

# 팽창성 그라우트 적용 소일 네일에 대한 연구

Article

# 04

- 공벽면의 초기 수직응력 증가에 의한 인발력 향상 -  
Study on Capacity Enhancement of Soil Nail Using Expansive Grout

김 동 준

선임연구원, 현대건설 기술개발원 기술연구소

## 1. 서론

말뚝, 네일, 앵커, 록볼트 등 지보재의 주면지지력은 전단면에서의 전단강도에 기초하여 산정할 수 있다. 전단강도에 영향을 미치는 요소는 대표적으로 지반의 물성(강성, 강도, 응력 상태, 입도 분포, 상대 밀도, 거칠기 등)과 지보재의 물성(강도, 강성, 크기, 모양 등)이 있으며 시공 방법 또한 지지력에 큰 영향을 미칠 수 있다. 이 모든 요소들을 개별적으로 고려하여 주면지지력을 예측하는 것은 매우 어려우나, 극한상태에서 발생하는 전단력( $\tau_f$ )은 전단면에 작용하는 유효 수직응력( $\sigma'_n$ ), 마찰각( $\phi$ ), 점착력( $C$ )에 따라 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_f = \sigma'_n \tan \phi + C \quad \text{[식 1]}$$

따라서, 전단강도에 영향을 미치는 각각의 요소들이 유효 수직응력, 마찰각, 점착력의 항목으로 귀결된다고 볼 수 있다. 주면지지력을 향상시키기 위해서는 식 (1)의 각 항목들을 개선시키면 되는데, 그 중 수직응력에 관련

되거나 개선시킬 수 있는 방법으로는 초기 지중응력, 지반 교란을 최소화 하는 시공 방법, 전단면의 거칠기를 향상시켜 전단시 다이러턴시 증가, 주변 지반의 상대밀도를 증가시켜 지반의 전단변형시 다이러턴시 증가 및 지보재를 팽창시키는 방법 등을 고려해 볼 수 있다.

지반 내에 원주형 공동이 형성된 경우, 공동의 면에 작용하는 압력과 공동면의 변위의 관계는 식 (2)와 같다.

$$\text{[식 2]} \quad \text{Radial Stiffness, } K = \frac{\Delta p}{\Delta r} = \frac{E}{(1+\nu)} \frac{1}{r} = 2G \frac{1}{r}$$

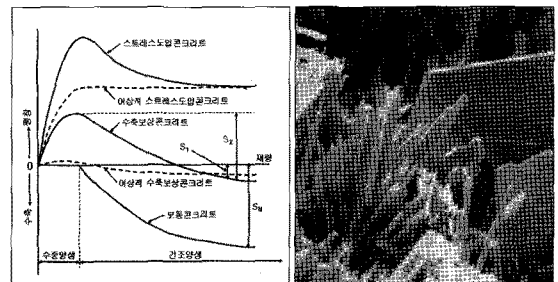
- 여기서,  $\Delta p$  : 공동면의 압력 변화량
- $r$  : 공동의 반지름
- $E$  : 지반의 탄성계수
- $\nu$  : 지반의 포아송비
- $\Delta r$  : 공동의 반지름 변화량
- $G$  : 지반의 전단탄성계수

따라서, 지반 내에 설치된 지보재가 부피가 팽창되는 경우 지보재와 지반간에 작용하는 수직응력이 증가될 것이며, 이는 시멘트의 일정량을 팽창성 혼화재로 치환하여 별도의 추가 공정이나 장치 없이도 이루어질 수 있다. 팽창성 혼화재는 건조수축을 보상하여 균열을 저감시

키고, 콘크리트의 팽창에 의해 철근에 인장력을 도입시켜 콘크리트에 케미컬 스트레스(압축응력)를 발생시키거나, 충전 콘크리트 또는 모르타르를 이용하여 그 팽창성 혹은 무수축성에 의해 주변의 구조물 혹은 암반 등에 밀착시키기 위한 목적으로 사용된다(한국콘크리트학회, 2004). 팽창재의 종류에는 CaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SO<sub>3</sub>계 팽창재인 K형, S형, M형과 그 이외에 석회계 팽창재로서 O형 팽창재가 있으며, K형으로 분류되는 CSA(Calcium Sulfo Aluminate)계 제품이 일반적으로 사용된다. CSA계 팽창재는 칼슘설페이트(3CaO · 3Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> · CaSO<sub>4</sub>)와 석고(CaSO<sub>4</sub>) 및 산화 칼슘(CaO)으로 구성되며, 물과 반응하면 침상 결정의 에트링자이트(ettringite, 3CaO · Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> · 3CaSO<sub>4</sub> · 32H<sub>2</sub>O, 사진 1)를 형성하여 공극을 채움으로서 수축을 저감시키며, 단위 팽창재량이 증가함에 따라 더 큰 팽창을 발생시킨다.

수중 양생 후 기중 양생한 팽창 모르타르는 서서히 수축하나 보통 모르타르에 비해 적은 수축량을 나타내며, 계속 수중 양생한 모르타르는 재령에 따라 팽창이 약간 감소하거나 계속 팽창하는 것으로 나타났으며(이광설 외, 1998), 팽창재의 종류별로 사용량 증가에 따른 팽창 특성은 매우 큰 차이를 나타내는 것으로 나타났다(한천구 외, 1998). [그림 1]에 양생 조건과 팽창재 사용량에 따른 일반적인 팽창 특성의 차이를 나타내었다.

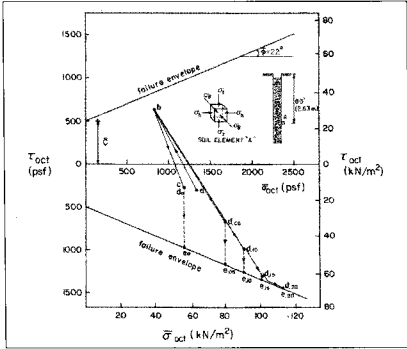
무구속 상태의 콘크리트에서는 팽창량이 약 1% 정도까지는 강도저하를 나타내지 않으나, 그 이상에서는 강도가 저하된다. 그러나, 철재 거푸집과 같이 매우 강한 구속 상태에서의 강도시험 결과는 팽창력이 구속됨으로써 콘크리트 조직이 더욱 치밀해지므로 강도저하는 나타나지 않는 것으로 알려져 있다(한국콘크리트학회, 2004).



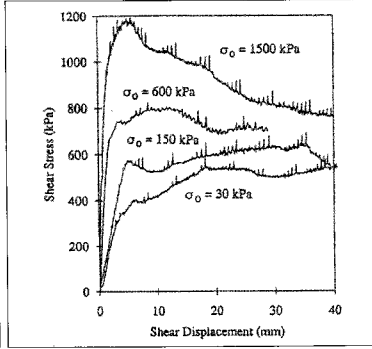
[그림 1] 양생 조건과 팽창재 사용량에 [사진 1] 에트링자이트(Ettringite)의 따른 팽창 특성 차이 (한국콘크리트학회, 2004)

Sheikh 등(1985, 1986)은 단단한 과압밀 점토지반에 팽창성 콘크리트를 사용한 말뚝에 대해서 응력 경로 분석(그림 2)과 재하시험을 통해 최대 50%의 주변지지력 증가 효과와 사용하중에서 약 50%의 침하량 감소 효과를 입증하였으며, 타설 후 1.5년 경과 후의 팽창성 콘크리트의 강도는 말뚝 구조 재료로서 양호한 상태인 것을 확인하였다. Hassan과 O' Neill(1993)은 HAC(High Alumina Cement)를 사용한 팽창성 콘크리트 현장타설 말뚝에 대한 재하시험을 통해 약 30%의 지지력 증가를 확인하였고, Haberfield 등(1994)은 알루미늄, 강철 및 PVC 재질의 튜브 안에 팽창성 콘크리트를 타설하여 구속 강성과 팽창재 사용량에 따른 발생 응력과 마찰력 증가를 연구하였고, 일정강성조건(CNS, Constant Normal Stiffness)에서의 압식 - 콘크리트면에 대한 직접전단시험을 통해 초기 수직응력이 클수록 최대전단강도와 강성이 증가됨을 확인하였다(그림 3). 구속 강성과 팽창재 사용량에 따른 응력발생량의 변화의 예를 [그림 4]에 나타내었다.

