大 韓 土 木 學 會 論 文 集
第30卷 第5D號 · 2010年 9月
pp. 497~504

신뢰성 개념을 이용한 포장의 평균수명 및 신뢰도 예측

Estimation of Mean Life and Reliability of Highway Pavement Based on Reliability Theory

도명식*
Do, Myung-Sik

Abstract

In this paper, the author presents a reliability estimation technique to analyze the effects of traffic loads on pavement mean life based on the national highway database of Suwon and Uijeongbu region from 1999 to 2008. The estimation of the mean life, its standard deviation and reliability for pavement sections are calculated by using an appropriate distribution, Lognormal distribution, based on reliability theory. Furthermore, the probability paper method and Maximum likelihood estimation are both used to estimate parameters. The author found that mean life of newly constructed sections and over-layed sections is about 6.5 to 7.9 years and 7.3 to 9.1 years, respectively. The author also ascertained that the results of cumulative failure probability for pavement life between the proposed methods and observed data are similar. Such an assessment methodology and measures based on reliability theory can provide useful information for maintenance plans in pavement management systems as long as additional life data on pavement sections are accumulated.

Keywords : *pavement management system, reliability theory, probability of failure, mean life, maximum likelihood estimation, survival probability*

요 지

본 연구에서는 최근 10년간의 수원과 의정부지역의 국도 포장구간의 수명 데이터를 기반으로 신뢰성 개념을 도입하여 포장 수명의 고장확률, 신뢰도, 평균 수명 등의 정보를 산정하는 방안을 제시하였다. 모수적 추론 방법인 최우추정법과 확률지를 이용하여 최적 수명분포형태가 대수정규분포임을 확인하였으며, 본 연구에서 제안한 대수정규수명분포에 의해 추정된 누적 고장확률이 실제 관측값과 차이가 거의 없음도 확인하였다. 나아가 추정된 모수를 기반으로 신설 포장과 덧씌우기 포장의 하중별 평균 수명을 산정한 결과, 각각 6.5년~7.9년과 7.3년~9.1년으로 추정되었으며 상대적으로 덧씌우기 구간의 평균 수명이 더 길게 추정되었다. 본 연구에서 제안한 신뢰성 개념을 이용한 분석 방법은 포장관리 및 유지보수 데이터가 축적되어감에 따라 비교적 용이하게 계속 보완이 가능하며 보다 정확한 포장수명에 대한 신뢰도 값에 접근해 갈 수 있을 것으로 기대된다.

핵심용어 : 포장관리시스템(PMS), 신뢰성 이론, 고장확률, 평균 수명, 최대우도 추정법, 생존확률

1. 서 론

포장관리시스템(Pavement Management System: PMS)은 포장 프로젝트에 관련되는 계획, 설계에서부터 건설, 유지보수 및 평가에 이르기까지 전 단계를 종합적이고 체계적으로 관리하는 시스템으로 최적 포장의 질을 최저의 비용을 통해 유지하는데 그 목적이 있다.

현재 우리나라를 포함한 선진국을 중심으로 포장의 공용성과 경제성, 생애주기비용, 유지보수시점 및 공법, 포장설계 등 다양한 영역에서 연구가 진행 중이며, 포장의 유지보수에 대한 개념은 생애주기 비용에 근거하고 있기 때문에 초기건설비용부터 유지비용 및 폐기비용까지 다양한 요소들에 대한 신뢰성 있는 분석이 필요하다(권수안, 2002; 한국건설기술연구원, 2009).

즉, 관리자 비용과 사용자 비용을 함께 고려하는 생애주기 비용분석(LCCA)을 위해서는 각 설계 대안에 따른 포장구간의 수명을 결정하고 그에 따르는 유지보수 시점 및 공법을 결정해야한다. 이러한 포장구간의 효율적인 유지관리를 위한 의사결정 로직 및 LCCA 분석을 위해 가장 기초적인 분석이 바로 정확한 포장 수명(pavement life)의 예측이다.

포장의 수명(공용성)은 교통량, 기후, 포장강도, 공용기간, 대형차량 비율 등 다양한 인자들의 영향을 받으며, 특히 교통하중 특성과 기후, 기초의 두께 등이 포장의 수명에 큰 영향을 미치게 된다(유평준, 2002; Yang et al., 2005;

*정회원 · 국립한밭대학교 토목환경도시공학부 교수 (E-mail : msdo@hanbat.ac.kr)

Loizos and Karlaftis, 2005).

기존 포장구간의 수명(공용성)을 예측하기 위한 방법으로는 회귀모델에 의한 결정론적 모델과 확률론적(혹은 통계학적) 모델이 있다. 그러나 다양한 요인으로 인해 노화가 진행되는 포장구간의 경우 결정론적 모델로 설명하기에는 어려움이 많으며(Hong et al., 2006), Markov 체인 등을 이용한 확률론적 모델에도 기본 가정에 대한 꾸준한 의문 제기가 이어지고 있는 실정이다(Kim, 2006; Loizos and Karlaftis, 2005).

따라서 본 연구에서는 최근 10년간의 국도를 대상으로 조사 한 포장의 수명 데이터를 이용하여 포장의 노화에 따른 평균 수명 및 고장(포장에서는 공용불가 상태) 확률의 산정 방안을 제안하고자 한다. 나아가, 포장의 수명에 교통하중의 강도가 미치는 영향을 살펴보기 위해 대상 지역의 포장 수명 데이터를 하중의 크기에 따라 세 등급으로 구분하여 그 영향을 분석하고자 한다.

2. 기존 연구 고찰 및 방법론

2.1 기존연구 고찰

우리나라는 1980년대 후반부터 국도 유지 예산의 효율적인 활용과 포장의 적정한 상태 유지를 위해 국도 PMS를 구축하여 운영 중에 있으며, 매년 약 3,000km의 일반국도 연장을 노면조사를 통해 포장상태자료(종단평탄성, 소성변형, 균열)를 수집하고 교통량 및 보수이력 등을 고려한 동질성구간에 대해 포장상태등급을 결정하여 유지보수를 위한 기초자료로 활용하고 있다(한국건설기술연구원, 2009).

