

뉴트럴 네트워크 제어 시스템의 안정도 분석 및 퍼지 제어기 설계

Stability Analysis and Stabilization for Neutral Networked Control System

송민국¹ · 박진배¹ · 김진규² · 주영훈^{2*}

MIn Kook Song, Jin Kyu Kim, Young Hoon Joo and Jin Bae Park

¹연세대학교 전기전자공학과

E-mail: {s5ngm2n9k, jbpark}@yonsei.ac.kr

²군산대학교 제어로봇시스템공학과

E-mail: {jkkim, yhjoo}@kunsan.ac.kr

요 약

본 논문에서는 뉴트럴 타입 시간 지연을 갖는 네트워크 제어 시스템의 안정도 분석 및 제어기 설계에 대해서 논의한다. 네트워크상에서 발생하는 뉴트럴 타입 시간 지연을 모델링하며, 전체 네트워크 제어 시스템은 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 비선형 시스템이 된다. 시간 지연 분산 방법을 이용하여 기존과 다른 새로운 안정도 조건을 유도한다. 리아프노프 함수를 이용하여 제안된 네트워크 제어 시스템을 안정화 시키는 퍼지 제어기 설계를 위한 충분조건을 유도한다. 제안된 충분조건을 선형 행렬 부등식의 형태로 나타내고, 해를 통하여 퍼지 제어기의 이득 값을 설계한다. 예제를 통하여 제안된 이론의 타당성을 확인한다.

키워드 : 퍼지 제어기, 선형 행렬 부등식(LMI), 네트워크 제어 시스템, 뉴트럴 시간지연, T-S 퍼지 모델

Abstract

This paper focuses on the stability analysis and stabilization for networked control system with neutral type of time-delay. By utilizing the delay partitioning idea, new stability criteria are proposed in terms of linear matrix inequalities(LMIs). These conditions are developed based on the Lyapunov-Krasovskii functionals. Based on the derived criteria, a sufficient condition for the solvability of this problem is obtained in terms of linear matrix inequality without decomposing the original system matrices. Also, it is shown that the proposed controller design method is general for networked control systems. Finally, illustrative examples are presented to show the applicability of the proposed method.

Key Words : Fuzzy controller, linear matrix inequality, networked control system, time-delay

1. 서 론

흔히 플랜트, 센서, 제어기 그리고 구동기가 네트워크상의 페루프의 구조로 이루어진 시스템을 네트워크 제어 시스템이라고 한다. 이러한 네트워크 제어 시스템에는 시스템의 특성상 시간 지연 현상 및 데이터 손실이 발견된다. 이러한 시간 지연 및 데이터 손실을 포함한 네트워크 제어 시스템은 시간지연에 의해 시스템의 성능이 떨어지고, 심지어는 시스템이 불안정해 질수도 있다. 따라서 이러한 시간 지연 현상이 반드시 포함되는 네트워크 시스템의 안정도 해석에

관한 연구가 주요 관심사가 되어 왔으며, 활발한 연구가 진행되어 왔다 [1-6].

그러나 지금까지 연구된 대부분의 네트워크 제어 시스템은 상태 변수나 입력의 시간지연에만 국한되어 왔다 [2-6]. 시스템에서 상태변수 뿐 아니라 상태 변수의 1차 미분 항에도 시간 지연 현상이 발견되고 있으며 이러한 시스템이 모델링되고 있다. 상태 변수 뿐 아니라 1차 미분항에도 시간 지연을 가지는 시스템을 뉴트럴 시스템이라고 한다. 지금까지의 연구는 뉴트럴 타입시간 지연 현상에 대해서 연구되어 오지 않았으며, 더군다나 네트워크 제어 시스템 분야에서는 뉴트럴 타입 시간 지연에 대한 모델링도 이루어지고 있지 않다. 따라서 본 논문에서는 뉴트럴 타입 시간 지연을 포함하는 네트워크 제어 시스템의 안정도 분석 및 제어기 설계를 연구하였다.