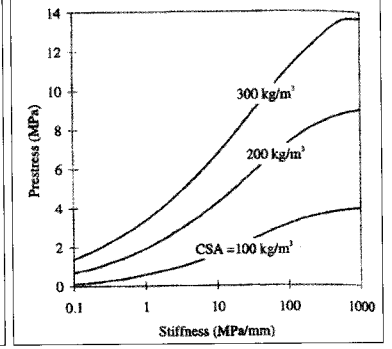
Haberfield(2000)는 압밀시험기를 이용하여 일정수직하중(CNL, Constant Normal Load) 조건(그림 5)에서의 팽창량, 팽창재량, 수직응력의 관계(그림 6)를 아래와



[그림 2] 팽창률에 따른 말뚝 인접 지반의 응력 경로 분석(Sheikh 등, 1985)



[그림 3] 초기수직응력에 다른 CNS 직접전단 시험 결과의 변화(Haberfield 등, 1994)



[그림 4] 구속강성과 팽창재 사용량에 따른 응력발생량 변화(Haberfield와 Baycan, 1997)

같이 제안하였으며, 이를 바탕으로 구속 강성과 강도에 따라 팽창량과 발생수직응력을 예측할 수 있는 해석적 방법을 제시하였다. 콘크리트의 재료적 강도 감소가 일어나지 않는 부피 팽창량을 1%로 설정하고 강도에 따른 압반에서의 초기수직응력과 팽창량을 예측한 예를 [그림 7]에 나타내었다. 그러나, 실제 구속 조건은 일정수직 강성 조건과 더 유사하므로 향후 추가적인 연구가 필요하다.

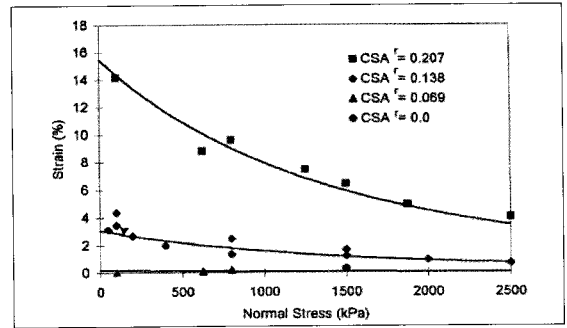
여기서,  $\epsilon^E$  : 팽창변형률

$CSA^r$  : 팽창재/(시멘트+팽창재) 무게비

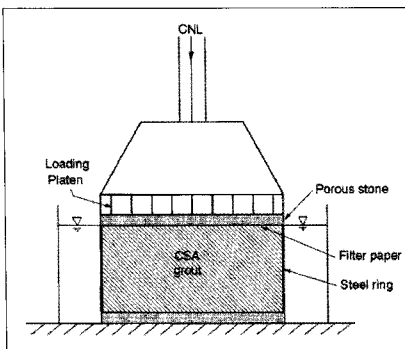
$\sigma_n$  : 수직응력,

$p_a$  : 1 기압

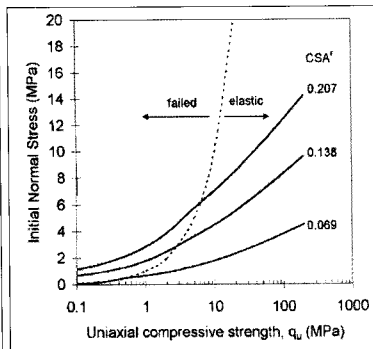
$$[\text{식 3}] \quad \epsilon^E = \left( \frac{CSA^r}{0.006\sigma_n/p_a + 0.33} \right)^4$$



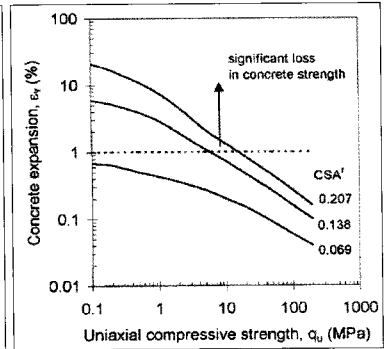
[그림 6] 수직응력에 따른 팽창률의 변화(Haberfield, 2000)



[그림 5] 압밀시험기를 이용한 CNL조건 팽창량 시험(Haberfield, 2000)



(a) 강도 - 초기수직응력 관계



(b) 강도 - 부피팽창량 관계

[그림 7] 압반에서의 팽창성 콘크리트 말뚝에 대한 예측(Haberfield, 2000)

국내에서는 윤성수 등(1999)이 팽창성 모르터를 사용한 오거굴착말뚝에 대한 모형토조실험을 실시하여 팽창재 사용과 기압주입에 따른 주변마찰력 증가를 확인하였다.

## 2. 이론적 분석

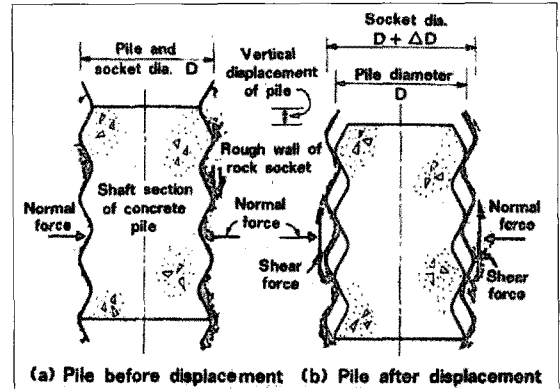
### 2.1 시공 및 재하에 따른 단계별 지반 거동

지보재의 주변 지지력과 팽창성 콘크리트의 활용을 위해서는 지보재의 설치, 양생, 재하 과정에서의 지반거동에 대한 이해가 필수적이다. 이 과정은 전반적으로 공내 재하시험의 압력 - 변위 관계와 유사하며 다음과 같은 단계로 나눌 수 있다.

- ① 원지반 : 지반은  $K_0$  상태( $\sigma'_h = K_0\sigma'_v$ )로서 변위는 초기 상태( $u = 0$ )이다.
- ② 공동 형성 : 천공으로 공동이 형성된 상태로서, 기본적으로 공벽면의 수직응력이 사라진 상태( $\sigma'_r = 0$ )로 볼 수 있다. 다만, 천공 작업 방법(안정액, 케이싱 등)과 교란 정도에 따라 공벽면과 주변 지반의 응력상태는 달라질 수 있다.
- ③ 그라우트 채움 : 공벽면에 굳지 않은 그라우트의 정수압이 작용하는 상태이다. 이때 작용하는 공벽면의 수직응력은 무가압 주입인 경우 그라우트의 단위중량에 해당 지점의 깊이를 곱하여 산정할 수 있으며, 원지반의 응력 상태( $\sigma'_h = K_0\sigma'_v$ )와의 상대적인 크기는 여러 가지 경우가 있을 수 있다. 여기서는 그라우트를 채운 상태에서의 응력 상태는 원지반의 상태와 유사한 것으로 가정한다.
- ④ 양생 및 팽창 : 그라우트의 강성이 증가하며 팽창이 일어나는 단계이다. 공벽면에 작용하는 수직응력은

팽창량에 따라 초기에는 탄성적으로 증가하며, 팽창량이 증가하여 주변 지반이 소성거동을 시작한 이후에는 강성이 점차 감소된다. 이 단계에서 공벽면의 초기 수직응력의 증가가 이루어진다.

- ⑤ 건조 수축 : 지하수위 위에 있을 경우 건조수축이 발생하며 초기 수직응력이 감소될 수 있다.
- ⑥ 재하 : 재하로 인하여 지보재의 축방향 변위가 발생하며, 공벽면의 거칠기로 인하여 공동이 확장되고 수직응력이 증가한다(그림 8). 또한, 주변 지반에도 전단 변형이 발생되며 지반 자체의 다일러턴시로 인하여 수직응력이 증가된다(Loukidis와 Salgado, 2008).
- ⑦ 극한 상태 : 가장 취약한 경계면에서 파괴가 발생하며 변위가 크게 증가한다. 일반적으로는 지보재와 인접한 지반 내에서 파괴가 발생하는 것으로 볼 수 있다.



