

# CAF 계산의 효율성 개선과 성능 향상

조 세 영\*, 정회원 김 수 영\*

## Improvement of CAF estimation performance

Se-young Cho\*, Sooyoung Kim\*

### 요 약

본 논문에서는 임의의 전파를 발사하는 송신원의 위치를 파악하기 위한 방법의 하나로써 시간 차이와 주파수 차이를 이용하는 교차모호함수를 사용하여 시뮬레이션 한 결과를 소개한다. 동일한 송신 신호가 서로 다른 경로를 통하여 수신될 경우 두 신호가 가지고 있는 시간 지연의 차이가 있고, 또 서로 다른 도플러 천이로 인하여 주파수 천이를 가지게 된다. 이러한 성질을 이용하여 서로 다른 시간 지연과 주파수 천이를 가지는 두 신호에 대한 교차모호함수를 계산하고, 이 함수가 최대 값을 가지도록 하는 시간 및 주파수 천이를 구하여 전파를 발사한 송신국의 위치를 파악할 수 있게 된다. 본 논문에서는 이러한 교차모호 함수를 이용하여 여러 가지 환경에 따른 시뮬레이션 결과를 소개하고, CAF 계산의 효율성을 개선하고 성능을 향상시키는 방법에 대해 소개한다.

**Key Words** : CAF, TDOA, FDOA

### ABSTRACT

In this paper, we introduce a simulation result of cross ambiguity function (CAF) using time difference of arrival and frequency difference of arrival. This method is generally used to find a geographical location of the unknown radio transmitter. If multiple signals with the same source information are arrived at a receiver via different paths, then they will have different time delays and Doppler shifts. We can estimate the CAF by using these characteristics, and estimate the location of the unknown transmitter. This paper introduces a technique to improve the estimation performance of CAF.

### I. 서 론

본 논문에서는 미지의 무선 전송국에서 전파를 발사할 경우 이를 추적할 수 있는 알고리즘의 성능을 개선할 수 있는 방법과 그 시뮬레이션 결과를 소개한다. 정지궤도 위성 시스템의 경우 불법적으로 전파를 발사하는 신호는 공격을 당하는 주위성뿐만 아니라, 인접 위성에도 안테나 사이드 로브를 통하여 비교적 낮은 신호 대 잡음비를 가진 미약한 신호를 발사하게 된다. 이 때, 두 위성에도달하는 불법 전파는 동일한 신호를 가지고 있지만 두 위성까지의 경로 차이와 위성 궤적의 움직임 차이로 인하여 서로 다른 시간 지연 차이와

(time difference of arrival ;TDOA) 주파수 천이를 (frequency difference of arrival; FDOA) 가지게 되는 것이다. 이런 시간 지연과 주파수 천이를 정확하게 추정하게 되면, 위성의 절대적인 위치와 궤적의 움직임은 정확히 알고 있기 때문에 불법 전파국의 위치를 계산할 수 있게 된다.

본 논문에서는 이러한 응용분야에 이용될 수 있는 것으로서 서로 다른 TDOA와 FDOA를 가지고 수신되는 신호에 대하여 교차모호함수(cross ambiguity function; CAF)의 계산 방법을 소개하고, 계산 상의 효율성 증가 및 성능 개선 방안을 제안한다. 또, 여러 가지 파라미터에 따른 시뮬레이션 결과를 분석하여 향후 위성 지구국의 위치를 파악하는 알고리즘 구현에 활용할 수 있도록 한다.

\* 전북대학교 전자정보공학과 디지털통신시스템 연구실(whptdud1009@chonbuk.ac.kr, sookim@chonbuk.ac.kr)  
논문번호 : 논0901-08, 접수일자 : 2009년 6월 1일, 최종 게재 논문통보일자 : 2009년 6월 20일

## II. 본 론

### 1. CAF를 이용한 위치 계산의 기본 개념

아래 그림 1은 소스위와 두 위성 사이에서 발생하는 TDOA와 FDOA에 대한 개념을 도식적으로 나타낸 것이다.