본 논문에서는 시간 지연 분산 설계 기법을 이용하여 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 시스템의

접수일자 : 2009년 11월 30일

완료일자 : 2010년 3월 20일

감사의 글 : 이 논문은 2008년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (과제번호: R01-2008-000-20844-0)

안정도 분석 및 제어를 설계하고자 한다. 퍼지 모델링된 네트워크 제어 시스템과 퍼지 제어를 설계한다. 제안된 안정도 및 제어기 설계 조건을 선형 행렬 부등식의 형태로 유도한다. 제안된 이론의 타당성을 위하여 비선형 시스템에 대하여 본 논문이 제안한 이론을 모의 실험한다.

2. 퍼지 모델

본 논문에서는 다음의 상태변수의 시간 지연 $\tau(t)$ 와 상태변수 1차 미분항의 시간 지연 $g(t)$ 을 가지는 비선형 뉴트럴 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) - f_1(\dot{x}(t-g(t))) &= f_2(x(t), x(t-\tau(t)), u(t)) \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in [-h, 0] \\ y(t) &= g(x(t)). \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x(k) \in R^n$ 는 상태변수, $u(k) \in R^m$ 는 제어 입력이다. 각각의 시변 시간 지연 $\tau(t) \geq 0$ 는 상태변수의 랜덤 시간 지연을 의미하며, $g(t) \geq 0$ 는 상태변수의 일차 미분의 랜덤 시간 지연을 의미하며, 이를 뉴트럴 타입 시간지연이라고 하며, 제어기는 우리가 설계해야 하는 부분이다. 시스템 (1)의 초기값은 다음과 같이 주어진다.

$$x(t_0) = x_0 \quad (2)$$

본 논문에서는 그림 1과 같은 네트워크 제어 시스템을 고려한다. 제어기와 플랜트 그리고 구동기가 네트워크상의 페루프의 구조로 이루어진 시스템을 네트워크 시스템이라고 한다.

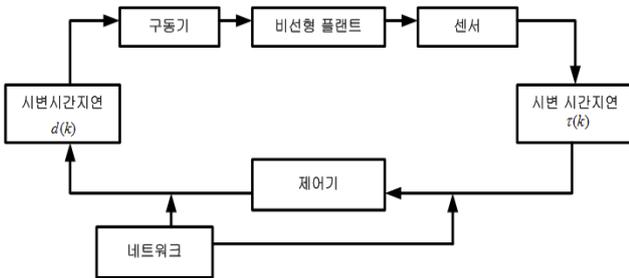


그림 1. 네트워크 제어 시스템
Fig. 1. Networked control system

각각의 시변 시간지연 $\tau(t)$ 와 $g(t)$ 는 다음과 같은 상한과 하한을 가진다고 가정을 가진다.

$$\tau_1 \leq \tau(t) \leq \tau_2, \quad d_1 \leq d(t) \leq d_2$$

비선형 시스템을 모델링하는 Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델은 다음과 같은 퍼지 규칙을 사용하여 비선형 시스템을 나타낸다.

Rule i :

$$\begin{aligned} \text{IF } z_1 \text{ is } \Gamma_1^i, \dots, \text{ and } z_n \text{ is } \Gamma_n^i, \\ \text{THEN } \dot{x}(t) - D\dot{x}(t-g(t)) &= Ax(t) + Bu(t) \\ &\quad + A_d x(t-\tau(t)), \end{aligned} \quad (3)$$

$(1 \leq i \leq c)$

여기서 $\Gamma_h^i (h=1,2,\dots,c)$ 는 i 번째 규칙에서 h 번째 전건

부 변수의 퍼지 집합이며, c 는 퍼지 규칙의 개수를 표시한다. A, A_d, B 와 그리고 D 는 알려진 차원의 행렬이며, $z_h(t)$ 는 h 번째 전건부 변수의 퍼지집합이며, c 는 퍼지 규칙수를 나타낸다.