이러한 포장의 효율적인 유지보수를 위해서는 필요한 예산의 추정과 유지보수의 시점 및 공법 결정을 위한 의사결정 로직이 필요하며, 이 과정에서 가장 중요한 것이 공용 중인 포장구간의 수명 예측의 신뢰성이다. 과거 및 현재 포장의 상태를 기반으로 장기 공용성(수명)을 얼마나 정확하게 예측하는 가는 필요한 예산의 추정 및 생애주기분석에 필요한 비용과 편익의 산정과도 밀접한 관련을 가지고 있기 때문이다.

국내의 경우, 포장 수명에 대한 연구로는 특수포장 적용을 위한 교통량 기준을 제시하기 위해 회귀모델을 이용한 수명의 예측에 대한 연구(권수안, 2002; Kim, 2006)와 Markov chain 모델을 이용한 확률론적 공용성 예측에 대한 연구(유평준, 2002, Kobayashi et al., 2010) 등이 대표적이다. 한편, 포장 이외의 분야에서는 교량의 서비스 수명 산정과 하수관거에 대한 연구 등이 있다(Park, 2004; Hong et al., 2006).

한편 도명식 등(2010)은 국도 포장의 수명 데이터를 이용하여 적정 수명분포의 선정을 위한 연구에서 4가지 분포(Weibull, 지수, 2-모수 지수, 대수정규) 가운데 대수정규분포와 Weibull 분포가 관측값을 잘 반영함을 밝혔으나, 구간 내에서의 하중의 강도가 포장의 수명 분포와 평균 수명에 미치는 영향을 고려하지는 못하였다.

국외의 최근 연구 동향을 살펴보면, Markov Chain을 이용한 공용성 추정 및 추이확률에 대한 연구(Mishalani and Madnat, 2002; Yang et al., 2005)와 Duration 모델을 이용하여 유럽국가를 대상으로 포장악화의 위험률(hazard) 함수형태를 분석한 연구 등이 있다(Loizos et al., 2005).

또한 Gharaibeh et al.(2003)는 미국 일리노이주를 대상으로 포장 수명의 고장확률을 산정하였지만 어떤 분포형태를 따르는지 혹은 분포형태의 모수 추정에 대한 연구까지는 이루어지지 않았다.

따라서 본 연구에서는 기존 연구의 한계를 극복하고 하중의 강도특성이 포장의 평균 수명 및 신뢰도에 미치는 영향을 살펴보기 위해 모수적 추론 방법을 도입하여 국도 구간에서의 포장의 수명과 관련된 척도를 산정하는 방안을 제시하고자 한다.

2.2 포장의 수명과 신뢰성 개념

신뢰성 이론에서 사용되는 데이터는 대부분 부품이나 시스템의 고장(포장에서는 파손)이 발생할 때까지의 수명의 길이에 대한 것으로 단위는 시간으로 측정된다.

신뢰성 이론에서 수명 데이터는 크게 완전 데이터와 불완전 데이터의 두 가지로 분류되는데, 완전 데이터는 시험 중인 모든 표본의 수명(혹은 고장시간)이 관측된 경우를 말하며, 불완전 데이터는 미리 정해진 중단 시점에서 시험을 중단하는 정시중단 데이터(제1종)와 미리 정해진 수의 고장이 발생한 시점에서 시험을 중단하는 정수중단 데이터(제2종) 그리고 표본에 대한 시험중단 시점이 랜덤한 랜덤중단 데이터로 다시 분류된다.

본 연구에서 다루는 포장의 경우 공용 개시 시점에서 포장표면의 노화에 따라 유지보수 기준(임계값)에 도달한 구간을 대상으로 유지보수(덧씌우기)를 한 시점까지의 경과 시간(년)을 그 대상으로 하기 때문에 완전 데이터로 간주할 수 있다. 물론 유지보수를 해야 함에도 불구하고 예산의 제약 등 외부 환경으로 다음 년도로 이월된 경우도 있을 수 있으나 이는 본 연구의 대상에서 제외하기로 한다.

한편 통계적 추론의 방법으로는 획득한 데이터의 모집단이 특정 분포를 따른다는 가정하에서 적용되는 모수적 방법(parametric method)과 모집단의 분포에 대해 연속성이나 대칭성 등을 제외한 가정을 할 수 없는 경우에 적용되는 비모수적 방법(nonparametric method)이 있다. 비모수적 방법은 모집단의 분포가 알려져 있지 않는 상황에서 모수적 방법보다 광범위하게 적용할 수 있다는 장점이 있는 반면, 모수적 방법에 비해 통계적 추론의 정확성이 떨어지며, 고장이 관측된 시점까지만 추론을 할 수 있다는 단점도 있다(배도선, 1999).

포장 구간의 수명은 신설포장이 공용을 시작하여 파괴로 인해 덧씌우기를 하기 전까지의 공용년수를 말하며, 덧씌우기된 포장의 경우 다음 덧씌우기나 재포장을 하기 전까지의 공용년수를 말한다(권수안, 2002). 즉 포장구간을 대상으로 한 고장(혹은 파손)확률(probability of failure)은 대상 구간이 일정한 기간 내에 고장 날(파괴로 인해 유지보수를 해야 할) 확률로 정의되며, 생존확률(survival probability)은 고장확률과 반대의 개념으로 살아있을(공용가능할) 확률로 정의된다.

한편, 생존확률함수 $R(t)$는 누적 확률밀도함수 $F(t)$의 여함수로 정의되며, 식 (1)과 같은 관계가 성립하며, 고장(혹은 파손)확률함수는 $f(t)$의 누적 확률밀도함수로 정의되고 식 (3)

에서와 같이 미분한 값은 확률밀도함수 $f(t)$가 되며, $f(t)$의 면적은 1이 된다(배도선, 1999).

$$R(t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt \tag{1}$$

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt \tag{2}$$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \tag{3}$$

신뢰도함수(reliability function)라고도 불리는 생존확률함수는 대상 포장구간의 수명이 t년 이상은 될 가능성을 나타내는 척도로 시간이 증가하면 감소하는 특성이 있다. 한편 누적확률함수는 불신뢰도(unreliability)함수라고도 하며, 대상 포장구간의 수명이 t년 이전에 고장(파괴)날 가능성을 나타내는 척도이다.