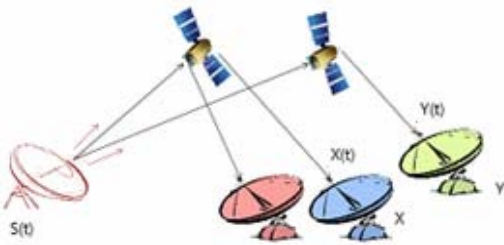


그림1. 미지의 전파원 위성 수신 신호의 개념도

CAF를 이용하여 지구국의 위치를 파악하는 알고리즘을 살펴보기 위하여, 불법 전송국에서 전송되는 소스 신호를  $S(t)$ 라고 하자. 이 신호가 주 위성 A를 통하여 해당 지구국에 비교적 큰 신호 대 잡음비를 가지고 수신된 신호를  $X(t)$ 라고 하고, 동일한 신호원  $S(t)$ 가 송신 지구국 안테나의 사이드 로브를 통하여 인접한 위성 B를 통하여 수신기에 비교적 낮은 신호 대 잡음비를 가지고 수신된 신호를  $Y(t)$ 라고 하자.  $Y(t)$ 와  $X(t)$ 는 비록 동일한 신호원  $S(t)$ 에 대한 수신 신호라 할지라도 위성 A와 B 까지의 경로가 서로 다르므로 인하여 TDOA를 갖게 될 것이다. 또한, 위성 A와 위성 B가 서로 다른 궤적으로 움직임에 따라 서로 다른 도플러 주파수 천이를 겪게 되어 FDOA를 갖게 된다 [1].

이러한 TDOA와 FDOA는 신호를 전송하는 송신 지구국, 즉 소스위의 위치에 따라 유일하게 결정되는 값이므로, 수신된 두 신호  $X(t)$ 와  $Y(t)$ 를 비교하여 TDOA와 FDOA 값을 알아내면, 소스위의 위치도 자동적으로 결정할 수 있게 된다. 따라서 이러한 방법으로 수신국에서 원하지 않는 불법 신호를 보낸 위치를 찾아 낼 수 있는데, 이러한 방법 중 하나가 교차모호함수를 이용하는 것이다.

앞서 정의했던 두 신호를  $X(t)$ 를 기준으로 정리해보면, 아래와 같이 두 식으로 표현할 수 있다 [2].

$$\begin{aligned} X(t) &= S(t) + W_1(t) & (1) \\ Y(t) &= A \cdot S(t-D)e^{j(\Delta\omega(t-D)+\phi)} + W_2(t) & (2) \end{aligned}$$

여기서  $W_1(t)$ 와  $W_2(t)$ 는 가산 백색 가우시안 잡음(additive white Gaussian noise; AWGN)이다.  $Y(t)$ 는 식 (2)에서와 같이  $X(t)$ 와 동일한 송신 신호  $S(t)$ 에  $D$  만큼의 TDOA를 갖고,  $\Delta\omega$  만큼의 FDOA를 갖는 신호에 AWGN이 더해져 수신된 신호라고 할 수 있다.

CAF를 아래와 같이 정의하면,

$$A_{xy}(w, \tau) = \int_0^T X(t)Y^*(t + \tau)e^{-j\omega t} dt \quad (3)$$

여기서 \*는 복소 공액(complex conjugate)을 나타낸다. 실제로 발생한 TDOA에 해당하는 양을 시간축에서 반대로  $\tau$ 만큼 천이 시켜주고, 실제로 발생한 FDOA에 해당하는 양을 주파수 축에서 정확히  $w$  만큼 천이시켜주면,  $Y(t)$ 는  $X(t)$ 와 가장 비슷한 모양이 될 것이므로 이때 두 신호를 곱하여 적분한 양은 최대값이 될 것이다.