[그림 8] 이상화된 암반 근입 말뚝의 전단 거동(Johnston and Lam, 1989)

### 2.2 공동 벽면의 수직응력 -

#### 변형을 관계에 대한 해석적 해

##### 2.2.1 탄소성인 무한 경계 조건의 경우

팽창성 그라우트로 인하여 공동이 팽창할 때, 주변 지반의 범위가 무한대인 경우 공동 벽면의 지름방향 변형

울과 수직응력의 관계는 공동 확장 이론에 근거한 해석적 해를 이용하여 구할 수 있다(Yu, 2000). 팽창성 그라우트에 의한 공동 확장은 비교적 천천히 발생하므로 배수상태로 볼 수 있으며, Mohr-Coulomb 파괴 기준을 따르는 것으로 가정한다.

● 기본 물성

지반의 물성은 E(탄성계수),  $\nu$ (포아송비), C(점착력), 마찰각( $\phi$ ), 팽창각( $\psi$ )의 다섯 개의 정수로 정의된다. 초기 응력 상태( $p_0$ )는 등방성(isotropic)으로 가정하며, 공동의 모양에 따라 원주형 공동인 경우  $k=1$ , 구형 공동인 경우  $k=2$ 이다.

● 유도 변수

기본 물성에 따라 아래와 같은 변수들을 구할 수 있다.

[식 4]  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$       [식 5]  $M = \frac{E}{1-\nu^2(1-k)}$

[식 6]  $Y = \frac{2C\cos\phi}{1-\sin\phi}$       [식 7]  $\alpha = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}$

[식 8]  $\beta = \frac{1+\sin\psi}{1-\sin\psi}$       [식 9]  $\gamma = \frac{\alpha(\beta+k)}{k(\alpha-1)\beta}$

[식 10]  $\delta = \frac{Y+(\alpha-1)p_0}{2(k+\alpha)G}$

[식 11]  $\mu = \frac{(1+k)\delta[1-\nu^2(2-k)]}{(1+\nu)(\alpha-1)\beta} [\alpha\beta+k(1-2\nu) + 2\nu - \frac{k\nu(\alpha+\beta)}{1-\nu(2-k)}]$

[식 12]  $x = \exp\left\{\frac{(\beta+k)(1-2\nu)(1+(2-k)\nu)[Y+(\alpha-1)p_0]}{E(\alpha-1)\beta}\right\}$

● 파괴 기준

Mohr-Coulomb 파괴 기준은 다음과 같이 정의된다.

[식 13]  $\alpha\sigma_\theta - \sigma_r = Y$

여기서,  $\sigma_\theta$  : 원주방향 응력(인장일 때 +)

$\sigma_r$  : 지름방향 응력(인장일 때 +)

$\alpha, Y$  : 식 (7)과 식 (6)으로 정의된 값

● 탄성 거동

팽창 초기에는 주변 지반은 탄성 거동을 하며 공동(반지름 a)의 중심으로부터 일정 거리(r) 떨어진 지점의 변위(u)는 다음과 같다.

[식 14]  $u = \frac{p-p_0}{2kG} \left(\frac{a}{r}\right)^{1+k}$

공벽면에서( $r = a$ ), 공벽면의 수직응력 변화량을  $\Delta p = p - p_0$ 라고 하면, 공벽면의 지름방향 변형율( $\epsilon_r$ )은 다음과 같고, 공벽면의 수직응력 - 변형율 관계의 기울기는 지반의 전단강성의 두 배임을 알 수 있다.

[식 15]  $\epsilon_r = \frac{u}{a} = \frac{\Delta p}{2G}$

[식 16]  $2G = \frac{\Delta p}{\epsilon_r}$

공벽면의 수직응력이 증가하면 다음과 같은 조건에서 공벽주변에서 항복이 발생하기 시작하며 소성 거동이 시작된다.

[식 17]  $\Delta p_{1y} = p_{1y} - p_0 = \frac{k[Y+(\alpha-1)p_0]}{k+\alpha} = 2kG\delta$

● 탄소성 거동

초기 항복이 발생된 이후에는 공벽 주변에 반지름  $c$  인 소성 영역이 형성되며, 이 영역에서의 응력은 다음과 같다.

[식 18] 
$$\sigma_r = \frac{Y}{\alpha-1} + Ar^{-\frac{k(\alpha-1)}{\alpha}}$$

[식 19] 
$$\sigma_\theta = \frac{Y}{\alpha-1} + \frac{A}{\alpha} r^{-\frac{k(\alpha-1)}{\alpha}}$$

[식 20] 
$$A = -\frac{(1-k)\alpha[Y+(\alpha-1)p_0]}{(\alpha-1)(k+\alpha)} c^{\frac{k(\alpha-1)}{\alpha}}$$

소성 영역 외부( $r > c$ )는 탄성 영역이며 응력 상태는 다음과 같다.

[식 21] 
$$\sigma_r = -p_0 - Br^{-(1+k)}$$

[식 22] 
$$\sigma_\theta = -p_0 + \frac{B}{k} r^{-(1+k)}$$

[식 23] 
$$B = \frac{k[Y+(\alpha-1)p_0]}{k+\alpha} c^{1+k}$$

위 식에서  $p_0$ 에 음의 부호가 붙는 것은 지반 내에 인장이 작용할 때 양(+)의 부호를 사용하고 있기 때문이며, 따라서 공벽면에 수직응력이 작용할 때 생기는 지반내의 지름방향 압축 응력은 음(-)의 부호를 갖게 된다.

소성 영역의 크기는 아래와 같다.

[식 24] 
$$\frac{c}{a} = \left\{ \frac{(k+\alpha)[Y+(\alpha-1)p]}{\alpha(1+k)[Y+(\alpha-1)p_0]} \right\}^{\frac{\alpha}{k(\alpha-1)}}$$

소성 영역에서의 변위를 결정하기 위해서는 각 방향로의 소성 변형율을 정의하는 소성흐름법칙이 필요하

다. 원주형과 구형 공동의 확장에 대해서 비관련(non-associated) Mohr-Coulomb 흐름 법칙은 다음과 같으며, 여기서  $\beta=\alpha$ 인 경우 관련(fully-associated) 흐름 법칙이 된다.

[식 25] 
$$\frac{\dot{\epsilon}_r^p}{\dot{\epsilon}_\theta^p} = \frac{\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_r^e}{\dot{\epsilon}_\theta - \dot{\epsilon}_\theta^e} = -\frac{k}{\beta}$$

공동벽면의 수직응력 - 변형률 관계는 다음과 같다.

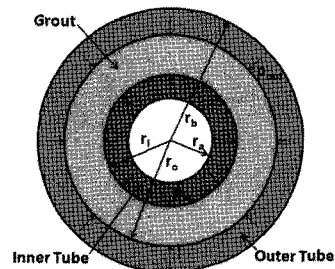
[식 26] 
$$\left(\frac{a}{a_0}\right)^{\frac{\beta+k}{\beta}} = \frac{R^{-\gamma}}{(1-\delta)^{\frac{\beta+k}{\beta}} - \frac{\gamma}{X} \sum_{n=0}^{\infty} A_n(R, \mu)}$$

[식 27] 
$$A_n(R, \mu) = \begin{cases} \frac{\mu^n}{n!} \ln R & \text{if } n = \gamma \\ \frac{\mu^n}{n!(n-\gamma)} (R^{n-\gamma} - 1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

[식 28] 
$$R = \frac{(k+\alpha)[Y+(\alpha-1)p]}{\alpha(1+k)[Y+(\alpha-1)p_0]}$$

2.2.2 탄성인 유한 경계 조건의 경우

튜브형 실린더에 지보재를 삽입하고 그라우트를 타설한 경우 [그림 9]와 같은 경계조건이 된다. 평면 변형을 상태이며, 지보재와 튜브가 탄성 거동을 하는 것으로 가정할 경우에 대한 해석적 해는 아래와 같다(Haberfield, 2000).



