omega_c} \quad (21)$$

각 제어기마다 제어 게인을 적용하기 위하여  $\text{diag}(-g)$ 를 곱하여 준다. 제어 모드를 기존의 모드 응답에 재정렬 시키기 위하여 모드 재정렬 행렬 ( $\mathbf{E}_a$ )을 곱한다. 이후 모달 좌표 상에 표현된 제어기 신호를 물리좌표상의 센서위치의 응답으로 변환해 주기 위하여  $\mathbf{B}_s \Phi$ 를 곱한다. 따라서  $\mathbf{H}_{AF}$ 는 식 (22)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{H}_{AF}(\omega) = \mathbf{B}_s \Phi \mathbf{E}_a \text{diag}(-g) \mathbf{H}(\omega) \mathbf{E}_c (\mathbf{B}_s \Phi)^+ \quad (22)$$

센서의 전압 출력 ( $V_r$ )은 외부 집중하중에 의한 센서 위치에서의 섭동 ( $V_p$ )과 actuator 작동에 의한 구조물 응답 ( $V_s$ )의 합이다.

$$V_r(\omega) = V_p(\omega) + V_s(\omega) = \mathbf{B}_s \Phi \mathbf{a}_p(\omega) + \mathbf{G}(\omega) V_a(\omega) \quad (23)$$

제어 신호인  $V_a(\omega)$ 는  $\mathbf{H}_{AF}$ 와  $V_r$ 에 의해 생성되므로

$$V_a = \mathbf{H}_{AF} V_r \quad (24)$$

따라서 제어된 구조물의 센서 위치에서 관찰되는 최종 전압 ( $V_r$ ) 및 제어 신호 ( $V_a$ )는 다음과 같다.

$$V_r = [\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{H}_{AF}]^{-1} \mathbf{B}_s \Phi \mathbf{a}_p \quad (25)$$

$$V_a = \mathbf{H}_{AF} [\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{H}_{AF}]^{-1} \mathbf{B}_s \Phi \mathbf{a}_p \quad (26)$$

#### 4. 가속도 되먹임 제어기의 설계변수 고찰

이 절에서는 가속도 되먹임 제어기 설계변수의 변화에 따른 제어기의 안정성 및 제어성능의 측면에서 특성을 분석하고자 한다. 식 (22)에서  $\mathbf{H}(\omega)$ 항을 제외한 나머지 항의 계산 결과는 항상 음의 실수 값을 가진다. 따라서 제어기의 특성은  $\mathbf{H}(\omega)$ 가 결정한다.  $\mathbf{H}(\omega)$ 의 설계변수는 식 (21)에서 알 수 있듯이 제어기의 튜닝 모드 고유진동수( $\omega_c$ ), 감쇠비( $\zeta_c$ ) 및 게인( $g$ )이다. 제어기의 튜닝 고유진동수 변화에 따른 특성을 고찰하기 위하여 제어기를 구조물의 2차 모드와 4차 모드에 튜닝하였고, 각각의 제어기에 대하여 게인과 감쇠비의 변화에 따른 특성변화를 고찰하였다.

제어기의 특성변화는 개루프 전달함수의 Nyquist 선도를 통해 안정성 및 제어성능의 변화를 고찰하였다. AF가 적용된 시스템의 개루프 전달함수는 상수 (-1), 플랜트 가속도 응답( $\mathbf{G}$ )과 제어기 응답 ( $\mathbf{H}_{AF}$ )의 곱으로 식 (27)과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{OLTF}(\omega) = -\mathbf{G}\mathbf{H}_{AF} \quad (27)$$

식 (27)의 개루프 전달함수는 Nyquist 안정성 판별법을 적용하기 위한 음수 되먹임 제어(negative feedback control)의 표준 관계식과 비교하여 표현한 것이다.

