

중력의 영향이 고려된 회전 블레이드의 동적 안정성 해석

Dynamic Stability Analysis of a Rotating Blade Considering Gravity Effect

정 강 일*·유 흥 희†

Kang-II Jung and Hong-Hee Yoo

(2010년 9월 3일 접수 ; 2010년 10월 7일 심사완료)

Key Words : Dynamic Stability(동적 안정성), Rotating Cantilever Beam(회전 외팔보), Wind Turbine Blade(풍력 터빈 블레이드), Gravity Effect(중력 영향), Motion Induced Vibration(강성 변화 운동), Contour Graph(등고선 그래프)

ABSTRACT

Dynamic stability of rotating blade considering gravity effect is investigated in this paper. Equations of motion for the beam is derived by employing hybrid deformation variable method and transformed into dimensionless form. The present modeling method is verified by RecurDyn. Stability diagrams are presented to show the influence of the configuration of the beam and angular velocity on the dynamic stability by applying Floquet's theory. Since the natural frequencies are varied when the blade has rotating motion, it is found that relatively large unstable regions exist approximately 1.1 times as high as the first bending natural frequency and half of the sum of first and second bending natural frequency.

1. 서 론

최근 세계적으로 그린에너지에 대한 관심이 점증함에 따라 풍력 터빈을 이용하는 발전기에 대한 관심과 연구가 널리 이루어지고 있으며, 풍력 발전기술의 진보에 따라 발전기당 전력 생산량 또한 10 MW급까지 등장하고 있다. 이러한 변화는 필연적으로 풍력 터빈 블레이드의 크기와 중량의 증가를 가져올 수밖에 없었다. 그런데 풍력 터빈 블레이드는 그 회전 평면이 중력방향과 평행하므로 중력의 영향이 고려되어야 하며 아울러 중량이 매우 크므로 고유진동수가 낮고 회전수도 비교적 낮아 그 영향

이 함께 고려되어야 한다.

풍력 발전용 블레이드의 안정성 해석에 대해 aeroelastic적 방법에 의한 접근으로 여러 연구들이 진행되어왔다^(1,2). 하지만 이러한 방법은 공기역학적 특성이 고려되었다는 장점이 있지만 정확한 동적 모델링이 포함되지 않았다는 한계를 가진다. 또한 회전하는 블레이드의 경우 회전에 의한 원심력이 발생하여 시스템의 강성이 증가하고 그에 따라 고유진동수들이 증가하게 된다. 참고문헌 (3), (4)는 이러한 회전운동을 하는 구조물의 강성변화운동에 관한 연구 중 일부이다. 따라서 이 연구에서는 회전하는 블레이드를 대상으로 정확한 보 모델링 방법을 사용하여 모델링 하는 것에 초점을 두고 안정성 해석을 수행하려 한다. Kane 등이 제시한 보 모델링 방법^(5,6)은 선형 탄성 변형과 비선형 강체 운동으로 구성되어 강체 운동이 큰 경우에도 정확한 해석 결과를 얻을 수 있는 방법이다. 이 방법은 강체 운동을 수반하는 보 구조물에 관한 여러 연구들에

† 교신저자; 정회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
Tel : (02)2220-0446, Fax : (02)2293-5070

* 정회원, 한양대학교 대학원 기계공학과

이 논문의 일부는 2010년 춘계 소음진동 학술대회에서 발표되었음.

서 사용되었는데, 회전 구조물에 관한 동적 해석 및 진동 해석⁽⁷⁾, 축 방향 운동을 하는 보 구조물에 대한 연구⁽⁸⁾와 같은 연구에 사용되었다. 최근에는 이 방법을 이용하여 시스템의 동적 안정성을 해석하는 연구들도 진행되었는데 축 방향 가속을 받는 보 구조물의 동적 안정성 해석⁽⁹⁾, 주기적 하중을 받는 축 방향 왕복 운동 외팔보에 대한 동적 안정성 해석⁽¹⁰⁾ 등이 그에 해당된다.

