

# 외부 특이점이 2차원 원주에 작용하는 힘의 특성

이승준<sup>†</sup>  
충남대학교 선박해양공학과

## Characteristics of Forces upon Two-dimensional Circular Cylinder by External Singularities

Seung-Joon Lee<sup>†</sup>  
Department of Naval Architecture & Ocean Engineering, Chungnam National University

### Abstract

Thrust deduction related to the prediction of power performance of a ship is rather resistance increase, and as a preliminary study for it forces upon a circular cylinder in a uniform flow of ideal fluid due to singularities located behind it are investigated. The circle theorem is used to get the complex velocity potential for the flow field under consideration, and the Blasius theorem is applied to obtain forces upon the circular cylinder. As singularities sinks, point vortices and dipoles and their combinations are treated.  $\epsilon$ , standing for the strength of a singularity, and  $\delta$ , representing the distance between the cylinder and the singularity, are important small parameters for the resistance and lateral forces. For sinks or point vortices it is shown that the dimensionless forces upon the cylinder is  $O(\epsilon)$  if  $\epsilon = O(\delta)$  is assumed, and the same holds for dipoles if  $\epsilon = O(\delta^3)$  is supposed. Forces upon the cylinder by a symmetric pair of sinks are greater than a single sink located at the central plane since there is an additional term due to cross effects, and the same is also valid for the case of dipole. Combination of dipole and a point vortex is also considered and a few new aspects are clarified.

**Keywords** : Thrust deduction(추력감소), Resistance increase(저항증가), Complex velocity potential(복소 속도포텐셜), Circle theorem(원정리), Blasius theorem(Blasius 정리), Singularities(특이점), Cross effects(교차영향)

## 1. 서론

선박의 추진성능은 일반적으로 모형선을 예인하여 대상 선박의 저항을 얻는 저항시험, 추진기를 모형선의 선미에 부착하여 수행하는 저항시험, 그리고 프로펠러의 단독시험 등으로부터 얻어지는 결과들을 사용하여 추정한다.

이 때 저항시험과 저항시험에서 얻어진 저항의 차이는 선박 저항에 관한 초기 연구자들의 실수로 추력감소로 일반적으로 불리고 있다. 그러나 이와 같은 저항의 차이는 실제로는 저항증가로 보아야 하며, 이는 저항 시, 선미부에 설치된 추진기의 작용에 따라 유동이 가속되는 것에 기인한다. 이와 같은 저항증가는 조파현상 또는 점성과는 직접적인 관련이 없다고 볼 수 있으며, 따라서 수표면과 점성의 영향을 무시하고 포텐셜 유동을 가정하여 근사해를 얻을 수 있는 문제로 간주할 수 있다.

일반적으로 사용되는 추력감소계수에 대한 뚜렷한 근거는 찾기 쉽지 않으며(Ship Hydrodynamics Research Committee of SNAK(SHRC), 2009), 조파, 점성 등에 따른 선미 유동장의 복잡성에 기인하여 추력감소계수에 대한 계통적 연구 결과는 선형의

변화 또는 주요제원의 변화에 대해 일반적으로 적용하기 힘들다는 문제점 또한 무시할 수 없다.

한편, 잘 알려진 바와 같이 Inui의 구상선수에 대한 연구는 구상선수를 쌍극점으로 대체하여 다룸으로써 주요 결과들을 얻고 있으며, 프로펠러에 대한 작동원판이론(actuator disk theory)에서도 프로펠러를 일종의 특이점으로 대체하여 다루고 있다(SHRC, 2009).

본 연구에서는 위의 이론들과 유사한 관점에서 선박의 추력감소소에 대한 선행 연구로서 2차원 원주의 후미에 위치한 특이점들이 원주에 작용하는 힘의 특성을 이론적으로 다루고자 하였다. 무한한 유체 중에 원주가 놓여 있는 경우, 잘 알려진 원정리(Circle theorem)와 Blasius 정리를 사용하여 원주에 작용하는 힘을 구할 수 있다.

