

사장교의 기하학적 비선형 거동의 해석적 연구

Analytical Study of Geometric Nonlinear Behavior of Cable-stayed Bridges

김승준* · 이기세** · 김경식*** · 강영종****

Kim, Seungjun · Lee, Kee Sei · Kim, Kyung Sik · Kang, Young Jong

Abstract

This paper presents an investigation on the geometric nonlinear behavior of cable-stayed bridges using geometric nonlinear finite element analysis method. The girder and mast in cable-stayed bridges show the combined axial load and bending moment interaction due to horizontal and vertical forces of inclined cable. So these members are considered as beam-column member. In this study, the nonlinear finite element analysis method is used to resolve the geometric nonlinear behavior of cable-stayed bridges in consideration of beam-column effect, large displacement effect (known as $P-\delta$ effect) and cable sag effect. To analyze a cable-stayed bridge model, nonlinear 6-degree of freedom frame element and nonlinear 3-degree of freedom equivalent truss element is used. To resolve the geometric nonlinear behavior for various live load cases, the initial shape analysis is performed for considering dead load before live load analysis. Then the geometric nonlinear analysis for each live load case is performed. The deformed shapes of each model, load-displacement curves of each point and load-tensile force curves for each cable are presented for quantitative study of geometric nonlinear behavior of cable-stayed bridges.

Keywords : cable-stayed bridge, geometric nonlinear analysis, large displacement effect, beam-column effect, equivalent truss element

요 지

본 연구에서는 사장교의 기하학적 비선형 거동을 기하학적 비선형 유한요소 해석을 통해 분석한다. 사장교의 주탑 및 거더는 휨 모멘트 뿐만 아니라 케이블의 장력에 의해 축력이 작용한다. 즉, 거더와 주탑은 보-기둥 부재와 같이 휨모멘트와 축력의 상호작용에 의한 대변위 거동을 일으킬 수 있다. 본 연구에서는 기하학적 비선형 해석을 통해 완성계 사장교의 대변위 효과, 주탑 및 거더의 보-기둥 효과 그리고 케이블의 새그효과가 모두 고려된 비선형 거동을 검토하였다. 거더 및 주탑은 6자유도 프레임 요소로 모사하고 사장교 케이블은 새그효과를 효율적으로 고려하기 위해 3자유도 등가 트러스 요소를 사용하여 모사하였다. 해석은 먼저 사하중에 대한 초기 형상 해석을 통해 사하중을 고려하고, 이 후 각기 다른 형태의 활하중에 대한 기하학적 비선형 해석을 수행하였다. 해석 후 각 모델의 변형형상, 각 주요 지점의 하중-변위곡선, 케이블 장력의 변화등의 정량적 수치를 분석하여 고려한 활하중 형태 및 사장교 형식에 대한 주요 기하학적 비선형 거동을 규명하였다.

핵심용어 : 사장교, 기하비선형해석, 대변위 효과, 보-기둥 효과, 등가 트러스요소

1. 서 론

케이블의 인장강도와 주탑 및 거더의 휨, 압축강도등을 효과적으로 결합한 사장교는 구조적인 효율성 뿐만 아니라 수려한 외관에 따라 장기간 교량으로 많이 건설되고 있다. 일반적으로 사장교는 그 구조 특성상 재료적 비선형성 뿐만 아니라 기하학적 비선형성을 나타낸다. 케이블로 지지되는 사장교는 거더와 케이블 그리고 주탑이 서로 복잡한 상호작용을 일으키고 특히 사장교의 케이블은 기울임각을 갖고 주탑 및 거더에 연결되어 있어서 케이블의 장력은 거더 및 주

탑에 큰 압축력을 작용시키는데, 이렇게 도입되는 압축력은 결과적으로 주탑 및 거더의 좌굴 안정성을 저하시키는 주요 인자로 작용하게 된다. 즉, 사장교에 대변위가 발생함에 따라 거더 및 주탑의 변형도와 케이블의 장력의 수평 및 수직 분력성분은 $P-\delta$ 효과에 따라 좌굴을 발생시킬 수 있다. 결과적으로 사장교의 주탑 및 거더는 휨모멘트 뿐만 아니라 큰 축력도 함께 작용하는 보-기둥 구조체의 거동을 하게 된다. 이렇게 복잡한 사장교의 정적 거동은 기하 비선형 해석을 통해 실질적이고 정확한 대변위 거동을 규명할 수 있다.

사장교의 주요 정적 거동에 대한 연구는 초기형상해석 기

*정회원 · 고려대학교 건축 · 사회환경공학과 박사과정 (E-mail : rocksmell@korea.ac.kr)

**정회원 · 고려대학교 건축 · 사회환경공학과 박사과정 (E-mail : piridin@korea.ac.kr)

***정회원 · 청주대학교 토목환경공학과 교수 (E-mail : kkim@cju.ac.kr)

****정회원 · 교신저자 · 고려대학교 건축 · 사회환경공학과 교수 (E-mail : yjkang@korea.ac.kr)

법의 연구, 고유치해석기법을 통한 주요 거동 및 각 부재의 유효좌굴길이 산정법의 연구 등이 주를 이루고 있다. Wang(1993, 1996), 윤근진 등(2001) 등은 각 부재의 내력 성분을 반복적인 형상해석단계마다 초기력으로 고려하는 초기부재력법을 통한 초기형상해석법을 연구하였고, 김문영 등(2003)은 기존의 초기부재력법 및 TCUD(Target Configuration Under Dead Load)법을 결합한 개선된 해석법을 제시하였다. 송원근 등(2005)는 시공갬버와 케이블의 장력을 매 반복적인 비선형해석 단계마다 초기 모델 형상 및 케이블의 초기력으로 고려하는 초기형상 결정법을 제시하였다.

경용수 등(2005), 최동호 등(2005)는 기존의 탄성고유치해석법을 통한 각 부재의 유효좌굴길이 산정법의 오류를 개선하기 위해 부재 내력상태에 따른 접선 탄성계수를 적용한 반복적인 고유치해석법을 근간으로 한 비탄성 좌굴 고유치 해석법을 통한 부재의 유효좌굴길이 산정법을 제시하였다.

Ren(1999)는 팬형 사장교의 재료 및 기하학적 비선형 해석을 통해 극한거동을 검토하였는데 사장교의 좌굴등의 안정성 문제는 분기형 좌굴 개념이 아닌 한계상태 불안정성 개념으로 접근해야한다고 언급하고 있다. Shu 등(2001)은 케이블의 배치형태, 주경간장-전경간장비, 주탑-거더 강성비 등의 매개변수에 대한 사장교의 좌굴거동에 대한 정량적 분석을 하였는데, 일반적인 고유치 해석으로 접근하여 케이블 장력의 변화, 주탑 및 거더의 보-기동 거동 등의 주요한 기하학적 비선형 인자들에 대한 고려를 합리적으로 하지 못하였다.

사장교의 대변위 거동 등의 기하학적 비선형 거동은 구조물의 좌굴 안정성과 큰 연관이 있다. 특히 사장교는 경사진 케이블의 장력성분이 주탑 및 거더에 직접적으로 큰 압축력으로 도입되어 결과적으로 구조물의 안정성을 저하시키게 되는데 기존의 사장교의 좌굴 안정성 연구들은 대개 고유치 해석을 통한 접근으로 케이블 장력의 변화, 주탑 및 거더의 보-기동 효과, 구조물의 대변위 거동 효과, 주탑-거더-케이블의 상호작용효과 등의 주요한 기하학적 비선형 인자들을 실질적으로 고려하지 못하였고 특히 활하중에 대한 고려 시 사하중에 대한 초기 형상 해석의 고려가 불분명한 연구들이 대다수여서 활하중에 대한 완성계 사장교의 실질적인 대변위 거동의 규명이 명확히 이루어지지 않았다.

기본적으로 사장교의 대변위 거동에 대한 연구는 비선형 해석을 통해 접근해야 하는데 이는 앞서 언급한대로 주탑과 거더 그리고 케이블의 매우 복잡한 상호작용효과에 따른 비선형성을 정확히 반영해야 하기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 각 부재의 기하학적 비선형 요소를 적용하여 실제 비선형적 거동을 모사하여 사장교의 대변위 거동에 대해 정량적으로 분석하였다. 이를 위해 본 연구에서는 먼저 초기형상 해석을 통해 구조물의 사하중을 고려하고 이후 각기 다른 형태로 작용하는 활하중에 대한 기하학적 비선형 거동을 분석하였다. 이를 위해 비선형 6자유도 프레임요소 및 케이블요소를 갖고 일반화된 변위 제어 방법(Generalized Displacement Control Method, Yang 1994)의 하중-중분 계산법을 이용한 비선형 해석 프로그램을 작성하였고 선형연구와의 해석결과 비교로써 작성 프로그램의 타당성을 검증하였다. 케이블의 배치형태가 다른 세 모델, 즉 방사형, 팬형 그리고 하프형 사장교의 기하 비선형 거동을 검토하였고 거더와 주탑의

보-기동효과, 대변위 효과 그리고 케이블의 새그효과에 따른 부재의 좌굴 거동, 케이블 장력의 변화 및 전체 구조물 안정성의 변화등을 정량적으로 분석하고 결과적으로 활하중이 재하되는 완성계 사장교의 주요한 기하학적 비선형 거동을 규명하였다.

2. 사장교의 비선형 해석

본 연구에서는 사하중 및 활하중에 대한 사장교의 기하학적 비선형 해석을 수행하였는데 먼저 사하중에 대해 초기 형상 해석을 수행하여 사하중을 고려하고 이후 활하중에 대한 비선형 해석을 수행하였다. 이를 위해 주탑 및 거더 그리고 케이블을 합리적으로 모사할 수 있는 비선형 요소가 있고 사장교의 초기 형상 해석 및 활하중에 대한 비선형 해석이 가능한 전용 유효요소해석 프로그램을 작성하였다.

본 연구에서는 사장교의 주탑과 거더 그리고 케이블을 합리적으로 모델링하기 위해 3차원 프레임요소 및 3차원 트러스요소 그리고 등기트러스요소의 기하비선형 요소를 사용하였다. 사용한 요소는 Updated Lagrangian Formulation에 의해 정식화하였고 기본적으로 가상일의 법칙을 따라서 정식화하였는데 보요소의 경우 변형률텐서에서 고차항까지 고려하여 보다 엄밀한 강성행렬을 사용하였다. Updated Lagrangian Formulation과 가상일의 법칙을 이용한 증분 평형방정식은 다음과 같다(Bathe, 1996).

$$\int_V S_{ij} \delta_i \varepsilon_{ij}^t dV + \int_V \tau_{ij} \delta_i \eta_{ij}^t dV = {}^{t+\Delta t}R - \int_V \tau_{ij} \delta_i e_{ij}^t dV \quad (1)$$

여기서, S_{ij} : 2nd Piola-Kirchhoff Stress Tensor

ε_{ij} : Green-Lagrangian Strain Tensor

$$= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} \cdot u_{k,j}) = e_{ij} + \eta_{ij}$$

e_{ij} : ε_{ij} 의 선형성분(= $\frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$)

η_{ij} : ε_{ij} 의 비선형성분(= $\frac{1}{2}(u_{k,i} \cdot u_{k,j})$)

τ_{ij} : Cauchy Stress Tensor

${}^{t+\Delta t}R$: 외력에 의한 추가적인 일

$${}^{t+\Delta t}R = \int_{\Gamma} {}^{t+\Delta t}f_i^B \delta u_i^{t+\Delta t} dV + \int_{\Gamma} {}^{t+\Delta t}f_i^S \delta u_i^{t+\Delta t} dS$$

f_i^B, f_i^S : 체적력, 표면력 u_i : 변위

위의 증분 평형방정식 (1)은 선형항 및 비선형 항이 혼재되어 있어 비선형 문제를 수치적으로 해결하기 위해 이를 선형화시킨 증분 평형방정식을 이용하여 각 요소의 강성행렬을 유도할 수 있고 선형화된 증분 평형방정식은 다음과 같다.

$$\int_V {}^t C_{ijrst} e_{rs} \delta_i e_{ij}^t dV = \int_V \tau_{ij} \delta_i \eta_{ij}^t dV = {}^{t+\Delta t}R - \int_V \tau_{ij} \delta_i e_{ij}^t dV \quad (2)$$

여기서, ${}^t C_{ijrs}$: Incremental stress-strain tensor at time t

위의 증분 평형방정식 (2)에 각 요소의 변위함수 및 응력-변형률관계를 대입하여 정리하면 각 요소의 강성행렬을 유도할 수 있다.