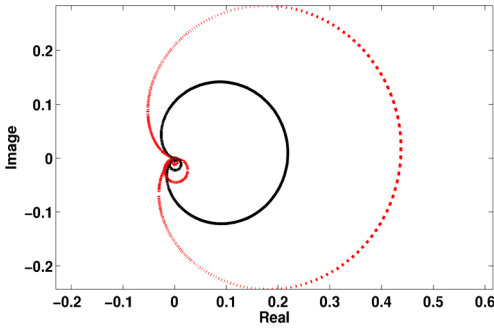
식 (27)의 개루프 전달함수를 제어변수의 변화에 따라 Nyquist 선도로 나타내고, 비교하여 제어시스

템의 안정성 및 제어 성능의 변화를 고찰한다. 안정성 및 성능의 측면에서 볼 때 3가지 관점으로 관찰할 수 있다. Nyquist 선도에서 좌반면의 응답으로부터 판단할 수 있는 안정성의 변화, 튜닝된 모드의 제어 성능을 예측할 수 있는 우반면의 응답이 양의 실수축과 교차하는 점과  $(-1, j0)$ 과의 거리, 그리고  $(-1, j0)$ 을 중심으로 하는 단위원 내부에 포함되는 Nyquist 선도의 응답변화가 중점 관찰 내용이다.

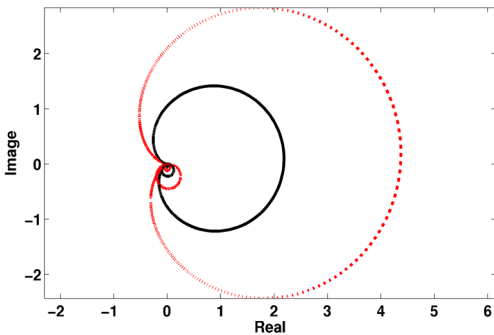
Fig. 4는 2차 모드 제어기의 감쇠비를  $5 \times 10^{-2}$ 으로 고정 후 계인을  $5 \times 10^{-5}$ ,  $1 \times 10^{-4}$ ,  $5 \times 10^{-4}$  그리고  $1 \times 10^{-3}$ 으로 변화시켰을 때  $0.8L$  위치에서 관찰한 양단지지보의 개루프 전달함수 응답이다. 모든 응답은 계인이 증가함에 따라 개루프 전달함수 응답의 크기가 증가하고 있다. 이로 인하여 튜닝 주파수

대역에서는 계인이 증가함에 따라 제어성능이 증가할 것으로 판단된다. 그 외 주파수 대역에서는 개루프 전달함수의 위상이  $\pm 180^\circ$ 를 교차할 수 있으므로 계인의 증가로 인하여 시스템이 불안정해 질 수 있을 것이다. 계인 증가에 따라 튜닝모드의 응답 역시 증가하게 되며 동시에  $(-1, j0)$ 을 중심으로 하는 단위원 내부에 포함된 개루프 전달함수 응답의 크기가 늘어나게 된다. 이것은 구조물의 응답을 제어전 대비 제어 후 커지게 만든다.

Fig. 5는 2차 모드 제어기의 계인을  $5 \times 10^{-4}$ 으로 고정 후 감쇠비를  $5 \times 10^{-3}$ ,  $1 \times 10^{-2}$ ,  $5 \times 10^{-2}$  그리고  $1 \times 10^{-1}$ 으로 변화시켰을 때  $0.8L$  위치에서 관찰한 양단지지보의 개루프 전달함수 응답이다. 감쇠비의 증가에 따라 해당 모드에 대응하는 개루프 전달

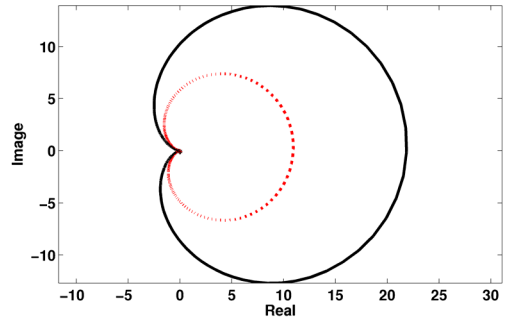


(a)  $g=5 \times 10^{-5}$ (solid line) and  $g=1 \times 10^{-4}$ (dash-dotted line)