특이점으로서의 흡입점(sink), 점와동(point vortex), 쌍극점(dipole) 등에 대해 고려하였으며, 이들의 세기는 원주의 체적에 비해 매우 작은 양으로 가정하였다. 또한 특이점의 위치는 원주의 후미로부터 매우 가까운 곳에 위치한다고 가정하여 두 개의 미소 매개변수, 즉 특이점의 세기와 위치를 주요 변수로 간주하였다.

## 2. 문제의 정식화와 해법

점성을 무시할 수 있는 이상유체가 무한히 넓은 영역에 분포하고 있다고 가정하며, 2차원 문제로서 원주의 중심에 좌표계의 원점을 잡고, 복소변수  $z=x+iy$ 이다(Fig. 1).

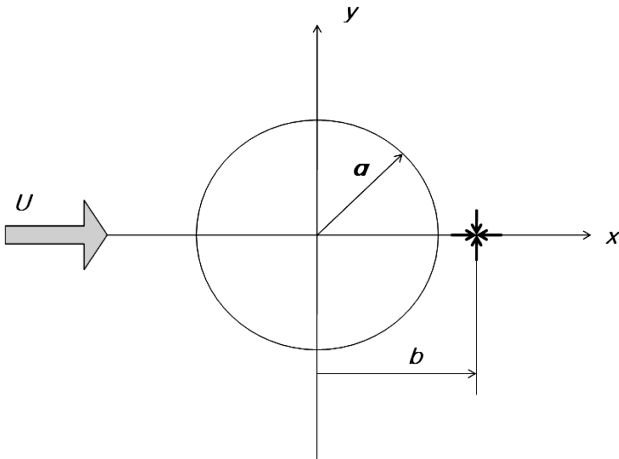


Fig. 1 Co-ordinate system

먼저 원정리(Circle theorem)에 따르면, 반경이  $a$ 인 원주가 유체 중에 놓이기 전에 유동장의 복소 속도포텐셜(complex velocity potential)을  $F(z)$ 라고 하면 원주가 위치한 다음의 복소 속도포텐셜  $f(z)$ 는 다음과 같이 주어진다[Yih(1969)].

$$f(z) = F(z) + F_c\left(\frac{a^2}{z}\right) \quad (1)$$

여기서  $F_c$ 는  $F$ 의 복소공액함수(complex conjugate function)이다.

한편, 2차원 유동장에 대한 복소 속도포텐셜이 구해진 경우, 고려하는 물체에 작용하는 힘은 다음과 같이 Blasius의 정리에 의해 주어진다(Yih, 1969).

$$X - iY = \frac{i\rho}{2} \oint_C \left(\frac{df}{dz}\right)^2 dz \quad (2)$$

여기서,  $X$ 와  $Y$ 는 각각 원주에 작용하는  $x, y$  방향의 힘이고,  $\rho$ 는 유체의 밀도이며, 복소적분의 경로  $C$ 는 원주의 경계로 잡는다. 식 (2)는 유수정리(residue theorem)에 의해 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$X - iY = -\pi\rho \sum A_{-1} \quad (3)$$

여기서,  $A_{-1}$ 는 적분경로인 원주의 경계 내부에 위치한 피적분함수의 특이점에 대한 유수(residue)이며,  $\Sigma$ 는 모든 특이점들에 대한 합을 뜻한다.

이하에서는 고려 중인 문제에 대해 먼저 식 (1)을 사용하여 복소 속도포텐셜을 구하고, 식 (3)을 사용하여 원주에 작용하는 힘

을 구하는데, 특이점의 세기는  $\epsilon$ , 특이점의 위치에 대해서는 다음과 같다고 가정하여,

$$b = (1 + \delta)a, \quad \delta \ll 1 \quad (4)$$

$\epsilon$ 과  $\delta$ 에 대한 선도항(leading order terms)들을 구하기로 한다.