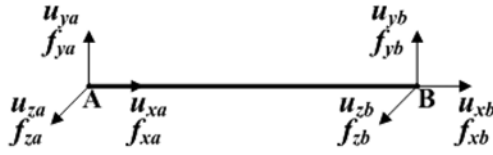


그림 1. 트러스요소의 절점변위 및 절점력

2.1 비선형 트러스요소

그림 1과 같이 각 절점당 3개의 자유도를 가지고 있는 3차원 트러스 요소의 절점력 및 절점 변위 벡터는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{f\} = \{f_{xa} \ f_{ya} \ f_{za} \ f_{xb} \ f_{yb} \ f_{zb}\}^T \quad (3)$$

$$\{u\} = \{u_{xa} \ u_{ya} \ u_{za} \ u_{xb} \ u_{yb} \ u_{zb}\}^T \quad (4)$$

여기서 식 (2)의 증분 평형방정식을 이용하여 요소의 변위-하중관계에 따른 탄성 강성행렬 및 기하 강성행렬을 구성하기 위해 다음과 같이 Green-Lagrangian 변형률 텐서의 선형 및 비선형성분을 구성해야 한다. 트러스요소의 변형률은 축방향 성분만을 고려하기 때문에 ϵ_{11} 및 η_{11} 을 다음과 같이 고려하게 된다.

$${}^i e_{11} = \frac{\partial {}^i u_1}{\partial x_1} = \frac{\Delta u_x}{l} = \frac{u_{xb} - u_{xa}}{l} = \frac{1}{l} [-100100] \{u\} \quad (5)$$

$$\delta_i e_{11} = \frac{1}{l} [-100100] \delta \{u\} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} {}^i \eta_{11} &= \frac{1}{2} (u_{1,1})^2 + (u_{2,1})^2 + (u_{3,1})^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\Delta u_x}{l} \right)^2 + \left(\frac{\Delta u_y}{l} \right)^2 + \left(\frac{\Delta u_z}{l} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\delta_i \eta_{11} = u_{1,1} \delta u_{1,1} + u_{2,1} \delta u_{2,1} + u_{3,1} \delta u_{3,1}$$

$$= [\delta_i u_{1,1} \ \delta_i u_{2,1} \ \delta_i u_{3,1}] \begin{bmatrix} {}^i u_{1,1} \\ {}^i u_{2,1} \\ {}^i u_{3,1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} {}^i u_{1,1} \\ {}^i u_{2,1} \\ {}^i u_{3,1} \end{bmatrix} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \{u\} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \delta_i u_{1,1} \\ \delta_i u_{2,1} \\ \delta_i u_{3,1} \end{bmatrix} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \delta \{u\} \quad (10)$$

이렇게 구성한 변형률 텐서를 식 (2)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 6자유도 트러스요소의 증분 평형 방정식을 구성할 수 있고 탄성강성행렬 및 기하강성행렬을 얻을 수 있다.

$$[k_e] \delta_i [u]^t [u] + [k_g] \delta_i [u]^t [u] = \delta_i [u]^t ({}^{t+\Delta t} R - {}^t F) \quad (11)$$

$$[k_e] = \frac{E' A'}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$[k_g] = \frac{{}^i \tau_{11} A'}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

2.2 등가 트러스요소

일반적으로 새그(sag)가 큰 케이블은 현수선형 또는 포물선형의 요소로서 정식화하여 사용해야 정밀한 해를 얻을 수 있다. 하지만 사장교에 사용되는 케이블은 새그가 크지 않기 때문에 계산량이 많고 복잡한 현수선요소보다 기존의 비선형 트러스요소에서 자중등의 등분포하중에 따른 길이방향 변위효과를 고려하여 등가의 탄성계수를 고려하는 등가트러스 요소를 주로 사용한다. 본 연구에서는 앞서 유도된 비선형 트러스 요소에 대해 매 해석단계마다의 케이블 내력상태 및 자중에 의한 새그효과를 고려한 탄성계수를 고려하여 케이블을 모사하였다.

케이블부재의 활선 탄성계수(secant modulus) 및 접선 탄성계수(tangent modulus)는 다음과 같다.(Gimsing 1983)

$$E_{sec} = \frac{E}{1 + \frac{w^2 l^2 (T_0 + T_1)}{24 T_0^2 T_1} EA} \quad (14)$$

$$E_{tan} = \frac{E}{1 + \frac{w^2 l^2}{12 T_0^3} EA} \quad (15)$$

E_{sec} : 활선 탄성계수

E_{tan} : 접선 탄성계수

T_0 : 하중 재하 전의 케이블 장력

T_1 : 하중 재하 후의 케이블 장력

w : 케이블 단위 길이당 자중

l : 케이블의 수평 길이

따라서 등가트러스요소의 강성행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$[k] = [k]_E + [k]_G = \frac{E'_{eq} A'}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{{}^i \tau_{11} A'}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서, $E_{eq} = E_{sec}$ or E_{tan}

2.3 3차원 프레임 요소

사장교의 거더 및 주탑의 합리적인 고려를 위해 본 연구에서 다음과 같이 3차원 프레임 요소를 정식화하였다. 앞선 트러스요소와 같이 가상일의 법칙과 Updated Lagrangian

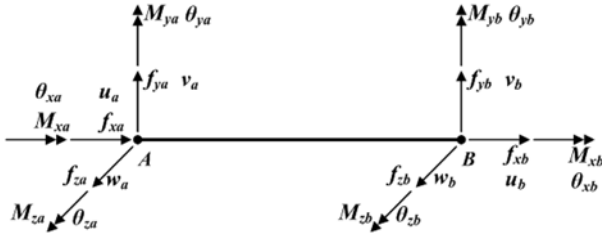


그림 2. 6자유도 보요소의 절점변위 및 절점력 벡터

Formulation에 의해 정식화하였고 변위 및 변형률의 비선형 항까지 모두 고려하여 매우 엄밀한 기하 강성행렬을 적용하였다.

그림 2와 같이 정의된 보요소의 절점력 및 절점 변위 벡터는 아래 식 (17), (18)과 같다.

$$\{u\}^T = \{u_a \ v_a \ w_a \ \theta_{xa} \ \theta_{ya} \ \theta_{za} \ u_b \ v_b \ w_b \ \theta_{xb} \ \theta_{yb} \ \theta_{zb}\}^T \quad (17)$$

$$\{f\}^T = \{f_{xa} \ f_{ya} \ f_{za} \ M_{xa} \ M_{ya} \ M_{za} \ f_{xb} \ f_{yb} \ M_{xb} \ M_{yb} \ M_{zb}\}^T \quad (18)$$

그리고 도심의 변위를 각각 u , v , w 그리고 θ_x 라 하면 단면 내 임의의 점 N에서의 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_x = u - yv' - zw' \quad (19)$$

$$u_y = v - z\theta_x \quad (20)$$

$$u_z = w + y\theta_x \quad (21)$$

(y, z : 점 N의 단면내 도심에 대한 y, z 축방향 좌표)

프레임요소는 앞선 트러스요소와 달리 축방향 응력 이외에도 전단응력 성분에 대해서도 고려해야 한다. 즉, 앞선 증분 평형방정식 (2)에 대해 축방향 및 전단응력성분들을 고려하여 재정리하면 다음과 같은 증분 평형방정식을 고려할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_V E_t e_{xx} \delta_t e_{xx} + 4G_t e_{xy} \delta_t e_{xy} + 4G_t e_{xz} \delta_t e_{xz} dV \\ & + \int_V \tau_{xx} \delta_t \eta_{xx} + 2\tau_{xy} \delta_t \eta_{xy} + 2\tau_{xz} \delta_t \eta_{xz} + \tau_{yy} \delta_t \eta_{yy} \\ & 2^t \tau_{yz} \delta_t \eta_{yz} + \tau_{zz} \delta_t \eta_{zz} dV = {}^{t+\Delta t} R - {}^t R \end{aligned} \quad (22)$$

따라서 식 (22)의 증분 평형방정식 좌변과 우변에 있는 변형률항에 식 (19)~(21)의 변위성분을 이용한 Euler-Lagrangian 변형률 텐서를 대입하고 아래 식 (23)~(34)의 시간 t 및 $t+\Delta t$ 에서의 응력의 적분과 절점력간의 관계식을 대입하여 정리하면 식 (35)와 같은 증분 평형 방정식을 얻을 수 있다.

$$\int_A {}^t \tau_{xx} dA = {}^t F_x \quad (23)$$

$$\int_A {}^t \tau_{xy} dA = {}^t F_y \quad (24)$$

$$\int_A {}^t \tau_{xz} dA = {}^t F_z \quad (25)$$

$$\int_A {}^t \tau_{xx} z dA = {}^t M_y \quad (26)$$

$$-\int_A {}^t \tau_{xy} y dA = {}^t M_z \quad (27)$$

$$\int_A ({}^t \tau_{xz} y - {}^t \tau_{xy} z) dA = {}^t M_x \quad (28)$$

$$\int_A {}^{t+\Delta t} S_{xx} dA = {}^{t+\Delta t} F_x \quad (29)$$

$$\int_A {}^{t+\Delta t} S_{xy} dA = {}^{t+\Delta t} F_y \quad (30)$$

$$\int_A {}^{t+\Delta t} S_{xz} dA = {}^{t+\Delta t} F_z \quad (31)$$

$$\int_A ({}^{t+\Delta t} S_{xz} \cdot y - {}^{t+\Delta t} S_{xy} \cdot z) dA - \left[\int_A ({}^t \tau_{xz} z + {}^t \tau_{xy} y) dA \right] \theta_x = {}^{t+\Delta t} M_x \quad (32)$$

$$\int_A {}^{t+\Delta t} S_{xx} \cdot z dA - {}^t M_z \theta_x + \left(\int_A {}^t \tau_{xz} y dA \right) \theta_z - \left(\int_A {}^t \tau_{xy} dA \right) \theta_y = {}^{t+\Delta t} M_y \quad (33)$$

$$-\int_A {}^{t+\Delta t} S_{xx} \cdot y dA + {}^t M_y \theta_x + \left(\int_A {}^t \tau_{xz} z dA \right) \theta_y - \left(\int_A {}^t \tau_{xy} y dA \right) \theta_z = {}^{t+\Delta t} M_z \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^L EA u' \delta u' + EI_y w'' \delta w'' + EI_z v'' \delta v'' + GJ \theta_c' \delta \theta_c' dx \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L F_x \delta (u'^2 + v'^2 + w'^2) + {}^t F_x \left(\frac{I_y}{A} \delta w''^2 + \frac{I_z}{A} \delta v''^2 \right) \\ & + {}^t F_x \frac{I_y + I_z}{A} \delta \theta_x'^2 dx + \int_0^L -{}^t M_z \delta (w' \theta_x') - {}^t M_y \delta (v' \theta_x') \\ & - {}^t F_z \delta (v' \theta_x + u' w') dx + \frac{1}{2} \int_0^L {}^t M_y \delta (w' \theta_x - u' v') \\ & - {}^t M \delta (w'' v') dx = \{ \delta u \} \cdot ({}^{t+\Delta t} \{ f \} - \{ f \}) \\ & + \left[-\left(\frac{1}{2} {}^t M_x \theta_x \right) \cdot \delta \theta_y \cdot ({}^t M_z \theta_x) \cdot \delta \theta_y - ({}^t M_y \theta_x) \cdot \delta \theta_z + \left(\frac{1}{2} {}^t M_x \theta_y \right) \cdot \delta \theta_z \right]_0^L \end{aligned} \quad (35)$$