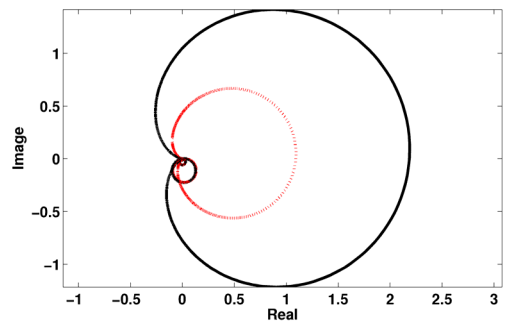


(b)  $g=5 \times 10^{-4}$ (solid line) and  $g=1 \times 10^{-3}$ (dash-dotted line)

**Fig. 4** Variation of the open loop transfer function of active vibration control systems at  $0.8L$  with the feedback gain of AF controllers with a sensor/moment actuator pair. The AF controllers are tuned at the second mode with the damping ratio of  $5 \times 10^{-2}$

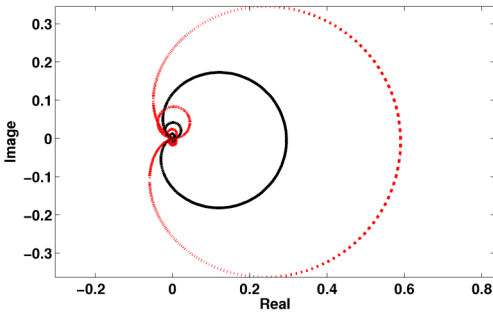


(a)  $\zeta_c=5 \times 10^{-3}$ (solid line) and  $\zeta_c=1 \times 10^{-2}$ (dash-dotted line)

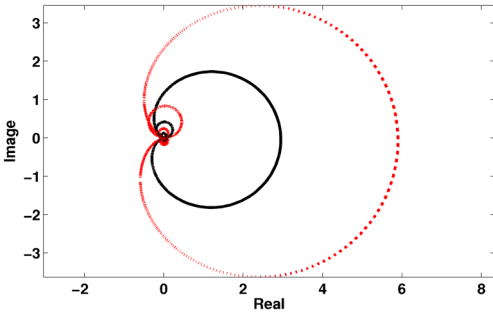


(b)  $\zeta_c=5 \times 10^{-2}$ (solid line) and  $\zeta_c=1 \times 10^{-1}$ (dash-dotted line)

**Fig. 5** Variation of the open loop transfer function of active vibration control systems at  $0.8L$  with the feedback damping ratio of AF controllers with a sensor/moment actuator pair. The AF controllers are tuned at the second mode with the gain of  $5 \times 10^{-4}$



(a)  $g=5 \times 10^{-5}$  (solid line) and  $g=1 \times 10^{-4}$  (dash-dotted line)

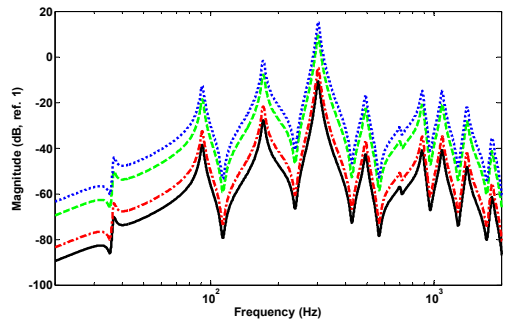


(b)  $g=5 \times 10^{-4}$  (solid line) and  $g=1 \times 10^{-3}$  (dash-dotted line)

**Fig. 6** Variation of the open loop transfer function of active vibration control systems at 0.8L with the feedback gain of AF controllers with a sensor/moment actuator pair. The AF controllers are tuned at the fourth mode with the damping ratio of  $5 \times 10^{-2}$

함수의 응답 크기가 줄어들었다. 따라서 고정된 게인 조건 하에서 감쇠비가 증가하여도 제어 시스템은 발산하지 않을 것이다. 또한  $(-1, j0)$ 을 중심으로 하는 단위원 내부에 존재하는 개루프 전달함수 응답점 수가 줄어들었다. 이것은 제어기 작동에 의해 구조물의 진동을 저감시키는 제어 대역폭이 넓어지고 있는 것을 의미한다. 따라서 고정된 게인 조건 하에서 감쇠비가 증가하면 튜닝된 모드의 개루프 전달함수 응답의 크기는 줄어들게 된다. 반면, 구조물의 진동을 저감시킬 수 있는 대역폭은 넓어지게 된다.