## 3. 흡입점과 점외동

균일유동 중에 놓여 있는 원주의 뒤에 흡입점이 점  $(b,0)$ 에 있다면, 이 유동장에 대한 복소 속도포텐셜은 원정리로부터 다음과 같이 얻는다.

$$f(z) = U\left(z + \frac{a^2}{z}\right) - Ua\epsilon \left\{ \ln(z-b) + \ln\left(\frac{a^2}{z} - b\right) \right\} \quad (5)$$

식 (5) 우변의 마지막 항은 다음과 같이 다시 쓸 수 있고,

$$\ln\left(\frac{a^2}{z} - b\right) = \ln(z-c) - \ln z + \ln(-b), \quad c = \frac{a^2}{b} \quad (6)$$

속도포텐셜에 대해서는 상수항은 의미가 없으므로 무시하기로 하면, 식 (5)는 다음과 같은 형태로 다시 쓸 수 있다.

$$f(z) = U\left(z + \frac{a^2}{z}\right) - Ua\epsilon \{ \ln(z-b) + \ln(z-c) - \ln z \} \quad (7)$$

이 식에 따르면 원주의 후미에 놓인 흡입점은  $bc=a^2$ 으로 정의되는 역점(inverse point),  $z=c$ 에 놓인 흡입점과 원점에 놓인 용출점으로 이루어지는 경상(mirror image)을 가짐을 알 수 있다.

복소속도(complex velocity)는 식 (7)을 미분하여 다음과 같이 얻을 수 있고,

$$\frac{df}{dz} = U\left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right) - Ua\epsilon \left(\frac{1}{z-b} + \frac{1}{z-c} - \frac{1}{z}\right) \quad (8)$$

따라서 식 (2)의 복소적분에 대한 피적분함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{df}{dz}\right)^2 &= U^2\left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right)^2 \\ &\quad - 2U^2a\epsilon\left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right)\left(\frac{1}{z-b} + \frac{1}{z-c} - \frac{1}{z}\right) \\ &\quad + U^2a^2\epsilon^2\left(\frac{1}{z-b} + \frac{1}{z-c} - \frac{1}{z}\right)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)의 우변의 첫 번째 항은 적분에 기여하지 않고, 두 번째 및 세 번째 항은  $z=0$ 와  $z=c$ 의 두 점에서 각각 다음과 같은 유수를 가지며(Churchill, 1960),

$$A_{-1}(z=0) = 2U^2a\epsilon \left\{ -\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a^2}{c^2} - 1\right) + \epsilon\left(\frac{a}{b} + \frac{a}{c}\right) \right\} \quad (10)$$

$$A_{-1}(z=c) = 2U^2 a \epsilon \left\{ \left( \frac{a^2}{c^2} - 1 \right) + \epsilon \left( \frac{a}{c-b} - \frac{a}{c} \right) \right\} \quad (11)$$

이들을 식 (3)에 대입하고  $\delta \ll 1$ 임을 이용하여 다음 결과를 얻는다.

$$X - iY = \rho U^2 \pi a \epsilon \left( 2 + \frac{\epsilon}{\delta} \right) \quad (12)$$

식 (12)를  $\rho U^2 \pi a$ 로 나누어 무차원화하여 다음을 얻는다.

$$C_T = C_X - iC_Y = \frac{X - iY}{\rho U^2 \pi a} = \epsilon \left( 2 + \frac{\epsilon}{\delta} \right) \quad (13)$$

이 식으로부터  $\delta = O(\epsilon)$ 인 경우에는  $C_X = O(\epsilon)$ ,  $\delta = O(\epsilon^2)$ 인 경우에는  $C_X = O(1)$ 임을 알 수 있다. 물체 후미에 위치한 흡입점이 물체에 가까워질수록 현저한 저항증가가 발생함을 알 수 있다.

한편, 점와동의 경우에는 식 (5)의  $\epsilon$ 를  $i\epsilon$ 로 대체하고 공액부분에 대해 고려하면 되므로, 식 (13)으로부터 다음 결과를 얻는다.

$$C_T = C_X - iC_Y = \epsilon \left( 2i + \frac{\epsilon}{\delta} \right) \quad (14)$$

즉  $C_X = \epsilon^2/\delta$ 를 얻으며, 이 결과는 식 (5)의  $\epsilon$  대신에  $-i\epsilon$ 을 취하여도 변화가 없으므로, 점와동의 부호에 상관없이 항상 저항증가가 발생하며 이 증가량 또한  $\delta$ 가 작아지면 그 크기가 증가함을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 선미에 위치한 와동생성기(vortex generator)가 압력에 기인하는 저항증가에 기여할 가능성을 시사하고 있다.