### 2. 알고리즘의 구현

본 절에서는 위의 식 (3)의 CAF를 구현하는 방법에 대해 살펴보도록 한다. 위 식 (3)에서  $R_{xy}(t, \tau) = X(t)Y^*(t+\tau)$ 라고 정의하면, CAF는 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$A_{xy}(w, \tau) = \int_0^T R_{xy}(t, \tau)e^{-j\omega t} dt \quad (4)$$

즉, CAF는 수신되는 두 신호를 서로 다른 시간 지연 차이를 주어 곱한 값들을 푸리에 변환한 것들이 되며, 이 때 TDOA와 FDOA는 이들 중 그 값이 최대가 되도록 하는  $w$ 와  $\tau$ 를 찾으면 된다.

이 때, 회로를 구현하기 위해서 위의  $R_{xy}(t, \tau)$ 함수는 수신 신호를 일정 간격으로 샘플링한 후 이를 디지털 값으로 양자화 한 값을 연산한 2차원 배열이 되어 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_{xy}[m, l] = X[m] \times Y^*[m + l] \quad (5)$$

또는, CAF는 이를 FFT 취하여 구할 수 있다. 즉,  $A_{xy}[n, l] = \text{FFT}\{R_{xy}[m, l]\}$ 이 되는데, 이 때,  $l$ 은 발생 가능한 TDOA 값을 나타내는 변수이고,  $n$ 은 발생가능한 주파수 천이를 나타내는 변수이다.  $R_{xy}$  계산식에 대한 이해를 돕기 위해 그림 2로 나타내었다.

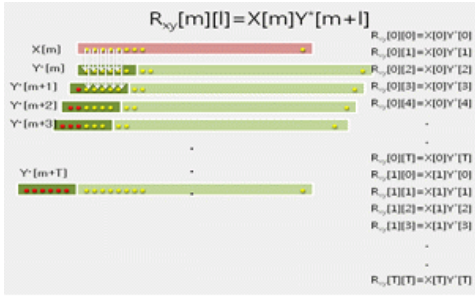
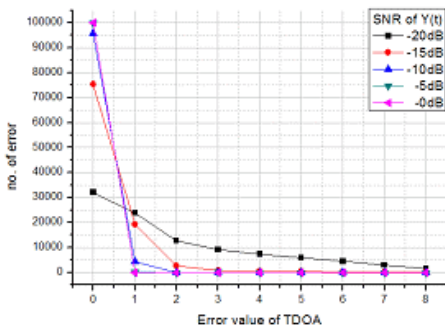


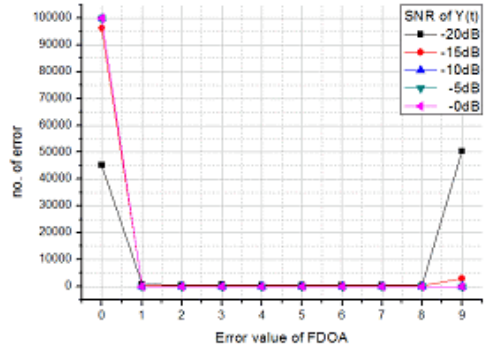
그림 2.  $R_{xy}$  계산의 개념도

### 3. CAF 계산과 TDOA 및 FDOA의 추정 오차 범위

위의 그림 3에 나타나 있는 바와 같이 CAF 계산을 위해서 먼저  $R_{xy}$ 를 계산할 경우에는 발생 가능한 TDOA 오차 범위 내에 있는  $l$  값에 대해서만  $R_{xy}$ 를 계산한다. 그러나,  $R_{xy}$ 를 이용하여  $A_{xy}$  즉 CAF 계산을 위해 수행하는 FFT는 실제 FDOA 추정을 위해 요구되는 주파수 값의 정확도와 상관없이 있기 때문에 실제 발생하는 FDOA 보다 훨씬 넓은 범위의 FFT를 계산하게 되는 것이다. 이러한 이유로 인하여 FDOA의 경우 그 추정 범위가 광범위하기 때문에 추정오차가 발생할 경우, 그 오차 값의 분포도 광범위하게 분포된다. 다음 그림3에는 CAF 계산을 통하여 추정한 TDOA 및 FDOA 추정 오차 값의 범위가 나타나 있다. TDOA의 경우 추정 오차가 발생하더라도 그 값이 원래 목적으로 하고 있는 값의 근처에 위치해 있지만 FDOA의 경우 양상이 다르게 나타남을 알 수 있다. 본 논문에서는 이러한 특성을 이용하여 성능을 향상시킬 수 있는 방식을 제안하고자 한다.



