

자연 속에 숨겨진 숫자이야기

최원석 | 과학칼럼니스트

본격적인 가을 산행의 계절이 왔다. 단풍으로 붉게 물든 아름다운 산을 찾아 많은 사람들이 주말이면 도시를 떠난다. 맑은 공기를 마시며 등산을 하다보면 일주일 동안 바쁜 도시 생활로 인해 생긴 피로가 말끔히 사라져 버린다. 물론 자연의 매력은 단풍으로 물든 가을 산에만 있는 것이 아니라 온통 눈으로 덮인 겨울산과 예쁜 꽃들로 가득한 봄 산도 또 다른 매력으로 가득하긴 마찬가지다. 이와 같이 일반인들에게 자연은 아름다운 곳으로 가득한 곳이지만 수학자들에게는 숫자로 가득한 세상이다.

이제 곧 가을이 지나고 나면 단풍으로 물들었던 나무들은 앙상한 가지로 드러낼 것이다. 가지가 드러난 나무들을 과학자들은 '덴드라이트(dendrite)'라고 부른다. 이는 일반인들에게는 나뭇가지 모양이라는 뜻이고, 지질학자에게는 모수석, 생물학자에게는 수상돌기, 화학자에게는 수지상 결정을 뜻하는 말로 받아들여진다. 하지만 이러한 나뭇가지가 수학자에게는 '프랙탈(fractal)'로 보인다. 프랙탈은 '부서진'이라

는 뜻의 라틴어 '프랙투스(fractus)'에서 따온 말로 1975년 프랑스 수학자인 만델브로트(Benoît Mandelbrot)에 의해 붙여진 이름이다. 프랙탈은 나무의 잔가지들이 전체 나무의 모양을 하고 있는 것과 같이 작은 부분이 전체의 구조와 닮아있는 형태를 말한다. 즉 프랙탈은 작은 부분이 전체의 부분과 닮아있는 소위 '자기 유사성'이 있는 구조를 말한다.

1970년대 IBM의 연구원이었던 만델브로트는 주식이나 전기 회로의 간섭을 연구하던 중 이것들이 마치 해안선의 모양과 같이 자기 유사성이 있다는 것을 발견했다. 주식의 변동 그래프를 보면 일 년이나 한 달, 하루 사이의 그래프가 모두 비슷한 모양을 하고 있다. 이러한 프랙탈은 주식과 같이 특이한 경우에만 발생하는 것이 아니라 놀랍게도 자연에서는 매우 흔하게 존재하는 구조이다. 해안선을 비롯하여 구름, 강줄기, 산맥과 다양한 동식물에서 흔히 볼 수 있다. 구름을 가까이 가서 확대해서 보면 멀리서 봤던 모양과 유사한 모양으로 되어 있다. 번개나 커다란 강도 본 줄기에서 갈라져 나온 작은 줄기에서도 더 작은 줄기들이 갈라져 나와 결국 전체 모양과 닮아 있다. 산행을 하면서 산맥을 자세히 살펴보면 산맥을 이루는 암석이나 돌에서도 산맥의 모양과 비슷한 구조를 발견할 수 있다. 또한 양식에 빠지지 않고 등장하는 브로콜리나 한식에 등장하는 고사리도 대표적인 프랙탈 구조이다. 씹으로 인기가 높은 상추도 자세히 보면 주름진 잎에 다시 작은 주름으로 주름져 있는 프랙탈이다. 그렇다면 자연에서 프랙탈 구조가 흔하게 발견된다는 것은 어떤 의미일까? 린덴마이어 시스템(Lindenmayer system)

또는 줄여서 L-시스템으로 불리는 프로그램을 이용하면 간단하게 나뭇가지 모양을 만들어 낼 수 있다. 이 시스템은 일정한 길이가 되면 두개로 갈라진다는 간단한 규칙만으로 훌륭한 나무를 컴퓨터상에서 만들어낸다. 즉 프랙탈은 복잡해서 아무런 패턴도 없어 보이는 자연에도 수학적 규칙성이 존재함을 알려주는 것이다.

이번에는 길가에 피어 있는 코스모스를 살펴보자. 코스모스의 꽃잎은 8장으로 피보나치수열에 해당한다. 코스모스만 피보나치수열에 해당하면 우연이라고 할 수 있겠지만 자연에 존재하는 90% 이상의 꽃에서 이 수를 발견할 수 있다. 백합은 3장, 채송화는 5장, 모란은 8장, 금잔화는 13장 등등 대부분의 꽃들이 피보나치수로 이루어져있다. 피보나치수열은 1202년 이탈리아의 수학자 피보나치(Leonardo Fibonacci)가 유럽에 아라비아수의 우수성을 알리기 위해 쓴 《계산책(Liber Abacci)》에 연습문제 형식으로 들어 있다. 이 책에서 피보나치는 암수 토끼 한 쌍이 매달 한 쌍의 토끼를 낳을 경우 1년 후에 몇 쌍이 될지에 대한 문제를 냈다. 이때 토끼가 죽지 않는다고 가정하면 토끼는 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...와 같은 수로 불어나게 되며, 이를 피보나치수열이라고 부른다. 물론 토끼가 한 쌍만 새끼를 낳는 것도 아니며, 죽기도 하기 때문에 실제로 이러한 수열로 번식하지는 않지만 생물의 번식과 생장에 있어 피보나치수열은 흔히 발견된다.

식물의 경우 꽃잎 이외에도 솔방울과 해바라기 씨의 배열에서도 피보나치수가 발견된다. 해바라기 씨를 자세히 보면 무질서한 듯이 보이지만 실제로 나선형으로 질서정연하게 배치

되어 있다. 이때 나선의 수를 세어 보면 작은 해바라기의 경우 서로 다른 방향으로 34개와 55개, 큰 해바라기의 경우 89개와 144개의 나선이 존재한다. 이러한 수들은 정확하게 피보나치수열과 일치한다. 해바라기 씨가 피보나치수로 배치된 것은 일정한 공간상에 최대한 많은 씨를 배열하기 위한 방법이기 때문이다. 또한 나무들의 잎차레도 피보나치수열을 따른다. 예를 들면 참나무는 잎이 두 번 가지를 회전하여 나는 동안 5개의 잎이 나오며, 배나무는 3번 회전하는 동안 8개의 잎이 나온다. 식물들이 이렇게 피보나치수열을 따라 잎이 나는 이유는 나중에 나는 잎이 먼저 난 잎의 빛을 가리지 않기 위한 것이다. 즉 피보나치수열에 따라 잎이 나면 최대한 빛을 많이 받을 수 있게 된다.

피보나치수열은 식물에만 나타나는 것이 아니다. 앵무조개나 암모나이트와 같은 연체동물의 껍질에도 나타난다. 앵무조개의 나선 무늬는 간격이 일정하지 않고 한번 회전 할 때마다 마디 선 사이의 간격이 증가하는 로그 나선을 이루는데 여기에도 역시 피보나치수열이 나타난다. 피보나치수열로 된 나선은 황금나선이라고 부르기도 하는데, 이는 피보나치수열의 연속하는 두 수가 황금비율을 이루기 때문이다. 재미있는 사실은 황금나선도 프랙탈과 마찬가지로 나선의 일부분이 전체 나선의 모양과 닮은꼴이라는 것이다. 이와 같이 자연에는 세상을 창조한 조물주가 마치 수학자였다는 듯이 온통 수학적 디자인으로 가득하다. 다음 번 산행에서는 자연 속에 숨겨진 다양한 패턴을 찾아 떠나보는 것도 멋진 여행이 될 것이다.

TTA