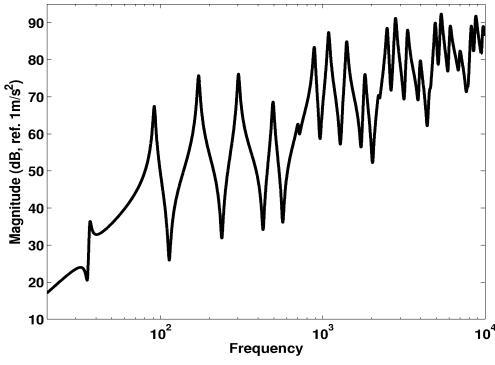
Fig. 6은 4차 모드 제어기의 감쇠비를  $5 \times 10^{-2}$ 으로 고정 후 게인을  $5 \times 10^{-5}$ ,  $1 \times 10^{-4}$ ,  $5 \times 10^{-4}$  그리고  $1 \times 10^{-3}$ 으로 변화시켰을 때 0.8L 위치에서 관찰한 양단지지보의 개루프 전달함수 응답이다. 2차 모드



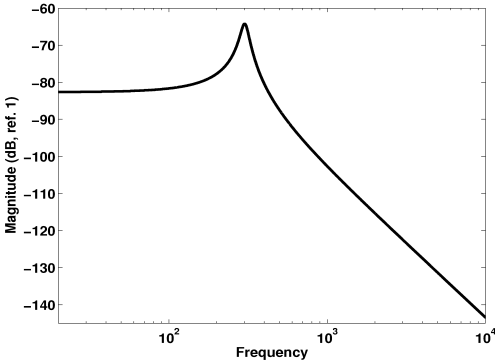
**Fig. 7** Effect of the gain of open loop transfer function of AF controller which is tuned at the 4th mode. The damping ratio was fixed  $5 \times 10^{-4}$  and each gain was  $5 \times 10^{-5}$  (solid line),  $1 \times 10^{-4}$  (dash-dotted line),  $5 \times 10^{-4}$  (dashed line) and  $1 \times 10^{-3}$  (dotted line)

제어기에서 관찰한 게인 영향과 동일한 특성을 보여주고 있다. 게인이 증가함에 따라 전체 개루프 전달함수 응답의 크기가 커졌다. 게인 증가로 인해 전주파수 대역에서 응답의 크기가 증가하는 것은 Fig. 7을 통하여 확인할 수 있다. 해당 시스템의 응답은 모드중첩법을 통하여 나타내고 있다. 각각의 모드를 분리한 후 4차 모드의 응답만을 제어기에 의한 응답으로 대처할 수 있다. 이때 4차 모드에 튜닝된 제어기 응답의 크기는 게인 증가로 인해 전체 주파수 대역에서 증가하게 된다. 결국 모드중첩을 통한 시스템의 응답 표현시 4차 모드 제어기의 영향이 전주파수에서 나타나게 되는 것이다. 따라서 단일 모드 제어기에 대한 게인 증가일지라도 전체 주파수 대역에서 그 영향이 나타나게 되는 것이다.

이 개루프 전달함수에서는 4차 모드 미만의 위상 응답이  $0^\circ \sim 180^\circ$ 에 나타나고 있다. 이것은 2차 모드에 튜닝된 제어기가 적용된 개루프 전달함수에서는 나타나지 않은 현상이다. 이것은 Fig. 8을 통하여 이해할 수 있다. Fig. 8(a)는 플랜트의 가속도 응답이다. 이것은 구조물의 고유한 특성이다. 수많은 구조물의 고유모드 중 4차 모드만을 제어하려고 한다. Fig. 8(b)는 4차 모드 제어기 응답의 크기이다. 4차 모드의 응답 크기가 가장 크게 나타나고 있다. 4차 모드를 중심으로 저주파 대역은 일정한 크기의 응답을 보이고 있다. 반면 고주파 대역은 급격한 감쇠를 보이고 있다. 마치 AF가 저역 통과 필터의 기능과 비슷한 역할을 한다는 것을 알 수 있다. 요약하면