한편, 흡입점이 물체의 대칭면 상에 있지 않는 경우, 즉 그 위치가  $z = be^{i\mu}$ 인 경우에는 식 (5)의  $b$  대신에  $be^{i\mu}$ 를 대입하고 식 (13)을 얻은 것과 같은 방법을 사용하여 다음 결과를 얻는다.

$$C_T = C_X - iC_Y = e^{-i\mu} \epsilon \left( 2e^{-i\mu} + \frac{\epsilon}{\delta} \right) \quad (15)$$

이 식에 대해 실제 경우를 상정하여  $\mu \ll 1$ 임을 가정하고,  $e^{-i\mu} \approx 1 - i\mu$ 의 근사식을 적용하면 다음을 얻는다.

$$C_X = \epsilon \left( 2 + \frac{\epsilon}{\delta} \right), \quad C_Y = \mu \epsilon \left( 4 + \frac{\epsilon}{\delta} \right) \quad (16)$$

흡입점이  $x$  축으로부터 작은 각도  $\mu$ 만큼 반시계 방향으로 회전한 곳에 위치할 때, 저항증가는  $x$  축 상에 있을 때와 큰 차이가 없으며,  $y$  방향으로는  $\mu$ 에 비례하는 크기의 힘이 작용한다.

다음으로 점와동의 위치가  $z = be^{i\mu}$ 인 경우에는 식 (15)의  $\epsilon$  대신에  $i\epsilon$ 을 취하고 공액부분에 대해 고려하면 되므로 다음을 얻는다.

$$C_T = C_X - iC_Y = e^{-i\mu} i\epsilon \left( 2e^{-i\mu} - \frac{i\epsilon}{\delta} \right) \quad (17)$$

이 식에  $e^{-i\mu} \approx 1 - i\mu$ 의 근사식을 적용하여 다음 결과를 얻는다.

$$C_X = \frac{\epsilon^2}{\delta}, \quad C_Y = -2\epsilon \quad (18)$$

이 결과는 식 (14)와 같으므로, 점와동이  $x$  축으로부터 작은 각도  $\mu$ 만큼 반시계 방향으로 회전한 곳에 위치할 때, 저항증가와 횡방향 힘은 점와동이 대칭축 상에 있을 때와 크게 다르지 않을 것임을 알 수 있다.

위에서 고려한 모든 경우를 하나의 식으로 표시하기 위해 식 (5)에  $\epsilon$  대신  $\epsilon e^{i\sigma}$ ,  $b$  대신  $be^{i\alpha}$ 를 대입하여  $C_T$ 를 구하면 다음을 얻는다.

$$C_T = C_X - iC_Y = e^{i\sigma - i\mu} \epsilon \left( 2e^{-i\mu} + \frac{\epsilon \alpha e^{i\sigma}}{\delta} \right) \quad (19)$$

여기서  $(\sigma, \alpha)$ 는 흡입점의 경우에는  $(0, 1)$ , 점와동의 경우에는  $(\pi/2, -1)$ 의 값을 가진다.

원주의 뒤에  $z = be^{i\mu}$ 와  $z = be^{-i\mu}$ 에 같은 세기  $\epsilon/2$ 를 가지는 흡입점들이 놓여 있는 경우(대칭 흡입점)에 대해  $\cos \mu \approx 1 - \mu^2/2$ 의 근사를 적용하여 위에서 기술한 바와 같은 방법으로 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$C_T = C_X = \epsilon \left( 2 + \frac{\epsilon}{2\delta} + \frac{\epsilon \delta}{2(\mu^2 + \delta^2)} \right) \quad (20)$$