이제 변위함수 및 변위함수의 도함수를 위 식에 대입하여 정리하면 강성행렬을 얻을 수 있다. 위의 식에 필요한 변위함수 중 축방향변위 및 비틀림변위 u 와 θ_x 는 요소의 길이 방향에 대해 선형 변화를 보이고 횡방향 및 수직방향 변위인 v 와 w 는 3차함수형태로 변화한다고 가정하여 요소 내 변위를 다음과 같이 양 절점 변위와 연계하여 구성할 수 있고 이를 식 (35)에 대입하여 정리하면 강성행렬을 구할 수 있다.

$$u = \{n_1\}^T \{\bar{u}\} \quad (36)$$

$$v = \{n_3\}^T \{\bar{v}\} \quad (37)$$

$$w = \{n_3\}^T \{\bar{w}\} \quad (38)$$

$$\theta_x = \{n_1\}^T \{\bar{\theta}_x\} \quad (39)$$

여기서,

$$\{n_1\}^T = \{(1-i)i\}$$

$$\{n_3\}^T = \{(1-3i^2+2i^3)(i-2i^2+i^3)(3i^2-2i^3)(i^3-i^2)\}$$

$$\{\bar{u}\}^T = \{u_a \ u_b\}$$

$$\{\bar{v}\}^T = \{v_a L \theta_{za} \ v_b L \theta_{zb}\}$$

$$\{\bar{\theta}_x\}^T = \{\bar{\theta}_{xa} \ \bar{\theta}_{xb}\}$$

$${}^t F_x = {}^t F_{xb}$$

$${}^t F_y = \frac{{}^t M_{za} + {}^t M_{zb}}{L}$$

$${}^t F_z = \frac{{}^t M_{ya} + {}^t M_{yb}}{L}$$

$${}^t M_x = {}^t M_{xb}$$

$${}^iM_y = -{}^iM_{ya}(1-i) + {}^iM_{yb}i$$

$${}^iM_z = -{}^iM_{za}(1-i) + {}^iM_{zb}i$$

$$0 \leq i \leq 1 \quad (i=0 \text{ @node A, } i=1 \text{ @ node B})$$

특히 본 연구에서는 증분 평형방정식 (35)에서 우변의 접점 모멘트성분에 의한 에너지 항에 대해 고려하여 이를 좌변으로 이동시켜 추가적인 강성행렬을 고려하였다. 즉 본 연구에서 적용한 6자유도 보요소의 강성행렬은 탄성강성행렬 $[k_e]$ 과 기하학적 강성행렬 그리고 추가적으로 야기된 모멘트행렬의 합으로서 고려되었다(Yang & Kuo 1994).

$$[k_g] = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 & -d & -e & -a & 0 & 0 & 0 & -n & -o \\ & b & 0 & d & g & k & 0 & -b & 0 & n & -g & k \\ & & c & e & -h & g & 0 & 0 & -c & o & -h & -g \\ & & & f & i & l & 0 & -d & -e & -f & -i & -l \\ & & & & j & 0 & d & -g & h & -i & p & -q \\ & & & & & m & e & -k & -g & -l & q & r \\ & & & & & & a & 0 & 0 & 0 & n & o \\ & & & & & & & b & 0 & -n & g & -k \\ & & & & & & & & c & -o & h & g \\ & & & & & & & & & f & i & l \\ & & & & & & & & & & j & 0 \\ & & & & & & & & & & & m \end{bmatrix} \quad (40)$$

여기서,

$$a = \frac{{}^iF_{xb}}{L}, \quad b = \frac{6{}^iF_{xb}}{5L} + \frac{12{}^iF_{xb}I_z}{AL^3}$$

$$c = \frac{6{}^iF_{xb}}{5L} + \frac{12{}^iF_{xb}I_y}{AL^3}, \quad d = \frac{{}^iM_{ya}}{L}, \quad e = \frac{{}^iM_{za}}{L}$$

$$f = \frac{{}^iF_{xb}J}{AL}, \quad g = \frac{{}^iM_{xb}}{L}, \quad h = \frac{{}^iF_{xb}}{10} + \frac{6{}^iF_{xb}I_y}{AL^2}$$

$$i = \frac{{}^iM_{za} + {}^iM_{zb}}{6}, \quad j = \frac{2{}^iF_{xb}L}{15} + \frac{4{}^iF_{xb}I_y}{AL}$$

$$k = \frac{{}^iF_{xb}}{10} + \frac{6{}^iF_{xb}I_z}{AL^2}, \quad l = \frac{{}^iM_{ya} + {}^iM_{yb}}{6}$$

$$m = \frac{2{}^iF_{xb}L}{15} + \frac{4{}^iF_{xb}I_z}{AL}, \quad n = \frac{{}^iM_{yb}}{L}, \quad o = \frac{{}^iM_{zb}}{L}$$

$$p = -\frac{{}^iF_{xb}L}{30} + \frac{2{}^iF_{xb}I_y}{AL}, \quad q = -\frac{{}^iM_{xb}}{2}$$

$$r = -\frac{{}^iF_{xb}L}{30} + \frac{2{}^iF_{xb}I_z}{AL}$$

$$[k_i] = \begin{bmatrix} [0] & & & \\ & [k_i]_a & & \\ & & 0 & \\ & & & [k_i]_b \end{bmatrix} \quad (41)$$

여기서,

$$[k_i]_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ {}^iM_{za} & 0 & -{}^iM_{xa}/2 \\ -{}^iM_{ya} & {}^iM_{xa}/2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[k_i]_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ {}^iM_{zb} & 0 & -{}^iM_{xb}/2 \\ -{}^iM_{yb} & {}^iM_{xb}/2 & 0 \end{bmatrix}$$

2.4 증분-반복 해석법

본 연구에서는 비선형문제를 풀기 위해 증분-반복법으로써 Generalized Displacement Method(Yang & Kuo 1994, 임 2001) 방법을 사용하였다. 이 방법은 매 단계마다 바로 전 증분반복해석 단계에서 발생한 증분변위벡터에 따라 고려하는 증분하중계수를 결정하게 되는데 이에 따라 강성이 0에 가까운 임계 상태 및 부 강성 구간(Negative Stiffness Zone), 강성의 부호가 바뀌는 구간등에 대해 매우 효율적으로 추적 이 가능하다. i-증분 j-반복 계산단계에서의 증분하중계수를 λ_j^i 라 표현하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\lambda_1 = \pm \lambda_1^1 |GSP|^{1/2} \quad (j=1)$$

$$\lambda_j = -\frac{\{\Delta \hat{U}_1^{j-1}\}^T \{\Delta \bar{U}_j\}}{\{\Delta \hat{U}_1^{j-1}\}^T \{\Delta \bar{U}_j\}} \quad (j \geq 2) \quad (42)$$

여기서,

$$GSP = \frac{\{\Delta \hat{U}_1^1\}^T \{\Delta \hat{U}_1^1\}}{\{\Delta \hat{U}_1^{j-1}\}^T \{\Delta \hat{U}_1^1\}} \quad \text{일반화된 강성 파라미터}$$

(Generalized Stiffness Parameter)

$\{\Delta U\}_j^i$: i-증분해석 단계 중 j번째 반복해석 수행 후 발생한 증분변위 성분

$\{\Delta \hat{U}_j^i\}$: i-증분해석 단계에서 j-1 반복해석 단계 후 구성된 구조물의 강성 $[K_{j-1}^i]$ 을 이용하여 구한 총 하중벡터 $\{\hat{P}\}$ 에 대한 변위성분

$\{\Delta \bar{U}_j^i\}$: i-증분해석 단계에서 j-1 반복해석 단계 후 구성된 구조물의 강성 $[K_{j-1}^i]$ 을 이용하여 구한 j-1해석 후 발생한 불평균하중벡터 $\{R_{j-1}^i\}$ 에 대한 변위성분

그리고 i-증분 j-반복해석단계 수행 후 발생한 증분변위벡터와 총 하중증분계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\Delta U\}_j^i = \lambda_j^i \{\Delta \hat{U}_j^i\} + \{\Delta \bar{U}_j^i\} \quad (43)$$

$$\Lambda_j^i = \Lambda_{j-1}^i + \lambda_j^i (\Lambda_0^i = \Lambda_1^{i-1}) \quad (44)$$

3. 초기 형상 해석법

본 연구에서는 활하중에 대한 완성계 사장교의 비선형 해석에 앞서 초기에 작용하는 구조물의 사하중에 대하여 목표 형상을 만족하고 주형 및 주탑의 휨모멘트가 최소가 되게 하는 초기 형상 해석을 선행하였다.

여기서 형상오차검토를 위한 기준치는 다음과 같다.

$$\varepsilon = \Delta U_{cy} / L_c < 10^{-5} \quad \varepsilon : \text{형상 오차}$$

ΔU_{cy} : 중앙지간 중앙부 수직 변위, L_c : 중앙지간길이

초기 형상 해석에 대해서는 시산법(trial & error method),

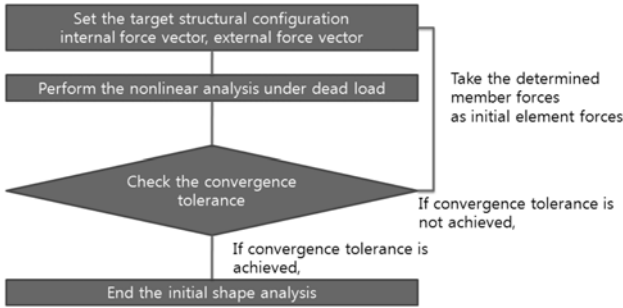


그림 3. 초기형상해석의 절차(초기부재력법)

초기부재력법, 변형에너지 최소화법, 목표형상해석법(TCUD; Target Configuration Under Dead Loads), 순차적 반복계산법(Successive Iteration Method), 오차 최소화기법 등이 연구되었는데 각 방법은 앞서 언급한 기본적인 사장교의 초기형상만족의 조건을 충족시키는 목적에 의해 선형 해석 및 비선형해석, 반복해석등의 다양한 기법을 통한 것으로. 본 연구에서는 요구되는 초기 평형 상태를 만족하게 하는 케이블의 초기 장력을 반복적으로 재하하는 초기부재력법에 따라 사하중을 합리적으로 고려하였다. 즉, 그림 3과 같이 목표형상을 만족할 때까지 비선형해석을 반복적으로 수행하여 케이블의 요구 장력을 구하게 된다. 이러한 해석을 수행한 후 고려하는 활하중을 재하하는 방식으로 사장교의 임계 상태를 분석하였다.