(a) Plant response

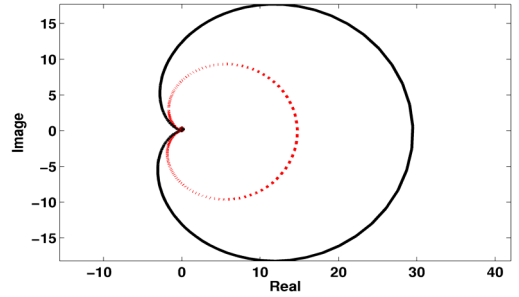


(b) Controller response

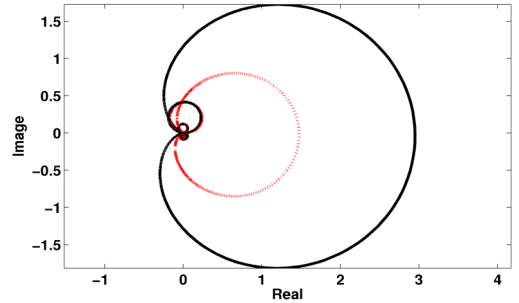
**Fig. 8** Plant response of a clamped-clamped beam with a sensor/moment actuator pair at  $0.8L$  and the response of the 4th mode tuned AF controller

4차 모드에 튜닝된 제어기의 게인 증가에 따른 개루프 전달함수의 특성은 2차 모드에 튜닝된 제어기의 게인 증가에 따른 그 특성과 동일하다. 4차 모드에 튜닝된 제어기에 과도한 게인이 부가될 경우 튜닝 모드 이하에 해당하는 주파수 대역의 응답에 영향을 미칠 수 있다.

Fig. 9는 4차 모드 제어기의 게인을  $5 \times 10^{-4}$ 로 고정 후 감쇠비를  $5 \times 10^{-3}$ ,  $1 \times 10^{-2}$ ,  $5 \times 10^{-2}$  그리고  $1 \times 10^{-1}$ 으로 변화시켰을 때  $0.8L$  위치에서 관찰한 양단지지보의 개루프 전달함수 응답이다. 감쇠비의 증가에 따라 튜닝된 제어 모드의 개루프 전달함수의 응답 크기만이 줄어들었다. 이것은 2차 모드 제어기의 감쇠비 증가시 나타난 현상과 동일하다. 또한 Fig. 6에서 고찰한 것과 같이 4차 모드에 튜닝된 제어기가 4차 모드 미만의 응답에서 영향을 줄 수 있는 것을 확인할 수 있다.



(a)  $\zeta_c=5 \times 10^{-3}$ (solid line) and  $\zeta_c=1 \times 10^{-2}$ (dash-dotted line)



(b)  $\zeta_c=5 \times 10^{-2}$ (solid line) and  $\zeta_c=1 \times 10^{-1}$ (dash-dotted line)

**Fig. 9** Variation of the open loop transfer function of active vibration control systems at  $0.8L$  with the feedback damping ratio of AF controllers with a sensor/moment actuator pair. The AF controllers are tuned at the fourth mode with the gain of  $5 \times 10^4$

### 5. 가속도 되먹임 제어기 성능 평가

AF 제어기는 하나의 모드에 튜닝하고 해당 모드를 제어할 수 있다. 제어기 설계 변수에 대한 특성을 고찰한 결과를 바탕으로 이 절에서는 튜닝한 AF 제어기를 병렬로 연결하여 SISO 형태의 진동제어를 시도하였다. 병렬로 연결한 각 제어기는 2차 모드, 3차 모드 및 4차 모드에 튜닝된 3개의 제어기로 구성되었다. Fig. 10은 2차, 3차 그리고 4차 모드 제어기를 동시에 병렬형태로 적용한 개루프 전달함수이다. 제어기의 설계변수는 시행착오법을 통해 결정되었다. 저차 모드의 영향을 최소화하면서, 제어기의 대역폭은 크게 해당 모드의 진동 저감을 최대화 할 수 있도록 고차 모드부터 저차 모드 순으로 설계를 하였다.