이 식의 우변에  $\epsilon = O(\delta) = O(\mu)$ 를 가정하면 위의 식 우변의 세 항은 모두 비슷한 크기를 가지는 양이다. 마지막 항은 복소속도로부터 압력을 얻는 과정이 선형 연산이 아닌데 따라 얻어지며, 대칭 위치에 있는 두 흡입점이 상대방 흡입점의 경상에 가하는 힘에 기인한다(교차영향). 이와 같은 저항증가는 쌍축계의 경우, 단축계와 비교하여 점성에 기인하는 마찰저항의 증가뿐만 아니라 포텐셜 성분에 기인하는 저항증가도 무시할 수 없음을 보여준다고 생각된다. 이 성분의 영향을 작게 하기 위해서는  $\epsilon$ 과  $\delta$ 가 고정되어 있는 경우,  $\mu$ 의 크기가 오히려 적절히 유지되어야 함에 유의한다.

## 4. 쌍극점

원주 후반부 부근의 유동을 가속시키기 위해서는 쌍극점의 축이 양의  $x$  방향을 향하도록 해야 하며, 균일유동 중에 놓여 있는 원주의 뒤에 쌍극점이 점  $(b, 0)$ 에 있다면, 이 유동장에 대한 복소속도포텐셜은 원정리로부터 다음과 같이 얻는다.

$$f(z) = U \left( z + \frac{a^2}{z} \right) - U a^2 \epsilon \left\{ \frac{1}{z-b} + \frac{1}{(a^2/z) - b} \right\} \quad (21)$$

식 (21) 우변의 마지막 항은 다음과 같이 다시 쓸 수 있고,

$$\frac{1}{(a^2/z) - b} = -\frac{1}{b} \frac{z}{z-c} = -\frac{1}{b} \left( 1 + \frac{c}{z-c} \right) \quad (22)$$

속도포텐셜에 대해서는 상수항은 의미가 없으므로 무시하기로 하

면 식 (22)는 다음과 같은 형태로 다시 쓸 수 있다.

$$f(z) = U\left(z + \frac{a^2}{z}\right) - Ua^2\epsilon\left(\frac{1}{z-b} - \frac{c}{b} \frac{1}{z-c}\right) \quad (23)$$

이 식에 따르면 원주의 후미에 놓인 쌍극점은 원래 쌍극점의 세기에  $-c/b$ 를 곱한 세기를 가지며, 역점  $z=c$ 에 놓인 쌍극점을 그 경상으로 가진다.

복소속도는 식 (23)을 미분하여 다음과 같이 얻을 수 있고,

$$\frac{df}{dz} = U\left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right) + Ua^2\epsilon\left\{\frac{1}{(z-b)^2} - \frac{c}{b} \frac{1}{(z-c)^2}\right\} \quad (24)$$

따라서 식 (2)의 Blasius 적분에 대한 피적분함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{df}{dz}\right)^2 &= U^2\left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right)^2 \\ &+ 2U^2a^2\epsilon\left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right)\left\{\frac{1}{(z-b)^2} - \frac{c}{b} \frac{1}{(z-c)^2}\right\} \\ &+ U^2a^4\epsilon^2\left\{\frac{1}{(z-b)^2} - \frac{c}{b} \frac{1}{(z-c)^2}\right\}^2 \end{aligned} \quad (25)$$

식 (25)의 우변의 첫 번째 항은 적분에 기여하지 않고, 두 번째 및 세 번째 항은  $z=0$ 와  $z=c$ 의 두 점에서 각각 다음과 같은 유수를 가지며,

$$A_{-1}(z=0) = -4U^2a\epsilon\left(\frac{a^3}{b^3} - \frac{c}{b} \frac{a^3}{c^3}\right) \quad (26)$$

$$A_{-1}(z=c) = -4U^2a\epsilon\frac{c}{b}\left\{\frac{a^3}{c^3} + \epsilon\frac{a^3}{(c-b)^3}\right\} \quad (27)$$

이들을 식 (3)에 대입하여 다음 결과를 얻는다.

$$X - iY = \rho U^2 \pi a \epsilon \left(4 + \frac{\epsilon}{2\delta^3}\right) \quad (28)$$