(a) 추정된 TDOA 값의 오차 분포도



(b) 추정된 FDOA 값의 오차 분포도

그림 3. 추정된 TDOA 와 FDOA 값의 오차 분포도

### 4. 알고리즘 효율성 개선 방법

일반적으로 CAF 계산을 통하여 위성 지구국의 위치를 파악하기 위해서는 TDOA의 경우 msec 단위의 정확도가 요구되며, FDOA의 경우 mHz 단위의 정확도가 요구된다. 따라서, TDOA 추정에 필요한 정확도를 만족시키기 위해서는 초당  $10^6$ 개의 데이터가 필요하고, FDOA 추정에 필요한 정확도를 만족하기 위해서는 1000초의 데이터가 필요하므로 CAF 계산에서 요구되는 데이터는 총  $10^9$ 개가 된다.

또, CAF 계산 과정을 살펴보면 이  $10^9$ 개의 두 데이터 세트 즉,  $X(t)$ 와  $Y(t)$ 를 곱하고, 이 곱해진 결과를 길이가  $10^9$ 개인 FFT 연산을 여러 번 취해야 한다. 그러나, FFT의 길이가  $10^9$ 개일 경우 그 복잡도가 지나치게 크기 때문에 이를 계산할 수가 없다. 따라서 이러한 복잡도를 개선하여 보다 효율적으로 계산할 수 있는 방법이 필요한 것이다. 이러한 점을 해결하기 위하여 CAF 계산을 Coarse 단계 및 Fine 단계로 나누어 계산상의 효율성을 향상시키는 방안이 제안된 바 있다 [2].

이 알고리즘의 기본 개념은 TDOA 계산에는 미세하게 샘플링된 데이터가 필요하지만 시간 상에서 굳이 긴 시간의 데이터가 필요하지 않고, FDOA 계산에서는 반드시 긴 시간의 데이터가 필요하다는데 착안한 것이다.

이것을 위의 위성 시스템의 경우에 적용하여 생각해 보자. 예를 들어 msec 단위의 TDOA 계산의 정확도를 위하여 수신된 신호를 msec 단위로

샘플링 했다고 하자. 이제 mHz 단위의 FDOA 계산 정확도를 위하여 1000 초의 데이터가 필요하지만 한꺼번에 이 많은 양의 데이터를 처리하기 위해서는 복잡도가 너무 커서 처리할 수가 없기 때문에, 이를 두 단계로 나누어 TDOA와 FDOA를 계산한다. 먼저 1 ms 동안 msec 단위로 샘플링한 데이터, 즉 1000개의 데이터를 이용하여 CAF를 계산하면, TDOA 값은 우리가 원하는 단위인 msec 단위의 값으로 계산이 되고, 이 때 계산되는 FDOA 값은 1000 Hz 단위가 될 것이다. 따라서 이 첫번째 단위에서 계산된 FDOA 값의 정확도가 원하는 정확도보다 훨씬 낮은 범위이고, 그 정확도가 매우 떨어질 것이기 때문에 이 단계를 coarse 추정 단계라고 부른다.