4. 예제를 통한 프로그램의 검증

본 연구에서 작성한 사장교의 비선형해석 프로그램 및 알고리즘의 검증을 위해 다음과 같이 예제모델에 대해 해석을 수행하여 결과를 검토하였다. 이 장에서는 비선형해석의 검증을 위해 토글 프레임(toggle frame) 그리고 케이블로 지지된 캔틸레버 구조물의 해석을 수행하고 선행연구결과와 비교를 하여 프로그램의 신뢰도를 입증하였다.

4.1 해석예제 1 - Williams' Toggle Frame

본 프로그램의 비선형 해석 결과를 검증하기 위해 Williams' toggle frame(Williams 1964)에 대한 하중-변위곡선을 개발 프로그램의 결과와 호장법(Arc-length method)을 사용한 범용프로그램인 ABAQUS V6.6의 결과를 그림 5와 같이 나타내었다.

해석 결과 낮은 아치의 Snap-through 좌굴거동을 잘 추적하는 것을 알 수 있고 이를 통해 프레임요소를 사용한 구조물의 기하학적 비선형 거동에 대한 합리적인 해석결과를 나타낼 수 있다는 것을 검증하였다.

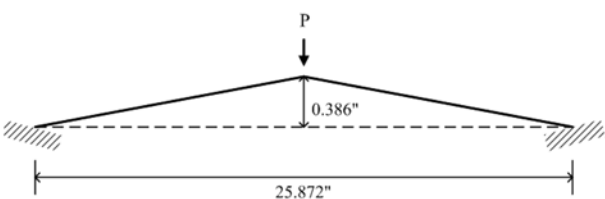


그림 4. 예제모델 4. Williams' Toggle Frame

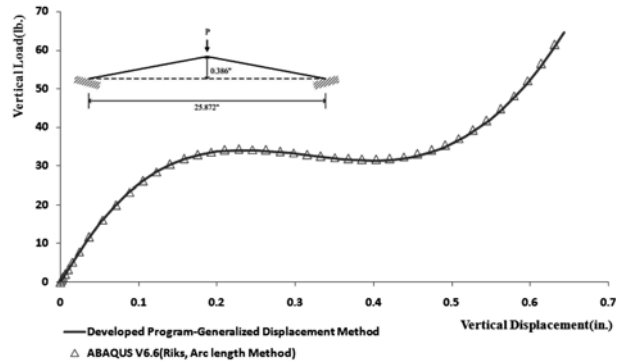


그림 5. 예제모델 4의 하중-변위곡선

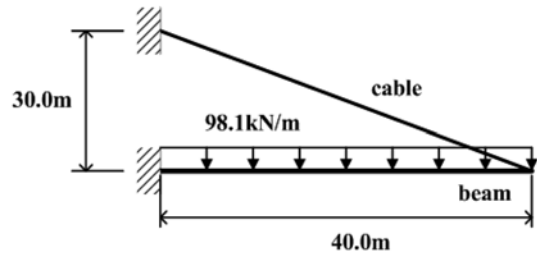


그림 6. 등분포하중을 받는 보-케이블 구조물

4.2 해석예제 2 - 케이블로 지지된 내민보 구조물

본 절에서는 그림 6과 같은 등분포하중을 받는 케이블로 지지된 내민보 구조물의 비선형 해석을 통해 본 프로그램의 케이블 요소에 대한 검증을 하였다. 본 해석을 위해 10개의 6자유도 프레임요소와 초기장력 1,068 kN이 작용하는 1개의 등가트러스 요소로서 모델링하였고 보와 케이블의 자중 그리고 보에 작용하는 등분포하중에 대한 기하 비선형해석을 통해 선행연구결과와 비교하였다.

그림 7 및 8에는 보의 수직방향 처짐 및 회전각변위에 대해 개발프로그램의 해석결과와 탄성현수선 요소를 사용한 윤과 이(2001)의 해석결과를 보의 길이방향에 따라 도시하였는데 두 변위성분 모두 보의 전 길이방향에 대해 거의 일치

표 1. 구조물 기본 제원

	Beam	Cable
E(kN/m ²)	2.1×10 ⁸	2.1×10 ⁸
A(m ²)	2.0	0.03
I(m ⁴)	0.04167	-
γ(kN/m ³)	77	77

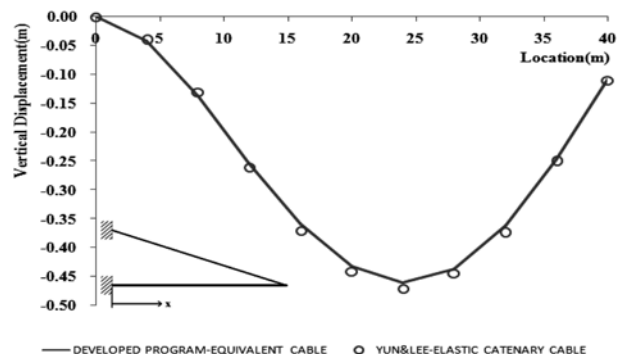


그림 7. 해석 후 보의 길이방향 별 수직 처짐

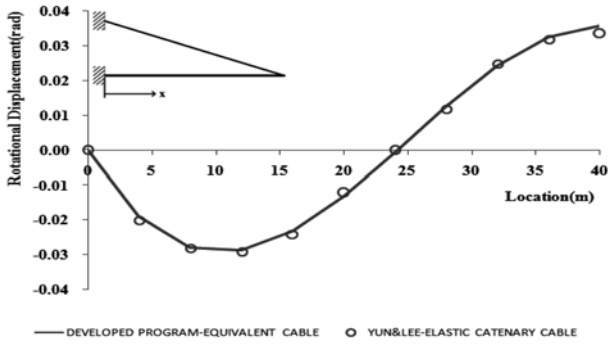


그림 8. 해석 후 보의 길이방향 별 회전각변위

하는 결과를 나타내고 있다. 탄성현수선요소를 사용한 선형 연구결과를 정해로 가정할 때 최대 수직처짐과 회전변위 그리고 케이블 장력은 정해와 각각 -2.21%, 3.18%, 0.32%의 차이를 보였다. 일반적으로 사장교의 케이블은 초기장력이 재하되고 사하중등의 분포하중에 따른 새그효과가 크지 않기 때문에 상대적으로 많은 계산량이 요구되는 탄성현수선요소를 사용하지 않고 등가 탄성계수를 고려하는 등가트러스요소로써 효율적이고 정해에 가까운 해석값을 얻을 수 있다는 것에 착안해 본 연구에서는 등가트러스요소를 사용하였다.

5. 사장교의 기하학적 비선형 거동의 정량적 분석

이 장에서는 비선형 해석을 통한 완성계 사장교의 기하학적 비선형 거동에 대한 해석적 연구를 수행하였다. 케이블의 배치형식에 따른 거동의 비교분석을 위해 그림 9와 같이 방사형, 팬 형, 하프형 사장교 모델에 대해 해석적 검토를 수행하였고, 하중의 재하 형태에 대한 거동 비교를 위해 그림 10과 같이 세 가지의 각기 다른 하중 형태에 대해 검토하였는데 본 연구에서 고려한 하중 경우는 거더에 작용하는 차량하중을 기본으로 하였고 도로교 설계기준(건설교통부, 2005)에 제시된 설계 차량하중(DL24)에 대해 총 왕복 6차선 도로를 가정하여 그림 9와 같이 세 가지 경우의 활하중 경우를 고려하였다. 케이블과 케이블 사이의 거더는 4개의

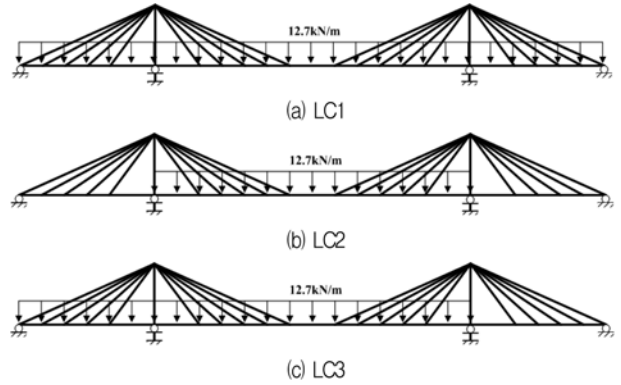


그림 10. 활하중 경우

표 2. 해석 모델의 단면 재원 및 물성치

	Girder	Mast	Cable
E(kN/m ²)	2.1×10 ⁸	2.1×10 ⁸	2.1×10 ⁸
A(m ²)	0.640	0.792~0.858	0.0840
I(m ⁴)	0.573	6.447~8.205	-
γ(kN/m ³)	296.83	76.9	76.9

프레임요소로서 나누고, 케이블과 주탑 사이의 거더 및 중앙경간 중앙부의 인장부 거더는 8개의 프레임요소로서 나누었다. 표 2에는 해석 모델의 단면 재원 및 물성치가 나타나있는데, 거더는 자중 및 2차 사하중등을 고려하여 체적 당 중량을 고려하였다. 모든 부재는 기본적으로 강재의 재료 물성치를 따랐다.

5.1 초기 형상해석결과 검토

각 모델 별 사하중에 따른 초기 형상 해석 결과를 그림 11과 같이 거더 중앙부의 수직변위의 변화를 통해 정량적으로 검토하였다.

해석 결과를 토대로 구조물의 변형형상이 사하중에 대해 목표형상에 접근하는지를 판단하였는데 이를 정량적으로 분석하면, 거더의 최대 변위는 방사형, 팬형, 하프형 모델에 대해 각각 0.27 cm, 0.24 cm, 0.20 cm가 발생하였고 주탑