식 (28)을  $\rho U^2 \pi a$ 로 나누어 무차원화하여 다음을 얻는다.

$$C_T = C_X - iC_Y = \epsilon\left(4 + \frac{\epsilon}{2\delta^3}\right) \quad (29)$$

따라서 원주에 작용하는 힘이 유한하기 위해서는  $\epsilon = O(\delta^n)$ ,  $n \geq 3/2$ 이어야 하며,  $n < 3/2$ 인 경우에는 물리적으로 비현실적인 결과를 얻게 된다. 또한 이와 같은 조건을 만족하는 경우에는  $n$ 의 크기에 따라 선도항이 달라진다. 즉  $n \in [3/2, 3)$ 일 때는  $C_X = \epsilon^2/2\delta^3$ ,  $n > 3$ 인 경우에는  $C_X = 4\epsilon$ , 또  $n=3$ 일 때는 식 (29) 우변의 두 항이 비슷한 크기를 가짐을 알 수 있다. 한편 식 (29)에 따르면 쌍극점에 의해 원주가 받는  $y$  방향 힘은 무시할 만큼 작다.

한편, 쌍극점의 경우에는  $\epsilon$  대신  $\epsilon e^{i\sigma}$ 를 대입하고 공역부분을 고려하여 축의 방향을 임의의 방향으로 바꿀 수 있으며, 식 (29)에 상응하는 다음 결과를 얻는다.

$$C_T = C_X - iC_Y = \epsilon\left(4e^{i\sigma} + \frac{\epsilon}{2\delta^3}\right) \quad (30)$$

선미 후부에 장착되는 Azipod와 같은 추진기의 경우에는 추진력이 임의의 각도를 가질 수 있으므로, 위의 결과로부터 몇 가지 시사점을 얻을 수 있다. 먼저 위의 식을 실수부와 허수부로 나누어 정리하면 다음과 같으므로,

$$C_X = \epsilon\left(4\cos\sigma + \frac{\epsilon}{2\delta^3}\right) \quad (31)$$

$$C_Y = -4\epsilon\sin\sigma \quad (32)$$

$\sigma \ll 1$ 인 경우  $C_X$ 에 대해서는 식 (29)와 거의 같은 결과를 얻는다. 또  $y$  방향으로는 다음과 같이  $\sigma$ 의 크기에 비례하는 힘을 받을 수 있다.

$$C_Y = -4\epsilon\sigma \quad (33)$$

한편  $\sigma = \pi/2$ 인 경우, 즉 추진축을 반시계 방향으로  $90^\circ$  회전시킨 경우에는  $C_X = 0$ 와 횡방향 힘에 대해서는 다음 결과를 얻으므로,

$$C_Y = -4\epsilon \quad (34)$$

쌍극점의 축과 반대 방향으로 위의 식으로 주어지는 크기의 힘을 받는다. 물론  $\sigma = -\pi/2$ 인 경우에 대해서는 식 (34)와 크기는 같고 방향이 반대인 결과를 얻는다.

한편, 쌍극점이 물체의 대칭면 상에 있지 않는 경우, 즉 그 위치가  $z = be^{i\mu}$ 인 경우에는 식 (21)의  $b$  대신에  $be^{i\mu}$ 를 대입하고 식 (29)를 얻은 것과 같은 방법을 사용하여 다음 결과를 얻는다.

$$C_T = C_X - iC_Y = \epsilon\left(4e^{-3i\mu} + \frac{\epsilon e^{-i\mu}}{2\delta^3}\right) \quad (35)$$

이 식에 대해  $\mu \ll 1$ 임을 가정하고,  $e^{-i\mu} \approx 1 - i\mu$ 의 근사식을 적용하면 다음을 얻는다.

$$C_X = \epsilon\left(4 + \frac{\epsilon}{2\delta^3}\right), \quad C_Y = \mu\epsilon\left(12 + \frac{\epsilon}{2\delta^3}\right) \quad (36)$$

다시 말하면 쌍극점이  $x$  축으로부터 작은 각도  $\mu$ 만큼 반시계 방향으로 회전한 곳에 위치할 때, 저항증가는  $x$  축 상에 있을 때와 큰 차이가 없으며,  $y$  방향으로는  $\mu$ 에 비례하지만 흡입점이나 점 와동과 비교하면 꽤 큰 힘이 작용한다.