중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 추론 규칙 (2)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(k) - \sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) D_i \dot{x}(k-g(k)) \\ = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) [A_i x(k) + A_{di} x(k-\tau(k)) + Bu(k)], \end{aligned} \quad (4)$$

$$y(k) = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) C_i x(k)$$

여기서, $w_i(x(t)) = \prod_{h=1}^n \Gamma_h^i(z_h(t))$,

$$\mu_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^c w_i(x(t))}, \quad \text{그리고 } \Gamma_h^i(z_h(t)) \text{는 } h \text{번째 전건}$$

부 변수 $z_h(k)$ 의 퍼지 집합 Γ_j^i 에 대한 소속도이다.

본 논문에서는 다음과 같은 퍼지 제어를 설계한다. c 개의 퍼지 규칙과 함께 (2)에서 사용된 퍼지 모델을 바탕으로 퍼지 제어기의 퍼지 규칙은 다음과 같다.

Rule i :

$$\begin{aligned} \text{IF } z_1(t) \text{ is } \Gamma_1^i, \dots, \text{ and } z_n(t) \text{ is } \Gamma_n^i, \\ \text{THEN } u(t) = K_i x(t). \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, K_i 는 i 번째 규칙의 퍼지 제어기 이득 값이며, 본 논문에서 설계하여야 하는 값이다. 퍼지 규칙을 플랜트와 같이 설계함으로써 제어기 설계시의 플랜트와 마찬가지로 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 규칙 (4)의 전역 동특성은 다음과 같다.

$$u(t) = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) K_i x(t), \quad (6)$$

따라서 식 (4)와 (6)를 이용하면, 전체 네트워크 페루프 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(x(t)) \mu_j(x(t)) [A_i x(t) \\ &\quad + B_j K_j x(t) + A_{0i} x(t-\tau(t)) + D_{1i} \dot{x}(t-d(t))] \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in \{-\tau - \max\{d, \tau\}, \dots, 0\}. \end{aligned} \quad (7)$$

본 논문에서는 지금까지 연구되어지지 않았던 뉴트럴 타입 시간 지연을 포함하는 비선형 네트워크 시스템의 안정도 분석 및 퍼지 제어기 설계를 목적으로 한다. 설계된 제어기 이득 값 K_i 는 페루프 시스템 (7)을 안정화 시키는 값으로 설계한다. 끝으로 다음의 보조정리를 소개하고 다음 장에서 안정도 분석 및 퍼지 제어기 설계 에서 이용하고자 한다.

보조정리 1 [5]. 적절한 행렬 X, Z 에 대해서 주어진 행렬 $a \in R^a, b \in R^b, N \in R^{a \times b}$ 는 다음의 부등식을 만족한다.

$$-2a^T N b \leq \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & Y-M \\ Y^T-N^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix},$$

여기서 $\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0$ 이다.

3. 뉴트럴 네트워크 제어 시스템의 안정도 판별 및 퍼지 제어기 설계

이 장에서는 뉴트럴 네트워크 제어 시스템 (7)의 안정도에 대해서 논의한다. 본 논문의 정리를 유도하기 위해서 앞장의 보조 정리 1, 2를 이용한다. 시간 지연 분산 방법을 이용하여 뉴트럴 네트워크 제어 시스템 (7)의 안정도를 분석하면 다음의 정리 1을 얻을 수 있다.

정리 1. 다음의 양한정 행렬 $R, Q, S, Y_1,$

$Y_2, Y_3, Z_1, Z_2, Z_3, X_{i1}, Y_{i1}, Z_{i1}, N_i, M_i, S_i, (i=1,2,3)$
 $P > 0, H > 0, P_1$ 과 임의의 상수 $\rho > 0$ 그리고 어떤 적합한 행렬 P_2, P_3 이 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하면, 뉴트럴 네트워크 제어 시스템 (7)은 안정하다.