한편, 통계적 추론을 위한 방법론의 선정을 위한 기준이 되는 척도가 고장률(혹은 파손율) 함수(failure rate function) 혹은 위험률 함수(hazard function)이다. 즉, 모수적 방법을 이용하기 위해서는 고장률 함수의 산정이 선행되어야 하며, 대상 포장구간 가운데 t년까지 고장(파손)없이 공용중인 구간 가운데 t년에서 파손이 발생할 비율을 나타내는 것으로 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\lambda_t &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t \le T \le t+\Delta t | T > t)}{\Delta t} \\ &= \frac{1}{R(t)}\left(-\frac{d}{dt}R(t)\right) \\ &= \frac{f(t)}{R(t)}, \quad 0 \le t \le \infty\end{aligned} \tag{4}$$

여기서, 식 (4)의 양변을 t에 대해 적분하면,

$$\begin{aligned}\int_0^t \lambda(u)du &= -\int_0^t \frac{d}{du}\{\ln R(u)du\} \\ &= -\ln R(t)\end{aligned} \tag{5}$$

따라서 수명 데이터가 어떤 분포를 따르든 다음 식 (6)이 성립한다.

$$R(t) = \exp\left\{-\int_0^t \lambda(u)du\right\} \tag{6}$$

한편, 대상 포장구간의 평균수명을 나타내는 지표로 평균수명(mean life) 혹은 평균고장시간(mean time to failure: MTTF)이 있으며 연속확률변수 T의 확률밀도함수(고장밀도함수)가 f(t)일 때, 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다,

$$MTTF = E[T] = \int_t^{\infty} tf(t)dt \tag{7}$$

2.3 수명분포의 결정과 통계적 추론

신뢰성 이론에서는 대상 아이템의 수명에 대해 여러 가지 분포가 사용되고 있으며 대표적인 분포로는 지수분포, 와이블분포, 정규분포, 대수정규분포, 감마분포 등이 있다(Lancaster, 1990; Gourieroux, 2000).

관측된 고장 데이터가 어떤 수명분포를 따르는지를 파악하는 것은 모집단의 수명분포를 이용하여 모수적 방법에 의한 신뢰성 척도에 대한 추론이 가능해지기 때문에 정확한 통계적 분석을 할 수 있다(배도선, 1999).

본 연구에서는 기존 연구(도명식, 2010)의 성과를 바탕으로 포장 수명 데이터가 대수정규분포나 Weibull 분포를 따른다는 점에 착안하여 평균 수명 및 신뢰도의 추정에 이 두 분포를 대상으로 살펴보기로 한다.

즉, 포장은 시간의 경과와 함께 노화(혹은 열화; deterioration)가 진행되고 고장의 대부분이 설계수명의 후반기에 발생하며 시간이 지남에 따라 고장률이 증가하는 특성이 있기 때문에 이러한 노화파손을 표현하기에 적합한 분포함수가 Weibull 분포와 대수정규분포이기 때문이다.

먼저 Weibull 분포의 특성을 간단하게 요약하면, 확률밀도함수는 식 (8)과 같이 나타낼 수 있으며, 생존확률함수와 고장률(파손율)함수는 식 (9), (10)과 같다.

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}\right] \tag{8}$$

여기서, $1/\eta$는 척도모수($\eta>0$)이며, $\beta(>0)$는 형태모수로 $\beta=1$은 파손율이 상수이고 $\beta>1$이면 파손율은 t의 증가함수이며 $\beta<1$이면 파손율은 t의 감소함수임을 나타낸다.

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}\right] \tag{9}$$

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \tag{10}$$

한편 식 (8)에서 $\beta=1$이면 Weibull 분포는 지수분포가 된다. 즉, 지수분포는 Weibull 분포의 특수한 경우이며, 수명데이터가 지수분포를 따르는 경우 고장률(파손율) $\lambda(t)$은 식 (10)에서 시간 t와는 상관없이 $1/\eta$로 상수가 된다.

따라서 식 (4)를 이용하면 수명데이터가 Weibull 분포를 따르는 경우 평균수명과 분산은 각각 식 (11), (12)와 같다.

$$\begin{aligned}E[T] &= \int_0^{\infty} \exp\left\{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}\right\}dt \\ &= \eta\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\end{aligned} \tag{11}$$

$$\sigma^2 = \eta^2\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right] \tag{12}$$

단, Γ는 감마(Gamma)함수로서 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다(배도선, 1999).

$$\Gamma(x) = \sqrt{2\pi}x^{(x-0.5)}e^{-x}\left(1+\frac{1}{12x}\right) \tag{13}$$

한편 대수정규(Lognormal)분포의 경우 고장률 함수가 어느 시점에서 단조성 변동이 생긴다는 것이 발견되어 수명분포의 검정 등에 많이 응용되고 있으며, 대수정규분포를 따르는 수명 데이터에 대수를 취하면 근사적으로 정규분포를 따르게 된다.

대수정규분포의 확률밀도함수는 식 (14)와 같으며, μ는 위치모수로서 대수평균을 나타내고, σ는 척도모수로서 대수표준편차를 나타낸다.

$$f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma t}e^{-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2}},\ t>0 \tag{14}$$

대수정규분포의 누적분포함수와 신뢰도 함수는 식 (15), (16)과 같으며, 대수정규분포의 고장률 함수는 초기에는 시간이 지남에 따라 고장률이 증가하다가 일정기간 후에는 감소하는 경향을 가지는 특성이 있으며 식 (17)과 같다.

$$F(t)=\int_0^t \frac{1}{\sigma u}\phi\left(\frac{\ln u-\mu}{\sigma}\right)du=\Phi\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right) \tag{15}$$

$$R(t)=1-\Phi\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right) \tag{16}$$

여기서 $\Phi(t)$는 표준정규분포의 누적분포함수를 나타낸다.