이 연구에서는 풍력 터빈 블레이드를 회전하는 외팔보로 가정하고 이 보 모델링 방법을 적용하여 선형 운동방정식을 유도하고 동적 안정성 해석 모델을 제시하였다. 지금까지 수행되었던 동적 안정성 해석 연구의 운동방정식은 대부분 제차 미분방정식(homogeneous differential equation)이거나 혹은 가정하였다. 이러한 경우 다중 시간 척도법(multiple time scales method)이나 Floquet's theory 등을 이용하여 시스템의 안정성 여부를 확인할 수 있다⁽¹¹⁾. 하지만 이 연구에서 적용된 모델의 운동방정식은 비 제차 미분방정식(nonhomogeneous differential equation)인 경우여서 Floquet's theory를 사용할 경우 안정한 영역에서도 매우 큰 변위를 갖는 경우들이 생기는데, 이러한 영역이 안정한 영역이긴 하나 그 결과를 무시할 수는 없다. 따라서 이 연구에서는 안정성 해석 결과를 변위의 크기에 따라 등고선 그래프(contour graph)로 나타내고 결과를 분석하였다.

2. 운동방정식

2.1 운동방정식 유도과정

이 절에서는 중력의 영향이 고려된 회전 블레이드의 운동방정식을 유도하려 한다. 실제 풍력 터빈 블레이드는 단순한 구조가 아니지만, 이 연구에서는 블레이드의 주요 인자들이 동적 안정성에 미치는 영향을 먼저 파악하고자 하여 블레이드를 2차원 평면 운동을 하는 외팔보로 가정하였다. Fig. 1은 허브에 고정되어 있는 변형된 외팔보의 형상을 나타낸다. P_0 는 외팔보상의 임의 질점의 변형 전 위치를 나타내며 P 는 변형 후의 위치를 나타낸다. 여기서 \hat{n}_1 과 \hat{n}_2 는 절대 좌표계의 서로 수직인 두 개의 단위벡터를 나타내고 \hat{a}_1 과 \hat{a}_2 는 강체 A 에 부착된 서로 수직인 단위벡터들을 나타내는데, \hat{a}_1 은 변형되지 않은 보의 축 방향과 평행한 벡터이다. 또한 x 는 보의 고

정 O 점로부터 변형 전 임의 점 P_0 까지의 거리를, u 는 탄성변위벡터를, s 는 P 위치에서 보가 인장된 길이를 각각 나타낸다. 강체 운동을 하는 외팔보의 운동방정식을 유도하기 위해 Rayleigh-Ritz 가상 모드 방법을 사용하여 s 와 u_2 를 다음과 같이 근사화한다.

$$s = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t) \quad (1)$$

$$u_2 = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t) \quad (2)$$

여기서 $\phi_{1i}(x)$ 와 $\phi_{2i}(x)$ 는 보의 인장방향과 굽힘 방향 모드함수들을 나타내며 $q_{1i}(t)$ 와 $q_{2i}(t)$ 는 시간의 함수인 일반좌표들이고 μ_1 과 μ_2 는 각 방향 별 모드함수의 개수이다. 변형이 일어날 때 보의 임의 점 P 점의 속도 \vec{v}^P 는 다음의 관계를 이용하여 구할 수 있다.

$$\vec{v}^P = \vec{v}^O + \vec{v}^{P/A} \quad (3)$$

여기서 \vec{v}^O 는 외팔보의 축 방향으로 운동을 하는 강체로 가정한 허브 A 상의(외팔보의 고정단) O 점의 속도이며 $\vec{v}^{P/A}$ 는 강체 A 에서 관찰한 P 점의 속도를 나타내는데 이들은 다음의 식과 같이 \hat{a}_1 과 \hat{a}_2 방향 성분으로 나타낼 수 있다.

$$\vec{v}^O = v_1 \hat{a}_1 \quad (4)$$

$$\vec{v}^{P/A} = \dot{u}_1 \hat{a}_1 + \dot{u}_2 \hat{a}_2 \quad (5)$$

따라서

$$\vec{v}^P = (v_1 + \dot{u}_1) \hat{a}_1 + \dot{u}_2 \hat{a}_2 \quad (6)$$

또한 P 점의 가속도 \vec{a}^P 는 \vec{v}^P 를 시간으로 미분하여

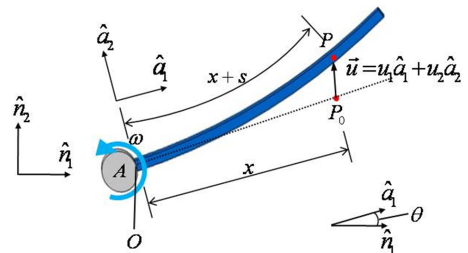


Fig. 1 Configuration of a rotating cantilever beam

구할 수 있는데 식 (6)에 나타난 \dot{u}_1 은, 앞에서 u_1 이 근사화되지 않으므로, s 와 u_2 로 표시되어야 한다. 이를 위해 필요한 관계식은 다음과 같이 주어진다⁽⁵⁾.