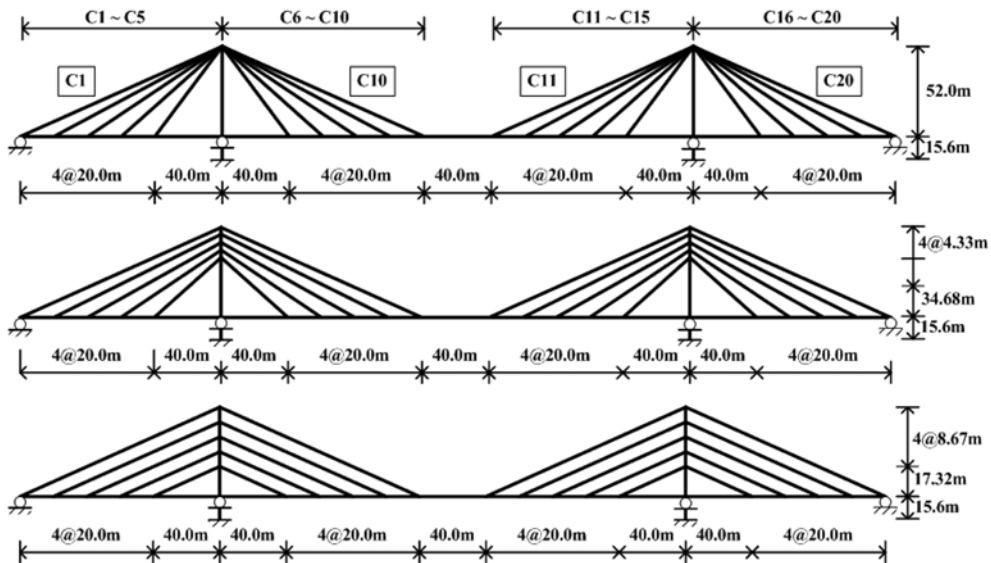


그림 9. 해석 대상 사장교 모델

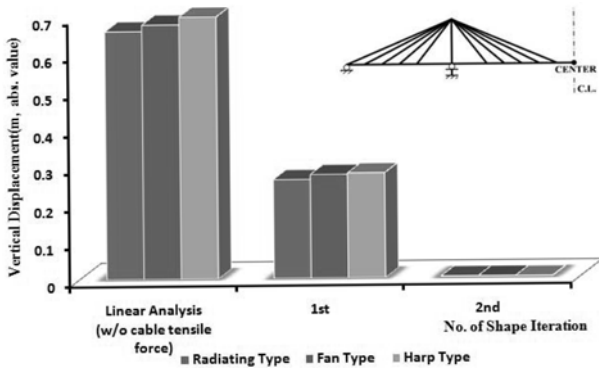


그림 11. 형상해석 단계별 거더 중앙부 수직 변위

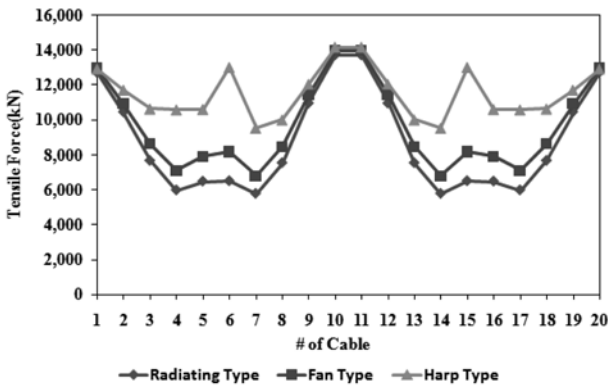


그림 12. 사하중에 대한 각 모델 별 장력분포

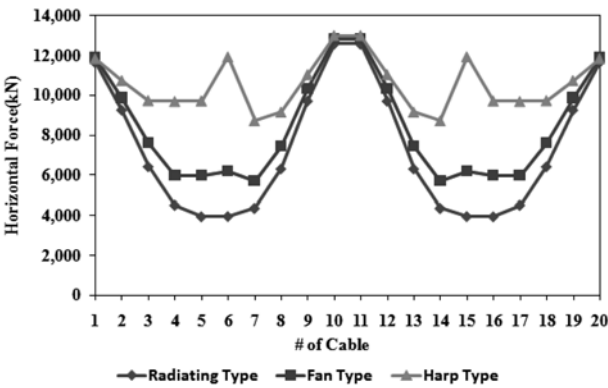


그림 13. 사하중에 대한 각 모델 별 장력의 수평성분

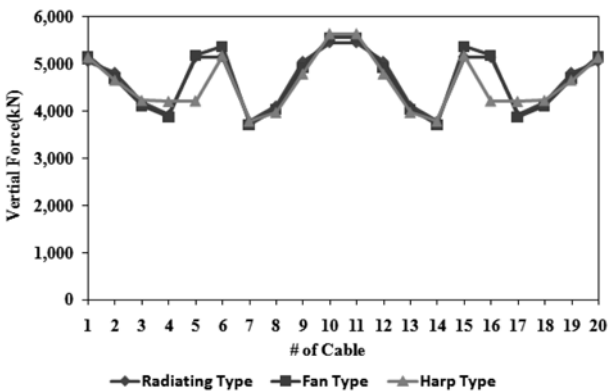


그림 14. 사하중에 대한 각 모델 별 장력의 수직성분

최상단의 수평변위는 0.07 cm, 0.06 cm, 0.04 cm가 발생하였다. 이를 중앙지간 길이대비 최대 변위인 위의 중앙지간 중앙부 수직변위로써 판단하면 위의 수직 변위는 중앙지간 길이에 대해 각각 0.001%, 0.0009%, 0.0007%이다. 즉, 사하중에 대하여 변형이 거의 없는 상태를 목표형상이라 볼 때, 본

해석 결과는 사하중 상태에 있어서 구조물의 변형형상이 목표형상에 대해 만족하는 해석결과라고 판단할 수 있다.

그림 12는 사하중에 따른 각 모델 별 케이블의 장력을 나타내고, 그림 13과 14는 케이블 장력의 분력의 분포를 나타내고 있다. 각 모델은 케이블의 기울임 각이 다르기 때문에 거더의 처짐을 최소화하기 위한 케이블의 필요 장력이 다른데, 그림 14에서 보이는 바와 같이 케이블의 수직성분은 각 모델별로 비슷한 양상을 보이나 케이블의 수평 기울임각의 차이로 인해 케이블의 필요 장력이 다르고, 이에 대한 수평 성분 역시 다르게 분포한다. 케이블의 수평 기울임각이 가장 작은 하프형 모델의 경우 케이블의 장력이 가장 크게 분포하고 수평 각이 작기 때문에 가장 큰 장력의 수평성분이 분포하고 결과적으로 사하중에 대해 거더에 가장 큰 압축력을 도입하게 되는 요인이 된다.

5.2 활하중에 대한 기하학적 비선형 거동

5.2.1 활하중 경우 LC1에 대한 거동 분석

본 절에서는 전 지간에 균등하게 작용하는 활하중 경우 LC1에 대한 각 모델의 기하학적 거동을 분석하였다. 먼저 그림 15는 각 모델의 중앙지간 중앙부 절점 및 주탑 최상단에서의 하중-변위 곡선을 나타내고 있다.

그림 15에서 나타난 바와 같이 LC1에 대하여 하프형 사장교는 활하중계수 25.06에서 외력의 감소가 시작되고 변위는 계속 증가하는 거동을 보인다. 즉, 거더 또는 주탑에서 뚜렷한 기하학적 비선형성을 보인다는 것을 의미하고 하중의 감소에도 불구하고 변위가 증가하는 양상에 따라 특정 부재에서 좌굴이 발생했음을 의미한다. 다음 그림은 각 모델의 변형형상을 나타낸다.

그림 16에서 나타난 바와 같이 LC1에 대해 방사형 사장교와 팬형 사장교는 중앙지간은 하향으로, 양 측경간은 상향의 변형형상을 보이는 것과 달리 하프형 사장교는 양 측경간은 하향으로, 중앙경간 중 양 주탑에 가까운 거더는 상향, 그리고 중앙부 거더는 하향의 변형을 보이고 있다. 즉, 그림 16에서 하프형 사장교의 비선형 하중-변위곡선은 측경간 및 중앙경간의 주탑부 거더의 좌굴에 기인한 것이라 볼 수 있다. 활하중이 재하될 때 재하 초기에는 방사형, 팬형 모델과 같이 전 중앙지간은 중력 방향의 처짐이 발생하지만 하중계수가 계속 증가함에 따라 케이블 장력의 수평성분과 기발생한 변형도간의 상호작용으로 인해 급작스런 휨변형을 일으키게 되고 이는 결국 거더의 좌굴을 야기한 것이라 볼 수 있다. 이를 더 면밀히 살펴기 위해 거더의 주요 지점에서의

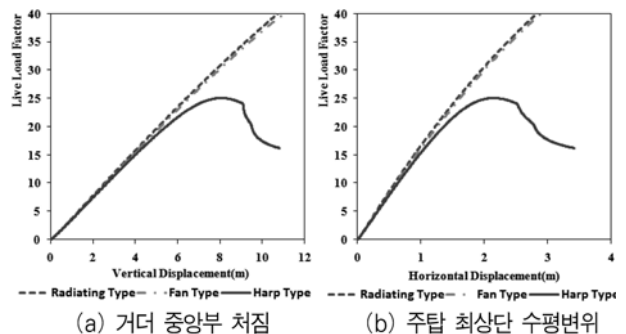


그림 15. LC1에 대한 거더 및 주탑의 하중-변위곡선

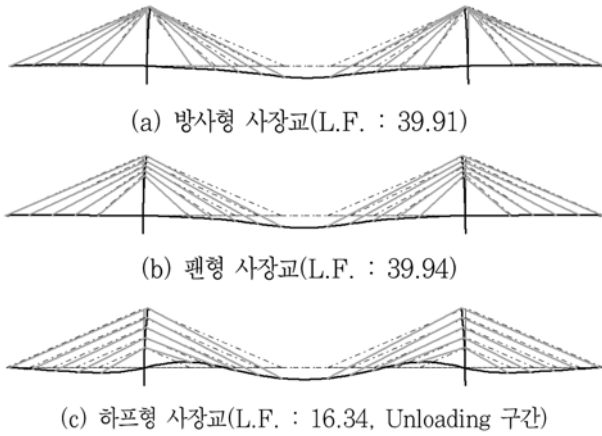


그림 16. LC1에 대한 각 모델의 최종 변형형상

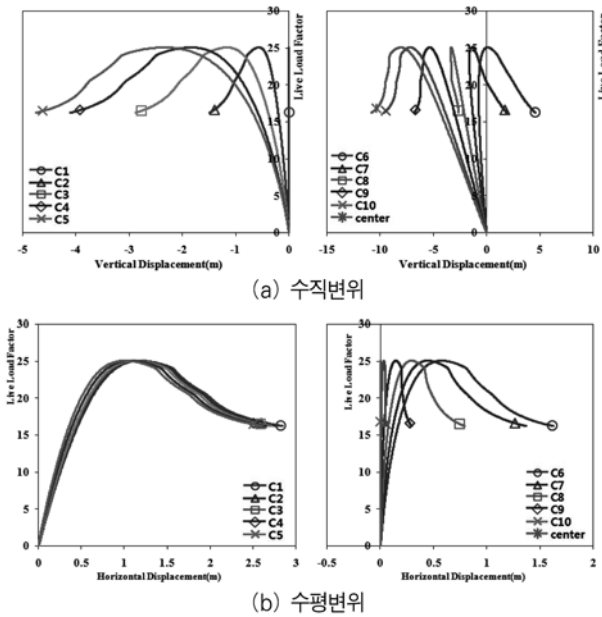


그림 17. LC1에 대한 하프형 모델의 각 지점 별 하중-변위곡선

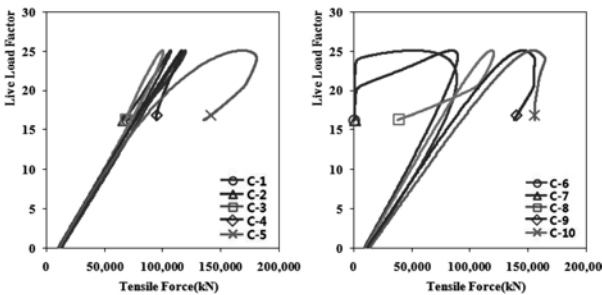


그림 18. LC1에 대한 하프형 모델의 케이블의 장력 변화도

수직, 수평변위 그리고 각 케이블의 장력 변화를 그래프로 나타내었다.