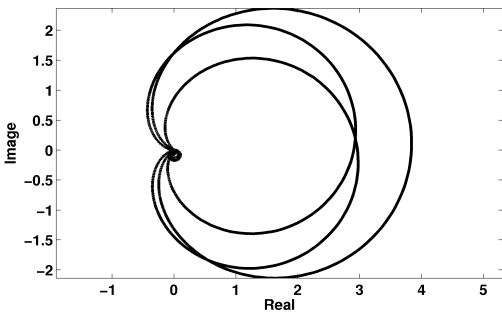


Fig. 10 The final controller open loop transfer function of the sensor/moment actuator pair at  $0.8L$  of the clamped-clamped beam

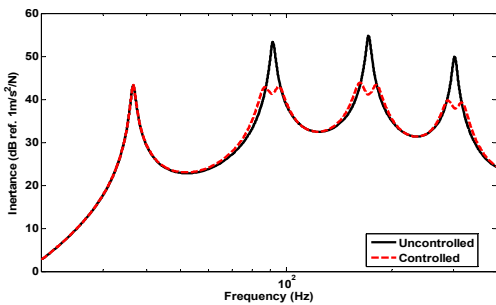


Fig. 11 The controlled inertance of the clamped-clamped beam at  $0.8L$

개루프 전달함수가  $(-1, j0)$ 을 내포하는 응답을 보이지 않으므로 시스템은 안정한 것으로 판단할 수 있다. 튜닝된 각 모드들의 대부분 위상응답이  $\pm 90^\circ$ 에 존재하므로 해당 모드들의 응답이 줄어들 것으로 판단된다. 제어기의 성능은  $(-1, j0)$ 과 우반면에 존재하는 개루프 전달함수의 응답이 양의 실수축과 교차하는 점과의 거리로 예측할 수 있다. 2차, 3차 그리고 4차 모드는 약 12.5 dB의 진동저감을 나타내 줄 것으로 예측된다.  $(-1, j0)$ 을 중심으로 하는 단위원 내부에 포함되는 개루프 전달함수의 응답이 관찰된다. 이들의 영향으로 구조물 제어 시 해당모드에서 제어전 대비 응답의 크기가 다소 증가할 것으로 판단된다.

Fig. 11은 양단지지보의  $0.8L$  위치에서 제어전 응답과 최종 설계된 제어기에 의해 제어 후 구조물의 가속도 응답이다. 최종 제어기의 개루프 전달함수에서 예측했는 바와 같이 2차, 3차 그리고 4차 모드의 공진점에서 제어전 대비 제어 후 12.5 dB내외의 진동저감이 나타났다.

제어기의 튜닝 주파수를 중심으로  $\pm 10$  Hz 내외의 영역에서 튜닝 주파수의 최대 진동 저감량보다 2 dB 내외의 크기만큼 진동이 증가하였다. 이것은 Nyquist 선도에서 확인한 것과 같이  $(-1, j0)$ 을 중심으로 한 단위원에 내포된 개루프 전달함수 응답의 영향이다. 관심 주파수 대역을 20 Hz~400 Hz로 설정하고  $\overline{TKE}$ 를 비교한 결과, 제어 전 -5.16 dB 그리고 제어 후 -10.35 dB를 나타냈다. 이는 최종 설계된 제어기에 의해 양단 지지보 내부에 존재하는  $\overline{TKE}$ 가 5.19 dB 만큼 진동이 저감되었다는 것을 의미한다.

## 6. 결 론

이 연구에서는 가속도 되먹임 제어기법을 적용하여 PZT를 이용한 양단 지지보의 능동 제어를 하였다. 모멘트쌍을 발생시키는 PZT의 물리적 거동현상을 가속도 되먹임 제어기에 적용하였다. 개루프 전달함수를 사용하여 가속도 되먹임 제어기의 특성 파악을 시도하였다. 제어기의 설계인자는 계인과 감쇠비이며 이들의 변화는 다음과 같은 특성을 나타내었다.

- (1) 고정된 감쇠비 조건 하에서 계인의 증가는 전 주파수 대역에서 개루프 전달함수 응답의 크기 증가를 야기한다. 하지만 위상 변화와는 무관하다.
- (2) 고정된 계인 조건 하에서 감쇠비의 증가는 튜닝된 모드의 개루프 전달함수 응답 크기를 감소시킨다. 또한 제어기의 대역폭 증가를 야기한다.
- (3) 고차 모드에 튜닝된 제어기는 해당 모드 미만의 주파수응답에 대하여 영향을 준다.