$$\begin{bmatrix} \Psi d_1 A_i^T P + d_1 N_j^T B_i^T & Y_{i1} - B_i N_j & E_i^T P + N_j^T E_{ib}^T \\ * & P_{i2} + \rho H - 2d_1 P & Y_{i2} - d_1 B_i N_j & 0 \\ * & * & Z_{i1} + Z_{i2} - \frac{1}{\rho} H & N_j^T E_{ib}^T \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} X_{i1} & Y_{i1} \\ * & Z_{i1} \end{bmatrix} > 0, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} X_{i2} & Y_{i2} \\ * & Z_{i2} \end{bmatrix} > 0,$$

$$\begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2^T & M_3 \end{bmatrix} \geq 0,$$

$$\begin{bmatrix} N_1 & N_2 \\ N_2^T & N_3 \end{bmatrix} \geq 0,$$

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & S_3 \end{bmatrix} \geq 0, \quad (10)$$

증명) 뉴트럴 네트워크 제어 시스템 (7)의 안정도 해석을 위해서 본 논문에서는 Lyapunov-Krasovski 함수를 이용하고 시간 지연 분산 방법을 적용한다. 뉴트럴 네트워크 제어 시스템 (7)의 안정도 해석을 위하여 다음의 리아프노프 함수를 고려한다.

$$\begin{aligned} V(t) = & \bar{x}^T P \bar{x} + \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t y^T(s) R y(s) ds d\theta \\ & + \int_{t-\rho}^t (s-t+\rho) \dot{x}^T(s) T \dot{x}(s) ds. \\ & + \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) S x(s) ds \\ & + \int_{t-g(t)}^t y^T(s) Q y(s) ds \end{aligned}$$

여기서 각각의 행렬 $P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}$, $P_1, R, S, Q, T > 0$ 이다.

제안된 Lyapunov-Krasovsk 함수의 각각의 항을 시간 t 에 관하여 미분 하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} (\bar{x}^T E P \bar{x}) = 2x^T(t) P_1 \dot{x}(t) = 2\bar{x}^T P^T \begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

보조 정리 1에 의하면, 식 (10)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^k h_i h_j(\rho) 2x^T P \bar{B}_i K_j \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s) ds \leq \\ & \sum_{i=1}^k h_i h_j(\tau) \left[\int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \right] \begin{bmatrix} X_{i1} & Y_{i1} - P \bar{B}_i K_j \\ * & Z_{i1} \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} x \\ \int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \end{bmatrix} \end{aligned}$$

리아프노프 함수의 다른 항들의 미분 항을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left\{ \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t y^T(s) R y(s) ds d\theta \right\} \\ & = \dot{\tau}(t) y^T(t) R y(t) - \int_{t-\tau(t)}^t y(s) R y(s) ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left\{ \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) S x(s) ds \right\} \\ & = x^T(t) S x(t) - x^T(t-\tau(t)) S x(t-\tau(t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left\{ \int_{t-g(t)}^t y^T(s) Q y(s) ds \right\} \\ & = y^T(t) Q y(t) - y^T(t-g(t)) Q y(t-g(t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left\{ \int_{t-\rho}^t (s-t+\rho) \dot{x}^T(s) T \dot{x}(s) ds \right\} \\ & = \rho \dot{x}^T T \dot{x} - \int_{t-\rho}^t \dot{x}^T T \dot{x} ds \\ & \leq \rho \dot{x}^T T \dot{x} - \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T T \dot{x} ds \\ & \rho \dot{x}^T T \dot{x} - \frac{1}{\rho} \left[\int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \right] T \left[\int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \right] \end{aligned}$$

여기서, $T > 0$, 그리고 $0 \leq \tau(t) \leq \rho$ 이다.

따라서 위의 식들을 이용하여, 전체 Lyapunov-Krasovsk 함수의 시간 t 에 관한 미분을 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V \leq & \bar{x}^T \Phi \bar{x}(t) + \int_{t-h}^t y^T(s) R y(s) ds \\ & - (1-\dot{\tau}(t)) x^T(t-\tau(t)) S x(t-\tau(t)) \\ & - \eta(t) - (1-\dot{g}(t)) y^T(t-g(t)) Q y(t-g(t)) \\ & + \sum_{i=1}^k h_i h_j(\tau) 2x^T [P \bar{Y}_{i1} - \bar{B}_i K_j] \int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \\ & + \rho \dot{x}^T T \dot{x} \\ & + \sum_{i=1}^k h_i \left[\int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \right] \left(\bar{Z}_{i1} - \frac{1}{\rho} T \right) \left[\int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \right] \end{aligned}$$