$$x + s = \int_0^x \left[\left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 \right]^{1/2} d\sigma \quad (7)$$

Taylor 급수전개를 이용하여 식 (7)을 2차항까지 전개하여 정리하면

$$s = u_1 + \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 d\sigma \quad (8)$$

식 (8)을 미분하여 정리하면

$$\dot{u}_1 = \dot{s} - \int_0^x \left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial \dot{u}_2}{\partial \sigma} \right) d\sigma \quad (9)$$

식 (8)은 \dot{u}_1 이 \dot{s} 와 \dot{u}_2 에 의해 구해질 수 있으므로 \dot{v}^p 를 구할 수 있게 되고, 식 (9)를 이용하여 편속도를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \dot{v}^p}{\partial \dot{q}_{1i}} = \phi_{1i} \hat{a}_1 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \dot{v}^p}{\partial \dot{q}_{2i}} = - \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^x (\phi_{2i,\sigma} \phi_{2j,\sigma}) d\sigma q_{2j} \hat{a}_1 + \phi_{2i} \hat{a}_2 \quad (11)$$

이상에서 구한 식들을 이용하여 운동방정식은 다음과 같은 형태로 구해진다⁽¹²⁾.

$$F_i + F_i^* = 0 \quad (i=1,2,\dots,\mu_1 + \mu_2) \quad (12)$$

또한 일반관성력은 다음 식에 의해 구해질 수 있다.

$$F_i^* = - \int_0^L \rho \bar{a}^p \cdot \frac{\partial \dot{v}^p}{\partial \dot{q}_i} dx \quad (13)$$

여기서 L 과 ρ 는 각각 외팔보의 길이와 단위길이 당 질량을 각각 나타낸다. 일반작용력은 탄성에너지와 중력의 영향에 의해 결정되는데 보의 인장과 굽힘 효과만 고려한 탄성에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EA \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (14)$$

여기서 E 는 영률, A 는 단면적, I 는 단면 2차모멘트를 나타낸다. 식 (14)와 다음 식을 이용하여 일반작용력을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_i &= F_i^U + F_i^G \\ &= - \frac{\partial U}{\partial q_i} + \int_0^L \bar{v}^p \cdot (-\rho g \hat{n}_2) dx \end{aligned} \quad (15)$$

이상의 결과들을 종합하여 중력의 영향을 고려한 회전하는 외팔보의 운동방정식은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{\mu_1} (m_{ij}^{11} \ddot{q}_{1j} + k_{ij}^S q_{1j} - \omega^2 m_{ij}^{11} q_{1j}) \\ &+ \sum_{j=1}^{\mu_2} (-\dot{\omega} m_{ij}^{12} q_{2j} - 2\omega m_{ij}^{12} \dot{q}_{2j}) \\ &- g \sin \theta P_{1i} - \omega^2 Q_{1i} = 0 \quad (i=1,2,\dots,\mu_1) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{\mu_2} (m_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} + k_{ij}^B q_{2j} - \omega^2 m_{ij}^{22} q_{2j}) \\ &- g \sin \theta k_{ij}^{GA} q_{2j} + \omega^2 k_{ij}^{GB} q_{2j}) \\ &+ \sum_{j=1}^{\mu_1} (\dot{\omega} m_{ij}^{21} q_{1j} + 2\omega m_{ij}^{21} \dot{q}_{1j}) \\ &+ g \cos \theta P_{2i} + \dot{\omega} Q_{2i} = 0 \quad (i=1,2,\dots,\mu_2) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,

$$m_{ij}^{ab} \equiv \int_0^L \rho \phi_{ai} \phi_{bj} dx \quad (18)$$

$$k_{ij}^S \equiv \int_0^L EA \phi_{1i,x} \phi_{1j,x} dx \quad (19)$$

$$k_{ij}^B \equiv \int_0^L EI \phi_{2i,xx} \phi_{2j,xx} dx \quad (20)$$

$$k_{ij}^{GA} \equiv \int_0^L \rho (L-x) \phi_{2i,x} \phi_{2j,x} dx \quad (21)$$

$$k_{ij}^{GB} \equiv \int_0^L \frac{1}{2} \rho (L^2 - x^2) \phi_{2i,x} \phi_{2j,x} dx \quad (22)$$