보다 일반적으로 임의의 축방향과  $\mu$  값을 가지는 경우에 대해서는 식 (30)과 (35)로부터 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$C_T = C_X - iC_Y = \epsilon\left(4e^{i\sigma - 3i\mu} + \frac{\epsilon e^{3i\sigma - i\mu}}{2\delta^3}\right) \quad (37)$$

원주의 뒤에  $z = be^{i\mu}$ 와  $z = be^{-i\mu}$ 에 같은 세기  $\epsilon/2$ 를 가지는 쌍극점들이 놓여 있는 경우(대칭 쌍극점)에 대해  $\mu \ll 1$ 를 가정하고,

다음과 같은 근사를 적용하면

$$\cos\alpha \approx 1 - \alpha^2/2 \tag{38}$$

다음 결과를 얻을 수 있다.

$$C_T = C_X = \epsilon \left( 4 + \frac{\epsilon}{4\delta^3} - \frac{3\epsilon\delta\mu^2}{4(\mu^2 + \delta^2)^3} \right) \tag{39}$$

이 식에 대해  $\epsilon = O(\delta^3) = O(\mu^3)$ 를 가정하면 위의 식 우변의 세 항은 모두 비슷한 크기를 가지는 양이다. 마지막 항은 대칭 흡입점에 대해서와 같이 대칭 위치에 있는 두 쌍극점이 상대방 쌍극점의 경상에 가하는 힘에 기인한다(교차영향). 식 (39)에 따르면 쌍축계의 경우 단축계보다 압력 변화에 따른 저항증가는 마지막 교차영향에 기인하는 항의 부호가 음이므로 오히려 감소할 가능성이 있다는 결과를 얻는다. 미소 매개변수들의 크기에 대한 가정은  $\delta$ 는 길이를 척도하는 양,  $\epsilon$ 는 체적을 척도하는 양인 점을 고려하면 크게 불합리한 것으로 보이지는 않는다.

실제 문제와 비교하여 물체 뒤의 점  $(b_1, 0)$ 에 위치한 쌍극점과 그보다 조금 더 뒤의 점  $(b_2, 0)$ 에 놓인 점와동의 조합은 추진기와 타의 복합적인 영향을 고려하는데 좋은 길잡이가 될 것으로 보여 이하에서는 이 문제에 대해 고려하기로 한다.

쌍극점의 세기는  $\epsilon_1$ , 점와동의 세기는  $\epsilon_2$ , 또  $b_1 = (1 + \delta_1)a$ ,  $b_2 = (1 + \delta_2)a$ ,  $\delta_2 > \delta_1$ 이라고 하면 이와 같은 유동장에 대한 복소속도는 다음과 같다.

$$\frac{df}{dz} = U \left( 1 - \frac{a^2}{z^2} \right) + Ua^2\epsilon_1 \left\{ \frac{1}{(z - b_1)^2} - \frac{c_1}{b_1} \frac{1}{(z - c_1)^2} \right\} - Uai\epsilon_2 \left( \frac{1}{z - b_2} + \frac{1}{z - c_2} - \frac{1}{z} \right) \tag{40}$$

여기서  $b_1c_1 = b_2c_2 = a^2$ 이다. 이 식을 Blasius 정리에 대입하고 유수정리를 사용하여 무차원화된 힘을 다음과 같이 얻는다.

$$C_X - iC_Y = \left[ \left( 4\epsilon_1 + \frac{\epsilon_1^2}{2\delta_1^3} - \frac{\epsilon_2^2}{\delta_2} \right) + i \left\{ 2\epsilon_2 + \frac{4\epsilon_1\epsilon_2}{(\delta_1 + \delta_2)^2} \right\} \right] \tag{41}$$