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{1}{\sigma t R(t)}\phi\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right) \tag{17}$$

따라서 대수정규분포의 평균과 분산은 식 (18), (19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$E(T)=e^{\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)} \tag{18}$$

$$\sigma^2=e^{(2\mu+\sigma^2)}(e^{\sigma^2}-1) \tag{19}$$

따라서 관측된 고장(혹은 수명) 데이터의 최적 수명분포를 알면 모수적 추정방법으로 평균수명, 고장률(파손율), 신뢰도 등의 PMS 계획 수립을 위한 척도를 산정할 수 있다 (Gourieroux, 2000).

3. 수명 분포 선정을 위한 모수 추정

3.1 대상 구간의 수명 특성

본 연구에서는 포장의 파손확률과 평균 수명을 산정하기 위한 사례 분석으로 수원과 의정부 지방국도관리사무소 관할의 국도를 대상으로 하였다. 그 이유는 이 지역이 강수량 및 기온의 차이 등 기후의 영향이 비슷한 지역이면서 동시에 예산편성 및 중차량의 방향별 특성 그리고 도로 관리자와 시공사의 기술적 차이를 가능한 한 배제할 수 있는 지역이라 판단되었기 때문이다.

먼저 1999년부터 2008년의 10년간의 대상지역의 유지보수(신설 포함) 이력 자료를 이용하여 포장의 수명을 포장 유지보수 방법을 기준으로 신설과 덧씌우기로 구분하였다. 여기서 포장의 수명을 신설과 덧씌우기로 구분한 것은 기존 연구에서 유지보수 방법간에 유의한 차이가 있음을 밝히고 있기 때문이다(유평준, 2002; 권수안, 2002), 나아가 하중에 따른 구분도 기존 연구를 기초로 Low 레벨은 MESAL 0.0 ~0.20, Medium 레벨은 0.21~0.50, High 레벨은 0.51이상으로 선정하였다(Tsunokawa, 2003; 도명식, 2006).

대상 구간 포장의 최적 수명분포 선정 및 평균 수명 산정을 위한 절차를 요약하면 그림 1과 같으며, 대상 지역에서 조사된 최근 10년간 유지 보수된 구간 수를 살펴보면 매년 변동이 있으면서 덧씌우기에 비해 신설포장의 건수가 상대적으로 많았다.

한편 10년간의 데이터 가운데 교통량 관련 자료 등의 누락으로 활용할 수 없는 구간을 제외한 신설 112개 구간, 덧씌우기 83개 구간의 수명 데이터를 기반으로 살펴본 결과, 신설포장의 경우 초기 4년간에는 거의 유지보수(덧씌우기)가 이루어지 않다가 5~7년에 집중적으로 발생하였으며, 수명 분포가 왼쪽으로 기운(skewed) 형태를 보이다가 그 이후에 점차 감소하고 있는 특성을 보였다.

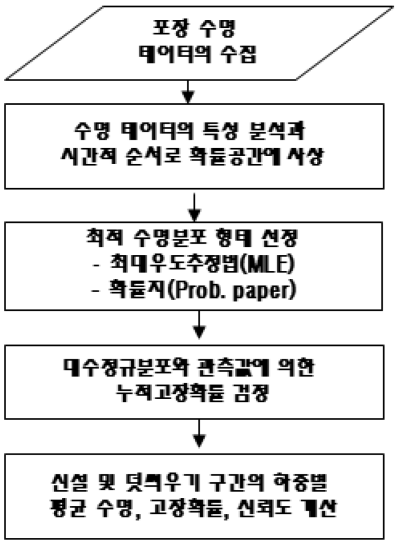

그림 1. 최적 수명분포와 평균 수명 산정

반면 덧씌우기로 유지보수가 이루어진 구간의 수명특성은 덧씌우기 시행 후 4년부터 유지보수가 이루어졌으며, 6~7년의 수명이 가장 많은 동시에 넓게 분포되어 있었다.

한편, 주어진 시간 t에서의 파손발생 밀도를 나타내는 고장(혹은 파손)밀도함수 f(t)와 생존확률함수(신뢰도 함수) R(t)를 살펴보면, 그림 2에서와 같이 신설구간의 경우 5년에서 7년 사이에 포장의 파손으로 인한 유지보수가 이루어질 가능성이 커짐에 따라 R(t)는 급격히 감소함을 알 수 있다. 여기서 고장밀도함수는 전체 면적의 합이 1이 되므로 수명의 상대빈도의 개념으로 해석할 수 있다.

한편 고장률(파손율)함수(hazard rate 혹은 failure rate)는 나이가 t인 부품이나 시스템이 가지는 고장 발생의 위험정도를 정량적으로 나타내는 함수로서 포장의 경우 t년까지 유지보수 없이 공용중인 구간 중에서 t년에 유지보수(덧씌우기)를 시행할 비율이라 해석할 수 있다.

즉, 고장률함수는 현재의 수명이 그 다음 짧은 기간동안에

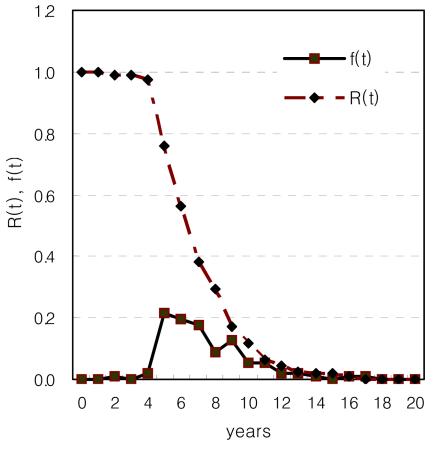

그림 2. 신설 구간의 f(t)와 R(t)

나타날 단위 고장 발생률을 의미하며 양의 실수 값을 가지는 것으로 식 (5)에서 알 수 있는 바와 같이 확률밀도함수의 신뢰도 함수에 대한 비율이며 그 자체는 확률이 아니라는 점에 유의해야 한다(Lancaster, 1990).

예를 들어 t=10년에 해당하는 포장의 고장률이 0.737이란 의미는 공용개시 후 10년까지 살아남은(공용된) 구간 가운데 그 다음 해(11년)에 약 73.7%가 유지보수를 해야 한다는 뜻으로 해석할 수 있다.