$$P_{ai} \equiv \int_0^L \rho \phi_{ai} dx \quad (23)$$

$$Q_{ai} \equiv \int_0^L \rho x \phi_{ai} dx \quad (24)$$

일반적으로 보의 인장방향 고유진동수는 굽힘 방향 고유진동수에 비해 매우 높고, 두 방향 간 모드들이 서로 간섭효과를 가지지 않는다고 가정하면

두 방향간 연성효과를 무시할 수 있다. 또한 일반적으로 보는 굽힘 방향의 운동이 지배적으로 나타나므로 굽힘 방향 운동만 고려하면 식 (17)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_2} \left[m_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} + \left(k_{ij}^B - \omega^2 m_{ij}^{22} \right) q_{2j} \right] + g \cos \theta P_{2i} + \dot{\omega} Q_{2i} = 0 \quad (i=1,2,\dots,\mu_2) \quad (25)$$

2.2 운동방정식 검증

식 (25)를 통해 구한 운동방정식의 정확성을 검증하기 위하여 방정식을 직접 수치적분하여 얻은 결과를 상용프로그램인 RecurDyn으로 검증하여 Fig. 2로 나타내었다. 이때 적용된 외팔보의 물성치는 Table 1과 같다.

2.3 운동방정식 무차원화

또한 일반적인 해석 결과를 얻고자 운동방정식을 무차원화하기 위해 다음의 무차원 변수들을 정의한다.

$$\varepsilon = \frac{\rho g L^3}{EI} \quad (26)$$

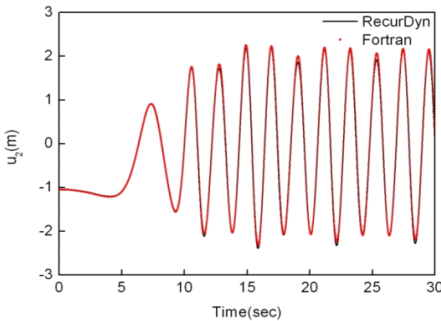


Fig. 2 Verification for the equation of motion

Table 1 Numerical data for the simulation

Notation	Description	Numerical data
L	Length	10 m
A	Cross section area	4.0 E-4 m ²
I	Area moment of inertia	2.0 E-7 m ⁴
ρ	Mass per unit length	1.2 kg/m
E	Young's modulus	7.0 E10 N/m ²

$$T = \sqrt{\frac{mL^4}{EI}} \quad (27)$$

$$\gamma = \omega T \quad (28)$$

$$\tau = \frac{t}{T} \quad (29)$$

$$\xi = \frac{x}{L} \quad (30)$$

$$\eta_i = \frac{q_{2i}}{L} \quad (31)$$

위의 무차원 변수들을 이용하면 무차원 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_2} \left[M_{ij}^{22} \ddot{\eta}_{2j} + \left\{ \begin{array}{l} -\gamma^2 M_{ij}^{22} + K_{ij}^B \\ -\varepsilon \sin \gamma \tau K_{ij}^{GA} + \frac{\gamma^2}{2} K_{ij}^{GB} \end{array} \right\} \eta_{2j} \right] + \varepsilon \cos \gamma \tau P_i = 0 \quad (32)$$

3. 안정성 해석

시스템의 동적 안정성을 판단하는 대표적인 방법으로 Floquet's theory을 이용한 안정성 해석이 있는데, 이 방법은 시스템의 운동방정식이 제차 미분방정식일 때 적용할 수 있다. 하지만 이 연구의 시스템에서 얻은 운동방정식의 경우 식 (32)에서 볼 수 있는 것과 같이 비 제차 미분방정식인 것을 알 수 있다. 비 제차 항은 안정성에 영향을 미치지 않으므로 무시하고 안정성 해석을 수행하면 Fig. 3과 같이 안정성 도표를 구할 수 있다. 안정성도표에서 파란 부분은 안정한 영역, 붉은 부분은 불안정한 영역을 나타낸다. 이 중 한 데이터세트에 대해 각각 안정, 불안정한 결과들을 살펴보았다. Fig. 4에서 붉은색 그래프는 Floquet's theory에 따라 불안정하다고 판단된, 시간이 지남에 따라 발산하는 그래프이고 파란색 그래프는 Floquet's theory에 따른 결과로는 안정하다고 판단된 그래프이다. 하지만 Fig. 5를 보면 알 수 있듯이, 안정하다고 판단된 결과에서 시간이 지남에 따라 발산하지는 않지만 무차원 변위 값이 매우 큰 값을 갖는 것을 볼 수 있다. 따라서 운동방정식이 비 제차 방정식인 경우에 대해서 안정성을 판단하기 위한 추가적인 척도가 필요한 것을 알 수

있다. 비 제차 방정식을 풀어 구한 무차원 변위 값이 주기적 함수 형태로 나타나기 때문에 이 연구에서는 무차원 변위 그래프의 진폭을 사용하여 진폭의 범위에 따라 안정성 척도를 규정하는 기법을 제안하고자 하며 그 결과로 Fig. 6과 같이 등고선 그래프를 구하였다. 진폭의 범위에 따라 11단계로 범위를 나누었고, 그에 따라 구한 환산 값은 Table 1에 나타내었다. 이

범위는 설계자의 기준에 따라 다르게 적용될 수 있다.