제어기 설계 시 진동크기를 줄이기 위해서는 계인을 증가시킨다. 그리고 제어 모드에서 제어기가 작동하는 대역폭을 키우려면 감쇠비를 증가시킨다. 단, 고차 모드를 제어하려면 튜닝 모드 이하의 저주파 대역에서 제어기의 영향이 나타나기 때문에 과도한 계인 및 감쇠비 적용을 피하여야만 한다.

가속도 되먹임 제어기의 설계인자 특성을 고려하여 2차, 3차 그리고 4차를 병렬로 결합하여 제어한 결과 해당 모드에서 12.5 dB 내외의 진동을 저감할 수 있었다. 관심주파수 대역을 20 Hz~400 Hz로 설정 시 양단지지 보 내부에 존재하는  $\overline{TKE}$ 는 5.19 dB

만큼 저감하였다.

## 후 기

이 연구는 교육과학기술부와 한국산업기술진흥원의 지역혁신인력양성사업으로 수행된 연구결과이며 이에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

(1) Oh, J. E., Shin, J., Park, S. H., Kim, H. S. and Hong, J. S., 1996, "Active Vibration Control of Flexible Cantilver Beam Using Filtered-X LMS Algorithm," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 12, No. 4, pp. 665~671.

(2) Shin, C., Hong, C. and Jeong, W. B., 2008, "Active Vibration Control of Cantilever Beams Using PZT Actuators," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 12, pp. 1293~1300.

(3) Reza Moheimani, S. O., Halim, D., Feming, A. J., 2003, *Spatial Control of Vibration Theory and Experiments*, World Scientific.

(4) Preumont, A., 1997, *Vibration Control of Active Structures*, Kluwer Academic Publishers.

(5) Elliott, S. J., Gardonio, P., Soros, T. C. and Brennan, M. J., 2002, "Active Vibroacoustic Control with Multiple Local Feedback Loops," *Journal of the Acoustic Society of America*, Vol. 111, Issue 2, pp. 908~915.

(6) Balas, M. J., 1979, "Direct Velocity Feedback Control of Large Space Structure," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 2, pp. 252~253.

(7) Cannon Jr., R. H., Rosenthal, D. E., 1984, "Experiments on Control of Flexible Structure with Noncolocated Sensors and Actuators," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 7, pp. 546~553.

(8) Zhang, Q., Shelley, S., Allemang, R. J., 1991, "Active Damping Design of Flexible Structures Based on SISO and SIMO Noncolocated

Sensor/Actuator Velocity Feedback," *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control - Transactions of the ASME*, Vol. 113, Issue 2, pp. 259~266.

(9) Gatti, G., Brennan, M. J., Gardonio, P., 2007, "Active Damping of a Beam Using a Physically Collocated Accelerometer and Piezo Electric Patch Actuator," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 303, Issues 3~5, pp. 798~813.

(10) Fanson, J. L. and Caughey, T. K., 1987, "Positive Position Feedback Control for Large Space Structures," *Proceedings of the 28th Structural Dynamics Conference*, Monterey, CA, pp. 588~598.

(11) Friswell, M. I. and Inman, D. J., 1999, "The Relationship between Positive Position Feedback and Output Feedback Controllers," *Smart Materials and Structures*, Vol. 8, Issue 3, pp. 285~291.

(12) Kwak, M. K., Han, S. B., Heo, S., 2004, "The Stability Conditions, Performance and Design Methodology for the Positive Position Feedback Controller," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 208~213.

(13) Kwak, M. K. and Heo, S., 2007, "Active Vibration Control of Smart Grid Structure by Multiinput and Multioutput Positive Position Feedback Controller," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 304, Issue 1~2, pp. 230~245.

(14) Juang, J. N. and Phan, M., 1992, "Robust Controller Design for Second-order Dynamic Systems : A Virtual Passive Approach," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 15, No. 5, pp. 1192~1198.

(15) Kotnic, P. T., Yurkovich, S., et al., 1988, "Acceleration Feedback for Control of a Flexible Manipulator Arm," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 3, pp. 181~195.

(16) Preumont, A. and Loix, N., 1994, "Active Damping of a Stiff Beam-like Structure with Acceleration Feedback," *Experimental Mechanics*, Vol. 34, No. 1, pp. 23~26.