여기서 주의해야 할 점은 식 (10)에서 설명한 바와 같이 고장률이 시간 t와 상관없이 일정한 상수의 값을 가지면 포장수명을 지수분포를 이용해 추정할 수 있으며, 고장률이 일정한 패턴을 가지고 증가 혹은 감소하면 다른 분포 형태를 이용하여 모수 추정을 해야 한다(박동호, 2006; Gourieroux, 2000).

3.2 모수 추정과 적정 수명 분포의 선정

관측된 수명 데이터가 어떤 수명분포를 따르는가는 신뢰성 분석에서 매우 중요한 과정으로 이러한 모집단의 수명분포가 찾아지면 모수적 방법에 의한 신뢰성 척도를 추론할 수 있기 때문이다. 이러한 모수적 수명분포의 모형을 위한 모수 추정에는 1) 최대우도 추정법을 이용한 방법과 2) 확률지를 이용하는 방법이 주로 사용된다(배도선, 1999).

기존 연구에서는 수명 분포의 모수 추정을 위해 확률지를 이용하였지만, 신뢰성 분야에서 많이 이용되는 최대우도 추정법을 이용한 모수 추정법을 동시에 검토하여 두 방법간에 추정 정도를 비교하고자 한다(도명식, 2010).

3.2.1 최대우도 추정법에 의한 모수 추정

확률밀도함수 f(t)를 가지는 어떤 모집단으로부터 n개의 표본을 추출하였을 때 이 표본을 이용하여 f(t)를 결정하는 모수의 추정 방법에는 여러 가지가 있으나, 최대우도 추정법은 통계적으로 여러 바람직한 성질들을 만족하므로 많이 사용되고 있다(배도선, 1999; 青木, 2005).

확률밀도함수 f(t)를 가지는 모집단으로부터 서로 독립적인 관측값 t_1, t_2, ···, t_n을 얻었을 때, f(t)의 모수를 θ라 하면 θ의 우도함수(likelihood function)은 식 (20)과 같이 정의된다.

$$L(\theta) = f(t_1, \theta) f(t_2, \theta) \cdots f(t_n, \theta) \tag{20}$$

즉, θ의 우도함수 L은 t_1, t_2, ···, t_n이 주어졌을 때 θ의 함수로 표현되며 이 함수를 최대로 하는 θ의 값을 최대우도 추정값(maximum likelihood estimator: MLE)이라 부른다.

식 (20)은 곱의 형태로 되어 있으므로 계산의 편리성 때문에 자연대수를 취한 대수우도함수(log likelihood function)를 많이 사용한다. 즉 극대화하고자 하는 목적함수인 대수우도함수는 식 (21)의 형태를 취하게 된다.

$$\mathrm{Max}_{\theta} \ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(t_i, \theta) \tag{21}$$

최우추정량을 구할 때 대부분 비선형 방정식의 형태가 되므로 방정식의 해는 수치 해석적으로 근사해를 구해야 한다. 따라서 본 연구에서는 초기 구간을 필요로 하지 않으면서 도함수를 사용하기 때문에 근사치에 대한 수렴속도가 빠른 뉴튼-랩슨법(Newton-Raphson method)을 사용하였다. 이 과정에서 근사해를 구하기 위한 수렴 판정 기준은 1×10^{-4}으로 하였다.

3.2.2 확률지에 의한 모수 추정

신뢰성 데이터를 사용하여 적절한 분포형태를 찾는 데 사용되는 대표적인 그래프용지인 확률지(probability paper)는 전문가가 아니더라도 시각적으로 자료의 특성을 파악할 수 있기 때문에 많이 이용되는 방법이다(배도선, 1999).

Weibull 분포의 적합성을 검정하기 위해 Weibull 확률지를 이용한 모수의 추정방법을 소개하면 먼저, 포장의 고장(수명) 시간(년) t_i를 작은 것부터 크기 순으로 나열한 뒤, 포장의 수명 데이터를 x축에 ln$t$를 두고 y축에 lnln1/$R(t)$로 로그 변환된 확률공간상에 사상시켜 선형성을 점검하게 된다.

즉, 식 (9)의 Weibull 분포의 신뢰도함수는 식 (22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} R(t) &= 1 - F(t) \\ &= \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}\right] = \exp\left(-\frac{t^{\beta}}{t_0}\right) \end{aligned} \tag{22}$$

여기서 $t_0=\eta^{\beta}$로 정의하며, 식 (22)의 양변에 자연로그를 두 번 취하면 식 (23)이 얻어지는데 ln$t$와 lnln1/(1−$F(t)$) 사이에 직선관계가 있음을 나타내며, 이 관계를 이용하여 와이블 확률지가 고안되었다.

$$\ln\ln\frac{1}{1-F(t)} = \beta \ln t - \ln t_0 \tag{23}$$

따라서 관측된 수명 데이터를 와이블확률지에 플로팅했을 때 직선형태가 나타나고 최소제곱법으로 구한 상관계수가 양호한 값을 가지면 식 (23)에 의해 이 포장의 수명 데이터는 Weibull 분포를 따른다고 판정할 수 있으며 이 분포의 특성을 이용해 모수들을 추정하게 된다.

한편 대수정규분포의 적합성의 검정도 대수정규확률지를 이용하면 가능하며, 확률변수 T가 $LN(\mu, \sigma^2)$을 따르면 ln$T$의 분포는 $N(\mu, \sigma^2)$을 따르게 되므로, ln$T$를 표준화하면 식 (24)가 성립한다. 여기서 μ와 σ^2은 $LN(\mu, \sigma^2)$의 위치모수와 척도모수이다.

$$Z = \frac{\ln T - \mu}{\sigma} \sim N(0,1) \tag{24}$$

식 (15)를 이용하면

$$\ln t = \sigma \Phi^{-1}(F(t)) + \mu \tag{25}$$

의 관계를 구할 수 있으며, 식 (25)는 ln$t$와 $\Phi^{-1}(F(t))$가 표준편차 σ를 기울기로 가지는 일차식의 관계가 성립함을 알 수 있다. 여기서 $\Phi(t)$는 표준정규분포의 누적분포함수를 나타낸다. 따라서 포장의 수명 데이터가 대수정규분포를 따르면 로그를 취한 값은 정규분포를 따르므로 정규확률지로 μ와 σ를 추정하게 된다.