Fig. 6에서 가로축은 정규화된 무차원 회전 각속도이고 세로축은 식 (26)에서 정의된 바와 같이 중력 및 외팔보의 제원과 관련된 값이다. 전체적으로 낮은 무차원 회전 각속도에서 불안정한 영역이 존재하고 이 그래프를 통해 불안정한 영역이 어떤 조건에서 나타나며 그 영역이 어떻게 확대되는지를 알 수 있다. 일반적으로 축 방향 왕복운동을 하는 경우 불안정한 영역이 주파수가 외팔보의 첫 번째 고유진동수인 γ_1 일 때, 첫 번째 고유진동수와 두 번째 고유진동수 합의 반에 해당하는 $\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}$ 일 지점을 중심으로 나타나는데 비해 회전하는 외팔보의 경우는 각각 약 1.1배 높은 주파수를 중심으로

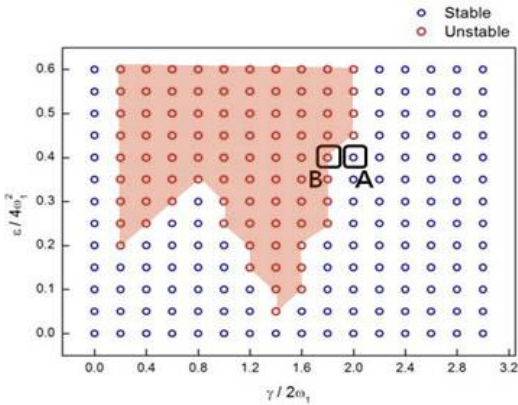


Fig. 3 Stability diagram by Floquet's theory

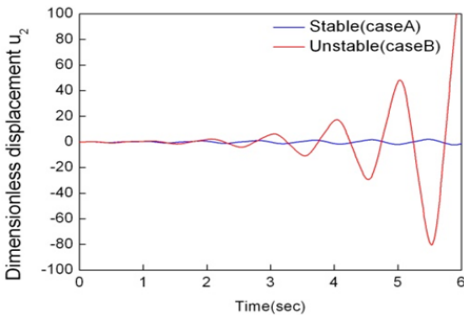


Fig. 4 Transient analysis of two cases

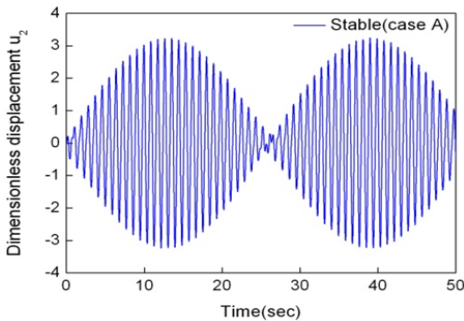


Fig. 5 Transient analysis of case A

Table 2 Conversion tables

Dimensionless u_2 max	0~0.05	0.05~1	0.1~0.15	...	0.5~
Conversion value	0	1	2	...	10