그림 17은 LC1에 대한 하프형 모델의 거더의 주요 지점에 대한 하중-변위 곡선을 나타내고 있다. 그림 17(a)에 나타난 바와 같이 초기 하중계수가 증가할 때는 모든 지점에 수직 처짐이 발생하지만 하중계수가 24.25에 도달한 후 거더의 휨좌굴에 의해 상향으로 휨 변형이 발생하기 시작한다. 즉, 6번 케이블과 7번 케이블이 연결된 지점의 하중-변위곡선을 보면 하중계수가 25.06에 근접하기 전부터 상향의 변형이 시작되고 25.06 이후 급격한 상향의 변형도를 보인다. 이는 그림 18의 케이블 장력 변화도에서도 그 특성이 잘

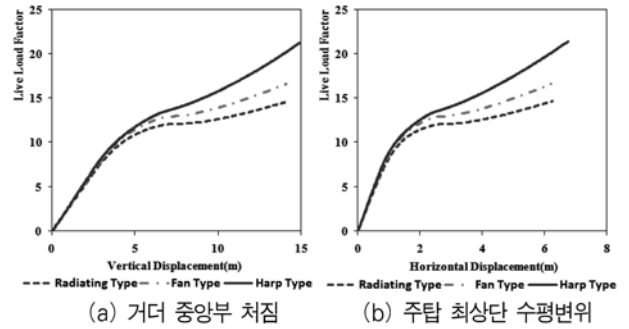


그림 19. LC2에 대한 거더 및 주탑의 하중-변위곡선

나타나고 있는데, 이러한 좌굴이 발생하는 시점부터 6~8번 케이블의 장력 감소가 이루어지고 특히 6, 7번 케이블의 장력은 급격히 0에 가까워진다. 이는 거더의 좌굴에 의해 급격한 상향의 변형이 발생하고 이에 따라 케이블의 신장량 역시 급격히 줄어 장력이 0에 도달하게 된다. 즉, 거더의 갑작스런 좌굴이 케이블의 급격한 장력 손실을 초래한다는 것을 알 수 있다.

이러한 해석 결과를 통해 수직으로 작용하는 하중에 대해 거더에서 좌굴이 발생하는 것을 알 수 있고 이는 거더의 변형형상과 케이블의 장력의 상호작용에 의해 발생하는 대변위 효과 및 보-기둥효과에 기인하는 것으로 판단할 수 있다.

5.2.2 활하중 경우 LC2에 대한 거동 분석

이번 절은 중앙지간에만 등분포로 작용하는 하중 경우 LC2에 대하여 케이블 배치가 다른 각 모델의 기하학적 비선형 거동을 정량적으로 분석하였다. 그림 19는 하중 경우 LC2에 대한 각 모델의 거더 중앙부 및 주탑 최상단부에서의 하중-변위곡선을 나타낸다.

앞선 LC1과 달리 LC2는 중앙지간에만 작용하기 때문에 양 주탑에 작용하는 수평력이 앞선 LC1에 비해 크게 차이가 난다. 즉, LC2는 양 주탑이 중앙부 방향으로 수평변형을 일으키고 이러한 변형은 결국 측경간의 케이블 장력을 상승시켜 양 측경간의 거더는 상향의 변형이 하중 증가 초기부터 발생하게 된다. 그리고 이러한 변형양상과 증가하는 케이블 장력의 수평성분의 상호작용은 양 측경간 거더에 좌굴을 일으키는 요인이 된다. 비선형 하중-변위 곡선을 통한 각 구조물의 임계 하중계수는 11.79, 12.63, 13.16으로 방사형 모델이 가장 작은 값을 나타내고 하프형 모델이 가장 큰 값을 나타냈다.

그림 20은 각 모델에 대해 활하중계수가 14.00~14.01에 대한 변형 형상을 나타내고 있고 세 모델 모두 LC2에 대해 동일한 형태의 기하학적 비선형 거동을 보인다고 볼 수 있다.

중앙지간에 작용하는 수직하중에 의해 양 주탑에 수평 변위가 발생하고 이에 따라 측경간의 케이블로 연결된 측경간부 거더는 상향의 변위를 일으킨다. 하중이 증가할수록 보-기둥효과 및 대변위효과가 증대되어 결과적으로 양 측경간의 거더에 좌굴이 발생하게 된다. 이는 측경간의 케이블 장력의 급작스런 감소를 초래하게 되고 이에 따라 주탑에 작용하는 수평력의 불균형을 야기함에 따라 수평변형이 급증하는 결과가 나타나는 것이다. 이렇게 케이블로 지지된 구조의 특성에 의해 수직하중이 직접적으로 작용하지 않는 부재

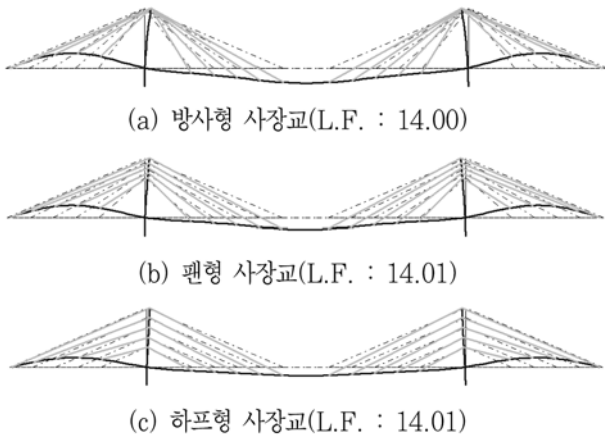


그림 20. LC2에 대한 동일 하중계수에 따른 각 모델의 변형형상

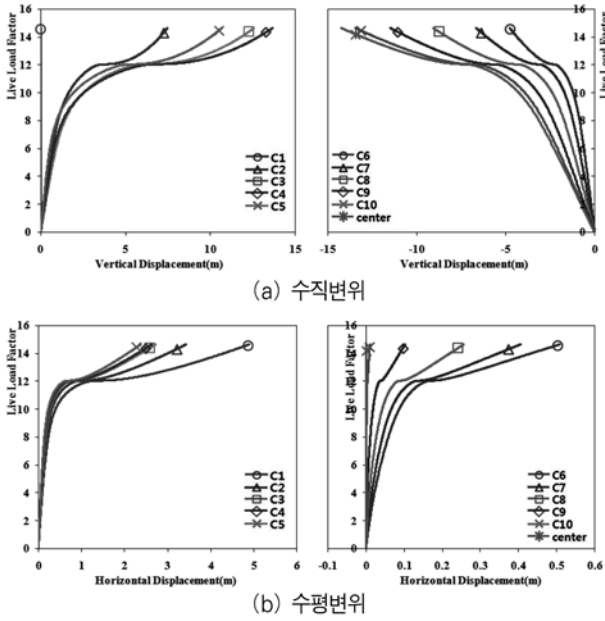


그림 21. LC2에 대한 방사형 모델의 각 지점 별 하중-변위곡선

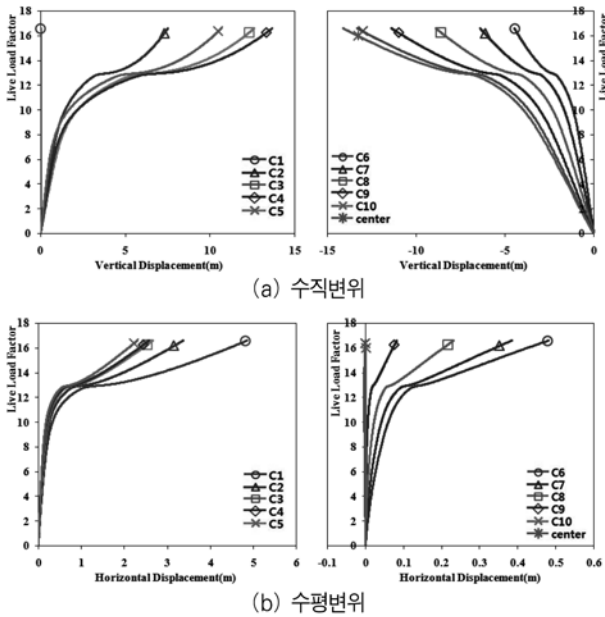


그림 22. LC2에 대한 팬형 모델의 각 지점 별 하중-변위곡선

에 대해서도 좌굴이 발생할 수 있음이 본 해석 연구를 통해 입증되었다.

그림 21~23에는 LC2에 대한 각 모델의 주요 지점 별 하

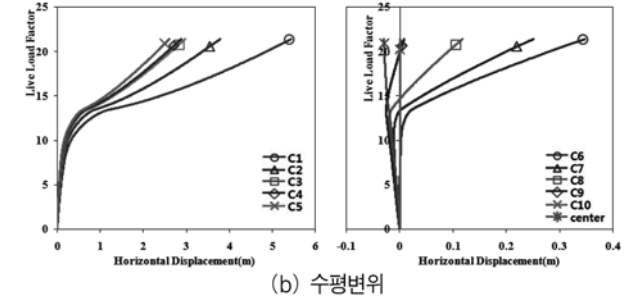
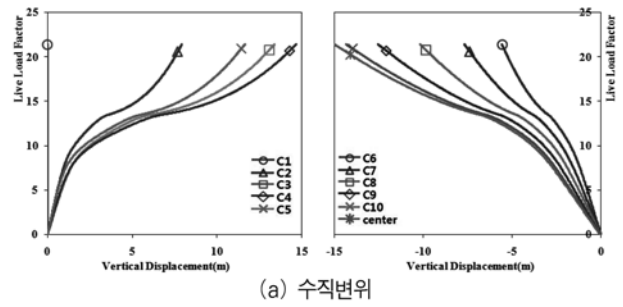


그림 23. LC2에 대한 하프형 모델의 각 지점 별 하중-변위곡선

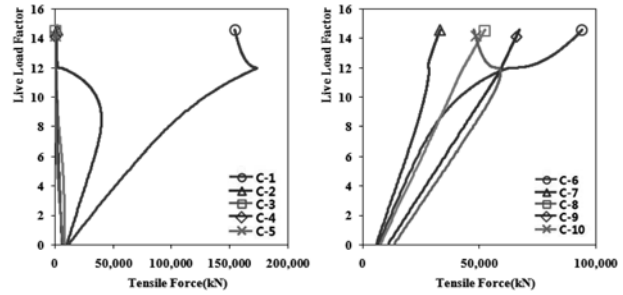


그림 24. LC2에 대한 방사형 모델의 케이블의 장력 변화도

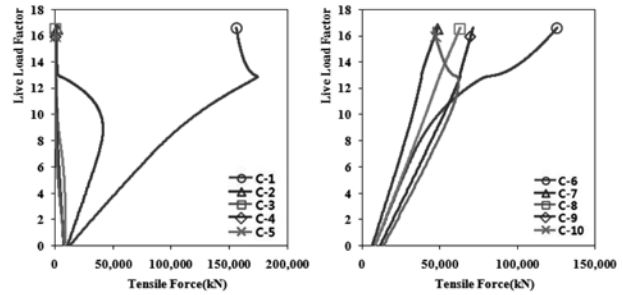


그림 25. LC2에 대한 팬형 모델의 케이블의 장력 변화도

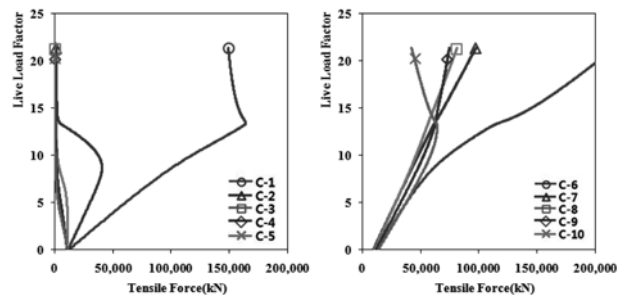


그림 26 LC2에 대한 하프형 모델의 케이블의 장력 변화도

중-변위 곡선을 나타내고 있다. 세 모델 모두 거의 동일한 하중-변위 곡선형태를 나타내고 있고 축경간의 거더는 상하의 변형이 하중계수가 약 12.0 내외에 도달하는 시점부터 급작스럽게 증가하며 좌굴을 일으키게 되는 형태를 잘 나타내고 있다. 중앙경간축의 거더 역시 비선형적 거동을 일으키