[그림 9] 튜브형 실린더에 대한 경계 조건

내측 튜브( $r = r_i$ )의 강성은 다음과 같다.

$$[시 29] \quad K_i = \frac{p_{in}}{U_{r=r_i}} = - \frac{\lambda_i(1-2\nu_i)(r_i^2 - r_a^2)}{r_i(r_i^2(1-2\nu_i) + r_a^2)}$$

$$[시 30] \quad \lambda_i = \frac{E_i}{(1-2\nu_i)(1+\nu_i)}$$

- 여기서,  $p_{in}$  : 그라우트의 내측 경계면의 압력
- $U_{r=r_i}$  : 그라우트의 내측 경계면의 변위
- $\nu_i$  : 내측 튜브의 포아송 비
- $r_i$  : 그라우트의 내부 반지름
- $E_i$  : 내측 튜브의 탄성계수
- $r_a$  : 내측 튜브의 내부 반지름

내측 튜브가 철근과 같이 솔리드 형태인 경우( $r_a = 0$ ),  $K_i = E_i/(r_i(1-2\nu_i)(1+\nu_i))$ 이다. 외측 튜브( $r = r_o$ )의 강성은 다음과 같다.

$$[시 31] \quad K_o = \frac{p_{out}}{U_{r=r_o}} = \frac{\lambda_o(1-2\nu_o)(r_o^2 - r_b^2)}{r_o(r_o^2(1-2\nu_o) + r_b^2)}$$

$$[시 32] \quad \lambda_o = \frac{E_o}{(1-2\nu_o)(1+\nu_o)}$$

- 여기서,  $p_{out}$  : 그라우트의 외측 경계면의 압력
- $U_{r=r_o}$  : 그라우트의 외측 경계면의 변위
- $\nu_o$  : 외측 튜브의 포아송 비
- $r_o$  : 그라우트의 외부 반지름
- $E_o$  : 외측 튜브의 탄성계수
- $r_b$  : 외측 튜브의 외부 반지름

만약 외측 튜브가 무한대인 경우에는( $r_b = \infty$ ),

$$K_o = E_o/(r_o(1+\nu_o)) = \frac{2G_o}{r_o}, \quad K_o r_o = \frac{\Delta p_{out}}{U_{r=r_o}/r_o} = \frac{\Delta p_{out}}{\epsilon_{r,o}} = 2G_o$$

가 되어 식 (16)과 일치한다. 그라우트의 내측 및 외측 경계면에서의 압력은 다음과 같다.

[시 33]

$$p_{in} = \frac{2(1+\nu_g)r_i K_i I_{r_i}^o}{r_o K_o \left[ \frac{r_i K_i - \lambda_g(1-2\nu_g)}{r_o K_o - \lambda_g(1-2\nu_g)} \right] \left[ \frac{r_o^2 K_o + r_o \lambda_g}{\lambda_g K_o} \right] - r_i^2 \left[ \frac{r_i K_i + \lambda_g}{\lambda_g} \right]}$$

$$p_{out} = \frac{2(1+\nu_g)r_o K_o I_{r_i}^o \left[ \frac{r_i K_i - \lambda_g(1-2\nu_g)}{r_o K_o - \lambda_g(1-2\nu_g)} \right]}{r_o K_o \left[ \frac{r_i K_i - \lambda_g(1-2\nu_g)}{r_o K_o - \lambda_g(1-2\nu_g)} \right] \left[ \frac{r_o^2 K_o + r_o \lambda_g}{\lambda_g K_o} \right] - r_i^2 \left[ \frac{r_i K_i + \lambda_g}{\lambda_g} \right]}$$

[시 34]

$$= p_{in} \left[ \frac{r_i K_i - \lambda_g(1-2\nu_g)}{r_o K_o - \lambda_g(1-2\nu_g)} \right] = \frac{2(1+\nu_g)r_o K_o I_{r_i}^o}{r_o K_o \left[ \frac{r_o^2 K_o + r_o \lambda_g}{\lambda_g K_o} \right] - r_i^2 \left[ \frac{r_i K_i + \lambda_g}{\lambda_g} \right]}$$

[시 35]

$$\lambda_g = \frac{E_g}{(1-2\nu_g)(1+\nu_g)}$$

여기서,  $E_g$  : 그라우트의 탄성계수  
 $\nu_g$  : 그라우트의 포아송비

[시 36]

$$I_{r_i}^o = \int_{r_i}^{r_o} \epsilon^E r dr = \frac{1}{2} \epsilon^E (r_o^2 - r_i^2)$$

만약 말뚝과 같이 내측 튜브가 없는 경우라면( $r_i = r_a = 0$ ) 식 (34)는 다음과 같다.

[시 37]

$$p_{out} = \frac{2(1+\nu_g)\lambda_g K_o I_{r_i}^o}{r_o(\lambda_g + K_o r_o)}$$

### 2.3 지반 조건에 따른 수직응력 - 변형을 관계 예측

앞 절에 제시된 방법을 사용하여, 4가지 지반 조건에 대하여 공벽면의 수직응력과 변형율( $\epsilon_r$ )의 관계를 예측하였다. 공의 크기는 결과와 무관한 것으로 나타났으며, 설정된 지반 조건과 산정 결과를 [표 1]과 [그림 10]에 나타내었다.

초기응력 대비 탄성한계응력( $\Delta p_{py}/p_0$ )은 식 (17)에 따라 지반의 강도에 따라 산정되며, 강성과는 무관하다. 조건 별로 0.5~2.212 의 범위를 나타내었으며, 지반의 C

= 0인 경우 초기응력에 무관하게  $\phi$ 값에 따라 증가되나,  $C > 0$ 인 경우 초기응력이 증가됨에 따라 상대적으로 감소되나, 동일 초기응력에서  $C = 0$ 인 경우보다는 큰 것으로 나타났다. 탄성한계변형률( $\epsilon_{r,ly}$ )은 식 (10)으로 산정되며, 초기응력이 클수록 증가되고, 탄성계수가 클수록 감소된다. 1% 변형율에서의 응력증가량( $\Delta p_{ex=1\%/p_0}$ )은 지반이 강해질수록 급격히 증가되며, 초기응력이 작을수록 큰 것으로 나타났다.

느슨한 모래지반의 경우 1% 변형율에서 초기응력이 작은 경우( $p_0 = 100$  kPa)  $\Delta p_{ex=1\%/p_0}$  이 0.725로서 수직응력 증가로 인한 지지력 증가 효과를 기대할 수 있는 것으로 나타났으나, 초기응력이 큰 경우( $p_0 = 1000$  kPa)  $\Delta p_{ex=1\%/p_0}$  이 0.076의 작은 값을 나타내어 지지력 증가 효과가 거의 없을 것으로 예상되었다. 조밀한 모래지반의 경우 초기응력이 작은 경우( $p_0 = 100$  kPa)  $\Delta p_{ex=1\%/p_0}$  이 2.12로서 지지력 증가 효과가 있을 것으로 예상되었으며, 초기응력이 큰 경우  $\Delta p_{ex=1\%/p_0}$  이 0.307로서 어느정도의 지지력 증가 효과가 예상되었다. 풍화암과 연암 지반의 경우  $\Delta p_{ex=1\%/p_0}$  이 0.75~17.36으로 수직응력 증가 효과가 큰 것으로 예상되었으나, 초기 항복 변형율이 0.0288~0.799%로서 1% 보다 작으므로 주변 지반에 형성되는 소성 영역의 영향에 대하여 검토가 필요할 것으로 예상되었다.

[그림 10]에서 초기응력이 클수록 동일한 응력증가량( $\Delta p/p_0$  및  $\Delta p/G$ )에 해당하는 변형율이 거의 비례하여 커지며, 지반이 약할수록 상대적으로 큰 변형율까지 탄성거동을 하며( $\Delta p/G/\epsilon_r = 2$ ), 강할수록 작은 변형율에서 탄성한계에 도달하여 공벽의 구속 강성이 저하되는 것을 볼 수 있다.

## 2.4 팽창성 그라우트 적용시 수직응력 및 변형율 예측

팽창재 치환량에 따른 CNL 조건에서의 팽창율에 대하여 Haberfield(2000)는 식 (3)을 제안하였으며, 이를 지반조건에 따른 수직응력 - 변형율 관계와 함께 표시하면 그림 11과 같다. 그러나, 공동 내에 타설된 팽창성 그라우트는 팽창이 일어나면서 응력이 증가하므로 CNS 조건과 좀 더 유사하며, 주변 지반이 소성거동을 시작한 이후에는 강성도 비선형적으로 감소된다. 또한, 그라우트 자체의 강성도 양생이 진행됨에 따라 점차 증가한다는 점도 추가적으로 고려가 필요하다. 따라서, 팽창량을 좀 더 정확하게 예측하기 위해서는 실린더 형태의 비선형 강성(Nonlinear Normal Stiffness)을 갖는 용기에서 실제 지반의 양생조건을 최대한 반영한 실험 연구가 필요하다고 생각된다.