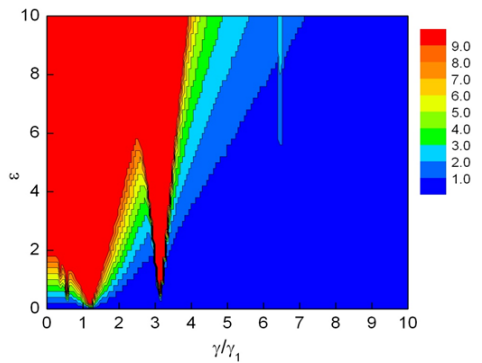


Fig. 6 Stability contour graph

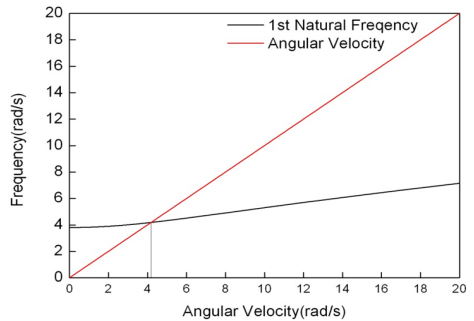


Fig. 7 Variation of first natural frequency

나타난다. 이러한 이유는 식 (25)에서 볼 수 있는 것처럼 강성 항에 각속도가 포함되어 있어 회전함에 따라 외팔보의 고유진동수가 변하기 때문이다. 회전 각속도 변화에 따른 첫 번째 고유진동수의 변화를 Fig. 7에 나타내었다. 회전하지 않을 경우 첫 번째 고유진동수의 값이 3.798이지만 회전함에 따라 약 1.1배 증가한 4.178이 된다. 또한 이 안정성 해석 결과는 터보 기기류를 비롯한 회전 구조물은 낮은 ε 값을 갖고 높은 회전 각속도로 작동하기 때문에 중력의 영향을 고려하여도 대부분 안정한 영역에서 작동하지만, 이 연구에서 대상으로 한 풍력 터빈의 블레이드는 높은 ε 값을 갖고 낮은 회전 각속도로 작동하므로 중력의 영향이 고려되어야만 한다는 것을 보여준다.

4. 결 론

이 논문에서는 중력의 영향이 고려된 회전하는 블레이드의 모델링 및 동적 안정성 해석을 수행하였으며 상용 프로그램을 사용하여 운동방정식을 검증하였다. 중력의 영향으로 인해 시스템의 운동방정식이 비 선형 미분방정식이 되었고, 유도된 운동방정식을 Floquet's theory를 적용하여 안정성 해석을 수행하였으며 안정하지만 매우 큰 변위를 갖는 영역들이 존재하기 때문에 최대변위에 따라 등고선 그래프로 안정성 해석 결과를 나타내는 방법을 제안하였다. 해석 결과 무차원 회전 각속도 γ 가 정확히 $\gamma_1, \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}$ 인 지점이 아닌 약 1.1배 높은 지점에서 심한 불안정성을 나타내는 것은 블레이드가 회전함에 따라 고유진동수가 변하기 때문이며, stability contour graph를 통하여 블레이드의 물성치와 회전 각속도가 안정성에 미치는 영향을 확인할 수 있다.

후 기

이 논문은 2010년도 2단계 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

참 고 문 헌

(1) Hansen, M. H., 2004, "Aeroelastic Stability

Analysis of Wind Turbines Using an Eigenvalue Approach," Wind Energy, Vol. 7, No. 2, pp. 133~143.

(2) Riziotis, V. A. and Voutsinas, S. G., 2004, "Aeroelastic Stability of Wind Turbine," Wind Energy, Vol. 7, No. 4, pp. 373~392.

(3) Leissa, A., 1981, "Vibration Aspects of Rotating Turbomachinery Blade," Applied Mechanics Reviews, Vol. 34, pp. 629~635.

(4) Rao, J., 1987, "Turbomachine Blade Vibration," Shock and Vibration Digest, Vol. 19, pp. 3~10.

(5) Kane, T., Ryan, R. and Banerjee, A., 1987, "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 10, pp. 139~151.

(6) Yoo, H., Ryan, R. and Scott, R., 1995, "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motion," J. of Sound and Vibration, Vol. 181, No. 2, pp. 261~278.

(7) Yoo, H. and Shin, S., 1998, "Vibration Analysis of Rotating Cantilever Beams," J. of Sound and Vibration, Vol. 212, No. 5, pp. 807~828.

(8) Kim, N., Hyun, S. and Yoo, H., 2003, "Nonlinear Modeling Employing Hybrid Deformation Variables and Frequency Response Characteristics of a Cantilever Beam Undergoing Axially Oscillating Motion," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 13, No. 3, pp. 210~216.

(9) Hong, H. and Eun, S., 2006, "Dynamic Stability Characteristics of Axially Accelerated Beam," Key Engineering Materials, Vols. 321-323, pp. 1654~1658.

(10) Kim, S. and Yoo, H., 2007, "Dynamic Modeling and Stability Analysis of an Axially Oscillating Beam Undergoing Periodic Impulsive Force," J. of Sound and Vibration, Vol. 320, pp. 254~272.

(11) Leonard Meirovitch, 1970, Methods of Analytical Dynamics, McGraw-Hill Book Co.

(12) Kane, T. and Levinson, D., 1985, Dynamics, Theory and Applications, McGraw-Hill Book Co.