이제 우리가 원하는 정확도의 FDOA를 계산하기 위하여 1000 초 동안의 데이터를 사용하면 되는데, 이미 정확한 TDOA 값이 계산되었기 때문에 msec 단위 보다는 훨씬 큰 단위로 샘플링된 데이터를 이용할 수 있다. 따라서, 예를 들어 1초 간격으로 샘플링된 1000개의 데이터를 이용하면 총 1000초에 해당하는 데이터가 되므로 이러한 데이터를 이용하여 CAF 를 계산하게 되면 mHz 단위의 정확도로 FDOA가 계산되게 된다. 이 단계를 fine 추정 단계라고 부른다. 아래 그림 4는 coarse 및 fine 단계로 나누어 CAF를 계산 알고리즘의 개념도 이다.



그림 4. coarse/fine 단계를 이용한 CAF 계산의 기본 개념

본 논문에서는 이러한 성능 향상 알고리즘에 추가적으로 제시되었던 바와 같이 CAF 계산에서 FDOA의 추정 범위가 너무 광범위하다는 점을 이용하여 계산 상의 효율성을 추가적으로 개선하고자 한다. CAF 연산량은 FFT의 크기가 좌우하게 되는데, 실제로 추정하고자 하는 FDOA 값은

아래 그림 5에 나타나 있는 바와 같이 전체 FFT 중 극히 일부분에만 들어 있을 것이다. 따라서 원하는 FDOA 추정 범위 내에 해당하는 값들에 대해서만 FFT 연산을 수행함으로써 계산 과정을 간단히 할 수 있다.

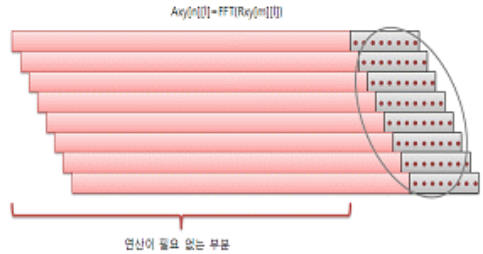


그림 5. 부분 FFT 연산을 이용한 효율성 개선의 개념

### 5. 시뮬레이션 환경

먼저, 두 신호  $X(t)$  및  $Y(t)$ 는 모두 수신단에서 심볼당 샘플링 되는 개수가 동일하다고 가정한다. 먼저  $X(t)$ 를 발생 가능한 최대 TDOA 주기 간격으로 랜덤 넘버를 발생시키고 최대 TDOA 주기 동안 동일한 값으로 유지시켜준다.  $Y(t)$  신호는  $X(t)$  신호를 발생한 TDOA만큼 천이 시켜주며, FFT 변환 후 랜덤하게 발생한 FDOA 만큼 천이시켜준다. 다음 그림 6은 랜덤하게 생성된 신호  $X(t)$ 와 시간 지연된  $Y(t)$  신호를 보여준다.

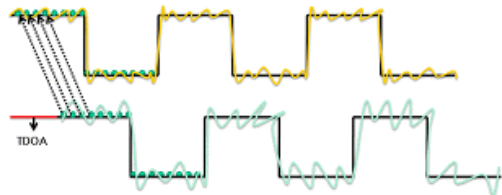


그림 6. 신호 생성 방법

이를 통해 얻어진  $X(t)$ 와  $Y(t)$ 신호를 가지고 CAF 계산을 통해 시뮬레이션 하였다. TDOA와 FDOA를 랜덤하게 발생시키면서  $10^5$  번씩 시뮬레이션하여 TDOA 및 FDOA에 대한 계산 오류율을 시뮬레이션 하였다. 여기서 발생시킨 샘플의 개수는 FFT 계산의 효율성을 도모하기 위해 2의 지수 승인 2048 개로 택하였으며, 심볼당 샘플링된 데이터의 개수는 8개 이다.