표 1에는 모수적 방법으로 적정 수명분포를 선정하기 위해 최대우도추정법(MLE)과 확률지(Prob. paper)를 이용하여

표 1. 최적 수명 분포 선정을 위한 모수추정 결과

	방법	분포	모수	추정치	표준오차	하한	상한	Log 우도	AD 통계량	상관계수
신설 구간	MLE	Lognormal D.	위치모수	1.951	0.031	1.891	2.011	-251.349	1.948	-
			척도모수	0.324	0.022	0.284	0.370			
		Weibull D.	형상모수	3.011	0.201	2.642	3.431	-262.290	3.602	
			척도모수	8.289	0.276	7.764	8.848			
	Prob. paper	Lognormal D.	위치모수	1.951	0.030	1.892	2.010	-251.363	1.963	0.970
			척도모수	0.321	0.021	0.282	0.365			
		Weibull D.	형상모수	4.095	0.174	3.769	4.450	-283.021	5.925	0.935
			척도모수	8.085	0.204	7.695	8.495			
덧씌우기 구간	MLE	Lognormal D.	위치모수	1.976	0.039	1.899	2.052	-195.552	1.041	-
			척도모수	0.354	0.027	0.304	0.412			
		Weibull D.	형상모수	2.976	0.236	2.547	3.477	-199.145	1.784	
			척도모수	8.573	0.335	7.941	9.255			
	Prob. paper	Lognormal D.	위치모수	1.976	0.039	1.899	2.052	-195.553	1.043	0.980
			척도모수	0.355	0.028	0.305	0.414			
		Weibull D.	형상모수	3.590	0.216	3.190	4.041	-203.607	2.278	0.969
			척도모수	8.445	0.277	7.918	9.007			

주) MLE: Maximum Likelihood Estimation (최우추정법), Prob. paper: 확률지
단, 하한과 상한은 95% 유의수준 범위

구한 모수들과 검정을 위한 지표들을 정리한 것으로, Log 우도(log likelihood)는 최우추정법으로 구한 지표이며 상관계수는 해당 확률지에서 선형관계를 검정하기 위해 최소자승법으로 추정한 결과이다.

Anderson-Darling 통계값을 사용하여 해당 수명 데이터가 특정 분포를 얼마나 잘 따르는가를 측정하였으며 이 통계량이 작으면 작을수록 분포의 적합성이 높다고 판단할 수 있다.

신설 및 덧씌우기 구간의 적정 수명분포를 선정하기 위한 모수 추정법을 살펴보면 확률지를 이용한 방법보다 모든 지표에서 MLE이 근소하게 우수함을 확인할 수 있었다.

한편 적정 수명분포의 선정도 구간에 상관없이 기존 연구성과와 마찬가지로 Weibull 분포보다는 대수정규분포가 수명데이터를 더 잘 설명함을 확인할 수 있었다.

4. 포장의 평균 수명 및 신뢰도

4.1 누적 고장확률 함수 산정

본 절에서는 지금까지의 결과를 기반으로 최우추정법을 이용해 구한 모수로 대수정규분포형태를 결정하고 이를 이용해 효율적인 PMS 운영을 위한 기초 정보를 도출해 보기로 한다.

먼저 포장 수명 데이터가 대수정규분포를 따른다는 조건을 만족했으므로 추정된 모수를 식 (15)의 누적분포함수에 대입하면 신설 구간의 고장(혹은 파손)확률을 산정할 수 있다.

$$F(t) = \Phi\left(\frac{\ln t - 1.951}{0.324}\right) \tag{26}$$

그림 3에는 신설 구간을 대상으로 실제 관측값으로 산정한 누적 고장확률과 식 (26)으로 산정된 누적 고장확률을

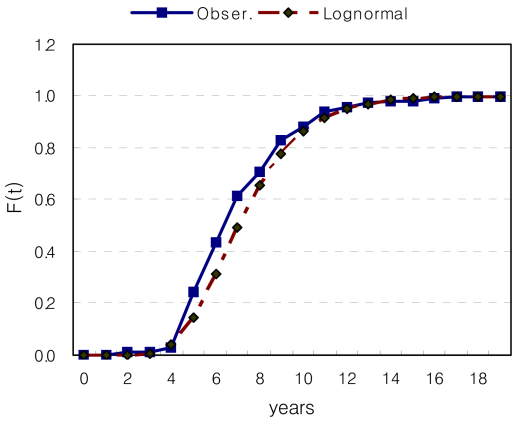

그림 3. 누적 파손확률 함수의 구현

비교하여 나타내었다.

그림 3에서 알 수 있는 바와 같이 수명 데이터가 대수정규분포를 따른다고 가정하여 추정한 분포가 관측된 누적 고장확률분포와 거의 유사함을 확인할 수 있다.

신설 구간의 경우 공용개시 후 7년과 8년 사이에서 파손확률이 50%를 넘게 되고, 공용 후 10년과 11년 사이에 파손확률이 90%를 넘게 되는 것으로 추정되었으며, 덧씌우기 구간의 경우는 공용개시 후 7~8년과 11~12년에 파손확률이 50%와 90%를 넘는 것으로 추정되었다.

한편, 그림 4는 신설구간의 포장 수명 데이터가 대수정규분포를 따를 때 추정된 모수를 이용하여 구한 하중별 누적확률밀도함수로, 신설 구간의 경우 공용개시 후 4년까지는 거의 덧씌우기 없이 공용되지만, 5년째부터 급격히 파손확률이 증가함을 알 수 있다. 또한 하중의 크기순으로 파손확률도 증가하여 하중이 적은 구간보다 큰 교통하중이 통과하는 구간에서 파손확률이 빨리 증가함을 알 수 있다.