[표 1] 지반 종류별 입력 정수와 수직응력 - 변형율 관계

		0	50	100	200
C, Cohesion	kPa	0	0	50	200
$\phi$ , Friction angle	degrees	30	45	35	35
$\psi$ , Dilation angle	degrees	0	15	5	5
E, Modulus of elasticity	MPa	10	40	100	1000
$\nu$ , poisson's ratio	-	0.3	0.3	0.3	0.3
<b>Table 1 (continued)</b>					
$\Delta p_{1\%}/p_0$		0.5	0.707	0.983	2.212
Initial yielding pressure		0.5	0.707	0.983	2.212
$\epsilon_{r,1\%}$		0.65	0.23	0.128	0.0288
Initial yielding radial strain (%)		0.65	0.23	0.128	0.0288
$\Delta p_{ex=1\%/p_0}$		0.725	2.12	3.9	17.36
Pressure for 1% radial strain		0.725	2.12	3.9	17.36
<b>Table 1 (continued)</b>					
$\Delta p_{1\%}/p_0$		0.5	0.707	0.615	0.737
Initial yielding pressure		0.5	0.707	0.615	0.737
$\epsilon_{r,1\%}$		6.5	2.298	0.799	0.096
Initial yielding radial strain(%)		6.5	2.298	0.799	0.096
$\Delta p_{ex=1\%/p_0}$		0.076	0.307	0.75	3.296
Pressure for 1% radial strain		0.076	0.307	0.75	3.296

[그림 11] (a)에서  $p_0 = 100$  kPa인 경우, 느슨한 모래지반에서 초기응력대비 응력증가량( $\Delta p/p_0$ )은 팽창재 치환율에 따라 0.6~3.5, 연암에서 10~40의 범위를 나타내어 고려 대상인 모든 지반에 대하여 수직응력 증가 효과가 있는 것으로 예측되었다. 변형율은 느슨한 모래지

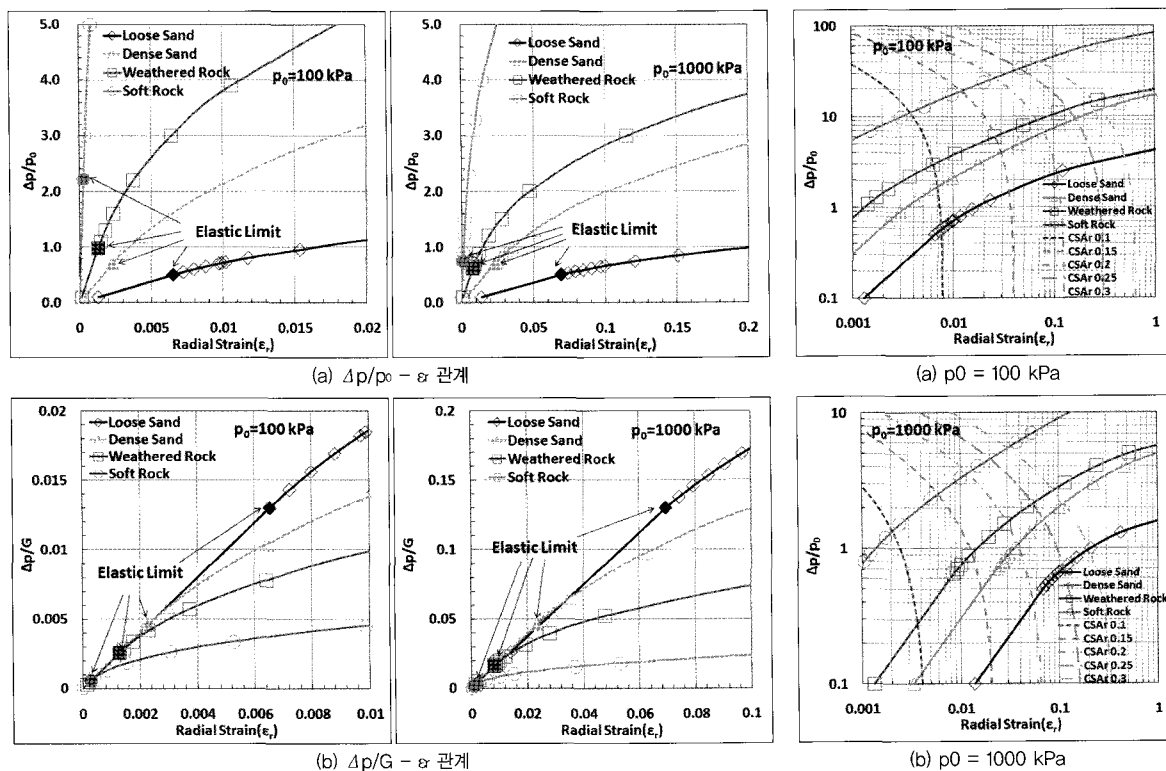


반에서 0.8~15%, 연암에서 0.4~7%의 범위를 나타내었다. 팽창재 치환율이 10%인 경우에도 최대 0.8%의 변형을 이내에서 최소 0.6배에서 최대 10배까지 수직응력 증가 효과를 거둘 수 있는 것으로 나타났다. 다만, 팽창재 치환율이 20% 이상인 경우 예상 변형을 범위가 2.5~50%로 매우 큰 것으로 나타나 팽창에 의한 그라우트 자체의 열화에 대한 고려가 필요한 것으로 판단된다.

[그림 11] (b)에서  $p_0 = 1000$  kPa인 경우, 느슨한 모래 지반에서 응력증가량은 팽창재 치환율 20% 이상일 때 0.4~1.0, 연암에서 치환율 10~30%에 대하여 1.5~5.5의 범위를 나타내어 고려 대상 모든 지반에 대하여 수직응력 증가 효과를 거둘 수 있는 것으로 나타났다. 다만, 팽창재 치환율이 25% 이상인 경우 예상 변형을 범위가

2~0%이므로 과대한 변형을 발생에 대하여 고려가 필요한 것으로 나타났다.

전반적으로 상당 수준의 수직응력 증가 효과가 있을 것으로 예측되었으나, 지반이 약한 경우에는 과대한 팽창 발생으로 그라우트 자체의 열화가 발생할 가능성이 있는 것으로 나타났다. 다만, 실제 지반에서의 팽창량 및 발생 수직응력은 경화 및 팽창에 필요한 수분 공급, 온도 등 양생 조건의 차이, 건조수축 발생 여부, 지반에 대한 예측 적용 물성과 실제 물성의 차이, creep 변형 발생 정도, 초기 K0조건 등에 따라 달라질 것이다. 또한, 그라우트 자체의 팽창특성( $\varepsilon$ )도 실제 양생 및 구속조건과 차이가 있으므로 이로 인하여 예측과 실제값의 차이가 발생할 수 있다.