CAF 계산을 위하여 위와 같은 방법으로 데이터를 발생시킬 경우 고려해야 할 사항이 있다. 실제로 발생하는 TDOA 및 FDOA는 아날로그 값이므로, CAF 계산에 사용하는 이산적인 데이터의 샘플링 간격과는 차이가 있다는 것이다. 이러한 점을 반영하기 위하여 본 논문에서는  $T_s$ 를 실제 CAF에서 계산하는 TDOA 단위와 실제 발생하는 TDOA 단위와의 비라고 하고,  $F_s$ 를 실제 CAF에서 계산하는 FDOA 단위와 실제 발생하는 FDOA 단위와의 비라고 정의하였다. 즉,  $F_s$ 가 1일 경우에는 실제 발생하는 FDOA가 CAF 계산에서의 FDOA 단위와 동일한 경우이고,  $F_s$ 가  $N$ 이라는 것은 실제 발생하는 FDOA가 연산에 사용되는 단위보다  $N$ 배 더 세밀하게 발생한다는 의미이다.

다음 그림 7은  $T_s$  및  $F_s$ 가 각각 4이고 최종  $R_{XY}$  연산에 사용되는 샘플의 개수가 256개인 경우에 대하여 시뮬레이션 데이터를 발생시키는 예제를 보여준다.

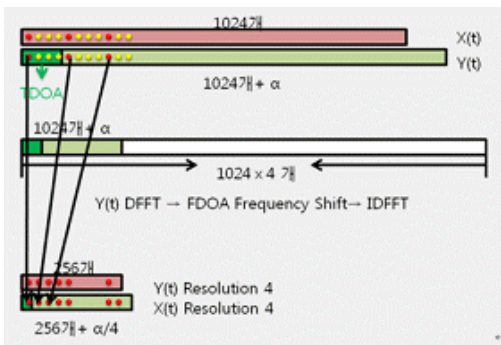
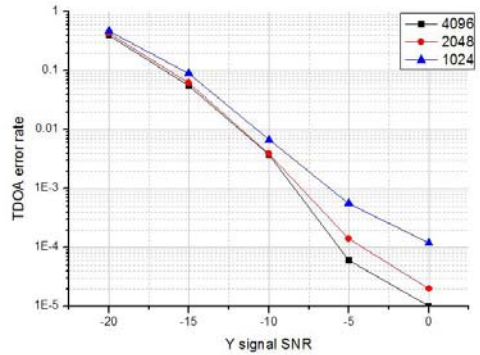


그림 7. TDOA 및 FDOA가 계산 알고리즘의 분해능 이하로 발생하는 경우 신호 발생의 개념도

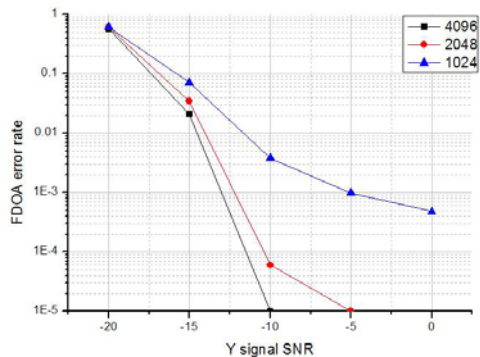
### 6. 시뮬레이션 결과

먼저 계산상의 효율성 개선을 위한 coarse 및 fine 추정을 통한 TDOA와 FDOA에 대한 추정 오류율에 대한 성능 시뮬레이션 결과를 살펴보기로 한다. 아래 그림 8은 전체 발생하는 샘플 수가 각각 4096, 2048 및 1024일 경우에 대한 추정 오류율 성능을 나타낸 그래프이다. 이 때  $T_s$  및  $F_s$ 는 각각 4이고 coarse/fine CAF 계산에서 사용되는 샘플 개수가 각각 256개이다. CAF 연산에서 동일한 샘플 개수를 사용하지만 전체 관찰 샘플 개수가 많

다는 것은 많은 시간에 해당하는 데이터를 고려한다는 의미이다.