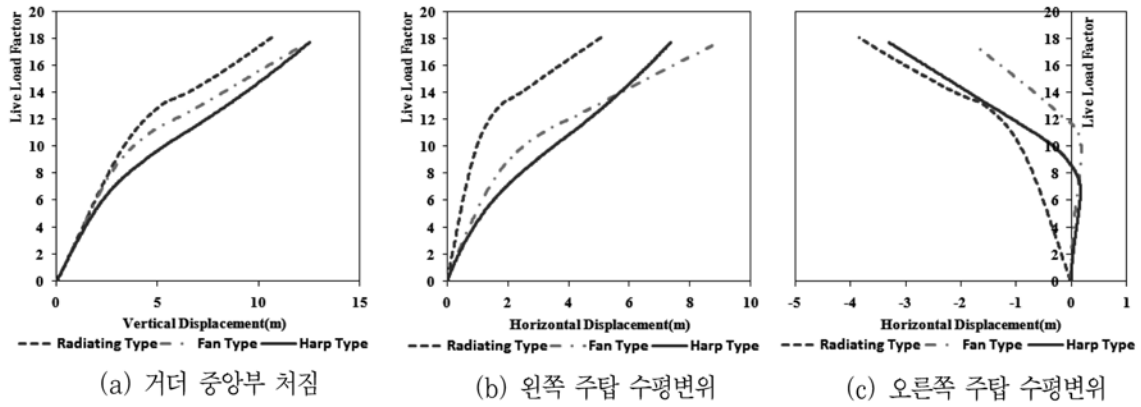


그림 27. LC3에 대한 거더 및 주탑의 하중-변위곡선

지만 이는 중앙경간측 거더의 좌굴에 기인한 것이 아니고 측경간의 거더가 좌굴을 일으키며 측경간 측의 케이블 장력이 급격히 소실되어 주탑의 수평변형을 야기하고 이에 따라 결과적으로 중앙지간 거더에 수직방향의 대변위가 발생하는 것으로써 이를 좌굴로 볼 수는 없다고 판단된다.

그림 24~26에는 LC2에 대한 각 모델의 케이블 장력의 변화를 나타내고 있다. 세 모델 모두 측경간부 케이블의 장력이 주탑에 가장 가까운 케이블부터 최 측단 케이블까지 순차적으로 감소하는 특성을 알 수 있다. 이는 하중 계수가 증가하면서 측경간 거더에 상향의 변형이 발생하는데 주탑의 변형에 의해 케이블의 장력이 증가하며 측경간의 거더를 인상하는 거동이 아니라 케이블 장력성분과 거더의 변형도의 상호작용으로 발생하는 측경간 거더의 좌굴에 따라 케이블 장력이 순차적으로 모두 소실되는 거동을 나타내고 있다. 즉, 중앙지간에만 작용하는 하중에 대해 측경간 거더의 좌굴 및 급격한 상향의 휨변형에 의해 측경간 케이블의 장력이 모두 소실되는 거동을 나타낸다.

앞선 LC1에서는 초기 사하중에 의해 가장 큰 축력을 거더에 작용시키는 하프형 모델이 좌굴에 가장 취약한 거동을 보임과 반대로 LC2에 대해서는 오히려 방사형 모델의 임계 하중계수가 더 작은 모습을 보이는데 이는 케이블의 장력변화와 함께 설명할 수 있다. 그림 24~26에 나타난 케이블의 장력 변화는 측경간을 지지하는 케이블 장력이 측경간의 상향 변형이 진행됨에 따라 내측 케이블부터 순차적으로 급격히 줄어 0에 도달하는 모습을 보이는데, 앞선 초기 형상 해석 결과에서 나타난 바와 같이 주탑에 가까운 케이블의 장력이 하프형 모델에서 월등히 크게 분포함이 나타났다. 즉, 하프형 모델의 케이블은 이미 큰 인장력이 작용하고 있어서 장력이 0에 도달하여 케이블이 제 역할을 못하게 되는 순간 까지가 타 모델에 비해 상대적으로 긴 것이다. LC2는 LC1과 달리 측경간의 케이블 장력 중 주탑에 가까운 1번과 2번 케이블은 활하중 재하 초기부터 이미 장력의 감소가 시작되는데, 이 두 케이블의 장력이 완전 소실되어 측경간 케이블을 지지하는 능력을 완전 상실할때까지 필요한 활하중 계수가 그만큼 큰 것이다. 하지만 하프형 사장교의 케이블 수평각이 가장 작고 거더의 좌굴에 직접적인 영향을 미치는 케이블 장력의 수평성분이 가장 크게 작용하는 효과와 맞물려 좌굴이 발생하는 하중계수는 방사형 모델과 큰 차이를 보이지는 않는 결과를 보이고 있다.

본 절에서는 중앙지간에 분포하는 하중에 대해 기하학적 비선형 거동을 검토하였다. 이렇게 중앙지간에 작용하는 하중에 대해 케이블로 지지되어 있는 사장교의 기하학적 특성에 따라 측경간에 좌굴이 발생함을 해석적으로 규명하였고 전지간에 작용하는 LC1에 비해 LC2와 같은 하중경우에 대해 좌굴에 더 취약하다는 결론을 얻을 수 있다.

5.2.3 활하중 경우 LC3에 대한 거동 분석

이번절은 왼쪽 측경간 및 중앙경간에 등분포로 작용하는 활하중 경우 LC3에 대한 기하학적 비선형 거동을 분석하였다. LC3의 경우 특히 오른쪽 주탑에는 재하하중의 비대칭성에 의해 중앙경간방향의 큰 수평력이 작용하게 되고 이에 따라 주탑은 중앙경간방향의 변형을 발생시킨다. 이는 앞선 LC2와 같이 오른쪽 주탑의 상향 변형을 일으키고 증가하는 케이블의 장력성분과 함께 추가적인 휨모멘트 및 변형을 야기하게 된다. 각 모델에 대한 거더 중앙부 및 주탑 최상단의 하중-변위곡선은 그림 27과 같다.

그림 27은 LC3에 대한 중앙지간 중앙부 및 양 주탑의 수평변위를 나타내고 있다. 케이블의 수평각도가 가장 낮은 하프형 모델이 가장 작은 하중계수에서 비선형성이 나타나고 있고 방사형 모델이 상대적으로 가장 큰 하중계수에서 비선형성을 나타내고 있다. 비선형성을 크게 나타내는 임계 하중계수는 하프형 모델-팬형 모델-방사형 모델 순으로 7.68, 9.93, 12.38로 나타났다. 그림 27의 양 주탑의 수평 변위에서 방사형 모델은 하중의 비대칭적 재하에도 불구하고 양 주탑의 수평 변위가 비교적 비슷하게 증가하는데 반해 케이블의 수평 각도가 낮은 팬형 및 하프형 모델은 초기 비선형성이 나타나기 전까지는 왼쪽 주탑의 수평변위가 증가하고 오른쪽 주탑의 수평변위는 상대적으로 크게 증가하지 않는 형태로 변형이 진행된다. 이는 비대칭적으로 작용하는 하중에 대해 케이블의 수평각도 배치가 전체 구조물의 거동양상에 큰 영향을 미친다는 것을 의미하고 특히 케이블 수평각도가 낮을 수록 이러한 영향을 크게 받는다는 것을 알 수 있다. 다음은 각 모델의 동일 하중계수에 대한 변형형상을 나타낸다.

세 모델 모두 오른쪽 측경간의 거더에서 상향의 변형을 일으키는 좌굴이 발생하였다. 그리고 케이블의 수평각이 가장 큰 방사형 에서는 왼쪽 측경간 및 중앙경간에 큰 변형이 발생하지 않은 것과 달리 케이블의 수평각이 가장 작은 하

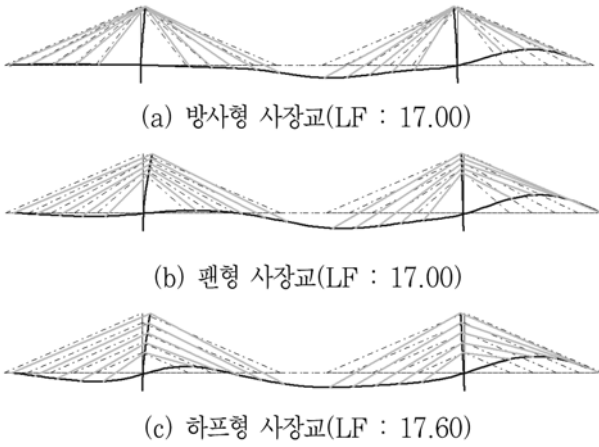


그림 28. LC3에 대한 각 모델의 동일 하중계수에 대한 변형형상

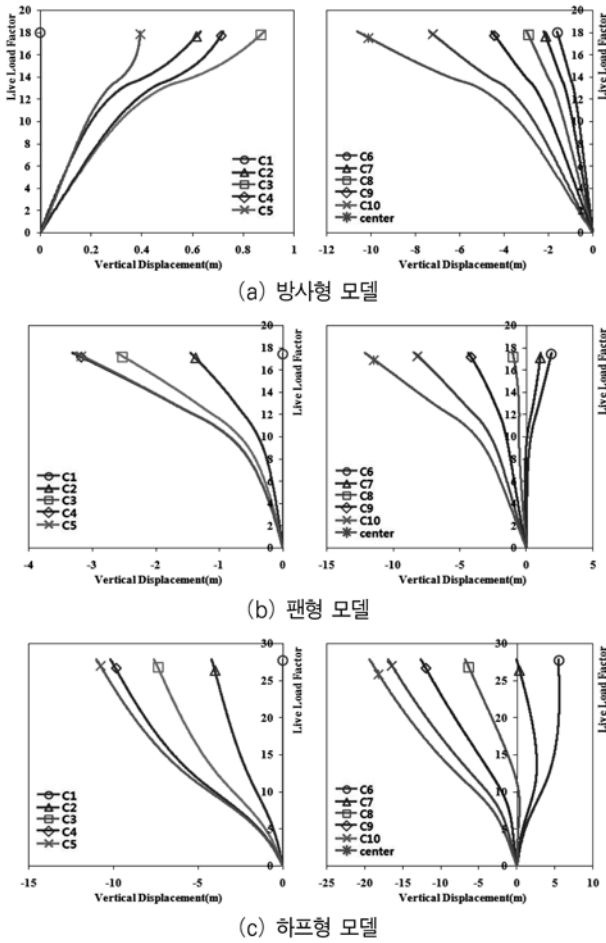


그림 29. LC3에 대한 왼쪽 측경간과 중앙경간 왼쪽 거더의 하중-변위곡선(수직방향변위)

프형 모델의 경우 왼쪽 측경간 및 중앙경간의 왼쪽 거더 역시 큰 휨변형을 나타내고 있다. 이는 케이블의 수평각에 따른 장력의 수평성분이 외력이 증가함에 따라 나타나는 거더의 변형도와의 상호작용에 따른 것으로 동일한 하중형태에 따라서 케이블의 배치 형식에 따라 거동이 다르게 나타나는 것을 잘 나타내는 결과라 볼 수 있다.