[그림 10] 지반 종류와 초기응력에 따른 수직응력 - 지름방향 변형을 관계 곡선

[그림 11] 팽창재 치환량에 따른 수직응력과 팽창율의 관계

### 3. 실험

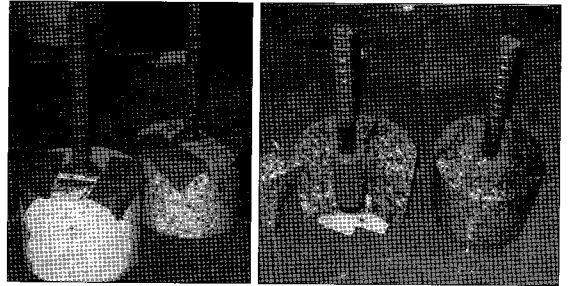
#### 3.1 암석 코어에 대한 실내 실험

##### 3.1.1 실험

튜브형 암석 코어에 철근을 삽입하고 그라우트를 타설하여 인발실험을 실시하였다. 암석 코어는 화강편마암으로서 외경 127.9 mm, 내경 37.65 mm, 높이 98 mm의 튜브 형태이며, 코어 채취시 현장에서 측정된 탄성계수는 54.1 GPa이다(김대영 외, 2007). 철근은 D19 SD40 이형철근으로서 공칭 단면적은 286.5 mm<sup>2</sup>이며, 항복 강도는 114.6 kN이다. 그라우팅 배합은 물/결합재 중량비(W/B = W/(C+E) = Water / (Cement + Expansive additive))는 0.5, 팽창재/결합재 중량비(E/B)는 총 8가지(0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4)에 대하여 실험하였다. 팽창재는 DENKA CSA #20을 사용하였다. 그라우트는 암석 코어와 철근 사이에 튜브 형태로 형성되는데 두께는 9.275 mm이며, 암석 코어의 내공과 철근의 중심축을 맞추기 위하여 철근 하단에 테이프를 감아서 설치하였고, 하부 테이프와 상부의 그라우트와 코어 상단 사이의 단차를 고려하면 그라우트의 실제 길이는 평균 74mm로서, 길이(L)/외경(OD) 비는 1.96, 길이(L)/내경(ID) 비는 3.87 이다. 그라우트 타설 직후의 인발시험용 시험체를 [사진 2]에 나타내었다. 양생은 실내에서 14일간 수중양생을 실시하였다. 양생 중 E/B = 0.4인 시험체가 그라우트의 팽창으로 인하여 수직 균열이 발생하여 파괴되어, 팽창압이 상당함을 확인할 수 있었다(사진 3).

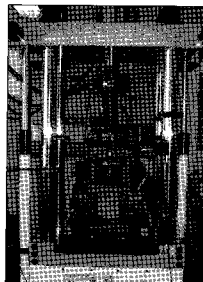
인발시험은 변위제어로 실시하였으며(사진 4), 대표적인 하중-변위 곡선은 [그림 12]와 같다. 팽창재 사용량에 따른 최대 인발 하중에서의 전단강도비를 [그림 13]에 표

시하였다. 팽창재 사용량에 따라 인발 하중이 증가하였으며, 팽창재를 사용하지 않은 경우 대비 최대 300% 이상의 강도를 얻을 수 있었다.

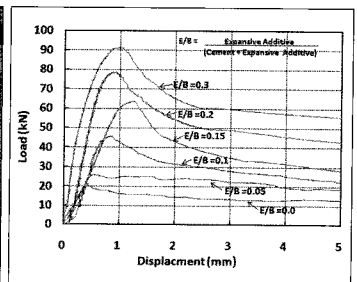


[사진 2] 인발시험용 시험체 [사진 3] 양생중 파괴된 시험체(E/B = 0.4)

인발시 파괴면은 암석 코어 내면 - 그라우트 외면에서 형성되는 경우와 철근 표면 - 그라우트 내면에서 형성되는 경우가 혼재되어 나타났으나(사진 5), 팽창재 치환율이 작은 경우(E/B = 0.0~0.05)에는 암석 코어 경계면에서 형성되는 경우가 많았고, 그 이상에서는 철근 경계면에서 형성되는 경우가 많았다. 이것은 그라우트 팽창시 그라우트 자체가 직경이 증가하려는 성질과, 이형철근 표면의 요철이 전단시 다일러턴시 효과 발생시켜 그라우트를 외부로 확장시킨 원인이 복합적으로 작용한 것으로 판단된다. 이 실험에서는 암석 코어와의 경계면과 철근과의 경계면에서 모두 강도가 증가되었으며, 이

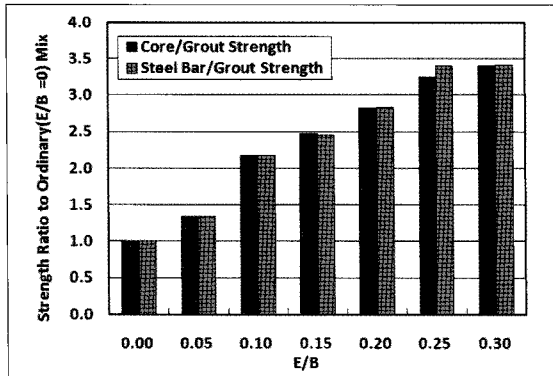


[사진 4] 암석 코어 인발시험 장면

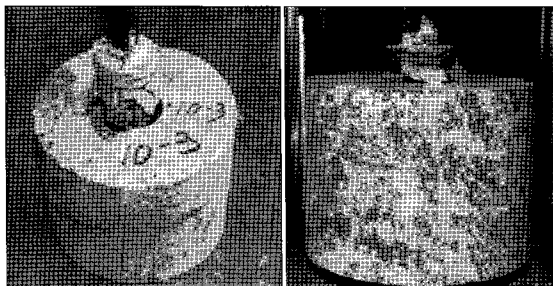


[그림 12] 팽창재 사용량에 따른 하중-변위 곡선

는 코어에 의한 구속강성이 충분히 커서 그라우트의 내경 증가가 억제되었기 때문인 것으로 판단된다.



[그림 13] 팽창재 사용량에 따른 최대 인발하중에서의 전단강도 비(E/B = 0 기준)



(a) 암석 코어 내면 - 그라우트 외면 파괴 (b) 철근 표면 - 그라우트 내면 파괴  
[사진 5] 암석코어 인발시 파괴 형태

### 3.1.2 분석

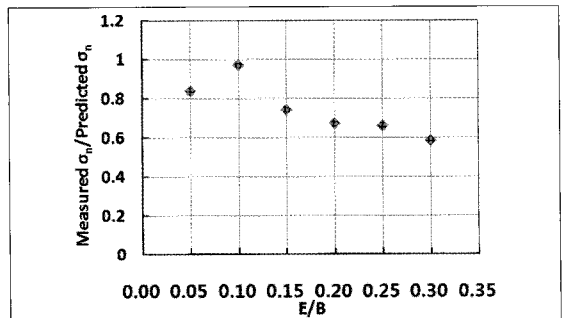
암석 코어 - 그라우트 경계면의 전단강도에 대하여, Mohr-Coulomb 모델을 따른다고 가정하고(식 38), 마찰각은 암석의 기본내부마찰각( $\phi_b = 30^\circ$ )을 적용 가정하면(이인모, 2001), 팽창재 사용량에 따른 전단면의 수직응력을 산출할 수 있다. 이때, 거칠기 각도는 매끈한 면으로 가정하여  $i = 0^\circ$  를 적용한다.

[식 37]  $\tau_f = C + \sigma_n \tan(\phi_0 + i)$

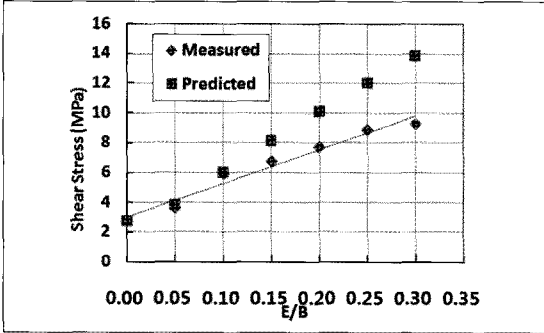
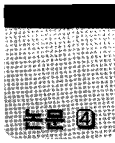
또한, 팽창재 사용량과 수직응력에 따른 팽창율(식 (3))을 팽창율과 수직응력 관계(식 (33),(34))에 대입하고 반복계산을 수행하면 경계면에서의 수직응력을 예측할 수 있다(표 2). 예측값과 측정값을 비교하면 실제 발현된 수직응력이 예측된 값 대비 0.58~0.97의 범위를 나타내고 있으며, 팽창재 사용량이 증가될수록 측정값/예측값의 비가 감소하였다(그림 14). 이와 같은 결과를 보인 것은 팽창율 예측식의 과대 평가, 암석 코어의 소성 거동, 경계면 마찰각의 과대 평가(암석 - 암석간 마찰각과 암석 - 그라우트간 마찰각의 차이), 철근 - 그라우트 경계면에서 먼저 파괴됨으로 인한 코어 - 그라우트 경계면 전단강도의 과소 평가 등이 원인인 것으로 추정된다. 팽창재 사용량에 따른 코어 - 그라우트 경계면의 전단강도에 대하여 시험 결과와 예측치를 비교하면 [그림 15]와 같다.