한편 덧씌우기 구간의 경우 교통하중의 크기순으로 파손확

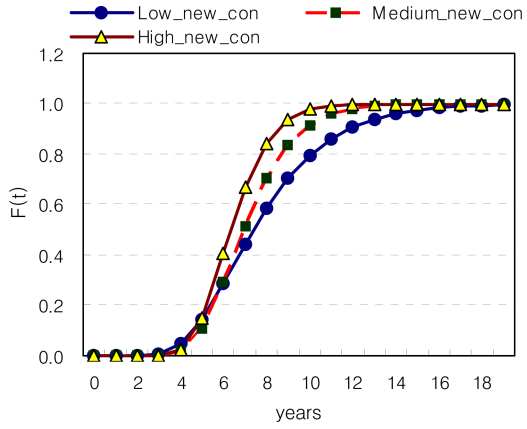

그림 4. 신설 구간의 하중별 파손확률함수

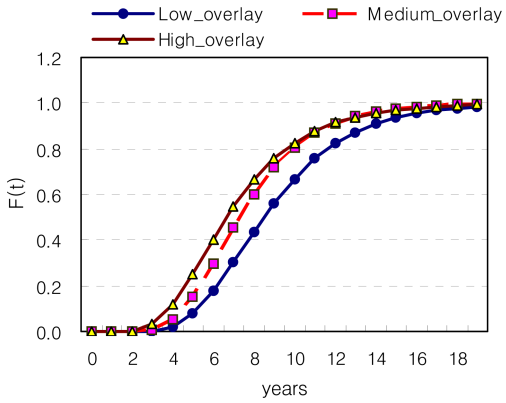

그림 5. 덧씌우기 구간의 하중별 파손확률함수

률이 증가하는 것은 신설 구간과 마찬가지로 나타났으나 신설구간보다 다소 파손확률이 서서히 증가하는 추세를 보이고 있음을 알 수 있다(그림 5 참조).

4.2 평균 수명 산정과 응용

포장의 수명 데이터가 대수정규분포를 따를 때 신뢰성 이론을 이용하면 평균 수명, 분산, 신뢰도 및 B_{10}수명 등 PMS의 운영에 매우 유용한 정보를 얻을 수 있다.

먼저 포장의 평균수명과 분산은 하중별로 구한 위치모수와 척도모수를 이용하여 식 (27), (28)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E(T) = e^{\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)} \tag{27}$$

$$\sigma^2 = e^{(2\mu+\sigma^2)}(e^{\sigma^2}-1) \tag{28}$$

즉 신설 구간(저수준 하중구간)의 경우 평균 수명과 분산은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E(T) = e^{\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)} = e^{\left(1.999+\frac{0.367^2}{2}\right)} = 7.896$$

$$\sigma^2 = e^{(2\mu+\sigma^2)}(e^{\sigma^2}-1)$$

$$= e^{(2\times 1.999+0.367^2)}(e^{0.367^2}-1) = 8.988$$

또한 신뢰도를 이용하면 현재 국도의 설계 수명인 10년을 어느 정도의 확률로 공용할 수 있는 가를 산정할 수 있다. 식 (16)에 이미 구한 모수를 대입하면 신설 구간의 경우 t=10년에서의 신뢰도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R(t=10) = 1-\Phi\left(\frac{\ln t-1.999}{0.367}\right) = 20.4\%$$

즉, 전체 신설 구간(low)의 20.4%가 설계 수명인 10년 이상 공용할 수 있다는 것을 의미한다.

마지막으로 B_{10}수명은 통상 대상 아이템의 불신뢰도가 10%에 도달하는 시점을 말하는 것으로 p번째 백분위수(p-fractile)에서 p=0.1인 경우를 말한다.

대상 구간의 포장 수명이 대수정규분포를 따르는 경우 0<p<1의 값에 대한 p번째 백분위수 B_{100p}는 $P(T<B_{100p})=p$를 만족하는 값으로 정의할 수 있으므로 다음의 관계가 성립한다.

$$R(B_{100p}) = 1-p = 1-\Phi\left(\frac{\ln B_{100p}-\mu}{\sigma}\right)$$

따라서 이 방정식을 B_{100p}에 대해 정리하면

$$B_{100p} = \exp[\sigma\Phi^{-1}(p)+\mu] \tag{29}$$

가 얻어진다. 따라서 식 (29)를 이용하면 대상 구간의 불신뢰도가 10%에 도달하는 시점을 산정할 수 있으며, 신뢰성 분야에서 B_{10}수명은 품질보증 분야나 정책입안에 많이 활용되는 척도이므로 향후 포장의 하자보수 기준 등에 활용할 수 있을 것으로 기대된다(여현동, 2010).

지금까지 PMS 운영을 위해 제안한 척도들을 신설과 덧씌우기 구간으로 구분하여 산정한 결과를 요약하면 표 2와 같다.

먼저, 신설 구간의 평균 수명을 살펴보면 저수준의 하중구간에서는 약 7.896년, 중간수준 하중구간에서는 7.181년, 고수준 하중구간에서는 6.511년으로 추정되었다.

한편 덧씌우기 구간의 평균 수명은 하중 수준별로 각각 9.110년, 7.809년, 7.318년으로 추정되어 신설 구간보다 평균 수명이 더 길게 추정되었다.

또한 현재 국도의 설계 수명인 10년이 되었을 때의 신뢰도를 구하면 신설 구간에서 하중 수준별로 각각 20.4%, 8.4%, 2.4%로 나타났으며, 덧씌우기 구간에서는 하중 수준별로 각각 33.1%, 19.6%, 17.4%로 추정되어 평균 수명과 마찬가지로 설계 수명 10년이 되었을 때의 신뢰도가 더 높은 것으로 나타났다.

다만 본 연구에서 산정한 평균 수명과 신뢰도는 공용 이후 유지보수가 이루어지는 시점까지의 단 한번의 수명을 대상으로 한 것임을 감안할 때 향후 포장 구간별로 몇 번의

표 2. 평균수명과 R(t=10) 결과

구간	하중	평균수명 (표준편차)	R(t=10) (%)	B_{10}수명
신설	Low	7.896 (2.998)	20.4	4.612
	Medium	7.181 (1.944)	8.4	4.929
	High	6.511 (1.517)	2.4	4.722
덧씌우기	Low	9.110 (3.540)	33.1	5.251
	Medium	7.809 (2.965)	19.6	4.561
	High	7.318 (3.315)	17.4	3.832

덧씌우기가 이루어지는 가를 고려한 포장 수명의 산정이 필요할 것으로 판단된다. 한편 불신뢰도가 10%에 도달하는 시점은 신설 구간과 덧씌우기 구간에서 차이가 거의 없음을 확인하였다,

5. 결론 및 향후 연구

본 연구에서는 포장관리시스템(PMS)의 경제적인 운영을 위한 기초 자료인 포장의 평균 수명을 산정하기 위해 최근 10년간의 수원과 의정부 지역의 국도 구간의 수명 데이터를 기반으로 신뢰성 개념을 도입하여 포장 수명의 고장확률, 신뢰도, 평균 수명, B_{10}수명 등의 척도를 산정하는 방안을 제시하였다.