여기서

$$\eta(t) = -2 \int_{t-\tau(t)}^t \bar{x}^T P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_d \end{bmatrix} y(s) ds \text{ 이다.}$$

2장에서 정의한 보조정리 1을 이용하여 $\eta(t)$ 를 정리하면 다음과 같다. 보조정리 1을 이용하기 위해서

$$N = P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_d \end{bmatrix}, a = y(s), b = \bar{x}(t) \text{ 로 대입한다.}$$

다음의 식이 항등임을 증명에 이용하기 위해 사용한다.

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^T P_1 \dot{x} - 2x^T P_1 \dot{x} \\ &= 2 \sum_{i=1}^k h_i h_j(\tau) \left[(\bar{A}_i + \bar{B}_i K_j) x - \bar{B}_i K_j \int_{t-\tau}^t x(s) ds \right] P_1 x \\ &\quad - 2x^T P_1 \dot{x} \\ &= \sum_{i=1}^k h_i h_j(\tau) 2x^T (\bar{A}_i + \bar{B}_i K_j)^T P_1 \dot{x} - 2x^T P_1 \dot{x} \\ &\quad - \sum_{i=1}^k h_i h_j(\tau) 2x^T P_1 \bar{B}_i K_j \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s) ds \end{aligned}$$

위와 같은 방법으로 보조정리 1을 이용하면 다음을 증명할 수 있다.

$$\begin{aligned} & - \sum_{i,j=1}^k h_i h_j(\tau) 2x^T P_1 \bar{B}_i K_j \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s) ds \leq \\ & \sum_{i=1}^k h_i h_j(\tau) \left[\int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \right] \begin{bmatrix} \bar{X}_{i2} & \bar{Y}_{i2} - P \bar{B}_i K_j \\ * & \bar{Z}_{i2} \end{bmatrix} \\ & \times \left[\int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \right] \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} 0 &\leq \sum_{i,j=1}^k h_i h_j(\tau) 2x^T (\bar{A}_i + \bar{B}_i K_j)^T P_1 \dot{x} - 2x^T P_1 \dot{x} \\ &+ \sum_{i=1}^k h_i h_j(\tau) \left[\int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \right] \begin{bmatrix} \bar{X}_{i2} & \bar{Y}_{i2} - P \bar{B}_i K_j \\ * & \bar{Z}_{i2} \end{bmatrix} \\ &\times \left[\int_{t-\tau}^t \dot{x} ds \right] \end{aligned}$$

마지막으로 $z^T = \left[x^T \dot{x}^T \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T ds \right]$ 로 정의하고, 이를 이용하여 다음을 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \eta(t) &\leq \int_{t-\tau(t)}^t \begin{bmatrix} y(s) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{T} & \bar{Y} - [0 \ A_d] P \\ \bar{Y}^T - P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_d \end{bmatrix} & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(s) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} ds \\ &= \int_{t-\tau(t)}^t y^T(s) \bar{T} y(s) ds + \int_{t-\tau(t)}^t \bar{x}^T(t) \bar{Z} \bar{x}(t) ds \\ &\quad + 2 \int_{t-\tau(t)}^t y^T(s) (\bar{Y} - [0 \ A_d] P) \bar{x}(t) ds \\ &= \int_{t-\tau(t)}^t y^T(s) R y(s) ds + \tau(t) \bar{x}^T(t) \bar{Z} \bar{x}(t) \\ &\quad + 2 \int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(s) (\bar{Y} - [0 \ A_d] P) \bar{x}(t) ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq \int_{t-\tau(t)}^t y^T(s) R y(s) ds + x^T(t) (\bar{Y} - [0 \ A_d] P) \bar{x}(t) ds \\ &\quad - x^T(t-\tau(t)) (\bar{Y} - [0 \ A_d] P) \bar{x}(t) ds \end{aligned}$$

이를 이용하여 Lyapunov-Krasovskii 함수의 시간 t 에 관한 미분을 정리하면, 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} V \leq z^T(t) \Phi z(t)$$

따라서 선형행렬 부등식 조건 (8)-(10)이 만족 되면, $\dot{V}(t) \leq 0$ 를 만족한다. 따라서 Lyapunov-Krasovskii의 이론에 따라서 뉴트럴 네트워크 제어 시스템 (7)은 안정하다. ■

정리 1에서는 뉴트럴 네트워크 제어 시스템 (7)의 안정도 분석을 위한 충분 조건을 유도하였다. 다음으로 퍼지 제어기 이득값 K_j 를 설계하기 위한 조건을 유도한다.