그림 29는 LC3에 대한 왼쪽 측경간과 중앙경간 왼쪽 거더의 하중-변위 곡선을 나타내고 있다. 먼저 왼쪽 측경간 거더의 경우 방사형 모델은 상향의 변형이 발생함과 달리 상대적으로 케이블의 수평각도가 낮은 팬형 및 하프형 모델의 경우 하향의 변형이 발생함을 알 수 있다. 이는 케이블의

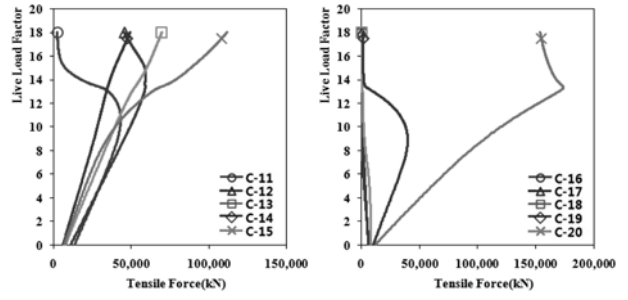


그림 30. LC3에 대한 방사형 모델의 케이블의 장력 변화도

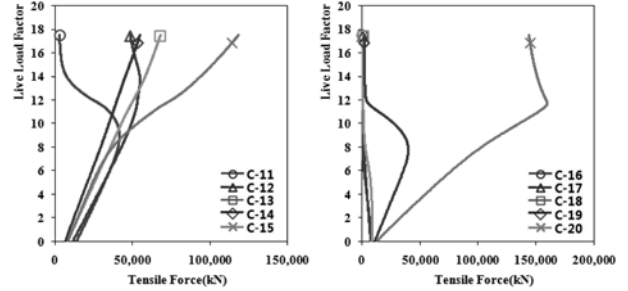


그림 31. LC3에 대한 팬형 모델의 케이블의 장력 변화도

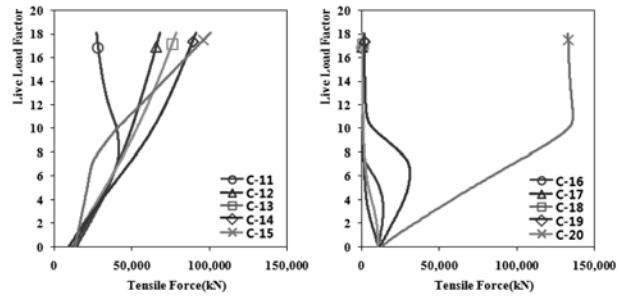


그림 32. LC3에 대한 하프형 모델의 케이블의 장력 변화도

수평각이 낮아 상대적으로 케이블 장력의 수직성분이 작고 왼쪽 주탑이 중앙경간측으로의 수평변형을 일으키고 있지만 왼쪽 측경간에 작용하는 활하중에 의한 하향변형을 상향으로 발생시키지 못하기 때문이다. 중앙경간의 왼쪽 거더의 변형도를 보면 각 지점 모두 하향의 변형을 보이는 방사형 모델과 달리 팬형 및 하프형 모델에서는 주탑에 가까운 절점에서 상향의 변형이, 중앙부에 가까운 절점에서 하향의 변형을 발생시키는 거동을 보인다. 즉, 방사형 모델에서 하프형 모델로 갈수록 중앙경간의 왼쪽 거더 역시 하중계수가 증가하면 상향의 대변위를 일으키며 좌굴이 발생할 수 있음을 나타내고 있다.

이렇게 비대칭적으로 작용하는 하중경우에 대해서는 한 주탑에 큰 수평 변형을 야기하고 이러한 변형이 결국 측경간의 좌굴을 일으키는 주 요인으로 작용하는 것을 본 해석적 연구로써 알 수 있다. 특히 LC3에 대해서는 LC1과 LC2의 대변위 거동의 혼재된 형태로 거동하는 것을 본 해석 연구에서 잘 나타나고 있다.

6. 결 론

이 연구는 사하중에 대해 초기 평형을 만족하고 각기 다른 활하중 형태에 대한 기하학적 비선형 거동을 해석적으로 규명하였다. 본 해석적 연구를 수행하기 위해 먼저 사장교의

기하학적 비선형성을 효과적으로 고려하기 위한 전용 비선형 해석 프로그램을 작성하였다. 작성된 프로그램을 통해 먼저 사하중에 대한 초기형상해석을 수행하고 이후 차량하중으로 고려된 활하중 등을 재하하여 구조물의 기하학적 비선형 거동 및 입계상태를 분석하였다. 케이블의 배치 형태에 따른 거동의 차이를 비교하기 위해 방사형, 팬형 그리고 하프형 사장교의 비선형 거동을 정량적으로 분석하였다. 활하중은 수직방향으로 작용하는 하중형태로써 고려하였는데, 케이블로 지지된 사장교의 기하학적 특성에 의해 측경간 및 주경간의 거더에서 휨좌굴을 일으키는 것을 알 수 있었다. 본 연구의 결론은 다음과 같다.

1. 사하중에 대한 초기형상 해석 후 각기 다른 재하형태의 차량하중을 활하중경우로 고려하여 해석하였는데 각 하중에 대해 거더는 1차적으로 수직방향의 변형을 일으키고 이러한 변형과 케이블의 장력에 의한 압축력 성분의 상호작용을 통해 거더의 좌굴이 발생하였다. 즉 거더의 주요한 좌굴은 결국 심화된 보-기둥 효과에 의해 발생한다.
2. 거더의 좌굴은 재하되는 하중의 형태에 따라 다르게 나타나는데 전지간에 분포되는 하중에 대해서 중앙경간의 주탑에 가까운 거더가 좌굴에 취약한 반면, 중앙 경간에만 분포하는 하중에 대해서는 하중이 직접적으로 재하되지 않는 측경간의 거더가 좌굴에 취약한 형태를 보인다. 그리고 한쪽 측경간과 중앙지간에 분포되는 하중에 대해서는 앞선 두 하중경우의 거동이 혼합된 형태로 거더에 좌굴이 발생하였다. 이는 작용하는 하중에 대해 거더의 처짐 형상 및 주탑의 수평 거동의 차이 그리고 케이블의 장력변화에 따라 각기 다른 거동을 일으킨다고 판단된다.
3. 작용하는 각 활하중에 대해 거더에 좌굴이 발생할 때 좌굴이 발생하는 거더를 지지하는 케이블의 장력은 급격히 소실하는데 이는 좌굴에 의한 상향의 변형에 따라 케이블의 길이가 짧아짐에 따른 것으로 거더의 좌굴시 케이블은 결국 중간 지지점의 역할을 하지 못하게 된다는 것을 의미한다. 결과적으로 거더의 좌굴이 발생할 시 거더의 좌굴은 인근하는 케이블이 지지하는 각 거더의 세그먼트별로 독립적으로 나타나는 다곡률 형태의 좌굴모드는 발생하지 않는다는 것을 알 수 있다.
4. 케이블 배치형식에 따른 각 하중경우별 거동을 검토하였는데 케이블의 수평 각도가 가장 낮은 하프형 모델이 동일 하중 경우에 대해 좌굴에 전반적으로 취약한 것으로 나타났고 이는 케이블의 수평각도가 낮아 결과적으로 거더에 가장 큰 축력을 재하시키는 데서 비롯된다고 볼 수 있다.

본 연구에서는 각기 다른 하중조건과 형식에 따른 완성계 사장교에 대해 각 주요 지점의 하중-변위곡선 및 케이블 장력 변화도를 통해 기하학적 비선형 거동을 정량적으로 규명하였다. 이에 더하여 주탑 및 거더의 강성비, 경간장비, 주탑과 거더의 길이비, 케이블 배치 형태 등의 다양한 기하학적 매개변수연구 그리고 이러한 기하학적 비선형 거동의 연

구와 함께 각 부재의 재료적 비선형성 및 경계조건의 변화 등을 함께 고려한 비선형 해석 연구를 통해 사장교의 극한 거동에 대한 연구가 추가적으로 필요할 것이라 판단된다.

감사의 글

본 연구는 GS건설에서 지원한 고려대학교 BK21 건설글로벌리더양성사업단의 과제 “강사장교의 좌굴안정성 평가기법 개발”의 일환으로 수행되었습니다. 본 연구를 위해 많은 지원을 아끼지 않은 GS건설과 고려대학교 건축사회환경공학과에 감사드립니다.

참고문헌

- 건설교통부(2005) 도로교설계기준.
 김문영, 경용수, 이준석(2003) 사장교의 개선된 초기형상 해석법, 한국강구조학회 논문집, 한국강구조학회, 제15권, 제2호, pp. 175-185.
 송원근, 김승억, 마상수(2005) 비선형 해석을 이용한 강사장교의 초기형상 결정, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제25권, 제1A호, pp. 73-79.
 윤근진, 이완수(2001) 사장교의 정적 비선형 해석과 초기형상결정해석, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제21권, 제1A호, pp. 165-177.
 경용수, 김문영, 장승필(2005) 비탄성좌굴 고유치해석법을 이용한 케이블 지지교량의 유효좌굴길이 산정, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제25권, 제4A호, pp. 627-636.
 최동호, 유훈, 하동현(2005) 비탄성 좌굴해석을 통한 사장교 거더와 주탑의 안정성 검토, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제25권, 제6A호, pp. 1113-1125.
 Wang, P.H., Tseng, T.C., and Yang, C.G. (1993) Initial shape of cable stayed bridge, Computers & Structures, Vol. 47, No. 1, pp. 111-123.
 Wang, P.H. and Yang, C.G. (1996) Parametric study on cable stayed bridges, Computers & Structures, Vol. 60, No. 2, pp. 243-260.
 Ren, W.-X. (1999) Ultimate behavior of long-span cable-stayed bridges, Journal of Bridge Engineering, Vol. 4, No. 1, pp. 30-37.
 Tang, C.C., Shu, H.S., and Wang, Y.C. (2001) Stability analysis of steel cable-stayed bridge, Structural Engineering and Mechanics Vol. 11, No. 1, pp. 35-48.
 Shu, H.S. and Wang, Y.C. (2001) Stability analysis of box-girder cable-stayed bridges, Journal of Bridge Engineering, Vol. 6, No. 1, pp. 63-68.
 Bathe, K.J. (1996) Finite element procedures, Prentice-Hall, Inc, USA.
 Gimsing, N.J. (1983) Cable Supported Bridges Concept & Design 2nd Edition, John Wiley & Sons Ltd., England.
 Yang, Y.B. and Kuo, S.R. (1994) Theory and Analysis of Nonlinear Framed Structures, Prentice-Hall, Inc, Singapore.
 Williams, F.W. (1964) An approach to the nonlinear behavior of the members of a rigid jointed plane framework with finite deflections quart. J. Mech. and Applied Math., Vol. 17, pp. 451-469.
 ABAQUS Standard User's Manual (2004) Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Vol 1, 2 and 3. Version 6.5.

(접수일: 2008.11.25/심사일: 2009.2.9/심사완료일: 2009.9.12)