또한 기존 연구에서 포장의 수명 데이터를 신설과 덧씌우기 구간으로 만 구분하여 최적 수명분포 형태를 선정하였지만 구간 내에서의 하중특성을 세분하여 하중의 대소관계가 최적 수명분포에 미치는 영향을 살펴보고 하중 수준별 평균 수명을 산정하는 방안을 제시하였다.

분석 결과, 포장의 최적 수명분포는 하중의 대소와 상관없이 대수정규분포가 가장 실제 관측값을 잘 표현하는 것으로 나타났으며, 이 때 모수 추정을 위해서 최대우도추정법(MLE)을 사용하였으며, 적합성 검정을 위해서는 AD(Anderson-Daring) 통계량을 이용하였다.

추정된 모수를 기반으로 신설 포장과 덧씌우기 포장의 평균 수명을 산정한 결과, 각각 6.5~7.9년과 7.3~9.1년으로 추정되었으며 상대적으로 덧씌우기 구간의 평균 수명이 더 길게 추정되었다.

또한 현재 국도의 설계 수명인 10년이 되었을 때의 신뢰도도 신설 구간보다 덧씌우기 구간이 더 높은 것으로 나타났다.

향후 본 연구에서 제안한 방법은 포장관리 및 유지보수 데이터가 축적되어감에 따라 비교적 용이하게 계속 보완이 가능하여 보다 정확한 포장수명에 대한 신뢰도 값에 접근할 수 있을 것으로 보이며, 본 연구에서 제시한 도로구간의 수명예측과 신뢰도 산정 방안을 바탕으로 유지보수가 필요한 구간 즉, 수요의 산정과 필요한 예산 수준의 추정도 가능하여 도로 및 포장관리에 중요한 기초자료로 활용될 수 있을 것이라 기대된다.

참고문헌

권수안, 정경영, 서영찬(2002) 국도 아스팔트포장의 특수포장 적용을 위한 교통량 기준제안 연구, **한국도로포장공학회논문집**, 한국도로포장공학회, 제4권 제3호, pp. 25-33.

도명식, 권수안(2010) 신뢰성 개념을 이용한 적정 포장 수명분포 선정, **한국도로학회논문집**, 한국도로학회, 제12권 제1호, pp. 61-69

도명식, 한대석, 유인균, 이수형(2006) LCC를 고려한 내유동포장의 공용성 및 경제성 분석에 관한 연구, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제26권 제5D, pp. 783-796.

박동호, 임재학, 남경현(2006) **공학도를 위한 수명분포개념과 응용**, 영지문화사.

배도선, 전영록(1999) **신뢰성 분석**, 아르케.

여현동, 서영찬, 남정희, 권수안, 정진훈(2009) 시멘트 콘크리트포장의 성능인자와 임계한도에 관한 연구, **한국도로학회 2009 학술대회 논문집**, 한국도로학회, pp. 471-478.

유평준, 이동현(2002) 확률적 포장 공용성 예측모델 개발 방법론, **한국도로포장공학회 논문집**, 한국도로포장학회, 제4권 제4호, pp. 1-12.

한국건설기술연구원(2009) **2008 도로포장관리시스템 최종보고서**.

Gharaibeh, N.G. and Darter, M.I. (2003) Probabilistic analysis of highway pavement life for Illinois, *Transportation Research Record 1823*, No. 03-4294, pp. 111-120,

Gourieroux, C. (2000) *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge Univ. Press.

Hong, T., Chung, S. Han, S., and Lee, S. (2006) Service life estimation of concrete bridge decks. *KSCE J. of Civil Engineering*, Vol. 10, No. 4, pp. 233-241.

Kim, S. and Kim, N. (2006) Development of performance prediction models in flexible pavement using regression analysis method. *KSCE J. of Civil Engineering*, Vol. 10, No. 2, pp. 91-96.

Kobayashi, K., Do, M., and Han, D. (2010) Estimation of Markovian transition probabilities for pavement deterioration forecasting, *KSCE J. of Civil Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 343-351.

Lancaster, T. (1990) *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge Univ. Press.

Loizos, A. and Karlaftis, M.G. (2005) Prediction of pavement crack initiation from in-service pavements: A duration model approach. *J. of the Transportation Research Board, No. 1940*, TRB, pp. 38-42.

Mishalani, R. G. and Madanat, S.M. (2002) Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models. *J. of Infrastructure Systems*, Vol. 8, No. 4, pp. 139-148.

Park, S. (2004). Identifying the hazard characteristics of pipes in water distribution systems by using the proportional hazard model: 2. Applications. *KSCE J. of Civil Engineering*, Vol. 8, No. 6, pp. 669-677.

Tsunokawa, K. and Ul-Islam, R. (2003) Optimal pavement design and maintenance strategy for developing countries : An analysis using HDM-4. *The International Journal of Pavement Engineering*, Vol. 4 No. 4. pp. 193-208.

Yang, J., Gunaratne, M., Lu, J.J., and Dietrich, B. (2005) Use of recurrent Markov chains for modeling the crack performance of flexible pavements. *J. of Transportation Engineering*, Vol. 131, No. 11, pp. 861-872.

青木一也, 山本浩司, 津田尙胤, 小林潔司(2005) 多段階ワイブル劣化ハザドモデル, **土木學會論文集**, No. 798, VI-68, pp. 125-136.

(접수일: 2009.12.16/심사일: 2010.6.7/심사완료일: 2010.7.8)