정리 2. 뉴트럴 네트워크 제어 시스템 (7)은 다음의 행렬 부등식이 만족하는 행렬 $X = X^T > 0$, $E_i (i = 1, 2, 3)$, $\bar{K}_j (j = 1, 2, \dots, r)$, $Y_{1i} \bar{Z}_i = \bar{Z}_i^T > 0 (i = 1, 2, 3)$, $\bar{M}_i, \bar{S}_i, \bar{N}_i (i = 1, 2, 3)$, $X_i = X_i^T > 0 (i = 1, 2, 3)$, 가 존재한다면, 다음의 제어기 이득값을 이용하여 제어가능하다.

$$K_j = \bar{K}_j X^{-T}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi d_1 \bar{X} A_i^T + d_1 N_j^T B_i^T & \bar{Y}_{i1} - B_i N_j & \bar{X} E_i^T + \bar{K}_j^T E_{ib}^T \\ * & \bar{X}_{i2} + \rho H - 2d_1 \bar{X} & \bar{Y}_{i2} - d_1 B_i N_j & 0 \\ * & * & \bar{Z}_{i1} + \bar{Z}_{i2} - \frac{1}{\rho} H & \bar{K}_j^T E_{ib}^T \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{i1} & \bar{Y}_{i1} \\ * & \bar{Z}_{i1} \end{bmatrix} > 0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{i2} & \bar{Y}_{i2} \\ * & \bar{Z}_{i2} \end{bmatrix} > 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_1 & \bar{M}_2 \\ \bar{M}_2^T & \bar{M}_3 \end{bmatrix} \geq 0,$$

$$\begin{bmatrix} \bar{N}_1 & \bar{N}_2 \\ \bar{N}_2^T & \bar{N}_3 \end{bmatrix} \geq 0,$$

$$\begin{bmatrix} \bar{S}_1 & \bar{S}_2 \\ \bar{S}_2^T & \bar{S}_3 \end{bmatrix} \geq 0, \quad (15)$$

증명) 식 (9)-(11)의 양변에 $diag[X, X, I, I]$ 와 그것의 전치를 곱하고, 새로운 변수들 $X = T^{-1} \bar{P} = X P X^T$, $\bar{E}_b = X Q_i X$, $K_j = K_j X^{-T}$, $\bar{X}_1 = X X_1 X$, $\bar{Y}_2 = X Y_2 X$, $\bar{Z}_3 = X Z_3 X$ 을 정의하고, Schur complement를 이용하면, 정리 2는 쉽게 증명된다. ■

4. 모의실험

본 논문에서 제안된 퍼지 제어기의 성능 평가를 위하여 [3]에서 사용한 트럭 트레일러 비선형 시스템을 이용한다. 비선형 시스템인 트럭 트레일러 시스템은 네트워크 상에 연결되어 있으며, 제어기와 구동기도 연결되었다고 가정한다.

$$\begin{aligned} b\dot{x}_1(t) &= -a\frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t) - (1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t-\tau(t)) \\ &\quad - (1-b)\dot{x}_1(t-g(t)) + \frac{v\bar{t}}{lt_0}x_1, \\ b\dot{x}_2(t) &= a\frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t) + (1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t-\tau(t)) \\ &\quad - (1-b)\dot{x}_2(t-g(t)) \\ b\dot{x}_3(t) &= \frac{v\bar{t}}{t_0}\sin[x_2(t) + a\frac{v\bar{t}}{2L}x_1(t) \\ &\quad + (1-a)\frac{v\bar{t}}{2L}x_1(t-\tau(t))] - (1-b)\dot{x}_3(t-g(t)) \end{aligned}$$

여기서 시스템의 모델 파라미터의 값은 다음과 같다.

$$l = 2.8, L = 5.5, v = -1.0, \bar{t} = 2.0, t_0 = 0.5$$

비선형 시스템을 다음과 같은 T-S 퍼지 규칙을 가지는 T-S 퍼지 모델로 모델링한다.