[표 2] 암석 코어 - 그라우트 경계면에 대한 수직응력 예측값과 측정값

		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	Remarks	
Normal Stress ( $\sigma_n$ )	Predicted with Eq. (3), (33), (34)	MPa	0	1.90	5.72	9.37	12.8	16.1	19.3	Average of Eqn. (33)&(34)
Shear Stress Measured in Full-out Test	MPa	2.72	3.64	5.93	6.73	7.69	8.85	9.24		
Shear Stress Increase Measured in Pull-out Test	MPa	0	0.92	3.21	4.01	4.97	6.13	6.52		
Normal Stress Increase Calculated from Measured Shear Stress Increase	MPa	0	1.59	5.55	6.95	8.61	10.6	11.2		
Measured/Predicted ( $\Delta\sigma_n$ ) Ratio	-	-	0.84	0.97	0.74	0.67	0.66	0.58		



[그림 14] 팽창재 사용량에 따른 수직응력 측정값과 예측값의 비



[그림 15] 팽창재 사용량에 따른 전단강도 측정값과 예측값의 비교

### 3.2 소일 네일 현장 실험

#### 3.2.1 실험

소일 네일에 대하여 팽창성 그라우트 적용시의 효과를 확인하기 위하여 현장 실험을 실시하였다. 대상 지반은 N치 4정도의 연약한 안산암 풍화토 지반이며, 실내 및 현장 지반조사 결과는 [표 3]과 같다. 총 45개의 네일을 철근(D25, D29)과 천공 직경(102mm, 87mm)에 따라 세 그룹으로 나누어 시공하였다(표 4). C 그룹의 경우 그라우트 직경의 영향을 검토하기 위하여 45mm 천공을 실시하였으나, 천공 후 내공이 수축되어 철근 삽입이 불가능하여 102mm로 재천공 후 시공하였다. 네일은 수평 지반면에서 수직으로 시공하였으며, 중력식으로 무가압 주입하였고 그라우트 타설 길이는 2.4 m이다.

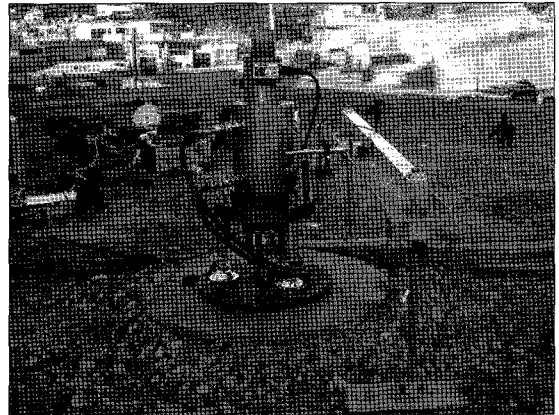
[표 3] 소일 네일 인발 실험 대상 지반 물성

Soil Classification	USCS	MH	Residual Soil of Andesite
SPT, N	blows/300mm	4	
Liquid Limit, LL	%	61	
Plasticity Index, Pf	%	18	
Total Unit Weight, $\gamma_t$	kN/m <sup>3</sup>	16.6	
Water Content, w	%	53.6	
Friction Angle, $\phi$	°	20.4	C $\bar{U}$ test
Cohesion, C	kPa	2.45	C $\bar{U}$ test
Pressuremeter Modulus, $E_p$	MPa	7.23	Pressuremeter Test
Unload-reload Modulus, $E_{pr}$	MPa	10.69	Pressuremeter Test

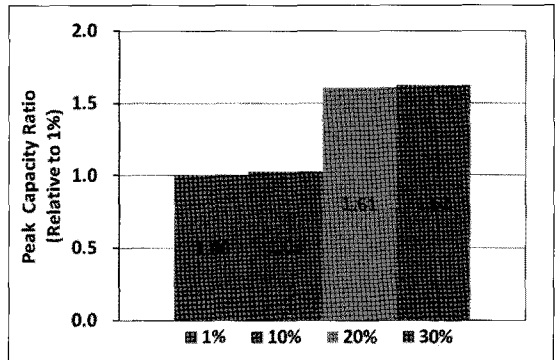
[표 4] 소일 네일 시험 조건

Drilling Bit Dia	mm	102	87	102	C : 45mm 천공 후 102mm로 재천공
Nail Steel Bar	SD40	D29	D29	D25	그라우트 타설 길이 2.4m
Grout Mix	E/B	1%, 10%, 20%, 30%	1% : 기존 무수축 혼화제 10%, 20%, 30% : DENKA CSA #20		
	W/B	0.5			

한 달 동안 양생 후 인발시험을 실시하였으며(사진 6), 팽창재 사용량에 따른 인발력을 비교하면 [그림 16] 및 [표 5]와 같다. A, B, C 그룹별로는 큰 차이가 없었으며, 최대 인발력은 팽창재 사용량(E/B)이 0.2와 0.3인 경우 E/B = 0.01인 경우 대비 약 60% 이상 증가된 것으로 나



[사진 6] 소일 네일 인발 시험

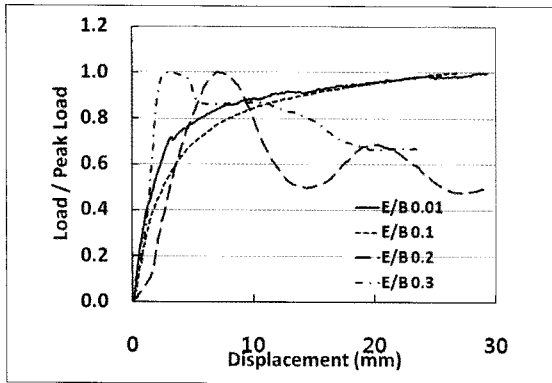


[그림 16] 팽창재 사용량에 따른 소일 네일 최대 인발력 비교

타났으며, E/B = 0.1인 경우는 증가량이 미미한 것으로 나타났다. E/B가 0.2와 0.3인 경우는 최대 하중 발현 후 잔류 하중이 감소하는 경향을 나타내었으며, E/B가 0.01과 0.1인 경우는 변위 증가에 따라 최대 하중값이 증가하는 경향을 나타내었다(그림 17).

[표 5] 팽창재 사용량에 따른 소일 네일 인발력 비교

Drilling Bit Dia	mm	102	87	102	C : 45mm 천공 후 102mm로 재원공	
Nail Steel Bar		SD40	D29	D29	D25	그라우트 타설 길이 2.4m
Grout Mix	E/B	1%, 10%, 20%, 30%			1# : 기존 무수축 혼화제 10%, 20%, 30% : DENKA CSA #20	
	W/B	0.5				



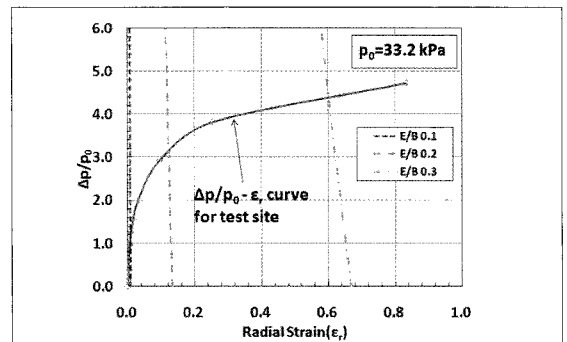
[그림 17] 대표적인 하중 - 변위 곡선

### 3.2.2 분석

2장에서 제시된 방법으로 시험 지반에 대한 팽창재 사용량에 따른 수직응력 증가량을 구하면 [그림 19]와 같다. 시험지반을  $K_0 = 1.0$ 의 등방응력상태로 가정할 때, E/B = 0.1인 경우 원지반 응력의 1.2배, E/B = 0.2인 경우 3.2배, E/B = 0.3인 경우 4.4배 정도의 수직응력 증가가 예상되었다(표 6). 팽창재 사용량 증가에 따른 인발력 증가를 수직응력의 증가에 의한 것으로 가정하면, 현장에서 발현된 수직응력을 구할 수 있으며, E/B가 0.2

이상인 경우 예측 대비 0.58~0.78배 정도의 수직 응력 증가가 발생된 것으로 나타났다(그림 19). 이와 같은 결과를 보인 것은 팽창율 예측식의 과대 평가, 그라우트의 건조수축, 철근 - 그라우트 경계면에서 먼저 파괴됨으로 인한 지반 - 그라우트 전단강도의 과소 평가 등이 원인인 것으로 추정된다.