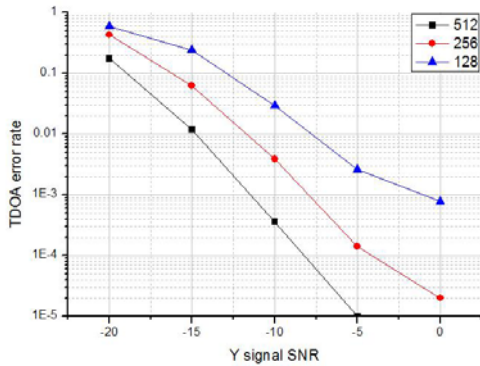
(a) TDOA 추정 오류율



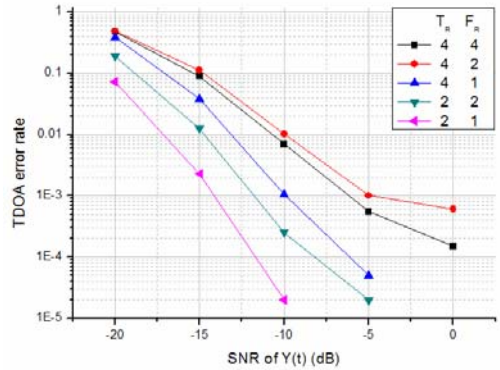
(b) FDOA 추정 오류율

그림 8. 전체 관찰 샘플 개수에 따른 TDOA 와 FDOA 추정 오류율

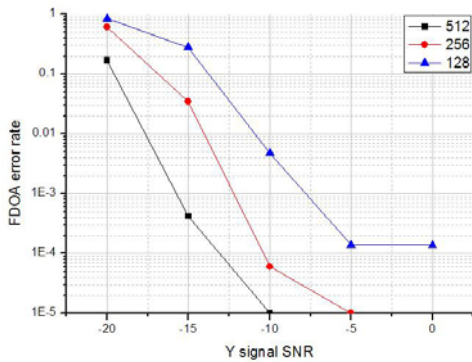
위 그림 8에서 알 수 있듯이 CAF 연산에서 동일한 개수의 샘플을 사용하더라도 오랜 시간에 걸쳐있는 데이터를 사용하는 것이 더 좋은 성능을 얻는데 도움이 된다는 것을 알 수 있다. 그 다음으로는 동일한 시간 동안의 데이터 즉, 전체 샘플 개수를 동일하게 하고 coarse/fine CAF 계산 단계에서 사용하는 데이터의 개수에 따른 성능을 살펴본다. 다음 그림 9는 전체 관찰 샘플 개수가 2048개 일때, coarse/fine CAF 계산 단계에서 사용되는 샘플 개수에 따른 TDOA 및 FDOA 추정 오류율이 각각 나타나 있다. 이 결과 역시 쉽게 예상할 수 있듯이 CAF 연산에 사용되는 샘플 개수가 많을수록 성능이 더 우수함을 확인할 수 있다.



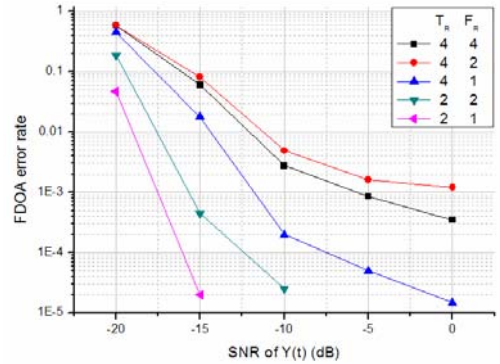
(a) TDOA 추정 오류율



(a) TDOA 추정 오류율



(b) FDOA 추정 오류율



(b) FDOA 추정 오류율

그림 9. coarse/fine 단계에 사용되는 샘플 개수에 따른 TDOA와 FDOA 추정 오류율

그림 10. Ts 및 Fs에 따른 TDOA 및 FDOA 추정 오류율

다음은 전체 관찰 샘플 개수와 coarse/fine CAF 연산에 사용되는 샘플 개수가 동일할 때, Ts 및 Fs에 따른 성능을 비교하였다. 아래 그림 10은 전체 관찰 샘플 개수가 1024개이고 coarse/fine CAF 연산에 사용된 샘플 개수가 256개일 때 Ts 및 Fs에 따른 TDOA 및 FDOA 추정 오류율을 나타낸 그래프이다. 아래 그림 10에 나타난 성능은 최대 TDOA 발생 값이 신호의 한 주기 이내임을 가정하여 시뮬레이션 한 결과이다.