Rule 1 :

$$\begin{aligned} \text{IF } \theta(t) \text{ is about } 0, \\ \text{THEN } \dot{x}(t) &= A_1x(t) + A_{d1}x(t-\tau(t)) + B_1u(t) + \\ &\quad D_1\dot{x}(t-g(t)) \end{aligned}$$

Rule 2 :

$$\begin{aligned} \text{IF } \theta(t) \text{ is about } -\pi, \\ \text{THEN } \dot{x}(t) &= A_2x(t) + A_{d2}x(t-\tau(t)) + B_2u(t) + \\ &\quad D_2\dot{x}(t-g(t)) \end{aligned}$$

여기서 시스템의 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -a\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{v\bar{t}}{t_0} & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -a\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\frac{dv^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{dv\bar{t}}{t_0} & 0 \end{bmatrix}, \\ B_1 = B_2 &= \begin{bmatrix} \frac{v\bar{t}}{lt_0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{d1} &= \begin{bmatrix} -(1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{d2} = \begin{bmatrix} -(1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\frac{dv^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 1-b & 0 & 0 \\ 0 & (1-b) & 0 \\ 0 & 0 & (1-b) \end{bmatrix}, \\ D_2 &= \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 1-b & 0 & 0 \\ 0 & (1-b) & 0 \\ 0 & 0 & (1-b) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$d = \frac{10t_0}{\pi}$ 이다. 정리 2의 선형행렬 부등식을 MATLAB을 이용하여 적합한 해를 구한 후, 이를 이용하여 우리가 구하고자 하는 제어기 이득값 K_i 를 구해 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_1 &= [-0.8485 \ 0 \ -0.7436 \ -0.931] \\ K_2 &= [-0.1655 \ 0 \ -0.47461 \ -0.924] \end{aligned}$$

설계된 퍼지 제어기를 이용하여 네트워크 제어 시스템을 살펴보면 다음의 그림 1-3과 같다. 그림1-3에서 보여지듯이 시스템의 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ 의 페루프 시스템 응답은 그림 2, 3과 같다. 그림 2-3에서 나타나듯이 상태변수는 시간이 지날수록 0에 수렴함을 확인 할 수 있다.

5. 결론

본 논문은 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템에 관한 안정도 분석 및 퍼지 제어기 설계에 대해서 논의하였다. 먼저 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템을 T-S 퍼지 모델로 모델링하고, 이를 바탕으로 퍼지 제어기를 설계하였다. 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템의 안정도 판정 및 제어기 설계를 위하여 선형 행렬 부등식 충분조건을 제시하였다. 주어진 선형 행렬 부등식의 해를 통하여 퍼지 제어기의 이득값을 설계하였으며, 설계된 제어기 이득값을 이용하여, 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템을 안정화 시켰다. 제안된 이론의 타당성을 위하여 모의실험을 실행하였다.

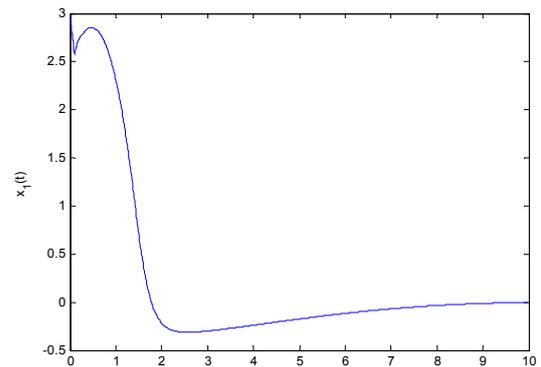


그림 2. 상태 변수 $x_1(t)$ 의 시스템 응답
Fig. 2. Closed loop system response of state $x_1(t)$