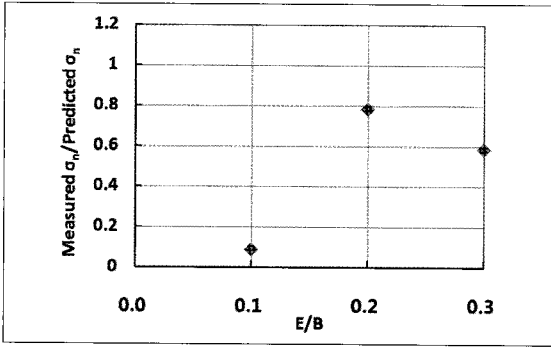
E/B가 0.1인 경우는 인발력 증가가 미미하여 수직응력 증가량도 예상값에 비하여 매우 작은 것으로 나타났다. 이것은 팽창량과 지반의 구속 강성이 상대적으로 작고 지표 부근에 시공되어 그라우트의 건조수축 발생으로 인하여 수직응력 증가가 거의 이루어지지 않았던 것으로 판단된다. 팽창재 사용량에 따른 지반 - 그라우트 경계면의 전단강도에 대하여 시험 결과와 예측치를 비교하면 [그림 20]과 같다.



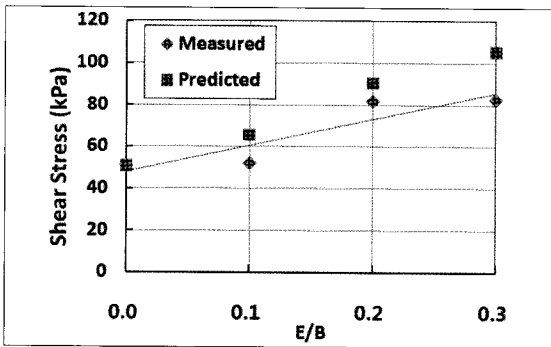
[그림 18] 시험 지반에 대한 팽창재 사용량에 따른 수직응력과 팽창율의 관계

[표 6] 그라우트 경계면에 대한 수직응력 예측값과 측정값 비교

Normal Stress Increase Ratio Predicted ( $\Delta\sigma_v/\sigma_v$ )	-	0	1.2	3.2	4.4	From Fig. 19
Normal Stress Increase Predicted ( $\Delta\sigma_v$ )	kPa	0	39.84	106.2	146.0	$\sigma_v = 33.2$ kPa
Shear Stress Measured in Pull-out Test	kPa	50.97	52.27	81.91	82.69	
Shear Stress Increase Measured in Pull-out Test	kPa	0	1.30	30.94	31.72	
Normal Stress Increase Calculated from Measured Shear Stress Increase	kPa	0	3.49	83.21	85.31	
Measured/Predicted ( $\Delta\sigma_v$ ) Ratio	-	-	0.08	0.78	0.58	



[그림 19] 팽창재 사용량에 따른 수직응력 측정값과 예측값의 비



[그림 20] 팽창재 사용량에 따른 전단강도 측정값과 예측값의 비교

## 4. 결론

지반 내의 공동에 타설된 그라우트가 팽창할 때 지반의 구속 효과로 인하여 공벽면의 수직 응력은 증가되며, 그에 따라 지반과 그라우트와의 경계면의 전단강도 증가를 기대할 수 있다. 본 논문에서는, 팽창성 혼화재의 사용량에 따른 일정 응력 조건에서의 팽창량에 대한 경

험식과 탄성 및 탄소성 구속 조건에서의 공동 벽면에 작용하는 수직응력과 공동의 팽창량을 구하기 위한 해석적 방법을 소개하고, 이를 이용하여 여러 가지 지반 조건에 대한 수직응력 증가량을 예측하였다.

구속 조건에 따른 수직응력 증가 및 지보재의 성능 향상 효과를 검증하기 위하여 실내 및 현장 실험을 실시한 결과, 매우 큰 강성의 구속조건에 해당하는 암석 코어를 사용한 인발 실험에서 최대 300% 이상까지 인발력이 증진되는 것을 확인하였으며, 실제 발현된 수직응력 증가량은 예측량 대비 0.58~0.97배인 것으로 나타났다. 매우 약한 강성의 구속조건에 해당하는 연약한 풍화토 지반에 대한 소일 네일 인발 실험에서는 팽창재 사용량에 따라 최대 60%의 인발력 증진 효과를 확인하였으며, 발현된 수직응력 증가량은 예측량 대비 0.58~0.78배인 것으로 분석되었다.

구속 조건에서의 팽창성 그라우트를 이용한 공동 벽면에 작용하는 수직응력 증가 및 그에 따른 전단강도 증가 효과는 소일 네일 뿐만 아니라, 현장타설말뚝, 매입말뚝, 앵커, 락볼트 등에도 유사하게 적용하여 성능을 향상시키는 것이 가능할 것으로 예상된다. 따라서, 팽창재의 재료적 성질, 여러 가지 지반 및 양생 조건에 따른 성능 및 내구성, 경제성과 신뢰성을 높이기 위한 최적 설계 및 시공 기법에 대하여 향후 지속적인 연구가 필요할 것으로 판단된다.

## 참고 문헌

- 1) 김대영, 이홍성, 이영남 (2007), "오버코어링법에 의한 초기지압측정 및 양수발전소 설계적용사례", 터널과 지하공간, 한국암반공학회지, 제17권 2호, pp.90~101
- 2) 김동준 (2008), "팽창성 그라우트를 이용한 소일 네일의 인발력 향상 연구", 현대건설 기술세미나 2008 논문집, pp.247 ~ 269
- 3) 윤성수, 이원제, 아우진 (1999), "An Experimental study on the bearing characteristics of auger-cast pile installed using expansive mortar", 한국지반공학회 논문집, Vol.15, No.3, pp.99 ~ 111
- 4) 이광설, 이대주, 유흥중, 권지훈, 한일영, 한천구 (1998), "팽창재 혼입을 변화에 따른 오거파일용 수중불분리 모르타의 특성 분석", 한국콘크리트학회 봄 학술발표회, pp.255 ~ 260
- 5) 이인모 (2001), 암반역학의 원리, 새론
- 6) 한국콘크리트학회 (2004), 특수콘크리트공학
- 7) 한천구, 반호용, 전병채, 홍상희 (1998), 팽창재 종류 및 혼입을 변화에 따른 시멘트 모르타의 특성에 관한 연구, 대한건축학회논문집, 14권1호, pp.377 ~ 382
- 8) Haberfield, C. M. (2000), "Prediction of the initial normal stress in piles and anchors constructed using expansive cements", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.24, pp.305 ~ 325
- 9) Haberfield, C.M. and Baycan, S. (1997), "Performance of expansive piles and anchors in weak rock", Proc. of the 14th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Hamburg, pp.1163 ~ 1167
- 10) Haberfield, Chris M., Baycan, Serhat and Chamberlain, Timothy D. (1994), "A Promising method for improving drilled pier performance in rock", Proceedings, International Conference on Design and Construction of Deep Foundations, Vol.1, pp.631 ~ 645
- 11) Hassan, Khaled M. and O'Neill, Michael W. (1993), "Bored piles in clay-shale using expansive concrete", Proceedings of the 2nd International Geotechnical Seminar on Deep Foundations on Bored and Auger Piles, Balkema, Rotterdam, pp.289 ~ 293
- 12) Johnston, I.W., and Lam, T.S.K. (1989), "Shear behaviour of regular triangular concrete/rock joints - analysis". Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 115(5), pp.711 ~ 727
- 13) Loukidis, D. and Salgado, R. (2008), "Analysis of the shaft resistance of non-displacement piles in sand", Geotechnique, Vol.58, No.4, pp.283 ~ 296
- 14) Sheikh, Shamim A. and O'Neill, Michael W. (1986), "Long-term behavior of expansive concrete drilled shafts", Canadian Journal of Civil Engineering, Vol.13, pp.213 ~ 217
- 15) Sheikh, Shamim A., O'Neill, Michael W. and Mehrzarin, M. A. (1985), "Expansive concrete drilled shafts", Canadian Journal of Civil Engineering, Vol.12, pp.382 ~ 395
- 16) Yu, Hai-Sui (2000), Cavity expansion methods in geomechanics, Kluwer Academic Publishers