이 식의 우변은 식 (29)와 식 (14)의 우변으로 주어지는 값에 마지막 항을 더해준 형태인데, 이 항은 쌍극점이 점와동의 경상에 그리고 점와동이 쌍극점의 경상에 미치는 소위 교차영향에 기인하는 항이다. 이 항의 크기에 대해 고려하면  $\delta_2 > \delta_1$ 이고, 또  $\epsilon_1 = O(\delta_1^3)$ 이므로,  $\epsilon_2 = O(\delta_2^{3+\alpha})$ ,  $\alpha > 0$ 을 가정하면  $O(\epsilon_1\delta_2^{1+\alpha})$ 의 크기를 가지며, 따라서 식 (41)은 선도항이 아닌 항들을 무시하면 다음과 같다.

$$C_X - iC_Y = \left( 4\epsilon_1 + \frac{\epsilon_1^2}{2\delta_1^3} \right) + 2i\epsilon_2 \tag{42}$$

위 식에 따르면 점와동은 횡방향 힘에만 영향을 주는 것을 알 수 있다. 이와 같은 횡방향 힘은 선박의 좌우동요(sway)에 영향을 미칠 것이다.

## 5. 결론 및 차후 연구

이상의 연구로부터 다음과 같은 결론을 얻는다.

1. 흡입점에 기인하는 힘은 식 (13)으로 주어지며,  $\epsilon = O(\delta)$ 인 경우에는  $C_X = O(\epsilon)$ 이고,  $\epsilon\delta$ 는 저항증가의 크기를 결정하는 중요한 인자이다. 또한 점와동에 기인하는 힘은 식 (14)와 같이 얻었으며, 점와동도 저항증가를 유발한다.
2. 대칭 흡입점에 대한 고려를 통해 식 (20)을 얻었으며,  $\epsilon = O(\delta) = O(\mu)$ 를 가정하면 대칭 흡입점에 의한 저항증가와 단일 흡입점에 의한 저항증가의 차이는 주로 교차영향에 기인한다.
3. 쌍극점에 기인하는 힘은 식 (29)로 주어지며,  $\epsilon = O(\delta^3)$ 인 경우에는  $C_X = O(\epsilon)$ 이며,  $\epsilon\delta^3$ 은 저항증가의 크기를 결정하는 중요한 인자이다. 또한 임의 방향의 축을 가지는 쌍극점에 기인하는 힘은 식 (30)과 같이 얻었다.
4. 대칭 쌍극점에 대해 고려하여 식 (39)의 결과를 얻었으며,  $\epsilon = O(\delta^3) = O(\mu^3)$ 를 가정하면 대칭 쌍극점에 의한 압력에 기인하는 저항증가는 단일 쌍극점에 의한 저항증가보다 작으며, 이와 같은 차이는 주로 교차영향에 기인한다.
5. 쌍극점과 점와동의 조합에 의한 영향을 고려하여 식 (42)를 얻었으며, 이 때 점와동은 횡방향 힘에만 영향을 미치며 저항증가에는 큰 영향을 끼치지 않는다.
6. 보다 일반적인 형상의 물체에 미치는 특이점의 영향에 대해서는 등각사상에 의해 고려할 수 있다. 또한 구(sphere)에 대해서는 Stokes 유량함수, 구정리(Sphere theorem), 확장된 Lagally 정리(extended Lagally theorem)를 이용하여 원주에 대해 본 연구에서 얻은 것과 유사한 결과를 얻을 수 있으며, 이에 대한 연구는 Lee(2010)을 참조하기 바란다.

## 참고 문헌

Churchill, R.V., 1960. *Complex variables and applications*. McGraw-Hill Book Company.

Lee, S.J., 2010. Forces due to external singularities upon 2- and 3-dimensional bodies. *Proceedings of 9th International Conference on Hydrodynamics*, Oct. 11-15, Shanghai, pp. 248-252.

Ship Hydrodynamics Research Committee of SNAK (SHRC), 2009. *Resistance and propulsion of ships*, Jisungsa.

Yih, C.S., 1969. *Fluid mechanics; A concise introduction to the theory*. McGraw-Hill Book Company.



이 승 준