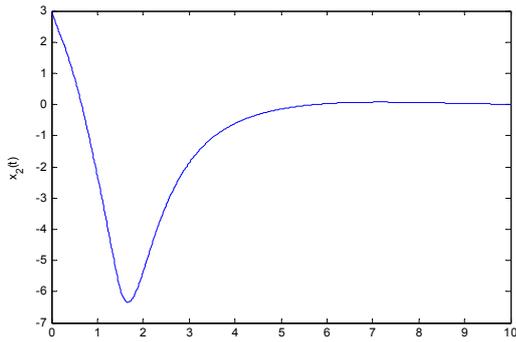


그림 3. 상태 변수 $x_2(t)$ 의 시스템 응답
Fig. 3. Closed loop system response of state $x_2(t)$

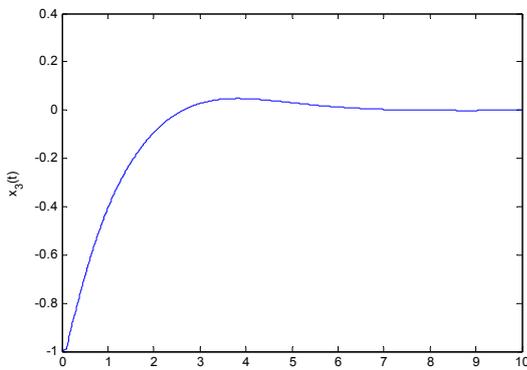


그림 4. 상태 변수 $x_3(t)$ 의 시스템 응답
Fig. 4. Closed loop system response of state $x_3(t)$

참 고 문 헌

- [1] Lee H. J., Park J. B., and Joo Y. H., "Robust control for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy systems with time-varying input delay," *ASME J Dyn Syst Meas Control*, vol. 127, pp. 302-306, 2005.
- [2] X. Meng, J. Lam, B. Du and H. Gao, "A daly-partitioning approach to the stability analysis of discrete-time systems" *Automatica*, vol. 46, no. 5, pp. 610-614, 2009.
- [3] Z. Wang Y. liu, G. Wei, and X. Liu "A note on control of a class of discrete-time stochastic systems with distributed delays and nonlinear disturbances," *Automatica* vol. 46, No. 2, pp. 543-548, 2009.
- [4] J. H. Kim, "Delay-dependent robust H_∞ filtering for uncertain discrete-time singular systems with interval time-varying delay," *Automatica*, Vol 46, No. 2, pp. 591-597, 2009
- [5] B Chen, X Liu, and S Tong., "Robust fuzzy control of nonlinear systems with input delay," *Chaos Sol and Frac*, vol. 37, No.3, pp. 894-901,

2006

- [6] B. Chen, X. P. liu, S. C. Tong, and C. Lin, "Observer-based stabilization of T-S fuzzy systems with input delay," *IEEE Fuzzy Syst*, vol. 16, No. 3, pp. 652-663, 2008.

저 자 소 개



송민국(Min Kook Song)

2006년 : 연세대학교 전기전자공학과 졸업.
(공학사)
2007년 : 현재 동 대학원 전기전자공학과 석사과정 (공학석사)
2007~현재 : 동대학원 전기전자공학과 박사과정

관심분야 : 퍼지 이론, 시간지연
Phone : 02-2123-2773
Fax : 02-362-4539
E-mail : s5ngm2n9k@yonsei.ac.kr



박진배(Jin Bae Park)

2009년 19권 5호 참조



김진규(Jin Kyu Kim)

2007년 : 군산대 전기전자제어학과 졸업
2007년 : 동 대학원 전자정보공학부 졸업
(공학석사)
2007~현재 : 동 대학원 전자정보공학부 박사과정

관심분야 : 지능형 제어, 로봇 비전
Phone : 010-4652-9300
E-mail : kjk3242@kunsan.ac.kr



주영훈(Young Hoon Joo)

2009년 19권 5호 참조