마지막으로 본 논문에서 제시했던 성능 개선과 효율성 향상을 도모하기 위한 부분 FFT를 적용하였을 때, 성능을 비교하였다. 아래 그림 11은 전체 관찰 샘플 개수는 2048개이고, Ts와 Fs는 각각 4, coarse/fine CAF 연산에 사용된 샘플 개수는 256개일 경우에 대한 성능 비교결과이다.

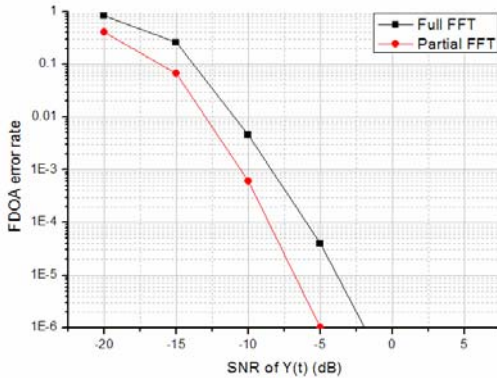


그림 11. 전체와 부분 FFT 연산에 따른 FDOA 추정 오류율

위 그림 11에 나타나 있는 바와 같이 부분 FFT를 통해 FDOA 추정 범위를 제한함으로써 성능이 향상됨을 알 수 있다. 이는 효율성 계산에 큰 영향을 끼치며, FDOA 근사치를 통해서 불법 전파원의 위치를 추정하는 데에 많은 도움을 줄 수 있다.

### III. 결 론

본 논문에서는 서로 다른 시간 지연 및 주파수 천이를 가지는 신호원에 대한 CAF를 계산하여 알려지지 않은 송신원의 위치를 찾아내는 방법을 토대로 그 계산의 효율성과 성능 향상을 위한 방법을 소개하였다. CAF 계산의 가장 큰 복잡도는 FFT 계산에서 비롯되기 때문에 FFT 변환의 과정을 줄임으로써 효율성을 상당히 증가시킬 수 있었으며, 또한 범위를 고려함으로써 인해 발생 가능한 오차를 줄임으로써 성능을 향상시키는 방법을 소개하였다. 본 논문에서 제시된 시뮬레이션 결과에 따르면 부분 FFT 활용으로 인해 수 dB의 성능 이득을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

### 참 고 문 헌

- [1] S. Stein, 'Algorithms for ambiguity function processing', IEEE Trans Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. 29, No. 3, pp. 588-599
- [2] PCT/GB95/02211, "Locating the source of an

unkown signal", 대한민국 특허 1999-0063676

### 저 자

조 세 영 (Se-Young Cho)



2008년 2월: 전북대학교  
전자 공학과 졸업  
2008년 7월~현재: 전북대학교  
전자공학과 석사과정

<관심분야> 전자공학, 통신  
공학, 광통신 공학

김 수 영 (Soo-Young Kim)



1990년 2월: 한국과학기술원  
전기 및 전자공학과  
학사

1990년 2월~1991년 9월:  
ETRI 연구원

1992년 10월: Univ. of  
Surrey, U.K 공학석사

1995년 2월: Univ. of  
Surrey, U.K 공학박사

1994년 11월~1996년 6월: Research Fellow,  
Univ. of Surrey, U.K

1996년 8월~2004년 2월:  
ETRI 광대역무선정송연구 팀장

2004년 3월~현재: 전북대학교 전자정보공학부  
부교수

<관심분야> 오류정정부호화방식, 이동/위성통신